Kat

5

Zählen und Zahl.

Eine kulturgeschichtliche Studie

von

Dr. Hermann Schubert,
Professor an der Gelehrtenschule des Johanneums in Hamburg.

Hamburg.
Verlag von J. F. Richter.
1887.

227

Für die Redaktion verantwortlich: Dr. Fr. v. Holtzendorff in München.

Einleitendes.

Da der Mensch zählen und rechnen im Kindesalter, also in einem Alter lernt, wo er mehr mit dem Gedächtniß, als mit dem Verstande auffaßt, so nehmen wenige von den hundert Millionen Menschen, die tagtäglich mit Zahlen operiren, je Veranlassung, darüber nachzudenken oder nachzufragen, welche Entwickelungsstadien unserer heutigen Zahlwortbildung und unserer heutigen Zahlbezeichnung vorangegangen sind. Die Methode, nach welcher wir heute Zahlen bezeichnen und verknüpfen, ist viel vernünftiger und bequemer, als die Art und Weise, wie unsere Vorfahren zählten und rechneten, und wie noch heute die Wilden in Afrika, Amerika und Australien zählen und rechnen. Auch die alten Griechen, die doch in so vielen anderen Dingen die geistigen Leiter der Menschheit waren, besaßen unsere Ziffer-schrift und die damit zusammenhängenden bequemen Rechen-Methoden noch nicht. Sie brauchten deshalb zu einem Rechen-Exempel, das wir in fünf Minuten erledigen, vielleicht fünfzig Minuten. Das Ziffersystem, das wir in unserer Kindheit als etwas Selbstverständliches in uns aufnehmen, ist nichts Selbstverständliches, sondern die höchste Sprosse eines kulturgeschichtlichen Prozesses, der seinen Anfang nahm, als der Mensch zum Menschen wurde, als er nämlich anfing, zu sprechen und zu schreiben. Um zunächst festzustellen, was bei der Thätigkeit des Zählens wesentlich und was unwesentlich ist, wollen wir drei den Berichten von Forschungsreisenden entnommene Beobachtungen prüfen.

Als ein Indianer vom Stamm der Abipones, die am Paraguay wohnen, von einem Reisenden gefragt wurde, wieviel Pferde er habe, antwortete er: „Stelle sie in eine Reihe den Saum des Waldes entlang, dann wird es kaum einen Baum geben, bei dem nicht ein Pferd steht.“ Da der Indianer durch diese Antwort nur die Vorstellung der ungefähren Anzahl erweckte, so wird man hier schwerlich sagen können, daß der Indianer wirklich die Anzahl seiner Pferde bezeichnet habe.

Das zweite Beispiel liefern die Koossas, ein südafrikanischer Negerstamm. Von einem diesem Stamme angehörigen, reichen Heerdenbesitzer erzählt Lichtenstein, daß derselbe Abends seine Heerde von etwa 400 Thieren im Gänsemarsch bei sich vorüberziehen ließ und dann genau wußte, ob alle 400 Thiere in die Ställe zurückgekehrt waren, daß aber dieser sorgsame Landwirth nicht imstande war, für diese Anzahl ein Wort zu nennen oder gar ein Zeichen hinzuschreiben. Auch hier wird man nicht sagen können, daß der Neger seine Thiere im eigentlichen Sinne des Wortes zählen kann. Zwar weiß er nicht ungefähr, sondern ganz genau, ob alle Thiere da sind. Aber es fehlt hier das zweite wesentliche Moment des Zählens, nämlich die Abstraktionsfähigkeit, die Kunst, von der Natur der gezählten Dinge absehen zu können. Ebensowenig darf man sagen, daß eine Ente zählen kann, weil sie ihre Jungen alle persönlich kennt und deshalb zu bemerken vermag, wenn eins fehlt.

Beide Merkmale des Zählens aber, die Genauigkeit und das Absehen von der besonderen Natur der gezählten Dinge, finden wir vereinigt, wenn wir von wilden Völkerschaften lesen, die sich die Anzahl der etwa in ihr Gebiet eingedrungenen Feinde dadurch mittheilen, daß sie an einem ihnen allen bekannten Orte genau so viele Steinchen oder Muscheln postiren, wie

Feinde eingedrungen sind. Hier sehen wir die Mittheilung der genauen Anzahl mit der Einsicht vereinigt, daß bei der Zahlmittheilung die gezählten Dinge auch durch ebenso viele andere Dinge ersetzt werden können. Wir werden demnach sagen, daß jene Feinde gezählt werden, da es doch beim Zählen darauf nicht ankommen kann, ob der Zählende den einzelnen Dingen seine Finger oder Kreidestriche oder Steinchen oder Muscheln zuordnet. Dinge zählen heißt demnach, ihnen einzeln andere Dinge genau zuordnen. Zur größeren Verdeutlichung dieser Definition fügen wir noch ein zweites Beispiel hinzu. Vor einem Klassenzimmer mögen Haken angebracht sein, an denen die Schüler ihre Mützen aufzuhängen haben, und zwar sei für jeden Schüler ein Haken vorhanden. Wenn nun ein Lehrer dieses weiß, und, ehe er in die Klasse geht, mit einem Blick erkennt, daß an jedem Haken eine Mütze hängt, so hat er nach der obigen Definition die Schüler gezählt, weil er dieselben im Geiste einzeln den Haken zugeordnet hat. Auch wenn er die Anzahl der Schüler nicht durch ein Zahlwort zu bezeichnen vermag, so wird man doch rein psychologisch sein Urtheilen ein Zählen nennen können. Freilich ist solch' ein Zählen ohne Zahlwörter und ohne Zahlzeichen noch ein sehr uncivilisirtes. Daß es aber das Kindheitsstadium des Zählens ist, und daß auch unsere Vorfahren einst so gezählt haben werden, das lehrt uns einerseits die Beobachtung unkultivirter Völker, andererseits die Beobachtung unserer Kinder, wenn sie zählen und rechnen lernen.

