316

W dowód mojej przyjaźni i ży:
czliwości ofiaruję tobie P. Apoli:
nary Naszyński tę książkę —

Przygodzki

INSTRUCTION

SUR

LA BALISTIQUE.

NAUKA

BALISTYKI.

INSTRUCTION

SUR

LA BALISTIQUE

par Poumet

Chef de Bataillon au Corps
Royal de l'Artillerie.

à VARSOVIE 1825.

DE L'IMPRIMERIE MILITAIRE.

NAUKA
BALISTYKI

przez Poumet

Szefa Batalionu Korpusu

Artylleryi Królewskiey.

TŁOMACZONA

PRZEZ

Antoniego Krauz

PODPORUCZNIKA KOMPANII RZEM: ARTYLLERYI.

W WARZAWIE 1825.

W DRUKARNI WOYSKOWEY.

DE LA BALISTIQUE.

La balastique est une science qni a pour objet le mouvement des projectiles.

Elle considère ce mouvement dans le vide et dans l'air.

Elle n'est et ne peut être qu'approximative dans ses applications ordinaires aux tirs de toute éspèce, parcequ'elle ne peut tenir compte, pour chaque coup et avec la célérité nécéssaire, de tous les éffets qui résultent des variations de l'atmosphére, de la non-identité des armes à feu, des cbarges, des balles, des boulets, des obus et des bombes du même calibre; mais elle fait connaître les principaux resultats de la pratique, et donne au pointeur les moyens de corriger les erreurs les plus importantes du tir, et de diminuer le nombre de ses tâtonnemens. C'est sous ce rapport qu'elle a toujours été recommandée par les officiers les plus distingués de l'armée.

O BALISTYCE.

Balistyka iest to nauka maiąca za przedmiot ruch pocisków w próżni i w powietrzu.

Balistyka może tylko bydź przybliżoną w zastosowaniu zwyczaynem do strzałów wszelkiego rodzaiu, ponieważ nie może obliczyć, przy każdym strzale z prędkością potrzebną, wszelkich skutków wypływaiących ze zmian atmosfery, z nieiednostayności broni palnéy, ładunków, kul karabinowych, armatnich, granatów i bomb tegoż samego kalibru; lecz daie poznać głównieysze wypadki praktyki, podaie celuiącemu sposoby poprawienia znacznieyszych błędów strzału, i zmnieysza liczbę iego doświadczeń. Pod tym to względem była zawsze zalecaną przez nayznakomitszych officerów woyska.

Elle tire son nom du mot *baliste*, qui dérive du verbe grec βαλλω *je lance*, et qui sert encore à designer une machine dont les anciens faisaient usage dans les siéges pour lancer de grosses pierres contre l'ennemi.

Les armes à feu les mieux faites, celles qui ont les qualités les plus essentielles, la justesse du tir, la légèrete et la solidité, deviennent inutiles dans les mains des soldats dont les officiers n'ont point d'idées exactes sur la balistique. Alors tous les feux devant l'ennemi se réduisent à des coups d'essai qui n'ont aucun resultat avantageux. L'infanterie perd la confiance qu'elle pouvoit avoir dans le tir de son fusil; elle fiinit par le régarder comme une arme blanche ou comme un porte-baïonette avec un coup de feu à bout portant; les batteries ne produisent plus qu'un vain bruit, et sont bientôt enlevées avec peu de perte par une troupe exercée. Mais lorsque l'officier est eclairé par la théorie, il resserre les limites des anomalies du tir, et, sans s'attacher, comme les géomètres à une exactitude mathematique qui n'est point utile à l'armée, il dirige les feux d'une manière satisfaisante pour la

Balistyka wyprowadza swoie nazwisko od słowa greckiego βαλλω *rzucam*, i służy także do nazwania machiny u starożytnych używanéy do rzucania wielkich kamieni na nieprzyiaciela w czasie oblężenia.

Broń palna naylepiéy utworzona, maiąca naygłównieysze własności, dokładność w strzale, lekkość i trwałość, staie się nieużyteczną w rękach żołnierzy których officerowie nie maią dokładnego wyobrażenia o balistyce. Na ow czas cały ogień przeciw nieprzyiacielowi zamienia się w strzały probiercze i niesprawiaiące w cale korzystnego skutku. Piechota traci zaufanie iakie mogła pokładać w strzale karabinowym; i przestaie na uważaniu go za broń sieczną albo za rękoieść bagnetu którego koniec wydaie strzał ognisty, baterye nie sprawiaią nic więcéy oprócz bez skutecznego huku, i zostaią w krótce wzięte z małą stratą przez woysko wyćwiczone. Lecz gdy officer iest oświecony teoryą, ogranicza nieporządne strzały, i nie przywiązuiąc się, iak geometrowie do matematycznéy dokładności wcale niekorzystnéy w woysku, kieruie ogień sposobem zadosyć czyniącym pratique; et leur effet sera d'autant plus grand, toutes choses égales d'ailleurs, que l'on perfectionnera davantage la théorie du tir. L'un de nos meilleurs généraux et de nos prémiers tacticiens, pénétré de cez vérités, émet lui-même le voeu suivant, daus ses ouvrages, en parlant de la balistique (*Essai gènèral de tactique* p. 192): „Puisse le gouvernement exciter „ le génie sur cette branche importante „ du militaire." Il ajoute plus bas (p. „ 207): „Le nombre des coups d'épreu- „ ve n'est jamais bien considérable, quand „ la théorie et la pratique ont formé le „ coup d'oeil." L'artilleur, le soldat d'infanterie et le cavalier obtiennent alors de leurs armes le résultat que l'on a droit d'exiger, d'après l'état de nos connaissances actuelles.

La balistique doit donc être enseignée nonseulement aux officiers d'Artillerie, maisencore aux officiers de toutes les armes, pour qu'ils puissent instruire les sous-officiers et les soldats qu'ils ont sous leurs ordres, et les diriger avec plus de certitude dans les exercices pratiques. Elle devrait être le complément de leur théorie.

praktyce, i iego skutek będzie tym większy, bez względu na tenże sam stan innych okoliczności, im więcéy doskonaloną będzie teorya strzelania. Jeden z naylepszych generałów i z pierwszych taktyków przeięty temi prawdami, sam życzy w swoich dziełach mówiąc o balistyce (*Essai général de tactique* page 192): „ Oby Rząd mógł zachęcić Jeniusz w téy znamienitéy gałęzi woyska.” „ Daléy mówi: „ Liczba strzałów pro„ bierczych nigdy nie iest wielką, gdy „ teorya i praktyka ukształci oko.” Artyllerzysta, żołnierz pieszy i konny otrzymuią na ów czas skutek taki ze swéy broni iakiego można wymagać, po stanie naszych wiadomości tegoczesnych.

Balistyki więc nie tylko officerowie Artylleryi powinni bydź nauczani, ale nawet i officerowie wszelkiéy broni, ażeby ci mogli iéy uczyć Podofficerów i żołnierzy zostaiących pod ich rozkazami, i kierować niemi z większą pewnością w ćwiczeniach praktycznych. Balistyka powinnaby bydź dopełnieniem ich teoryi.

En consequence, nons allont en exposer les principes et les applications de la manière la plus simple et la plus exacte possible. Comme elle est fondée sur les élémens de la mecaniqne, nous parlerons d'abord du monvement en général, et spécialement du mouvement uniforme et du mouvement uniformément accéléré. Nous ferons connaître ensuite le mouvement des projectiles dans le vide; nous en dèduirons, a l'aide de quelques coups d'épreuve et par approximation, la position des principaux points de la ligne qu'ils décrivent dans l'air, et dont on a besoin dans la pratique pour dominuer le nombre de tâtonnemens autant que l'état des choses le permet. Enfin nous donnerons l'art de pointer, ou la manière dont on doit diriger l'arme pour frapper le but qu'on veut atteindre.

DU MOUVEMENT DES CORPS.

Un corps est en mouvement, lorsqu'il occupe successivement différentes positions dans l'espace.

Le mouvement est uniforme ou varié.

Następnie, wyłożemy iéy zasady i zastosowania sposobem nayprostszym i iak może bydź naydokładnieyszym. Ponieważ zaś ona zasadza się na początkach mechaniki, dla tego mówić nayprzód będziemy o ruchu w ogólności, a szczegółowo o ruchu iednostaynym, i o ruchu iednostaynie przyspieszonym. Daléy damy poznać ruch pocisków w próżni, ztąd wyprowadziemy za pomocą niektórych doświadczeń i przez przybliżenie, oznaczenie głównych punktów linii przez pocisk utworzonéy w powietrzu, któréy potrzebuiemy w praktyce w celu zmnieyszenia liczby doświadczeń o tyle o ile stan rzeczy pozwala. Nakoniec przydamy sztukę celowania, albo sposób iakim broń powinna bydź kierowaną ażeby do zamierzonego trafić celu.

O RUCHU CIAŁ.

Ciało iest w ruchu, ieżeli następnie zaymuie rozmaite położenia w przestrzeni.

Ruch iest iednostayny albo zmienny.

Du mouvement uniforme.

Le mouvement uniforme est celui d'un corps qui se meut en ligne droite, et qui parcourt des espaces égaux en de temps égaux.

L'idée du temps est le résultat de l'impression que laissent dans l'esprit plussieurs événement passés et succesifs.

Pour mésurer le temps, on a eu recours à la considération du mouvement, et on a adapté les balanciers aux pendules. On a supposé que deux corps égaux qui se mouvaient dans des circonstances absolument semblables, devait parcourir dans le même temps deux intervalles égaux.

Soient, par exemple, deux corps P et P' (fig: 1) égaux en volume et en poids, et suspendus aux éxtrêmités de deux verges égales AP, A'P'. Supposons que l'on écarte chacune de ces verges de la verticale, de manière qu'elles prennent les positions AC, A'C', telles que l'angle CAP soit égal à l'angle C'A'P', les deux corps mettront le même temps pour revenir à leur position primitive.

O Ruchu iednostaynym.

Ruchem iednostaynym nazywamy to, kiedy ciało porusza się po linii prostéy, i gdy przebiega drogi równe w czasach równych.

Wyobrażenie czasu iest wypadkiem wrażenia zostawionego na umyśle wielu wydarzeń przeszłych i następnych.

W celu mierzenia czasu, zastanawiano się nad ruchem, i tym końcem przyięto wahadła albo penduły. Przypuszczono że dwa ciała iednakowe poruszaiące się przy okolicznościach zupełnie podobnych, powinny przebiegać w iednym czasie dwie drogi równe.

Niech będą naprzykład dwa ciała P, i P′ (fig: 1) równe sobie co do bryłowatości i co do ciężaru, i zawieszone na końcach dwóch prętów równych AP i AP′. Przypuśćmy że oddalamy obadwa pręciki od linii pionowéy, tak aby wzięli położenia AC i A′C′ i żeby kąt CAP był równy kątowi C′A′P′, na ów czas te dwa ciała potrzebować będą iednakowego czasu do powrócenia do swych pierwotnych położeń.

Par conséquent, si un corps qui a reçu une impulsion parcourt dans un temps T un éspace E, et qu' à la fin de ce temps il se trouve dans les mêmes circonstances qu'au commencement, c'est à dire que l'effet de l'impulsion se coutinue sans qu'aucun autre s'y ajoute, ce corps dans un temps $T' = T$, parcourra ensuite un éspace $E' = E$.

Dans le mouvement uniforme, on distingue par le nom de vitesse l'espace parcouru pendant un temps déterminé que l'on prend pour unité de temps. Ainsi l'éspace parcouru pendant un temps quelconque, est égal à la vitesse répétée autant de fois qu'il y a d'unités dans ce temps. C'est ce que l'on exprime en disa nt: que *l'espace est égal à la vitesse multipliée par le temps*.

Lorsque l'on applique la géométrie au mouvement, le temps et la vitesse se représentent ordinairement par des lignes.

Si donc dans un rectangle ABCD (fig: 2), on représente le temps par AB, et la vitesse par BC; si on suppose que le temps soit de cinq secondes, par exemple, pour fixer particulièrement les idées; si les droites A*a*, *ab*, *bc*, *cd*, et *d*B représentent ces cinq unités de temps; et

Ztąd wypada, że gdy ciało odebrawszy uderzenie przebiega w pewnym czasie C drogę D, i gdy na końcu tego czasu znayduie się w tychże samych okolicznościach iak na początku, to iest gdy skutek zostaie ten sam bez doznania żadnych przeszkód, to ciało w czasie $C = C'$ przebieży drogę $D = D'$.

W ruchu iednostaynym, prędkością nazywamy drogę przebieżoną w czasie oznaczonym wziętym za iedność czasu. A więc droga przebieżona w pewnym czasie iest równa prędkości powtórzonéy tyle razy ile w tymże czasie znayduie się iedności. Co wyrażamy mówiąc: że *droga równa się prędkości rozmnożonéy przez czas.*

Gdy stosuiemy geometryą do ruchu, czas i prędkość wyrażaią się pospolicie liniami.

Jeżeli więc w prostokącie ABCD (fig: 2) oznaczamy czas przez AB, prędkość przez BC i ieżeli przypuściemy że czas naprzykład, dla ustalenia szczególnie naszych wyobrażeń iest równy pięciu sekundom. Jeżeli proste A*a*, *ab*, *bc*, *cd* i *d*B wyobrażaią pięć iedności czasu;

si enfin on mène perpendiculairement à AB les droites *aa'*, *bb'*, *cc*, *dd'*, l'espace parcouru dans la première seconde sera ègal à *aa'*, dant la deuxième seconde à *bb'*, etc, et au bout du temps AB à la somme de cinq lignes *aa'*, *bb'*, *cc'*, *dd'* et BC, ou à la droite BC répétée autant de fois qu'il y a d'unitées dans AB, puisque ces lignes sont égales; par conséquent, en appellant E l'espace parcouru pendant toute la durée du mouvement, aura en général:

$$E = BC \times AB, \text{ ou } E = V \times T.$$

En représentant par V la vitesse BC, et par T le temps AB. Cette verité est la loi unique et fondamentale du mouvement uniforme.

Lorsque l'on suppose le temps divisé à l'infini, c'est à dire en parties infiniment petites, et que la vitesse reste la même, l'éspace parcouru dans la première unité de temps est représenté par la ligne AD, et l'espace parcouru pendant toute la durée du mouvement est encore exprimé par l'équation:

$$E = BC \times AB = VT.$$

En effet dans cette supposition, la droite AB, qui représente le temps, est ieżeli na koniec poprowadziemy prostopadle do AB proste aa', bb', cc', dd', droga przebieżona w pierwszéy sekundzie będzie równa aa', w drugiéy sekundzie bb' i t. d, a na końcu czasu A B summie pięciu liniy aa', bb', cc', dd' i BC, albo prostéy BC powtórzonéy tyle razy ile iest iedności w prostéy AB, ponieważ te linie są sobie równe; następnie, nazwawszy drogę przebieżoną w całym ciągu ruchu przez D, prędkość BC przez P, czas AB przez C, będzie w ogólności:

$$D = BC \times AB, \text{ albo } D = P \times C.$$

Ta prawda iest prawem iedyném i zasadą ruchu iednostaynego.

Gdy przypuściemy że czas podzielonym iest nieskończenie, albo na cząstki nieskończenie małe, i gdy prędkość zostaie taż sama, droga przebieżona w pierwszéy iednostce czasu iest wyrażoną przez linią AD, a droga przebieżona przez cały ciąg ruchu ieszcze wyraża się za pomocą zrównania:

$$D = BC \times AB = P \times C.$$

W prawdzie w tém przypuszczeniu prosta AB, wystawiaiąca czas iest podivisée à l'infini. Donc le premier élément de division de cette droite est en A, et n'a pas une longueur quelconque A*a*; car il pourrait être partagé en deux, et le temps ne serait pas divisé à l'infini, ce qui serait contre l'hypothèse. Donc l'espace parcouru pendant le premier élément du temps, est représenté par la ligne AD. Donc l'espace parcouru pendant toute la durée du mouvement est égal à la somme de toutes les droites AD, aa', bb', cc', etc, BC, que l'on peut mener perpendiculairement à la ligne AB par chacun de ces élémens, et qui s'éloignent du point A, excepté la ligne AD, des quantités A*a*, A*b*, A*c*, etc. Ces quantités sont divisibles: la première en deux, dexième en trois, la troisième en quatre, etc; et leur division ne peut être poussée plus loin par supposition; mais les droites AD, aa', bb', cc', etc, BC, représentent la vitesse BC répétée autant de fois qu'il y a d'unités infiniment petites dans AB, depuis la première qui est en A, jusqu' à la dernière qui est en B, par consequent, lorsque le temps est divisé à l'infini et que la vitesse reste la même, on a encore:

dzielona nieskończenie. Więc pierwsza cząstka podziału téy prostéy iest w A, i nie może mieć iakieykolwiek długości A*a*; gdyż A*a* może bydź podzieloném na dwie części, a więc czas nie byłby podzielonym na cząstki nieskończenie małe, co by sprzeczném z hypotezą było. Więc droga przebieżona pod czas pierwszéy cząstki czasu, iest wyrażona przez linią AD. A zatém droga przebieżona pod czas całego ciągu ruchu iest równa summie wszystkich prostych AD, *aa′*, *bb′*, *cc′* i t. d, BC, poprowadzić się mogących prostopadle do linii AB przez każdą z iéy cząstek, wyiąwszy prostą AD. Ilości A*a*, A*b*, A*c* i t. d, są podzielne: pierwsza na dwie, druga na trzy, trzecia na cztery, i t. d, części, to dzielenie nie może bydź posunięte daléy przez przypuszczenie; lecz proste AD, *aa′*, *bb′*, *cc′* i t. d, BC, wystawiaią prędkość BC powtórzoną tyle razy ile iest iednostek nieskończenie małych w AB, od pierwszéy cząstki która iest w A, aż do ostatniéy będącéy w B, więc, gdy czas iest podzielony nieskończenie i gdy prędkość zostaie ta sama, będzie ieszcze:

$$E = BC \times AB = VT.$$

On appelle *force* la cause quelle qu'elle soit qui produit la vitesse.

Les causes étant supposées proportionnelles à leurs effets, les forces dans le mouvement uniforme sont comme les vitesses ou comme les espaces parcourus pendant l'unité du temps.

Des mouvemens variés et des mouvemens uniformément variès.

Le mouvement est varié, lorsque le rapport des espaces parcourus au temps émployé á les parcourir varie continuellement.

On nomme *forces accèlèratrices* ou *retardatrices* celes qui produisent ces variations.

Pour concevoir plus facilement le mouvement varié, on suppose que le temps est divisé en une infinité d'instans ou parties très petites, et qu'au commencement de chaque instant le mobile reçoit l'impulsion d'une force nonvelle; le mouvement est considéré comme uniforme pendant l'un quelconque de ces instans, et les vitesses de ces mouvemens uniformes

$$D = BC \times AB = PC.$$

Siłą nazywamy przyczynę iaką kolwiek sprawiaiącą prędkość.

Przypuszczaiąc że przyczyny są proporcyonalne skutkom, siły w ruchu iednostaynym będą w stosunku prędkości albo w stosunku dróg przebieżonych pod czas pewnéy iednostki czasu.

O ruchu zmiennym i o ruchu iednostaynie zmiennym.

Ruch zmiennym iest w tenczas, gdy stosunek dróg przebieżonych w czasie użytym na ich przebieżenie zmienia się ciągle.

Siły sprawiaiące te zmiany, nazywaią się *siłami spieszącemi* albo *opóźniaiącemi*.

Ażeby łatwiéy poiąć ruch zmienny, przypuszczamy że czas iest podzielony na nieskończoną liczbę chwil albo cząstek bardzo małych, i że na początku każdéy chwili ciało będące w ruchu, zostaie popchniętém siłą nową; ruch w któréykolwiek z tych chwil uważamy za iednostayny, a prędkości tych szczegółowo iednostaynych ruchów, nazywaią particuliers, s'appellent vitesses acquises. Cette hypothèse s'ecarte d'autant moins de la verité que le temps est divisé en parties plus petites; l'espace parcouru d'un mouvement varié est ainsi égal à la somme des espaces parcourus d'un mouvement uniforme pendant chacun des instans de la durée du mouvement, ou à la somme des vitesses acquises, puisque tous ces instans sont égaux et peuvent être pris chacun pour l'unité de temps (pag: 14).

Si l'action qui s'exerce sur le mobile au commencement de chaque instant cessait tout à coup, il ne se mouverait plus qu'en vertu de la vitesse que lui auraient donnée les impulsions reçues précédemment, le mouvement serait uniforme, la vitesse devenue constante se composerait de toutes les vitesses acquises pendant le temps qui se serait écoulé depuis le moment où le corps aurait commencé à se mouvoir; si la vitesse imprimée au commencement de chacun des instans est constamment la même, la vitesse acquise après un temps donné, est égale à cette vitesse constante répétée autant de fois qu'il y a d'instans dans le temps donné. C'est ce que l'on exprime en disant que la vitesse est égale się prędkościami nabytemi. Ta hypoteza tém mniéy się oddala od prawdy im czas iest podzielony na części mnieysze; droga przebieżona ruchem zmiennym iest także równa summie dróg przebieżonych ruchem iednostaynym pod czas każdéy z chwil ruchu, albo summie prędkości nabytych, gdyż te wszystkie chwile są sobie równe, i każda z nich może bydź wziętą za iednostkę czasu (strona 15).

Gdyby działanie wywierane na ciało na początku każdéy chwili ustawało nagle, biegłoby odtąd ciało tylko z prędkością w poprzedzaiących chwilach nabytą, ruch byłby w tenczas iednostayny, a prędkość zamieniwszy się na stałą składałaby się ze wszystkich prędkości nabytych w czasie upłynionym od początku ruchu ciała; ieżeli prędkość nadana na początku każdéy chwili ciągle taż sama iest, prędkość nabyta po pewnym czasie danym, równa się prędkości stałéy powtórzonéy tyle razy ile iest chwil w pewnym czasie danym. — Co wyraża się mówiąc: że prędkość równa się czasowi pomnożonemu przez siłę spieszącą. Ruch maiący mieysce w téy au temps multiplié par la force accelera-trice. Le mouvement qui a lieu dans cette hypothèse est le mouvement uniformément varié. Ce que l'on appelle force accélé-tratrice est proprement la vitesse imprimée au commencement de chaque instant.