Am nächsten liegt es dem Menschen, den zu zählenden Gegenständen einzelne Dinge zuzuordnen, die er immer bei sich hat und in nicht zu geringer Anzahl besitzt, und das sind seine zehn Finger, und beim ungestiefelten Menschen auch seine zehn Zehen. Bei manchen Völkern waren und sind die Finger ganz unentbehrliche Hilfsmittel beim Zählen. So erzählt Bastian in seinem Buche über die deutsche Expedition an der Loangoküste von den Mossutos, daß dieselben nie anders als vermittelst der Finger zählen, und daß, wenn ein Mossuto über zehn zu zählen hat, er keinen andern Rath weiß, als einen Hilfsmann zu holen, der durch Aufheben der Finger die Zehner anzudeuten hat; bei Zahlen über Hundert wird sogar noch ein dritter Mann für die Hunderter angestellt. Auch die Zulukaffern zählen noch jetzt nur mit den Fingern, und jedesmal, wenn zehn voll ist, klatschen sie einmal laut mit den Händen. Auf diesem Kulturzustand ist die Menschheit jedoch glücklicher Weise nicht überall stehen geblieben. Als man zu sprechen anfing, wird man bald dazu gekommen sein, statt je einen Finger hochzuheben, für jedes zu zählende Ding einen und denselben Laut auszustoßen. Zahlwörter, die auf solche Weise entstehen, und die man „natürliche Zahlwörter“ nennen könnte, lassen sich freilich kaum noch bei einem lebenden Volke nachweisen. Nur für die Zahl zwei findet sich öfter die Reduplikation des Zahlworts für eins, z. B. auf Java. Dennoch schallen uns noch heute täglich solche natürlichen Zahlwörter in unsere Ohren; die Sprecher derselben sind aber leblose Objekte, nämlich die Schlagwerke der Uhren. Wenn man in ähnlicher Weise das Ersetzen der zu zählenden Dinge durch Steinchen, durch die Finger oder durch die Wiederholung eines und desselben Lautes auch in der Schrift nachahmen will, so liegt es am nächsten, statt jedes Dinges ein einfaches Zeichen, einen Punkt oder einen Strich, zu machen. Auf solche Weise entstehen die natürlichen Zahlzeichen. Wir gebrauchen dieselben noch jetzt bei den Dominosteinen, bei den Würfeln und bei den Spielkarten. Auch muß man sagen, daß der Speicheraufseher, welcher für jeden von den emporgewundenen Säcken einen Kreidestrich an die Wand malt, natürliche Zahlzeichen schreibt.

Besprechen wir nun die Entwicklungsstadien, welche die Zahlwortbildung und die Zahlzeichenbildung naturgemäß durchlaufen mußten, damit aus jener rohesten Sprech- und Schreibweise der Zahlen schließlich diejenige Sprech-, Schreib- und Rechenweise entstand, die jeder in seiner Kindheit gelernt hat, und die deshalb meist als selbstverständlich angesehen wird. Vor den Zahlzeichen besprechen wir die Zahlwörter, da die Sprache vor der Schrift entstand.

Prinzipien der Bildung der Zahlwörter.

Wenn der Mensch Zahlen kürzer ausdrücken wollte, als es z. B. die Schlagwerke der Uhren thun, so lag es nahe, die Zahlen gerade so zu benennen, wie Dinge, die jedem geläufig waren, und in jedem die Vorstellung einer gewissen Zahl erweckten, also z. B. die Zahl zwei durch „Flügel" auszudrücken. Beispiele von solchen Zahlwortbildungen finden sich in den Sprachen wilder Völker in großer Menge. In vielen Sprachen, einerseits der Malayen, andererseits der nordamerikanischen Indianer, ist „fünf" und „Hand" dasselbe Wort, und wird die Zahl „zehn" durch „beide Hände" ausgedrückt. Bei den Cora-Indianern heißt elf: Fuß-eins, zwölf: Fuß-zwei u. s. w., endlich zwanzig: ganzer Mensch. Die Grönländer zeigen, wie Cranz erzählt, ihre Finger und Zehen beim Aussprechen der Zahlwörter, indem sie jedem Finger und jeder Zehe eine bestimmte Zahl zuweisen; Zahlen, die höher als zwanzig sind, bezeichnen sie als unzählig, nur für hundert sagen sie noch: fünf Menschen. Aehnliches erzählt Bastian von Völkern an der Westküste von Süd-Afrika. Hierher gehört ferner, daß die schon erwähnten Abipone-Indianer die Zahl drei durch Straußfuß bezeichnen, da der südamerikanische Strauß drei Zehen hat. Auch die persische Sprache liefert ein Beispiel. Im Persischen heißt fünf: pendscha, ein Wort, das zugleich „Faust" bedeutet und mit den Wörtern πέντε, quinque, cinq, fünf stammverwandt ist. Diese unterste Stufe der Zahlwortbildung erkennt man ferner in den symbolischen Zahlwörtern der Inder, wie sie z. B. in den Lehrgedichten des um 500 n. Chr. lebenden Mathematikers Bramagupta vorkommen. Hier heißt z. B. abdhi sowohl Ozean als vier, weil man annahm, daß es vier Ozeane gäbe, sûrya sowohl Sonne als zwölf, weil der Sonne zwölf Wohnungen zugeschrieben wurden, açvin sowohl Söhne des Sûrya wie zwei, weil Sûrya zwei Söhne hatte. Hiernach bedeutete nun die Wortverbindung abdhisûryaçvinas die Zahl 2124, nämlich 4 Einer, 12 Zehner und 2 Tausender, so daß also bei jedem Bestandtheile eines Zahlworts ein passender Stellenwerth zu ergänzen war. Da für jede der kleineren Zahlen viele Worte zur Verfügung standen, so konnte eine und dieselbe Zahl auf die mannigfaltigste Weise bezeichnet werden, was den Versdichtern eine große Erleichterung schaffen mußte.