Tous les corps sont soumis à l'action de la pésanteur. Cette action se renouvelle à tous les instans: ainsi le mouvement uniformément accéléré se reproduit sans cesse dans la nature.

Nous ne dirons rien du mouvement uniformément rétardé. Nous ne parlerons que du mouvement uniformément accéléré, parcequ'il suffit d'en connaître les lois, ainsi que celles du mouvement uniforme, et de comparer les espaces parcourus par le mobile en vertu de ces deux mouvemens, pour arriver au but que nous voulons atteindre.

Du mouvement uniformément accéléré.

Le mouvement uniformément accéléré est celui d'un corps dont la vitesse augmente proportionnellement au temps. Ainsi dans ce mouvement, les vitesses acquises sont comme les temps.

hypotezie iest ruchem iednostaynie zmiennym. To co nazywamy siłą spieszącą iest właściwie prędkością nadaną na początku każdéy chwili.

Wszystkie ciała są podległe działaniu siły ciężkości. To działanie powtarza się we wszystkich chwilach: i tak ruch iednostaynie przyspieszony rodzi się nieustannie w naturze.

Nie powiemy nic o ruchu iednostaynie opóźniaiącym. Mówić tylko będziemy o ruchu iednostaynie przyspieszonym, ponieważ dostateczném iest poznanie praw iego i ruchu iednostaynego; wyłożemy także porównanie dróg przez ciało przebieżonych na zasadzie tych dwóch ruchów, aby doyść do celu który zamierzyliśmy sobie.

O ruchu iednostaynie przyspieszonym.

Ruch iednostaynie przyspieszony iest w ten czas kiedy prędkość powiększa się proporcyonalnie do czasu. I tak, w tym ruchu, prędkości nabyte maią się do siebie iak czasy.

En effet, la force accélératrice agissant constamment de la même manière à chaque instant sur le corps qu'elle fait mouvoir, il en résulte que si, au commencement du premier instant, elle imprime à ce corps une vitesse comme un, elle lui donne encore, au commencement du second instant, la même vitesse; car elle le sollicite au commencement de cet instant comme au commencement du premier; donc au deuxième instant, le mobile a une vitesse représentée par deux, puisqu'il a reçu deux impulsions égales. Il a par la même raison, au troisième instant une vitesse comme trois, et ainsi de suite. Par consequent *les vitesses acquises sont comme les temps*, et appellant V et V′ les vitesses acquises, et T et T′ les temps, on a:

$$V : V' :: T : T'. \text{ (première loi).}$$

Donc si, dans un triangle rectangle ABC (fig: 3), la hauteur AB représente le temps T, et la base BC la vitesse V acquise au bout de ce temps, toute perpendiculaire bb'' à la hauteur AB, représentera la vitesse acquisse au bout du temps Ab qui lui correspondra; car les lignes bb'' et BC seront proportionnelles aux lignes Ab et AB. (Géométrie).

Siła spiesząca działa stale iednym sposobem w każdéy chwili na ciało przez nią poruszane, ztąd wypada, że ieżeli na początku pierwszéy chwili, wywiera na ciało prędkość iak ieden, to na początku drugiéy chwili, nadaie mu takąż samą prędkość; gdyż ią taż sama przyczyna sprawia w chwili pierwszéy i drugiéy; a zatém w drugiéy chwili, będzie mieć ciało prędkość wyrażoną przez dwa, gdyż odebrało dwa działania równe. Dla téyże saméy przyczyny, w trzeciéy chwili, będzie mieć prędkość iak trzy, i tak daléy. Ztąd wypada, że *prędkości nabyte maią się do siebie iak czasy*, i nazwawszy przez P i P′, prędkości nabyte, a przez C i C′ czasy będzie.

P : P′ : : C : C′ (pierwsze prawo).

Jeżeli więc w tróykącie, prostokątnym ABC (fig: 3), wysokość AB wystawia czas C, a podstawa BC, prędkość P nabytą na końcu tego czasu, każda prostopadła *bb″* do wysokości AB, wyrażać będzie prędkość na końcu czasu A*b* iemu odpowiadaiącą; ponieważ proste *bb″* i BC są proporcyonalne prostym A*b* i AB (Geometrya).

Donc la somme des perpendiculaires BC, dd'', cc'' etc, que l'on peut élever à la droite AB par chacun de ses élémens et jusqu'à l'hypoténuse AC, répresente la somme des vitesses acquises pendant tous les instans infiniment petits du temps T répresenté par AB; donc elle est égale à l'espace parcouru pendant la durée du mouvement uniformément accéléré (pag: 20 et 22).

Or, si l'on forme le rectangle ABCD, et si on prolonge toutes les perpendiculaires B*c*, dd', cc'', etc: jusqu'au côté CD, on aura deux triangles ABC et ACD, qui seront égaux, et qui renfermeront l'un et l'autre la même quantité de perpendiculaires égales chacune à chacune: donc l'espace parcouru pendant la durée du mouvement uniformément accéléré et que nous désignerons par *e*, sera la moitié des perpendiculaires du rectangle ABCD; mais la vitesse étant égale à BC, et le temps divisé á l'infini et exprimé par AB, les perpendiculaires du rectangle ABCD répresentent l'espace E parcouru d'un mouvement uniforme (pag: 16), et l'on a:

$$E = AB \times BC = VT.$$

Ztąd summa prostopadłych BC, dd'', cc'', i t. d, mogących bydź wyprowadzonemi do prostéy AB z każdego iéy punktu aż do przeciw prostokątniéy AC, wyraża summę prędkości nabytych we wszystkich chwilach nieskończenie małych czasu C wyrażonego przez prostą AB; a zatém ta summa równa się drodze przebieżonéy w ciągu ruchu iednostaynie przyspieszonego (strona 21 i 23).

Oprócz tego, ieżeli utworzymy prostokąt ABCD, i gdy przedłużymy wszystkie prostopadłe BC, dd'', cc'', i t. d, aż do boku CD, otrzymamy dwa tróykąty ABC, ACD przystaiące do siebie, i obeymuiące równą ilość prostopadłych nawzaiem sobie równych: a zatém droga przebieżona w ciągu ruchu iednostaynie przyspieszonego którą nazywamy przez d, będzie równa połowie summy prostopadłych obiętych w prostokącie ABCD, lecz prędkość będąc równa prostéy BC, a czas podzielony nieskończenie będąc wyrażony przez AB, prostopadłe prostokąta ABCD, wyrażaią drogę D przebieżoną ruchem iednostaynym (strona 17), i będzie:

$$D = AB \times BC = CP.$$

Donc l'espace e, parcouru d'un mouvement uniformément accéléré pendant le même temps AB $=$ T, est la moitie de cette quantité, puisqu'il est égal à la somme des perpendiculaires du triangle ABC; donc on a:

$$e = \frac{AB \times BC}{2} = \frac{TV}{2}.$$

Par consequent, *l'espace parcouru est égal à la moitié de la vitesse acquise multipliée par le temps.* (deuxième loi).

Au bout d'un temps quelconque AE, que nous appellerons T', la vitesse acquise sera exprimée par EF, que nous represenrerons par V', et nous aurons de même, en nommant e' l'espace parcouru au bout de ce temps:

$$e' = \frac{AE \times EF}{2} = \frac{V'T'}{2}$$

Donc $\quad e : e' :: \dfrac{AB \times BC}{2} : \dfrac{AE \times EF}{2}.$

Mais si l'on exprime par s et s' les surfaces de triangles rectangles ABC et AEF on aura aussi:

$$s : s' :: \frac{AB \times BC}{2} : \frac{AE \times EF}{2}.$$

Więc droga d, przebieżona ruchem iednostaynie przyspieszonym pod czas tego samego czasu $AB = C$, iest połową téy ilości, gdyż iest równa summie prostopadłych tróykąta ABC; a zatém:

$$d = \frac{AB \times BC}{2} = \frac{CP}{2}.$$

Ztąd wypada, że *droga przebieżona równa się połowie prędkości nabytéy rozmnożonéy przez czas* (drugie prawo).

Na końcu pewnego czasu AE, który nazwiemy przez C', prędkość nabyta będzie wyrażoną przez EF, tę oznaczywszy przez P', a drogę przebieżoną na końcu tego czasu przez d', otrzymamy:

$$d' = \frac{AE \times EF}{2} = \frac{C'P'}{2}$$

Ztąd $d : d' :: \frac{AB \times BC}{2} : \frac{AE \times EF}{2}$.

Lecz ieżeli wyrazimy przez T i T' powierzchnie tróykątów ABC i AEF, będzie także:

$$T : T' :: \frac{AB \times BC}{2} : \frac{AE \times EF}{2}.$$

Donc les espaces parcourus sont proportionels aux surfaces des triangles rectangles ABC et AEF, or ces triangles sont semblables, leurs surfaces sont comme les carrés de leurs cotés homologues, et puisque ces côtés représentent les temps et les vitesses acquises, il en résulte, que *les espaces parcourus sont comme les carrés des temps ou des vitesses acquises* (troisième loi).

Rapports entre les espaces parcourus d'un mouvement uniformément accéléré, et d'un mouvement uniforme provenant des vitesses acquises.

Les espaces parcourus de deux mouvemens uniformes différens ont pour expressions (pag: 16).

$$E = VT \text{ et } E' = V'T'.$$

Lorsque ces deux mouvemens proviennent des vitesses acquises au bout de deux espaces quelconques parcourus d'un mouvement uniformément accéléré, V et V' représentent les vitesses acquises elles-mêmes et on en deduit entre ces vitesses le rapport ci - après:

A zatém drogi przebieżone są proporcyonalne powierzchniom tróykątów prostokątnych ABC i AEF: oprócz tego te tróykąty są sobie podobne, więc ich powierzchnie maią się tak iak kwadraty z boków odpowiadaiących, a ponieważ te boki wyobrażaią czasy i prędkości nabyte, ztąd wypada że *drogi przebieżone maią się tak do siebie iak kwadraty z czasów albo iak kwadraty z prędkości nabytych.* (trzecie prawo).

Stosunki pomiędzy drogami przebieżonemi ruchem iednostaynie przyspieszonym, a drogami przebieżonemi ruchem iednostaynym powstaiącym z prędkości nabytych.

Drogi przebieżone różnemi ruchami iednostaynemi cechuią się wyrażeniami następuiącemi (strona 17):

$$D = CP \text{ i } D' = C'P'.$$

Gdy te dwa ruchy powstaią z prędkości nabytych na końcu dwóch dróg iakichkolwiek przebieżonych ruchem iednostaynie przyspieszonym, P i P′ wyrażaią prędkości nabyte, a z tych prędkości wyprowadzamy stosunek następuiący:

$$V : V' :: \frac{E}{T} : \frac{E'}{T'}.$$

Par conséquent lorsque le temps est le même pour les deux mouvemens $T = T'$, et

$$V : V' :: E : E'.$$

Mais on a: $e : e' :: V^2 : V'^2$ (troisième loi);
Donc $e : e' :: E^2 : E'^2$;
C'est-à-dire que les espaces parcourus d'un mouvement uniformément accéléré dans des temps differens, sont entre eux comme les carrés des espaces parcourus d'un mouvement uniforme pendant un même temps, quel qu'il soit et en vertu des vitesses acquises. (Premier rapport).

L'espace parcouru d'un mouvement uniformément accéléré a pour valeur(page 30):

$$e = \frac{V\,T}{2}.$$

Et celui que parcourt un corps d'un mouvement uniforme, et en vertu de la vitesse acquise V, pendant un temps T', est donné par l'équation $E = VT'$ (page 16).

Donc lorsque le temps est le même $e = \frac{E}{2}$.

Par conséquent, *l'espace parcouru d'un mouvement uniformément accéléré, est la moitié de l'espace parcou-*

$$P : P' :: \frac{D}{C} : \frac{D'}{C'}.$$

Ztąd wypada że gdy czas iest ten sam dla obudwóch ruchów $C = C'$, to będzie:

$$P : P' :: D : D'.$$

Lecz mamy $d : d' :: P^2 : P'^2$ (trzecie prawo);
więc $d : d' :: D^2 : D'^2$;

To iest że drogi przebieżone ruchem iednostaynie przyspieszonym w czasach różnych, maią się tak do siebie iak kwadraty z dróg przebieżonych ruchem iednostaynym w czasie iakimkolwiek, na mocy prędkości nabytych. (pierwszy stosunek).

Droga przebieżona ruchem iednostaynie przyspieszonym ma za wartość (strona 31):

$$d = \frac{PC}{2}.$$

A droga przebieżona przez ciało poruszaiące się ruchem iednostaynym i na mocy prędkości nabytéy P, w czasie C' wyda na zrównanie $D = PC'$ (strona 17).

Więc gdy czas iest ten sam $d = \frac{D}{2}$.

Ztąd wypada, że *droga przebieżona ruchem iednostaynie przyspieszonym, iest połową drogi przebieżonéy ru-*

ru d'un mouvement uniforme pendant le même temps, en vertu de la vitesse acquise. (deuxième rapport).

De la valeur de la vitesse acquise.

La vitesse acquise n'est point appréciable pendant l'instant qu'elle a lieu, parce que cet instant est infiniment petit, et qu'on n'a pas d'instrumens capables de l'exprimer. Pour avoir la valeur de cette vitesse d'une manière déterminée et positive, on suppose que la force accélératrice cesse, et que le corps se meut d'un mouvement uniforme pendant un temps égal à celui de la durée du mouvement uniformément accéléré, et l'espace qu'il parcourt ainsi représente la vitesse acquise en quantité finie. Or, d'après le deuxième rapport des espaces parcourus,

$$e = \frac{E}{2};$$

Donc $$E = 2e.$$

Ainsi *la vitesse acquise est double de l'espace parcouru.*

Cette valeur de la vitesse acquise se deduit d'ailleurs immédiatement de l'équation *chem iednostaynym w tymże samym czasie, na mocy prędkości nabytéy.* (stosunek drugi).

O wartości prędkości nabytéy.

Prędkości nabytéy ocenić nie można w chwili trwania, ponieważ ta chwila iest bardzo mała, i nie ma narzędzi zdatnych na oznaczenie iéy. Aby otrzymać wartość téy prędkości sposobem oznaczonym i rzetelnym, przypuszczamy że siła spiesząca ustaie, i że ciało porusza się ruchem iednostaynym w takim czasie w iakim ciało poruszało się ruchem iednostaynie przyspieszonym, a droga tak przebieżona wyrażać będzie prędkość w ilości skończonéy. Nad to podług drugiego stosunku dróg przebieżonych mamy:

$$d = \frac{D}{2};$$

więc $\quad D = 2d.$

Przeto *prędkość nabyta iest dwa razy większą od drogi przebieżonéy.*

Ta wartość prędkości nabytéy wyprowadza się ieszcze bezpośrednio ze zrównania

$$E = \frac{VT}{2};$$

Car en faisant $T = 1$, on a $V = 2E$.

De l'expression du temps.

Pour trouver l'expression du temps employé à parcourir un espace déterminé et connu, il faut avoir par l'expérience l'espace parcouru dans une unité de temps, dans une seconde par exemple. Alors le premier rapport des espaces parcourus,

$$e : e' = T^2 : T'^2$$

Devient $\quad e : e' = 1'' : T'^2$

Dans cette proportion, on connaît les trois premiers termes: on en déduit le quatrième, et on a:

$$T' = \sqrt{\frac{e'}{e}};$$

Et si on représente par g l'espace parcouru par le mobile pendant une seconde, on aura:

$$T' = \sqrt{\frac{e'}{g}} \ (1).$$

$$D = \frac{PC}{2};$$

Gdyż uczyniwszy $C = 1$, będzie $P = 2D$.

O wyrażeniu czasu.

Ażeby wynaleźć wyrażenie czasu użytego na przebieżenie drogi oznaczonéy i znanéy, potrzeba wiedzieć przez doświadczenie drogę przebieżoną w pewnéy iednostce czasu, naprzykład w iednéy sekundzie. Na ów czas pierwszy stosunek dróg przebieżonych

$$d : d' :: C^2 : C'^2$$

Zamiemi się na $d : d' :: 1'' : C'^2$.

W téy proporcyi znaiąc trzy pierwsze wyrazy wynayduiemy z niéy czwarty, i tak:

$$C' = \sqrt{\frac{d'}{d}};$$

Gdy ieszcze oznaczymy przez g drogę przebieżoną w czasie iednéy sekundy, będzie:

$$C' = \sqrt{\frac{d'}{g}}\ (1).$$

DU MOUVEMENT DES PROJECTILES DANS LE VIDE.

De la trajectoire.

Le projectile, en sortant de la bouche à feu, est soumis à une double action. D'une part, la force qui résulte de l'inflammation de la poudre, lui imprime un mouvement uniforme suivant l'axe de la pièce; de l'autre, la pesanteur lui donne, dans le sens vertical, un mouvement uniformément accéléré, et le rapproche à chaque instant de la surface de la terre (*Phisique, mouvement des corps graves*). En vertu de ces deux actions, il décrit une ligne courbe et plane.

En effet, représentons par AR (fig: 6) le prolongement de l'axe de la pièce, qu'on appelle *ligne de projection*, et par AX et AY les axes des coordonnées, dont l'un serait horizontal et l'autre vertical. Soit AB l'espace que le projectile parcourrait uniformément suivant AR dans le premier instant, A*b* celui qu'il parcourrait en vertu de la force accélératrice, ou la vitesse acquise dans cet instant (page 16), il parcourra dans le même temps la diagonale A*m* du

O RUCHU POCISKÓW w PRÓŻNI.

O linii pociskowéy.

Pocisk wychodząc z działa, podlega dwoistemu działaniu. Z iednéy strony, siła powstaiąca z zapalenia się prochu, nadaie mu ruch iednostayny w kierunku osi działa, z drugiéy, ciężkość w kierunku pionowym nadaie mu, ruch iednostaynie przyspieszony, i przybliża go w każdéy chwili do powierzchni ziemi (*Fizyka o ruchu ciał ciężkich*). Na mocy tych dwóch działań, pocisk zakreśla linią krzywą płaską.

W prawdzie, oznaczmy przedłużenie osi działa przez prostą AR (fig: 6), linią rzutu nazwaną, a przez AX i AY osi współrzędnych, z których iedna będzie poziomą a druga pionową. Niech będzie AB droga iednostaynie podług AR w pierwszéy chwili przez pocisk przebieżona, A*b* droga przebieżona na mocy siły spieszącéy, albo prędkość w téy chwili nabyta (strona 17), pocisk przebieży w téyże saméy chwili przekątnią A*m* równoległoboku AB*bm*, parallélogramme AB*bm*, construit sur les directions des deux forces qui le sollicitent (*Statique*). Dans le second instant, sa vitesse acquise serait $mc = 2Ab$; l'espace qu'il parcourrait d'un mouvement uniforme serait toujours la même, et par conséquent $md = AB$. Il suivra donc la diagonale mm' du second parallélogramme $mcm'd$, construit comme le premier et ainsi de suite. Donc la ligne qu'il décrira ne sera point une ligne droite, puisque les côtés du second parallélogramme et ceux des parallélogrammes suivans ne sont point proportionnels a A*b* et à AB, car le côté vertical de ces parallélogrammes augmente à chaque instant, tandis que l'autre côté ne change pas de grandeur. Les poiuts m, m', m'', s'eloignent de plus en plus de AR par la même raison. Donc enfin la ligne que décrit le projectile est une ligne courbe située entièrement au-dessous du prolongement de l'axe de la pièce. Cette courbe s'appelle *trajectoire;* elle est plane, parce qu'elle a lieu dans un seul plan qui est déterminé par la verticale et la ligne de projection.

wystawionego na kierunkach dwóch sił na niego działaiących (*Statyka*). W drugiéy chwili iego prędkość nabyta będzie $mc = 2Ab$; a prędkość ruchem iednostaynym nabyta będzie zawsze taż sama, a następnie $md = AB$. Póydzie więc po przekątni mm' drugiego równoległoboku $mcm'd$, tak iak pierwszy wystawionego, i tak daléy. Więc linia przez pocisk utworzona nie będzie linią prostą, gdyż boki równoległoboku drugiego i następnych równoległoboków nie są proporcyonalne do Ab i AB, z przyczyny że boki pionowe tych równoległoboków powiększaią się w każdéy chwili, gdy tém czasem inne boki nie zmieniaią swéy wielkości. Dla téyże saméy przyczyny punkta m, m' m'' coraz bardziéy oddalaią się od prostéy AR. A zatém linia przez pocisk utworzona iest linią krzywą całkowicie pod przedłużeniem osi działa znayduiącą się. Ta krzywa nazywa się *linią pociskową;* iest płaską, ponieważ znayduie się na iednéy płaszczyznie oznaczonéy przez linią pionową i linią rzutu.

S'il existait des intervalles sensibles entre les impulsions de la force de la pesanteur, la trajectoire serait une ligne brisée; mais comme ces impulsions se font dans les instans infiniment petits qui ne sont points séparés les uns des autres (page 40), elle est une ligne courbe continue, parce qu'alors la diagonale de chaque parallélogramme est elle même infiniment petite.

Les lignes Bm, dm', fm'', etc, sont égales chacune à chacune aux lignes Ab, mc, $m'e$, etc, qui expriment les vitesses acquises dans le premier, deuxième, troisième, etc, instant de la durée du mouvement.

Donc Bm, Cm', Dm'', etc, représentent les espaces que parcourrait le projectile suivant la verticale, pendant le temps qu'il mettrait pour arriver aux points m, m', m'', etc, en suivant la trajectoire; car ces droites sont les sommes de toutes les vitesses acquises pendant ce temps, puisque $Bm = Ab$, $Cm' = Bm + dm'$; $Dm'' = Cm' + fm''$, etc. Donc une verticale quelconque Bm ou Em''', etc, comprisé entre la ligne de projection et la trajectoire, représente l'espace qui serait parcouru

Gdyby się znaydowały przestanki znaczne pomiędzy popchnięciami siły ciężkości, linia pociskowa byłaby linią łamaną; lecz ponieważ te popchnięcia rodzą się w chwilach nieskończenie małych nie maiących między sobą żadnych przestanków (strona 41), dla tego ta linia iest linią krzywą ciągłą, gdyż na ów czas przekątnia każdego równoległoboku iest także nieskończenie małą.