Nur zum Theil hierher gehört es, daß in manchen Sprachen größere Zahlen, wie 100, 1000 mit den Wörtern für Haufe, Berg, Sand u. s. w. übereinstimmen; nur zum Theil, weil diese Begriffe nicht nothwendig die Vorstellung einer bestimmten Zahl erwecken. Dies beweist u. a. das Wort für Lotus, das im Aegyptischen außerdem auch 1000, im Sanskrit aber zugleich 10000 Millionen bedeutet. Dagegen wird die Vorstellung einer bestimmten Zahl, wenn auch in humoristischer Weise, erweckt, wenn im Französischen die Zahl 89 durch „révolution“, die Zahl 31 durch „jour sans pain“ umschrieben wird, oder wenn deutsche Kegeljungen den Keglern für 1 Stiel oder Pfeifenstiel, für 3 Schemel, für 4 Carré zurufen.

Die besprochene tiefe Stufe des Prozesses der Zahlwortbildung mußte bei fortschreitender Kultur bald überwunden werden. Theils um Verwechselungen zu vermeiden, theils in der mehr oder minder bewußten Erkenntniß, daß es ja eine ungerechte Bevorzugung sei, bei dem Namen einer Zahl nur an eine besondere Art von Dingen zu erinnern, wird man es früh aufgegeben haben, Zahlen ebenso zu benennen wie Dinge. In grauer Vorzeit schon werden die Sprachen der jetzigen Kulturvölker an den Zahlwortnamen lautliche Verschiebungen vorgenommen haben, damit sie nicht mehr ebenso klängen wie die Dinge, nach denen man die Zahlen anfänglich genannt hatte. Daß aber ursprünglich alle Zahlwörter Namen für Dinge waren, nehmen die Etymologen übereinstimmend an. Was die indogermanischen Sprachen anbetrifft, so kann man bei ihnen zwar die Dingnamen nicht mehr herauskennen, trotzdem aber herrscht in ihnen eine überraschende Aehnlichkeit der Zahlnamen, wie z. B. eins und unus, drei und tres, sechs und sex beweisen. Man erkennt aus dieser Thatsache, daß die indogermanischen Völker derartige Zahlwörter schon besaßen, ehe sie sich voneinander trennten. Bemerkenswerth ist hierbei, daß die Zahlwörter für tausend und noch höhere Zahlen in den indogermanischen Sprachen nicht mehr so gut übereinstimmen, wie die für niedere Zahlen. Man denke an das deutsche „tausend", das lateinische „mille" und das griechische „χίλιοι". Diese Erscheinung erklärt man damit, daß Wörter für so hohe Zahlen erst nach der Trennung jener Völkerfamilie entstanden sind, weil vorher ihre Kulturstufe noch nicht so hoch war, daß sie große Zahlen zu benennen Veranlassung hatten. Immerhin bleiben aber die Zahlwörter in der Hand der Etymologen ein gutes Mittel, um Sprachverwandtschaften zu entdecken. So hält man die Kaffern in Südafrika und die Anwohner des Kongo hauptsächlich deshalb für verwandt, weil ihre Zahlwörter sehr ähnlich klingen.

Dem nun folgenden Stadium der Zahlwortbildung liegt folgende Ueberlegung zu Grunde. Wollten die Menschen für jede neue Zahl auch einen neuen Namen haben, so mußten sie soviel Namen haben, wie sie Zahlen nöthig hatten. Dieser Gedächtnißüberbürdung konnte am einfachsten dadurch begegnet werden, daß man bei einer gewissen Zahl einen Ruhepunkt machte und die nächst folgenden Zahlen durch Zusammensetzung bildete. Nicht in allen, aber in den meisten Sprachen ist zehn der erste Ruhepunkt, hundert der zweite, tausend der dritte. Natürlich könnte man als erste Ruhepunktszahl statt der Zahl zehn auch jede andere Zahl, z. B. zwölf, nehmen. Man würde dann statt dreizehn: zwölf und eins oder ein-zwölf, statt vierzehn: zwölf und zwei oder zwei-zwölf u. s. w. sagen müssen. Für die Thatsache, daß in den meisten Sprachen gerade die Zahl zehn als erste Ruhepunktszahl, oder, wie man sagt, als Zahlwort-Basis erscheint, giebt es gar keinen andern Grund als den, daß wir Menschen nun einmal mit zehn Fingern geboren werden. Wären die Zahlwörter nicht von den Menschen im Kindheitszustande ihrer Kultur, sondern von Gelehrten am Schreibtisch gebildet, so würde sicher nicht die Zahl zehn, sondern die Zahl zwölf als Basis gewählt sein, und zwar deshalb, weil in zehn nur zwei andere Zahlen, zwei und fünf, aufgehen, in zwölf dagegen vier andere Zahlen, nähmlich zwei, drei, vier und sechs enthalten sind; was zur Folge hat, daß, wenn die Basis zwölf wäre, bei den Zahlen 2, 3, 4, 6, 12, also bei fünf Zahlen hinsichtlich des Multiplizirens und Dividirens dieselben Rechenvortheile auftreten würden, die wir in dem üblichen Zahlsystem nur bei drei Zahlen, nämlich 2, 5 und 10, empfinden können. Freilich würde dann auch das auswendig zu lernende kleine Einmaleins nicht bis „zehn mal zehn", sondern bis „zwölf mal zwölf" gehen müssen. Der große Vortheil, den die Zahl zwölf durch ihre vielen Theiler darbietet, hat es auch mit sich gebracht, daß die Menschen zu allen Zeiten ihre Längen-, Gewichts- und Münz-Maße gern in zwölf gleiche Theile getheilt haben. Auch unser früheres Längenmaß, der Fuß, wurde in zwölf Zoll getheilt, was die Bequemlichkeit nach sich zog, daß dadurch die Hälfte, das Drittel, das Viertel und das Sechstel eines Fußes immer eine ganze Zahl von Zollen ergab. Früher, als der Groschen noch zwölf Pfennig hatte, konnte man auch, wenn man zur Frankirung eines Briefes keine Groschenmarke mehr hatte, sich mit drei Vierpfennigmarken helfen. Jetzt aber empfindet man den Uebelstand, daß die Zahl zehn zu wenig Theiler hat, wenn man einen zehn Pfennige kostenden Brief nur mit Dreipfennigmarken frankiren will. Den Kampf gegen die Eintheilung der Maße in zwölf gleiche Theile zu Gunsten einer Eintheilung in zehn gleiche Theile eröffneten die Franzosen, als sie im Jahre 1799 die dezimale Eintheilung aller Maße gesetzlich einführten. Diesem Beispiele folgten in unserm Jahrhundert viele andere Länder, namentlich auch Deutschland. Man sagte sich mit Recht, daß das Rechnen bedeutend vereinfacht wird, wenn die Maßeintheilung mit der Zahlbasis in genauem Einklang steht. Diesen Einklang hervorzurufen, gab es nun zwei Möglichkeiten. Entweder hatte man unser Zahlsystem und unser ganzes Rechnen unverändert zu lassen und dafür die Maße in zehn statt in zwölf Theile einzutheilen. Oder man hatte umgekehrt die praktische Eintheilung der Maße in zwölf Theile unverändert zu lassen, und dafür unser Zahlsystem und unsere Rechenmethoden nach der Grundzahl zwölf umzuändern. Wäre das letztere ausführbar gewesen, so würde sich unser ganzes Rechnen bedeutend vereinfacht haben, und die Menschheit hätte so durch die überall ermöglichte Zeitersparniß beim Rechnen einen Kulturfortschritt von unberechenbarer Größe gemacht. Aber ein solcher Fortschritt scheiterte an der Unmöglichkeit des Ueberganges. War es schon für einen Durchschnittsmenschen schwer, sich an eine neue Maßeintheilung zu gewöhnen, so war es geradezu unmöglich, von ihm zu verlangen, daß er sich daran gewöhnen sollte, sich z. B. unter der Zahl eins-drei, die er früher dreizehn nannte, nunmehr einen Zwölfer und drei Einer, also dieselbe Zahl vorzustellen, die er früher fünfzehn nannte. Hiernach wird man es im Interesse aller derer, die viel mit Zahlen zu thun haben, bedauern müssen, daß die Natur dem Menschen nur zehn und nicht zwölf Finger verliehen hat. Hätten unsere Vorfahren zwölf Finger gehabt, so würden sie sicherlich zwölf als Zahlwortbasis gewählt haben, es wäre das Zahlsystem mit der natürlichsten Maßeintheilung immer im Einklang gewesen, und die rechnende Menschheit würde viel Zeit gespart haben und noch sparen. Jetzt aber ist eine Aenderung der Zahlwortbasis nicht mehr ausführbar, und wir müssen die Folgen des Naturfehlers hinsichtlich unserer Fingerzahl tragen.