Linie Bm, dm', fm'', i t. d, są na wzaiem równe prostym Ab, mc, $m'e$ i t. d, wyrażaiącym prędkości nabyte w ciągu ruchu w pierwszéy, drugiéy, trzeciéy i t. d, chwili.

Więc linie Bm, Cm', Dm'', i t. d, wyrażaią drogi pionowo przez pocisk przebieżone, w czasie biegu iego przez punkta m, m', m'', i t. d, podług linii pociskowéy; gdyż te proste są zbiorami wszystkich prędkości nabytych w czasach im odpowiadaiących, ponieważ Bm = Ab, Cm' = Bm + dm', Dm'' = Cm' + fm'', i t d. Więc którakolwiek pionowa naprzykład Bm albo Em''', i t. d. obięta pomiędzy linią rzutu i linią pociskową, wyobraża drogę którąby przebiegł par le projectile en vertu de la pesanteur, pendant le temps quil aurait employé pour parvenir en m ou m''', etc, en vertu du mouvement simultané de la pesanteur et de la force de la poudre.

Supposons maintenant que la ligne Am $m'm''$Q représente la trajectoire; soit m un point quelconque de cette courbe, et BP la verticale passant par ce point, si l'on avoit la relation qui existe entre les droites AB et Bm, la trajectoire serait déterminée, parcequ'on connait l'angle RAQ, et que de la valeur de AB, prise à volonté sur AR, on deduiraît celle de Bm. Cherchons donc l'expression générale da cette rélation. Si le projectile n'etait soumis qu'a l'action de la poudre au bout d'un temps T, il aurait parcouru un espace que nous supposons égal à la ligne AB, et que nous pouvons représenter par E. Pendant le même temps T, la pesanteur lui ferait parcourir d'un mouvement uniformément accéléré un autre espace Bm, suivant la verticale et vers la surface de la terre. Soit e cette espace: si à la fin du temps T, la force accélératrice cessait d'agir, $2e$ serait l'espace que le projectile parcourrait d'un mouvement uniforme penpocisk na mocy siły ciężkości, w czasie potrzebnym do przybycia do punktu m, albo m''', i t. d, z powodu ruchu powstającego z siły ciężkości i prochu.

Przypuśćmy teraz że linia A$mm'm''$Q wystawia nam linią pociskową; niech będzie m punkt iakikolwiek téy krzywéy i BP prostopadła przez ten punkt przechodząca, gdybyśmy mieli stosunek zachodzący między prostemi AB i Bm, linia pociskowa byłaby oznaczoną, gdyż znamy kąt RAQ, a z wartości AB, wziętéy dowolnie na linii AR, wyrachowalibyśmy wartość Bm. Szukaymy więc wyrażenia ogólnego tego stosunku. Gdyby pocisk podlegał działaniu tylko prochu, na końcu pewnego czasu C, przebiegłby drogę którą przypuszczamy równą linii AB, i którą możemy wyrazić przez D. W tymże samym czasie C, pociągany siłą ciężkości przebiegłby ruchem iednostaynie przyspieszonym inną drogę Bm, podług pionowéy ku powierzchni ziemi. Tę drogę nazwiymy przez d: gdyby na końcu czasu C, siła spiesząca przestała działać, 2d byłoby wyrażeniem drogi iakąby pocisk przedant le temps T, (*deuxième rapport*, page 36). La vitesse qui résulte de l'inflammation de la poudre se nomme *vitesse initiale.* On peut la considérer comme égale à la vitesse que le projectile aurait acquise, après avoir parcouru un certain espace AH, suivant la direction de l'axe AR, en vertu d'une force accélératrice égale à celle de la pesanteur. Soit h cet espace, on aura alors deux espaces parcourus d'un mouvement uniformément accéléré h et e dans des temps différens, et deux espaces parcourus d'un mouvement uniforme E et $2e$ dans le même temps T. On pourra donc poser cette proportion (*premier rapport*, page 34).

$$h : e :: E^2 : 4e^2.$$

D'ou on tire $eE^2 = 4he^2$

$$E^2 = 4he \; (a).$$

Par conséquent, lorsque l'on connaîtra la vitesse initiale du projectile, c'est à dire l'espace que la force de la poudre lui ferait parcourrir uniformément suivant l'axe de la pièce pendant une unité de temps, on pourra tracer la trajectoire. L'expérience prouve qu'un corps qui tombe librement à la surface de la terre parcourt $4,9045^{m}$ dans la première seconde, à la biegł ruchem iednostaynym w czasie C. (*drugi stosunek*, karta 37). Prędkość powstaiąca z zapalenia się prochu nazywa się *prędkością początkową*. Można uważać że ta prędkość równa się prędkości przez pocisk nabytéy po przebieżeniu pewnéy drogi AH, w kierunku osi AR, na mocy siły spieszącéy ciężkości. Niech ta droga będzie h, otrzymamy na ów czas dwie drogi przebieżone ruchem iednostaynie przyspieszonym h i d w czasach różnych, i dwie drogi przebieżone ruchem iednostaynym D i $2d$ w iednym czasie C. Możemy więc przytoczyć tę proporcyą (*pierwszy stosunek*, karta 35).

$$h : d :: D^2 : 4d^2$$

ztąd wypada że $D^2 d = 4hd^2$

$$\text{a } D^2 = 4hd \; (a).$$

Następnie, gdy znać będziemy prędkość początkową pocisku, to iest drogę siłą prochu przez niego przebieżoną iednostaynie wzdłuż osi działa podczas pewnéy iednostki czasu, będziemy w stanie oznaczyć linię pociskową. Doświadczenie pokazuie że ciało spadaiące bez przeszkody ku powierzchni ziemi przebiega 4,9045 metrów w pierwszéy selatitude de Paris, en vertu de l'action de la pesanteur. L'espace qu'il parcourrait en suite d'un mouvement uniforme pendant le même temps, si la force accélératrice cessait d'agir, serait égal à 9, 809^{m} (*deuxième rapport* page 36). Conséquement V étant la vitesse initiale du projectile pendant une seconde on aura (*premier rapport*, pag: 34), en faisant 4, 9045^{m} $= g$,

$$h : g :: V^2 : 4g^2,$$

$$\text{D'où} \quad h = \frac{V^2 g}{4g^2} = \frac{V^2}{4g}.$$

Si donc on connait la vitesse V, et si elle est par exemple de 400^{m} par seconde, h sera une quantité détérminée et égale à 8155^{m}, 775 $\frac{6050}{19618}$.

Donc en mettant successivement, dans l'équation de la trajectoire, pour E les droites AB, AC, etc, prises arbitrairement, on en déduira des longeurs des lignes correspondantes Bm, Cm', Dm'', etc, et unissant les extrémités de ces droites par une ligne nous aurons la courbe cherchée. L'équation (a) nous apprend que la trajectoire est une parabole, parcequ'elle nous fait voir que les carrés de ses ordonnées AB, AC, etc, sont entre eux comme les kundzie pod szerokością jeograficzną Paryża, na mocy siły ciężkości. Droga daléy przez to ciało przebieżona ruchem iednostaynym w tymże samym czasie, gdyby siła spiesząca ustała działać, byłaby równa 9,809 metrów (*drugi stosunek* strona 37). Następnie P będąc prędkością początkową pocisku w pierwszéy sekundzie otrzymamy (*pierwszy stosunek*, strona 35) uczyniwszy 4,9045 metrów $= g$,

$$h : g :: P^2 : 4g^2,$$

$$\text{Ztąd } h = \frac{P^2 g}{4g^2} = \frac{P^2}{4g}.$$

Jeżeli więc znamy prędkość P, i ieżeli takowa iest naprzykład 400 metrów na sekundę, h będzie ilością oznaczoną i równą $8155,775 \frac{6050}{19618}$ metrów.

A zatém kładąc następnie, w zrównanie linii pociskowéy, za D proste AB, AC, i t. d, wzięte dowolnie, wyprowadziemy ztąd długości liniy odpowiadaiących Bm, Cm', Dm'' i t. d, a łącząc linią końce tych prostych otrzymamy krzywą szukaną. Zrównanie (a) uczy nas że linia pociskowa iest parabolą, ponieważ w niéy daie się spostrzegać, że kwadraty z rzędnych AB, AC, i t. d, maią się tak do siebie iak odabcisses correspondantes Bm, Cm', etc; car on a pour deux espaces quelconques:

$$E \text{ et } E' : E^2 = 4he \text{ et } E'^2 = 4he';$$

donc $\overline{E^2} : E'^2 :: e : e'$.

Or cette propriété appartient exclusivement à la parabole (*sections coniques*).

Pour plus de simplicité, et pour faciliter les calculs et le tracé de la trajectoire, changeons les coordonnées obliques AB, Bm, et rapportons les aux axes rectangulaires AX et AY.

Nous avons Bm = BP — Pm. Faisons AP $= x$ et P$m = y$.

L'angle BAP de l'axe de la pièce avec l'horizontale AX, s'appelle *angle de projection*. Représentons la tangente de cet angle par t nous aurons:

$$e = BP - Pm = BP - y$$

$$1 : t :: AP : BP \text{ (}\textit{trigonométrie}\text{)}$$

Ou $\quad 1 : t :: x : BP$.

Donc $\quad BP = tx$ et $e = tx - y$

Par consequent $E^2 = 4h\,(tx - y)$

Or $\quad E^2 = \overline{AP^2} + \overline{BP^2} = x^2 + t^2 x^2$

Donc $\quad x^2 + t^2 x^2 = 4h\,(tx - y)$.

D'où on déduit pour l'équation de la trajectoire, en faisant passer le seconde membre dans le premier, et coordonnant par rapport à x, cięte im odpowiadaiące Bm, Cm', i t. d; gdyż mamy na dwie drogi iakiekolwiek D i D′: $D^2 = 4hd$ i $D'^2 = 4hd'$ więc $D^2 : D'^2 : : d : d'$.

A ta własność należy włącznie do paraboli (*o przecięciach ostrokręgowych*).

Dla większego uproszczenia i dla ułatwienia rachunku i wykreślenia, zamieńmy współrzędne ukośne AB, Bm i t. d, i odnieśmy ich do osi prostopadłych AX i AY.

Mamy $Bm = BP - Pm$. Uczyńmy $AP = x$ a $Pm = y$.

Kąt BAP osi działa z linią poziomą AX nazywa się *kątem rzutu*. Nazwiymy styczną tego kąta przez t, a będzie:

$$d = BP - Pm = BP - y.$$

$1 : t : : AP : BP$ (*trygonometrya*).

Albo $1 : t : : x : BP$

Więc $BP = tx$ a $d = tx - y$

Następnie $D^2 = 4h(tx - y)$

Nadto $D^2 = \overline{AP}^2 + \overline{BP}^2 = x^2 + t^2x^2$

Więc $x^2 + t^2x^2 = 4h(tx - y)$

Zkąd wyprowadzamy zrównanie linii pociskowéy, przerzuciwszy drugą stronę zrównania na pierwszą i uszykowawszy podług x,

$$(1 + t^2)\, x^2 - 4h\,tx + 4hy = o\ (b).$$

Pour tracer la trajectoire à l'aide de cette équation, connaissant l'angle de projection et la vitesse du projectile, on substitue à la place de x une suite de valeurs AP, AP′, AP″, etc, jusqu'à AQ; on en déduit la valeur des ordonnées correspondantes Pm, P′m', etc; on réunit les sommets de ces ordonnées par une ligne courbe, et on a le tracé demandé, qui est d'autant plus exact que les abscisses différent moins les unes des autres.

Des amplitudes et des hauteurs du jet.

La ligne AQ, qui unit le centre de la bouche de la pièce avec le point où le boulet tombe sur le plan horizontal qui passe par ce centre, s'appelle *amplitude* et la verticale P″m'', élevée sur le milieu de AQ, se nomme *hauteur du jet*.

Or la ligne PQ est abscisse du point Q, et pour cette abscisse $y = o$; donc en substituant cette valeur de y dans l'équation de la trajectoire, on en déduira la longueur de l'amplitude: or cette équation donne:

$$(1 + t^2)\, x^2 - 4htx = o.$$

$$(1+t^2)x^2 - 4htx + 4hy = o : (b)$$

Chcąc wykreślić linią pociskową za pomocą tego zrównania znaiąc kąt rzutu i prędkość pocisku, wkładamy zamiast x szereg wartości AP, AP′, AP″, i t. d, aż do AQ; i wyprowadzamy z nich wartości rzędnych im odpowiadaiąch Pm, P′$m′$, i t. d; połączywszy wierzchołki rzędnych linią krzywą, otrzymuiemy wykreślenie żądane, które staie się tém dokładnieysze im różnice pomiędzy odciętemi są mnieysze.

O doniosłościach i wysokościach rzutu.

Linia AQ, łącząca środek wylotu działa z punktem gdzie kula upada na płaszczyznę poziomą nazywa się *doniosłością* a prostopadła P″$m″$ wyprowadzona ze środka AQ, nazywa się *wysokością rzutu.*

Oprócz tego linia PQ iest odciętą punktu Q, a dla téy odciętéy $y = o$; więc wkładaiąc tę wartości na y w zrównanie linii pociskowéy, wyprowzdzamy z niego długość doniosłości: nadto zrównanie to daie:

$$(1+t^2)x^2 - 4htx = o$$

Par conséquent, l'amplitude a deux valeurs, dont l'une est égale à zéro et correspond à l'origine des coordonnées.

En divisant le résultat ci dessus par x on a pour l'autre valeur de l'amplitude

$$x = \frac{4ht}{1+t^2} \ (c).$$

En appellant a l'angle de projection, et en mettant dans cette expression pour t sa valeur $\frac{sin\ a}{cos.\ a}$, et en observant que

$$\sin.\ 2a = 2 \sin.\ a \cos.\ a,$$

Puisque
$\sin.\ (a+b) = \sin.\ a \cos.\ b + \sin.\ b \cos.\ a.$
(*Trigonométrie*).
On a: $x = 2h \sin.\ 2a.$

Donc l'amplitude varie avec l'angle de projection; donc elle est la plus grande possible lorsque cet angle est de 45°; car alors sin. $2a$ atteint son maximum de grandeur, puisqu'il est égal au sinus de 90°. La hauteur du jet qui correspond à cette amplitude est la plus grande hauteur du jet. En substituant la moitié de la valeur (c) de l'amplitude dans l'équation (b), on obtient pour la valeur du jet correspondante, en remarquant que $t = \frac{sin.a}{cos.a}$, Ztąd wypada, że doniosłość ma dwie wartości, z których iedna równa się zero i odpowiada początkowi współrzędnych.

Dzieląc wypadek dopiero przytoczony przez x otrzymamy na wartość doniosłości: $x = \frac{4ht}{1+t^2}$ (c).

Nazwiymy kąt rzutu przez a, i wstawmy w to wyrażenie za t iego wartość $\frac{\text{wst.}\, a}{\text{dost.}\, a}$, i uważaiąc

że wst. $2a = 2$ wst. a dost. a.

Ponieważ

wst. $(a+b) =$ wst. a dost. $b +$ wst. b dost. a. (*Trygonometrya*).

Więc będzie $x = 2h$ wst. $2a$.

A zatem doniosłość zmienia się z kątem rzutu; i iest naywiększą gdy kąt iest równy 45°; ponieważ w ten czas wst. $2a$ iest naywiększą i równa się wstawie 90°. Wysokość rzutu odpowiadaiąca téy doniosłości iest naywiększą ze wszystkich wysokości rzutów. Włożywszy połowę wartości (c) doniosłości w zrównanie (b), uważaiąc że $t = \frac{\text{wst.}\, a}{\text{dost.}\, a}$, otrzymuiemy na wartość odpowiadaiącéy wysokości rzutu

$$y = h \sin.^2 a.$$

Par conséquent, pour la même vitesse initiale, les amplitudes sont entre elles comme les sinus du double de leurs angles de projection, et les hauteurs du jet comme les carrés des sinus de ces angles; car, pour un autre angle de projection a', on a de même:

$$x' = 2h \sin. 2a'; y' = h \sin.^2 a';$$

En divisant ces valeurs de x' et de y' par celles de x et de y qu'on a obtenues plus haut, on en de déduit:

$$x : x' :: \sin 2a : \sin 2a',$$

Et $$y : y' :: \sin^2 a : \sin^2 a'.$$

Il résulte encore évidemment de la valeur de l'amplitude:

$$x = 2h \sin. 2\,a.$$

1° Que les amplitudes sont égales sous des angles de projection également eloignés de 45°.

2° Qu'avec la même vitesse initiale, une amplitude quelconque est à la plus grande, comme le sinus du double de son angle de projection est au sinus total, c'est à dire au rayon des tables ou à l'unité. Par conséquent, pour déterminer les amplitudes correspondantes a tous les angles de projection depuis zéro jusqu'à 90°, il suffit de connaître une amplitude et son angle de projection.

$$y = h \text{ wsta. } {}^2a.$$

Następnie przez wzgląd na samą prędkość początkową, doniosłości maią się tak do siebie iak wstawy podwóynych kątów rzutu, a wysokości rzutu maią się tak do siebie iak kwadraty ze wstaw tychże kątów; gdyż na inny kąt rzutu a' mamy podobnie:

$$x' = 2h \text{ wst. } 2a'; \; y' = h \text{ wst. } {}^2a'.$$

Dzieląc wartości x' i y' przez wartości x i y wyżéy otrzymane, będzie:

$$x : x' :: \text{wst. } 2a : \text{wst. } 2a';$$

A $$y : y' :: \text{wst. } {}^2a : \text{wst. } {}^2a'.$$

Ztąd widocznie wypada ieszcze z wartości na doniosłość:

$$x = 2h \text{ wst. } 2a.$$

1°. Że doniosłości pod kątami równie oddalonemi od 45° są sobie równe.

2°. Że przy iednéy prędkości początkowéy, doniosłość iakakolwiek ma się tak do naywiększéy doniosłości, iak wstawa podwoiona kąta rzutu do wstawy całéy, czyli do promienia tablic logarytmowych albo do iedności. A zatém, chcąc oznaczyć doniosłości odpowiadaiące wszystkim kątom rzutów od zera aż do 90°, dosyć iest znać iednę doniosłość i iéy kąt rzutu.

On a fait voir (page 52), que la trajectoire est une parabole donc la hauteur du jet fait partie de son grand axe, et est égale au quart de l'amplitude lorsque l'angle de projection est de 45°, puisque d'après les propriétés de cette courbe (fig: 7), la soustangente DP″ est double de l'abscisse m″P″ (*sections coniques*) et qu'alors le triangle rectangle ADP″ est isocèle et donne:

$$P''m'' = \frac{AP''}{2} = \frac{AQ}{4}.$$

Donc aussi l'angle de chute P″QD est égal à l'angle de projection DAP″ quel qu'il soit, parce que AP″ étant constamment la moitié de AQ, les deux triangles ADP″ et P″DQ sont toujours égaux.

De la vitesse initiale.

La vitesse initiale, comme on l'a vu (page 48), est celle que la force de la poudre imprime au projectile, ou l'espace que cette force lui ferait parcourir pendant une unité de temps d'un mouvement uniforme suivant l'axe de la pièce, si la pesanteur cessait d'agir.

Widzieliśmy (strona 53), że linia pociskowa iest parabolą, więc wysokość rzutu iest częścią osi wielkiéy i równa się czwartéy części doniosłości gdy kąt rzutu iest równy 45°, ponieważ podług własności téy krzywéy (fig: 7), dotyczna DP″ iest dwa razy większą od odciętéy m'' P″ (*przecięcia ostrokręgowe*), więc na ów czas tróykąt prostokątny ADP″ będąc równoramiennym, daie:

$$P''m'' = \frac{AP''}{2} = \frac{AQ}{4}.$$

A zatém także kąt upadku P″QD iest równy kątowi rzutu DAP″ w każdym razie, gdyż AP″ będąc stale połową AQ, dwa tróykąty prostokątne ADP″ i P″DQ zawsze przystaną do siebie.

O prędkości początkowéy.

Prędkość początkowa, iak widzieliśmy (strona 49), iest ta którą siła prochu nadaie pociskowi, albo droga którąby za pomocą téy siły pod czas pewnéy iednostki czasu ruchem iednostaynym wzdłuż osi działa przebieżona bydź mogła, gdyby siła ciężkości działać przestała.

Elle se déduit de la longueur de l'amplitude.

Soit l cette longueur, on aura, (*équation* (c)):

$$l = \frac{4ht}{1+t^2} \text{ et } h = \frac{(1+t^2)\,l}{4t}.$$

Or V étant la vitesse initiale pendant une seconde (page 50), on a:

$$h = \frac{V^2}{4g} \text{ d'où } \frac{(1+t^2)}{4t}\,l = \frac{V^2}{4g};$$

Donc $V = \sqrt{\dfrac{(1+t^2)\,gl}{t}}$.

De la durée du mouvement.

Le temps que le projectile emploie á parcourir sa trajectoire est le même que celui qu'il mettrait à parcourir la verticale RQ (fig: 6), en vertu de la force accélératrice de la pesanteur, puisque cette verticale est égale à la somme des espaces que lui ferait parcourir cette force pendant tous les instans de la durée du mouvemens; car

$$RQ = Rq + qq' + q'q'' + q''q''' + q'''qq'''' + q''''Q$$
$$Ab + mc + m'e + m''g + m'''k + m''''o.$$

Prędkość początkowa dochodzi się z długości doniosłości.