Was das Prinzip anbetrifft, nach welchem die verschiedenen Sprachen die auf die Grundzahl folgenden Zahlen durch Zusammensetzung bilden, so ist zunächst zu bemerken, daß meist die Basis vor und die Namen der kleineren Zahlen nachgesetzt werden. So sagen die Franzosen z. B. dix-neuf, d. h. wörtlich zehn-neun. Doch hat die deutsche Sprache ebenso wie die arabische die Eigenthümlichkeit, die Grundzahl nachzusetzen. Wir sagen neun-zehn und nicht zehn-neun. Wollte man nun weiter nach der ersten Ruhepunktszahl keine neuen Zahlwörter bilden, so würde man bald zu unbequem langen Zahlwörtern gelangen. So müßte z. B. statt vierzig: zehn-zehn-zehn-zehn gesagt werden. Deshalb haben die meisten Sprachen auch die Multiplikation bei der Zahlwortbildung mitbenutzt. Auch wir sagen statt zehn-zehn: zwanzig und deuten dadurch zwei mal zehn an. Dann kommt dreißig, vierzig u. s. w. Es wäre nun denkbar, daß diese Wortbildung so fortgesetzt würde, also zehnzig, elfzig, zwölfzig, dreizehnzig gesagt würde. Eine derartige Methode, die Zahlwortnamen fortzusetzen, findet sich jedoch nirgends, es müßte denn sein, daß man das altfriesische tolftich, d. h. zwölfzig, für 120 als vereinzeltes Beispiel hierherrechnen wollte. Sehr bald würden die so gebildeten Zahlwörter zu schwerfällig und unbequem. Z. B. müßte man nach diesem Prinzip die Zahl 1887 etwa so sprechen: zehnzigzigachtzigzigsiebenundachtzig oder: achtzehnzigzigundachtzigundsieben. Der Bequemlichkeit wegen, hat man daher immer für zehnzig einen neuen Zahlwortstamm gebildet. Wir sagen: „hundert" und kommen nun durch additive und multiplikative Zusammensetzung weiter bis 999, bilden dann wieder ein Zahlwort aus einem neuen Stamm, nämlich: „tausend" und gelangen bis 9999. Wenn wir nun konsequent wären, so müßten wir auch für zehntausend ein besonderes, nicht aus zehn und tausend zusammengesetztes Zahlwort bilden, und so auch weiter bei jeder neuen Multiplikation mit zehn verfahren. Derartig konsequent verfuhren aber nur die alten Inder, die überhaupt hinsichtlich des Zählens und Rechnens die Lehrmeister der ganzen civilisirten Welt geworden sind. Im Sanskrit wird jede neue Stufenzahl, wie 10, 100, 1000, 10000, 100000 u. s. f. auch mit einem neu gebildeten, nicht-zusammengesetzten Zahlwortstamm bezeichnet. So heißt z. B. die Zahl 12345678934 im Indischen: 1 kharva, 2 padma, 3 vyarbuda, 4 kôti, 5 prayuta, 6 laksha, 7 ayuta, 8 sahasra, 9 çata, 3 daçan, 4. Schon das Mahâbhârata, das alte Nationalepos der Inder, das viele Jahrhunderte vor unserer Zeitrechnung entstanden ist, enthält besondere Stammwörter für alle Stufenzahlen bis hunderttausend Billionen (vgl. Weber, Zeitschr. d. deutsch. morgenl. Gesellsch. XV. 1861, S. 132). Später hat der zu maßlosen, phantastischen Uebertreibungen geneigte und in leerem Formalismus sich gefallende Sinn der Inder noch viel Größeres geleistet. In der Erkenntniß, das ja doch die Zahlen nie aufhören, schrieb man ganze Bücher darüber, wie man durch Kombination verschiedener Silben zur Bildung von Namen für immer höhere Stufenzahlen gelangen könne. So kam man, wie Schiefner im Petersburger Bulletin de l'Acad. des sc. (1863, Bd. V., S. 299) angiebt, bis zu einer Stufenzahl, die so groß ist, daß sie in unserer Zifferschrift mit einer eins und zehntausend Sextillionen angehängter Nullen geschrieben werden müßte, also selbst bei Anwendung der kleinsten Druckschrift millionenmal so lang würde, als die Entfernung der Erde bis zu einem Sterne, dessen Licht tausend Billionen Jahre brauchte, um zu uns zu gelangen, wobei in Rechnung gezogen ist, daß das Licht in der Sekunde vierzigtausend Meilen zurücklegt. Derartige uns unbegreifliche Spielereien mit Zahlwörtern trieb man in Indien namentlich in den Jahrhunderten, wo dort vorübergehend der Buddhismus herrschte. Ja Buddha selbst soll die Namen für die Stufenzahlen, die zu seiner Zeit blos bis hunderttausend Billionen vorhanden waren, bis zu der Zahl fortgesetzt haben, die aus einer 1 und 54 Nullen besteht, also einer Zahl, die für uns schon nicht mehr aussprechbar ist. „Und dies ist," fügt Buddha hinzu, „nur eine Zählung; über dieser giebt es noch eine, über dieser abermals eine und über dieser noch fünf oder sechs andere." Bereits die älteste Literatur der Brahmanen, die Vedas, enthalten viele Beispiele, welche die Liebe der Inder zu übertrieben großen Zahlen verrathen. Da ist die Rede von einem König, der seinen Reichthum zu hunderttausend Billionen Edelsteinen angiebt, von einem Affenfürsten, der seinen Feinden 10000 Sextillionen Affen im Kampfe gegenüberstellen kann. Und in buddhistischer Zeit liest man von 24000 Billionen Gottheiten und von 600000 Millionen Söhnen Buddha's. Einen ähnlichen Trieb, das Erhabene unter dem Bilde großer Zahlen zur Anschauung bringen zu wollen, finden wir bei keinem andern Volke. Der Araber Al-Biruni, der im Anfang des elften Jahrhunderts Indien besuchte, führt die Namen der Stufenzahlen bis hunderttausend Billionen auf, sagt aber dann, daß die Hinzufügung höherer Ordnungen durchaus pedantisch sei. Auch die Griechen waren zu sehr Freunde des Natürlichen und Wahren, als daß sie derartige Uebertreibungen lieben konnten.