Uczyńmy tę długość równą l, będzie, (*zrównanie* (*c*)):

$$l = \frac{4ht}{1+t^2} \text{ a } h = \frac{(1+t^2)\,l}{4t}.$$

Nadto P będąc prędkością początkową pod czas pierwszéy sekundy (*strona* 51), więc otrzymamy:

$$h = \frac{P^2}{4g} \text{ ztąd } \frac{(1+t^2)\,l}{4t} = \frac{P^2}{4g};$$

$$\text{a zatém } P = \sqrt{\frac{(1+t^2)\,gl}{t}}.$$

O trwaniu ruchu.

Czas przez pocisk użyty na przebieżenie swéy linii pociskowéy, iest ten sam iakiegoby potrzebował pocisk na przebieżenie pionowéy QR (fig: 6), pociągany siłą spieszącą ciężkości, ponieważ ta pionowa równa się summie dróg przez niego przebieżonych za pomocą téy siły w ciągu wszystkich chwil ruchu; gdyż

$$RQ = Rq + qq' + q'q'' + q''q''' + q'''q'''' + q''''Q$$
$$= Ab + mc + m'e + m''g + m'''k + m''''o.$$

Donc en représentant par T le temps employé par le projectile pour arriver au point Q, on aura:

$$g : RQ : 1'' : T^2.$$

D'où on tire: $T = \sqrt{\frac{RQ}{g}}.$

Mais $RQ = tx = tl$;

Donc enfin $T = \sqrt{\frac{tl}{g}}.$

Des principales questions de balistique.

Dans l'équation de la trajectoire, t représente la tangente de l'angle de projection, x l'amplitude, lorsque $y = o$ et h une valeur determinée, lorsque l'on connaît la vitesse initiale.

En supposant successivement connues deux de ces trois quantites t, x et h, on a les questions suivantes:

1°. Connaissant la tangente de l'angle de projection et l'amplitude, trouver la vitesse initiale.

2°. Connaissant l'amplitude et la vitesse initiale, trouver l'angle de projection.

3°. Connaissant la vitesse initiale et l'angle de projection trouver l'amplitude.

Więc oznaczywszy przez C czas przez pocisk użyty na przebieżenie do punktu Q, będzie:

$$g : RQ :: 1'' : C^2.$$

ztąd wyciągamy że: $C = \sqrt{\frac{RQ}{g}}$

lecz $RQ = tx = tl$;

więc nakoniec $C = \sqrt{\frac{tl}{g}}$.

O głównieyszych pytaniach balistyki.

W zrównaniu linii pociskowéy, t wyraża styczną kąta rzutu, x doniosłość, gdy $y = o$ a h ma wartość oznaczoną, gdy znamy prędkość początkową.

Przypuszczaiąc następnie, że znamy dwie z tych trzech ilości t, x i h, otrzymuiemy następuiące pytania:

1°. Znaiąc styczną kąta rzutu i doniosłość, wynaleźć prędkość początkową.

2°. Znaiąc doniosłość i prędkość początkową wynaleźć kąt rzutu.

3°. Znaiąc prędkość początkową i kąt rzutu, wynaleźć doniosłość.

Ces trois questions, avec celles de la durée du mouvement, de l'angle de chute, et de la plus grande hauteur du jet, sont les principales de la balistique; elles se résolvent directement en faisant $y=o$ dans l'équation (b), en y substituant les valeurs de deux quantités connues, et en déduisant de cette équation á l'aide de ce qui précède, la valeur de la quantité que l'on cherche.

On admet ainsi que le plan de chute est horizontal, et qu'il passe par le centre de la bouche de la pièce. Dans le cas le plus général, on donnerait à y et à x les valeurs correspondantes à la position du but, et on en déduirait ensuite de la même manière les valeurs des quantités demandées.

Te trzy pytania, iako też trwałość ruchu, kąt upadku i naywiększa wysokość rzutu, są głównemi w balistyce; rozwiązuią się one wprost czyniąc $y = o$ wzrównaniu (b), włożywszy w niego wartości za dwie ilości znane, wyprowadzamy, za pomocą tego co poprzedziło, wartość na ilość szukaną.

Przypuszczamy także, że płaszczyzna upadku iest poziomą, i że przechodzi przez środek wylotu działa. W przypadkach nayogólnieyszych, dawać będziemy za y i x wartości odpowiadaiące położeniu celu, i wyprowadzimy potém takim samym sposobem wartości na ilości szukane.

N O T E.

(1). On démontre encore des trois manières suivantes la deuxième et la troisième loi du mouvement uniformément accélére, dont on déduit les rapports et les consequences ci-dessus:

1. Représentons l'espace parcouru pendant l'unité de temps, ou la vitesse, par une unité de surface, *au lieu de la représenter par une ligne;* cette unité d'espace peut être un rectangle, dont un des côtés exprimera l'unité de temps.

Soit ABCD ce rectangle (fig: 4 et 5); AC sera l'unité de temps. On représentera l'espace parcouru pendant un temps AX, par ABCD répété autant de fois que AC est contenu dans AX.

La considération d'instans trés-petits n'est que spéculative. Dans l'application on suppose un temps d'une grandeur donnée, et l'on cherche quel est l'espace parcouru pendant ce temps, qni est ordinairement une seconde pour un corps dont le mouvement est uniformément varié.

PRZYPISEK.

(1). Dowodzą ieszcze trzema następuiącemi sposobami drugie i trzecie prawo ruchu iednostaynie przyspieszonego, z których wyprowadzamy stosunki i wypadki powyższe:

1. Wystawmy sobie drogę przebieżoną w iednostce czasu, albo prędkość, przez iedność powierzchni, *zamiast wystawiania iéy sobie przez linią;* ta iedność drogi może bydź prostokątem, którego ieden bok wyrażać będzie iedność czasu.

Niech będzie ten prostokąt A B C D (fig: 4 i 5); AC będzie iednością czasu. Wyrażać będziemy drogę przebieżoną w czasie pewnym AX, przez prostokąt ABCD powtórzony tyle razy ile razy AC mieści się w AX.

Uważanie chwil niezmiernie małych iest zagłębokie. W zastósowaniu przypuszczamy czas wielkości danéy, i szukamy iaka iest droga przebieżona w tym czasie, będącym zwykle sekundą dla ciała bieżącego ruchem iednostaynie zmiennym.

Exprimons par le rectangle ABCD l'espace qu'une certaine force fait parcourir à un mobile pendant un temps T, que représente le côté AC.

Une force égale à celle qui agit d'abord, s'exerce à la fin du temps T. Ainsi, en raison de l'action de deux forces, l'espace parcouru pendant un temps $T = T'$ sera représenté par le rectangle CEFG, dont la surface est double de celle de ABCD.

Une nouvelle force toujours égale à la première, agissant à la fin du temps T', le mobile, pendant un temps $T'' = T'$, parcourra un espace représenté par le rectangle FHIK $= 3$ ABCD. Si, après un temps $= nT$, le corps cessait de recevoir de nouvelles impulsions, il se mouverait avec la vitesse qu'il aurait acquise précédemment; l'espace qu'il parcourrait pendant un temps $= nT$, serait représenté par une surface $n \times n$ ABCD. Or, la moitié de cette surface égale la somme de tous les rectangles ABCD, CEFG, etc, moins $n\frac{1}{2}$ ABCD.

A mesure que le temps diminue, les rectangles ABCD, ECGF, etc, deviennent plus petits. Enfin, lorsqu'on atteint la limite du décroissement, leur ensemble forme une

Oznaczmy przez prostokąt ABCD drogę ciała przebieżoną pewną siłą w czasie C, wyrażonym przez bok AC.

Siła działaiąca na początku równa się sile działaiącéy na końcu czasu C. Więc w stosunku działania dwóch sił w czasie $C = C'$, droga przebieżona będzie wyrażoną przez prostokąt CEFG, którego powierzchnia iest dwa razy większa od powierzchni ABCD.

Nowa siła zawsze równa pierwszéy, działa na ciało na końcu czasu C', więc to ciało w czasie $C'' = C'$, przebieży drogę wyrażoną przez prostokąt $FHIK = 3ABCD$. Gdyby, ciało po czasie $= n\,C$, nie było więcéy uderzane, poruszałoby się z prędkością poprzedniczo nabytą, droga przez niego przebieżona w czasie $n\,C$, byłaby wyżoną przez powierzchnią $n \times ABCD$. Nadto, połowa téy powierzchni równa się summie wszystkich prostokątów ABCD, CEFG i t. d, mniéy $n\frac{1}{2}$ ABCD.

W miarę zmnieyszania się czasu, prostokąty ABCD, ECFG, staią się mnieyszemi Nakoniec, gdy doydziemy granicy zmnieyszania się, ich zbiór tworzy powierzchnią surface triangulaire AIK. Cette surface égale la moitié du rectangle construit sur AI et IK. Si donc, après un certain temps T, l'action continue d'une force accélératrice constante cessait tout à coup, l'espace parcouru par le mobile pendant un temps T' égal T, serait le double de celui qu'il aurait parcouru précédemment.

Désignons par V la vitesse acquise après une seconde, ou l'espace qui, pendant une seconde, serait parcouru en vertu de cette vitesse, on obtiendrait la vitesse V', acquise pendant t secondes, en faisant cette proportion, $V : V' :: 1'' : t : t'$.

La vitesse V est double de l'espace qui a été parcouru pendant la première seconde. Soit g cet espace, on aura $V = 2g$. Donc $2g : V' :: 1 : t$. D'où $V' = 2gt$.

L'espace que le mobile animé de la vitesse V' parcourrait pendant le temps $t' = t$, serait $= V' t = 2gt \times t = 2gt^2$.

Or cet espace est double de celui qui a été parcouru pendant le temps t. Donc l'espace parcouru $e = gt^2$.

Pour un autre temps, l'on aura de même $e' = gt'^2$. Donc $e : e' :: t^2 : t'^2$.

Mais nous avons fait voir que l'on a $V : V' :: t : t'$. Donc on a aussi.:

$$e : e' :: V^2 : V'^2.$$

tróykątną AIK. Ta powierzchnia równa się połowie prostokąta wystawionego na AI i IK. Jeżeliby więc, po pewnym czasie C, działanie wywierane siłą spieszącą ustało nagle, droga przez ciało przebieżona w czasie C′ równym C, będzie dwa razy większą od drogi wprzódy przebieżonéy.

Oznaczamy przez P prędkość nabytą w pierwszéy sekundzie, albo drogę przebieżoną w pierwszéy sekundzie, na mocy téy prędkości, otrzymamy prędkość P′ nabytą w sekundach t, za pomocą proporcyi P : P′ : : 1″ : t.

Prędkość P iest dwa razy większa od drogi przebieżonéy w pierwszéy sekundzie. Niech ta droga będzie g, a otrzymamy P $=$ $2g$. Więc $2g$: P′ : : 1 : t. Ztąd P′ $= 2gt$.

Droga którąby ciało prędkością P′ poruszane przebiegło w czasie $t = t'$, byłaby równa $P' t = 2gt \times t = 2gt^2$.

Nadto ta droga iest dwa razy większa od drogi przebieżonéy w czasie t. A zatém droga przebieżona $d = gt^2$;

Na inny czas będzie podobnie $d' = gt'^2$; a zatém $d : d' : : t^2 : t'^2$.

Lecz okazaliśmy że: $P : P' : : t : t'$; więc mamy także: $d : d' : : P^2 : P'^2$.