Homer läßt im fünften Buche der Iliade den verwundeten Ares wie 9- oder 10000 Männer schreien. Ein Inder würde einen Kriegsgott, der nur wie 10000 Männer schreien kann, für lungenkrank gehalten haben. Freilich hat Archimedes in seiner berühmten Sandrechnung (*Ψαμμίτης*) es unternommen, zu berechnen, wieviel Sandkörner in der Welt Platz hätten, wenn man annimmt, daß die Welt so und soviel mal so groß als die Erde sei; und die Zahlen, zu denen er gelangt, sind so groß, daß er, weil ihm passende Zahlwort-Bildungen nicht zu Gebote standen, zu langathmigen Umschreibungen seine Zuflucht nehmen mußte. Doch hat Archimedes seine Sandrechnung nicht unternommen, um, wie die Inder, in großen Zahlen zu schwelgen, sondern vielmehr, um dem Laien zu zeigen, einerseits, daß es inkorrekt sei, von „unzählig" vielen Sandkörnern zu sprechen, andererseits, daß das Zahlengebiet ein unbeschränktes sei, wenn auch die Sprache nur eine beschränkte Menge von Zahlen auszudrücken vermag. Auch die modernen Kulturvölker theilen den Geschmack der Inder für große Zahlen nicht; sie betrachten solche Zahlen oder die Aufgaben, aus denen sie resultiren, mehr als Kuriosa, so z. B. die Aufgabe über die Belohnung, die sich der Erfinder des Schachspiels erbeten haben soll. Diese Geschichte, die in Indien, der Heimath des Schachspiels ebensowohl wie der großen Zahlen, entstanden ist, lautet bekanntlich folgendermaßen: „Ein König in Indien, Namens Shehram, verlangte von dem Erfinder des Schachspiels, Sessa Ebn Daher, daß er sich selbst eine Belohnung wählen sollte. Letzterer erbat sich hierauf die Summe der Weizenkörner, die herauskäme, wenn 1 für das erste Feld des Schachbretts, 2 für das zweite, 4 für das dritte, 8 für das vierte und so immer für jedes der 64 Felder doppelt soviel Körner als für das vorhergehende, gerechnet würde. Als man die Anzahl berechnete, fand man die ungeheure Summe von über 18 Trillionen Weizenkörner." Der König hätte sein Versprechen nicht halten können, selbst wenn er die ganze Erde besessen und überall dauernd Weizen gepflanzt und geerntet hätte. Denn wenn man alles feste Land der Erde gleichförmig dicht mit Weizenkörnern bestreuen wollte, so würde man dieselben über neun Millimeter hoch schichten müssen, um für jene Summe Platz zu haben. Ein Pendant zu dieser Aufgabe bildet die von uns Modernen ebenfalls unter die Kuriosa gerechnete Aufgabe, wie groß das Kapital sei, zu welchem ein zur Zeit von Christi Geburt auf Zinseszins gelegter Pfennig jetzt angewachsen wäre. Dieses Kapital beträgt, wenn man 1875 Jahre und 4 Prozent rechnet, über 865 986 Quadrillionen Mark, so daß, wenn unsere Erdkugel nur aus Gold vom Gehalte der Zwanzigmarkstücke bestände, 37 317 solcher goldener Erdkugeln erforderlich wären, um den Werth jener Geldsumme zu liefern.