Donc les espaces parcourus sont comme les carrés des temps et des vitesses acquises.

Le reste comme plus haut, (page 36 et 38).

Cette démonstration a l'avantage de faire voir que plus l'unité de temps diminue, plus l'espace parcouru pendant toute la durée du mouvement se rapproche de la surface triangulaire AIK; mais elle n'est point rigoureuse, parceque l'ensemble des rectangles ABCD, CEFG, etc, ne peut pas former une surface triangulaire, il faudrait pour cela que les petits triangles ABD, DEG, etc, infinis du seconde ordre, devinssent nuls, ce qui ne peut pas être, puisque alors l'espace parcouru dans le premier instant serait égal à zéro, car le rectangle ABCD est formé de deux triangles égaux. Pour que les infinis du second ordre disparussent, il faudrait que la limite du décroissement des rectangles ABCD et CEFG, etc, fût une droite ce qui est impossible, parce qu'un ensemble des droites ne peut jamais former une surface. Le rectangle dont on se sert pour représenter l'unité de l'espace parcouru a en outre l'inconvénient de ne pouvoir être employé dans la détermination de la trajectoire.

Ztąd wypada że drogi przebieżone maią się tak iak kwadraty z czasów, albo iak kwadraty z prędkości nabytych. Reszta tak iak wyżéy wywodzi się, (strona 37 i 39).

To dowodzenie ma tę korzyść iż daie poznać, że im iedność czasu mnieyszą się staie, tym więcéy droga przebieżona w czasie ruchu zbliża się do powierzchni tróykąta AIK; lecz nie iest zupełnie dokładnym, gdyż zbiór prostokątów ABCD, i CEFG, i t. d, nie może utworzyć powierzchni tróykąta: potrzebaby dla tego ażeby tróykąty ABD, DEG i t. d, nieskończone drugiego rzędu, stały się równe zero, co bydź nie może, ponieważ droga przebieżona w pierwszéy chwili byłaby równa zero, gdyż prostokąt ABCD utworzony iest z dwóch tróykątów równych. Gdyby ilości nieskończone drugiego rzędu zniknąć mogły, granica zmnieyszania się prostokątów ABCD, CEFG, i t. d, byłaby linią prostą, co bydź nie może, ponieważ pewny zbiór prostych nie może nigdy utworzyć powierzchni. Prostokąt używany do wyrażenia iedności drogi przebieżonéy ma oprócz tego inną nieprzyzwoitość iż nie może bydź użyty do oznaczenia linii pociskowéy.

2. Galilée suppose le triangle ABC (fig: 3), divisé en une infinité d'élémens paralleles à BC, et il admet, d'après la première loi, et la conséquence qui la suit que la somme de ces élémens représente l'espace parcouru *e*. Il conclut que cet éspace est la moitié de l'espace parcouru d'un mouvement uniforme, en vertu de la vitesse acquise, et que les espaces parcourus d'un mouvement uniformément accélére, sont entre eux comme les carrés des temps ou des vitesses acquises. Cette démonstration serait exacte, si les élemens d'un triangle étaient entre eux comme leurs bases, ou s'ils se réduisaient à des lignes droites; mais parce qu'ils ne peuvent avoir ni l'une ni l'autre de ces deux propriétés, elle est regardée comme n'ayant point le degré de précision nécessaire:

3. Bezout a cherché à démontrer les lois du mouvement uniformément accélére par les séries. Il appelle *g* l'espace parcouru dans le premier instant, et il pose cette équation:

$$e = g + 2g + 3g + 4g + \text{etc: } ug.$$

D'où en faisant $g = 1$, il tire:

$$e = 1 + 2 + 3 + 4 + \text{etc: } + u.$$

u est égal au nombre des termes.

Donc $$e = (1 + u)\,\frac{u}{2}.$$

2. Galileusz przypuszcza że tróykąt ABC (fig: 3) iest podzielonym na nieskończoną ilość cząstek równoległych do BC, i przywodzi podług pierwszego prawa i wniosku z niego wypływaiącego, że summa tych cząstek wyobraża drogę przebieżoną *d*. Ztąd wnosi że ta droga iest połową drogi przebieżonéy ruchem iednostaynym, na mocy prędkości nabytéy, i że drogi przebieżone ruchem iednostaynie przyspieszonym, maią się tak do siebie iak kwadraty z czasów albo iak kwadraty z prędkości nabytych. To dowodzenie byłoby dokładném, gdyby cząstki tróykąta miały się tak do siebie iak ich podstawy, albo gdyby się mogły sprowadzić na linie proste; lecz ponieważ nie mogą mieć ani iednéy ani drugiéy z tych własności, dla tego uważaném iest za niedokładne.

3. Bezout szukał dowodzeń na prawa ruchu iednostaynie przyspieszonego za pomocą szeregów, nazywa przez *g* drogę przebieżoną w pierwszéy chwili, i zakłada to zrównanie:

$$d = g + 2g + 3g + 4g + \text{ i t. d: } ug.$$

Zkąd uczyniwszy $g = 1$, wywodzi:

$$d = 1 + 2 + 3 + 4 + \text{ i t. d: } + u$$

u iest równe liczbie wyrazów.

Więc $\qquad d = (1 + u)\dfrac{u}{2}.$

Quand $\imath$ est infiniment petit, u est infiniment grand; $\imath$ s'évanouit ou peut être négligé, et on a:

$$e = \frac{u'^2}{2}$$

Et par suite, $e : e' :: u^2 : u'^2$.

Or, quel que soit le nombre u, jamais l'unité, ne disparaît. Cette démonstration est donc encore inexacte.

MM. *Allaise*, *Billy*, *Puissant*, et *Boudrot* l'on renouvelée en d'autres termes dans leurs cours de mathematiques à l'usage des élèves de l'École-Militaire, mais sans lui donner plus d'exactitude. Celle qu'on a exposée page 20, 22, 24, 26, 28, 30 et 32, et qu'on a trouvée en suivant la route tracée par Galilée, parait la plus simple et la plus précise. Elle compléte d'ailleurs la partie élémentaire du mouvement des corps graves, qui, depuis cet illustre géomètre jusqu'à nos jours, n'avait fait aucun pas vers sa perfection, puisqu'elle ne permet point qu'on se serve des mathematiques transcedantes pour faire voir la verité de ses propositions.

FIN.

Gdy 1 iest nieskończenie mała, u iest nieskończenie wielkie; 1 znika, albo może bydź opuszczoną, i mamy:

$$d = \frac{u^2}{2}$$

A zatém następnie $d : d' : : u^2 : u'^2$.

Lecz iakakolwiek będzie liczba u, nigdy iedność zniknąć może. Więc dowodzenie to iest ieszcze niedokładném.

PP. *Allaise*, *Billy*, *Puissant* i *Boudrot* odnowili go w innych wyrazach w kursie matematyki wydanéy dla użytku szkoły woyskowéy, nie nadawszy mu większéy dokładności. Twierdzenie wyłożone na stronie 21, 23, 25, 27, 29 i 31, a wynalezione podług drogi wskazanéy przez Galileusza, zdaie się nayprostszém i naydokładnieyszém. To twierdzenie uzupełnia gdzieindziéy część początkową o ruchu ciał ciężkich, która od czasu tego sławnego geometry aż do naszych czasów, nie postąpiła kroku ku swemu wydoskonaleniu, ponieważ nie pozwala użycia matematyki przestępnéy do wykazania prawdy swych twierdzeń.

KONIEC.

Fig. 1.

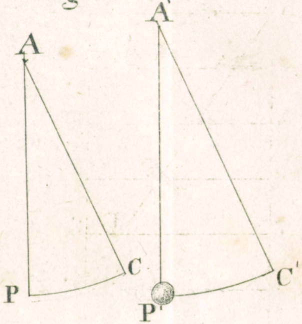


Fig. 2.

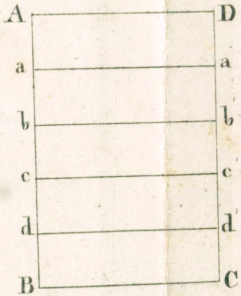


Fig. 3.

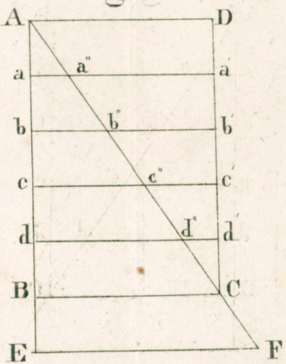


Fig. 4.

Fig. 5.

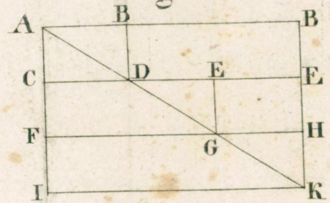


Fig. 6.

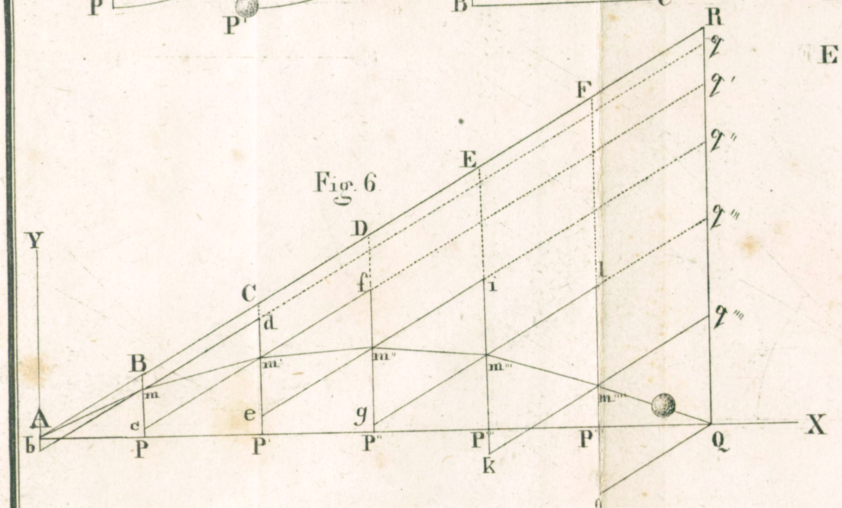
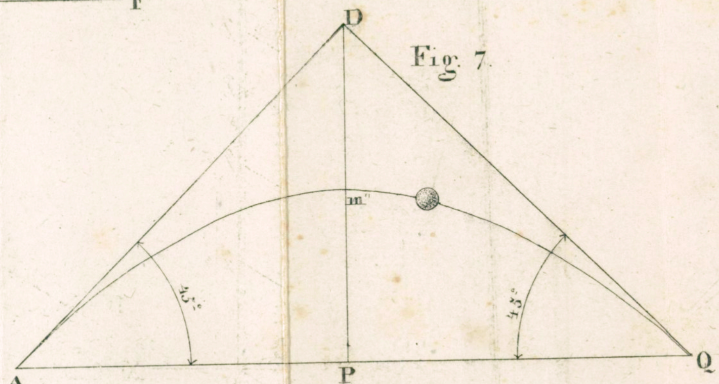


Fig. 7.



w Biurze Dyrekcyi Artyll: Podpor: Isayski J. 1825