Wie zwecklos und hohl uns aber auch die indischen Phantastereien über noch viel größere Zahlen, als die eben erwähnten, erscheinen, immerhin ist doch richtig und klar der den Uebertreibungen zu Grunde liegende Gedanke, daß man eigentlich für jede neue Stufenzahl auch ein neues Wort schaffen müsse. Keine Sprache außer der indischen hat es versucht, diesen Gedanken auszuführen. Die Griechen hatten zwar noch für unser zehntausend ein neues Stammwort *μύριοι*, woraus wir das Wort Myriade zur Bezeichnung einer Gruppe von zehntausend gebildet haben. Aber schon bei hunderttausend mußten auch die Griechen zu Umschreibungen ihre Zuflucht nehmen; und auch *μύριοι* kommt bei Homer noch nicht vor, sondern wird von ihm noch durch *δέκα χίλιοι* umschrieben. Die Römer hatten über tausend hinaus auch in der späteren Zeit kein besonderes Stammwort, sie sagten z. B. für millionen: decies centena milia, d. h. zehnmalhunderttausend. Auch unsere Wörter Million, Billion u. s. w. sind erst spät entstanden. So kommt das Wort

Million, das im Italienischen ursprünglich zehn Tonnen Goldes bedeutet zu haben scheint, zuerst 1494 in der italienischen Arithmetik von Pacioli vor. Die Wörter Billion und Trillion sind erst im Anfang des 17. Jahrhunderts erfunden und dann im vorigen Jahrhundert, zunächst bei Mathematikern und Astronomen, gebräuchlich geworden. Und was das Wort Milliarde für tausend Millionen anbetrifft, so soll dasselbe nach Hankel nicht früher als etwa 1830 vorkommen und zwar zuerst in der französischen Finanzsprache. Der Grund, warum diese Zahlwörter erst so spät entstanden sind, ist in nichts anderem zu suchen, als darin, daß das Bedürfniß, so große Zahlen zu benennen, früher nicht vorhanden war. Noch jetzt ist dem Durchschnittsmenschen unseres Kulturlebens der Begriff von millionen und billionen durchaus nicht geläufig. Einerseits staunt er über die Größe der Zahl, wenn er hört, daß ein Monat schon mehr als zwei und eine halbe Million Sekunden enthält. Andererseits staunt er aber auch, wenn er hört, daß das Menschengeschlecht noch keine Billion Sekunden alt ist, wenn man das Alter desselben zu 30000 Jahren rechnet. Er bedenkt nicht, daß eine Billion millionenmalsoviel ist, als eine Million, und daß beide sich demgemäß verhalten, wie eine Straßenbreite zu der Entfernung von Berlin nach San-Franzisko.

Andere Abweichungen vom konsequenten Zahlwortsysteme der Inder als die auf die Namen der Stufenzahlen bezüglichen erscheinen bei manchen Völkern dadurch, daß außer der Addition und Multiplikation auch die Subtraktion bei der Bildung der Zahlwörter auftritt. Im Deutschen haben wir von dieser Abnormität nur zwei schwache Spuren, und zwar in den Wörtern „elf" und „zwölf". Elf heißt nämlich im Gothischen: alif; lif ist der Stamm, der noch im Englischen leave (zurücklassen) steckt, so daß „elf" eigentlich heißt: „eins bleibt Rest" und „zwölf" „zwei bleibt Rest", wobei zu ergänzen ist, „wenn man die Grundzahl zehn abzieht". Mehr Beispiele einer solchen Benutzung der Subtraktion bieten die lateinische und die griechische Sprache dar, z. B. undeviginti, d. h. „eins von zwanzig", also neunzehn, ferner δυοῖν δέοντες ἑξήκοντα, d. h. „zwei fehlen an sechzig", also achtundfünfzig. Auch Sprachen wilder Völker zeigen Spuren von einer Verwendung der Subtraktion für die Namen der Zahlwörter. So heißt bei den Krähen-Indianern in Nordamerika acht nopape, d. h. „zwei davon", neun amatape, d. h. „eins davon". Aber nicht blos die Subtraktion, sondern auch die Division hilft bisweilen bei der Zahlwortbildung mit, freilich wohl nur die Division durch zwei, d. h. das Wort für „ein halb". Am auffälligsten zeigt dies die dänische Sprache, wo sogar Subtraktion und Division zusammenwirken, um Zahlwörter zu schaffen. Es heißt nämlich im Dänischen 50 halvtredssindstyve, abgekürzt halvtreds, also wörtlich „drittehalbmalzwanzig". Ebenso wird 70 durch „viertehalbmalzwanzig", 90 durch „fünftehalbmalzwanzig" umschrieben. Aehnliche Abnormitäten zeigen malayische Sprachen, wo 25 „halbdreißig" heißt, das bedeutet nämlich „die Hälfte von zehn abgezogen von dreißig", wo ferner 55 „halbsechzig", 150 „zweitehalbhundert" heißt. Hierher gehört es auch, daß die esthnische Sprache die Zahl 250 durch „drittehalbhundert" umschreibt.

Die zehn Finger des Menschen erklären es, warum bei den meisten Völkern gerade die Zahl zehn Zahlwortbasis geworden ist. Nun hat aber der Mensch an jeder Hand fünf Finger, und, an Händen und Füßen zählend, kommt er zu der Zahl zwanzig. Es ist daher erklärlich, daß in manchen Sprachen fünf oder zwanzig als Grundzahl auftreten. Die Basis fünf kommt wunderbarer Weise gerade in den kältesten und wärmsten Gegenden der Erde vor, nämlich einerseits bei den Eskimos und Kamschadalen, andererseits bei einigen Negervölkern im Innern von Afrika. Herr Stanley führt in seinem Buche „Durch den dunklen Welttheil" (Leipzig 1878) 54 afrikanische Sprachen an, von denen bei 7 überhaupt keine

Zahlwörter angegeben werden, bei 43 Sprachen die Zahl zehn als Basis auftritt, während 4 Sprachen deutlich die Basis fünf zeigen. Von diesen hat z. B. die Dschalifsprache die folgenden Zahlwörter:

1 = ben,	10 = fué,
2 = yar,	20 = nill,
3 = niet,	30 = fanever,
4 = nianett,	40 = nianet fué,
5 = gurum,	50 = guaum fué,
6 = gurum ben,	60 = guaum ben fué,
7 = gurum yar,	70 = guaum yar fué,
8 = gurum niet,	80 = guaum niet fué,
9 = gurum niant,	90 = guaum nianet fue,

100 = temer.

Bei diesem auf der Basis fünf beruhenden Zahlwort-Systeme wird also z. B. acht durch „fünf-drei" ausgedrückt. Ebenso ist achtzig als „fünfunddrei-mal-zehn" zu denken, u. s. w. Freilich hat dieses Fünfersystem ebenso wie alle bisher aufgefundenen Fünfersysteme starke Anklänge an die Basis zehn. Namentlich wird „zehn" nicht, wie es bei einem konsequenten Fünfer-System erforderlich wäre, durch „zweimalfünf" ausgedrückt, sondern hat einen besonderen Stamm, der dann auch weiter zur Bildung der folgenden Zahlwörter verwendet wird. Was die Basis zwanzig anbetrifft, so wurde dieselbe am konsequentesten von den Azteken, den Ureinwohnern Mexikos, angewandt. Dieses hochbedeutende Kulturvolk hatte besondere Zahlwörter von eins bis fünf, ferner auch für zehn, für fünfzehn, für zwanzig, und bildete die dazwischen liegenden Zahlen durch Zusammensetzung, z. B. achtzehn als „fünfzehn und drei". Von zwanzig an wurde dann die Basis ganz streng festgehalten, so daß z. B. 73 durch „3 mal 20 und 13" ausgedrückt wurde. Ein neues Zahlwort war nun nicht bei 100 nöthig, denn 100 hieß „fünf mal zwanzig", sondern erst bei 400 gleich 20 mal

20, und 8000 gleich 20 mal 20 mal 20. Ebenso zählten die den Azteken benachbarten Mayas, die sogar ein ganz neues Stammwort noch für „20 mal 20 mal 20 mal 20", also für 160000 besaßen. In Asien findet man die Zahl 20 als Basis der Zahlwörter bei den Völkern des Kaukasus, namentlich bei den Lesghiern. In Afrika erkennt man die Basis 20 nur in geringen Spuren. So haben einige afrikanische Sprachen für zwanzig ein neues Stammwort, aus welchem dann 40 als 2 mal 20, 30 als 20 und 10 u. s. w. abgeleitet wird. Ebenso bilden die Bornu im Sudan 40 gleich 20 mal 2, 60 gleich 30 mal 2, 80 gleich 40 mal 2, zählen aber im Uebrigen dezimal. Von den ozeanischen Völkern bezeichnen die Bewohner von Tahiti 40 durch 2 mal 20, und die der Marquesas-Inseln zählen zwischen 20 und 100 konsequent vigesimal. Auch in Europa hat einst die Basis 20 eine nicht unbedeutende Herrschaft ausgeübt. Die Kelten hatten nur für 100 einen besonderen Stamm, zählten aber sonst so sehr nach der Grundzahl 20, daß sie sogar 220 durch „11 Zwanziger" ausdrückten. Noch heute verräth das französische quatre-vingts für 80, daß die früheren Bewohner Frankreichs ein Zwanziger-System hatten. Außer quatre-vingts kommt auch six-vingts, sept-vingts, huit-vingts, ja sogar quinze-vingts stellenweise vor. Wie bei den Kelten, so schwingt die Basis 20 auch bei den Basken und Wallisern ihr Scepter. Bei den Wallisern sind Zahlwörter, die auf der Grundzahl 20 beruhen, bis zu einer Million bekannt, nur daß für 100 und 1000 besondere Zahlwortstämme da sind. Daß auch im Dänischen noch heute zwanzig als Grundzahl einiger Zahlwörter auftritt, wurde schon vorher bei einer andern Besprechung erwähnt. In schwachen Anklängen kommen außer den vorwiegenden Basen 5, 10, 20 auch noch andere Basen, wie 6 und 9, vor, z. B. bei dem Zahlwort für 18, das bretonisch tri-omch, d. h. 3 mal 6, heißt, und wallisisch deu-naw, d. h. 2 mal

9, heißt. Auch kann es vielleicht als ein Anklang an die Grundzahl 6 aufgefaßt werden, daß wir nach der sechsten Stufenzahl Million neue Namen nur für die zwei mal sechste, drei mal sechste u. s. w. Stufenzahl bilden, nämlich Billion, Trillion u. s. w.

Früher war man der Ansicht, daß vorherrschend nur die Basen 10, 5 und 20 auftreten. Neuere Forschungen haben jedoch diese Ansicht widerlegt. Ein sprachlich-psychologisches Räthsel ist, wie Pott in seiner „Quinären und vigesimalen Zählmethode bei Völkern aller Welttheile" angiebt, bei den Eingeborenen von Neuseeland entdeckt. Die Neuseeländer haben nämlich die Primzahl 11 als Grundzahl ihrer Zahlwörter, und zwar derartig konsequent, daß 12 „elfundeins", 13 „elfundzwei", u. s. w. heißt, daß erst bei 121 ein neues Stammwort erscheint, und daß sogar ein kurzes, unserem tausend entsprechendes Zahlwort für 11 mal 11 mal 11, also für 1331 vorkommt. Auch Anfänge von Zahlsystemen, die sich auf die Basis zwei gründen, sind in den letzten Jahren entdeckt. Das eine fand 1884 Herr von den Steinen aus Düsseldorf bei der Erforschung des Xingu, eines rechten Nebenflusses des Amazonenstromes. Während des Geographenkongresses, der Ostern 1885 in Hamburg tagte, gab Herr von den Steinen einen Bericht über seine Forschungsreise und erzählte, daß die am Xingu wohnenden Bacaïri für 1 und 2 je ein Zahlwort besäßen, dann aber 3 durch „1 und 2", 4 durch „2 und 2", 5 durch „1 und 2 und 2", 6 durch „2 und 2 und 2" ausdrückten und endlich vor noch höheren Zahlen einen so gewaltigen Respekt besäßen, daß sie, sich in die Haare fassend, dieselben für unzählbar groß erklärten. Hiernach haben also jene Xingu-Indianer in den sechs Zahlen, die sie überhaupt lautlich ausdrücken können, ein Zweiersystem, aber noch ohne Benutzung der Multiplikation. Dieses Zweiersystem stimmt hinsichtlich der Bildungsweise der Zahlwörter genau mit dem Zweiersystem überein, das nach Honegger's Kulturgeschichte im nordöstlichen Theil des australischen Kontinents gehört sein soll. Dort soll 1 netat, 2 naes, 3 netat-naes, 4 naes-naes, 5 netat-naes-naes, 6 naes-naes-naes heißen. Da übrigens die Wilden, welche derartige Zahlwörter anwenden, auch noch Zahlen über 2 durch Zusammensetzung bilden können, so kann man von ihnen nicht behaupten, daß sie nur bis zwei zu zählen vermögen, ebensowenig wie Jemand sagen darf, wir könnten nur bis zehn zählen. Wohl aber darf man die Botokuden als Menschen betrachten, die nicht bis drei zählen können. Denn dieselben bilden überhaupt nur zwei Zahlwörter, indem sie für 1 „mokenam" sagen, und 2 und zugleich jede größere Zahl durch das Wort „muhu, viel" bezeichnen. Das botokudische Einmaleins besteht daher nur aus den drei inhaltschweren Gedächtniß-Regeln: „Mokenam mal mokenam ist mokenam, mokenam mal muhu ist muhu, muhu mal muhu ist muhu, d. h. viel mal viel ist viel."

Oben ist erörtert, daß rein theoretisch vor allen anderen Basen die Basis zwölf den Vorzug verdient. Es liegt daherdie Frage nahe, ob nicht auf der ganzen Erde irgendwo ein Volk existirt, welches ein Zwölfer-System besitzt. Alexander von Humboldt war der Ansicht, daß nirgends die Basis zwölf vorkomme. Diese Ansicht aber ist jetzt durch eine Entdeckung des jüngst verstorbenen Afrikareisenden Robert Flegel widerlegt. Flegel erzählte nämlich dem Verfasser vor seiner Rückkehr nach dem Benuë im Jahre 1885 folgendes. „Er lasse sich immer von den Eingeborenen, deren Sprache er noch nicht kenne, die Zahlwörter von eins bis zehn nennen und setze dann das Zählen von elf an allein fort, indem er die höheren Zahlen durch Zusammensetzung selbst bilde. Dadurch imponire er den Eingeborenen meist sehr, weil dieselben dann meinen, Flegel kenne schon etwas von ihrer Sprache. Einmal jedoch sei ihm dieser Kunstgriff gänzlich mißlungen, und zwar bei den Aphòs, einem der nördlich vom unteren Benuë wohnenden Negerstämme. Diese Leute haben ganz verschiedene Zahlwortstämme nicht bis zehn, sondern bis zwölf, und setzen erst von da an zusammen, so daß z. B. 13 durch zwölfundeins, 14 durch zwölfundzwei, 18 durch zwölfundsechs ausgedrückt werde." Hieraus ersieht man, daß diese Neger, obwohl sie auch nur wie wir zehn Finger haben, doch die Zahlwortbasis zwölf gebrauchen. Wenngleich nicht anzunehmen ist, daß die Aphòs sich der Vorzüge ihres Zahlwortsystems bewußt sind und die Rechenvortheile desselben beim praktischen Rechnen hinreichend ausbeuten können, so ist doch die Entdeckung Flegel's kulturgeschichtlich sehr merkwürdig. Die auf die Zahlwörter selbst bezüglichen Notizen Flegel's können erst später veröffentlicht werden.

Theils die eben besprochene Verschiedenheit der Zahlwortbasen in verschiedenen Sprachen, theils aber auch die Verschiedenheit in der Art der Zusammensetzung verursacht, daß man für eine und dieselbe Zahl bisweilen eine ganze Reihe von Ausdrucksweisen bei den verschiedenen Völkern der Erde finden kann. Als Beispiel wählen wir die Zahl 18, für welche sich nicht weniger als zehn Ausdrucksweisen finden lassen, nämlich:

Deutsch: achtzehn, d. h. 8-10;
Französisch: dix-huit, d. h. 10-8;
Lateinisch: decem et octo, d. h. 10 und 8;
Griechisch: ὀκτὼ καὶ δέκα, d. h. 8 und 10;
Lateinisch: duodeviginti, d. h. 2 von 20;
Bretonisch: tri-omch, d. h. 3 mal 6;
Wallisisch: deu-naw, d. h. 2 mal 9;
Aztekisch: caxtulli om ey, d. h. 15 und 3;
Neuseeländisch: 11 und 7;
Aphò-Sprache: 12 und 6.

Prinzipien der Bildung der Zifferschrift.

Wir haben im vorigen Abschnitt die systematische Entwickelung der Zahlwortbildung von den rohesten Anfängen bis zu den Zahlwortsystemen jetziger und früherer Kulturvölker an uns vorüberziehen lassen und dabei auch nicht versäumt, die vielen Abnormitäten anzusehen und zu prüfen, welche die Sprachen wilder und zivilisirter Völker theils hinsichtlich der Bildungsart der Zahlwörter, theils hinsichtlich der gewählten Grundzahlen aufweisen. Hier soll nun in ähnlicher Weise die Entwickelung unserer Zifferschrift besprochen werden.

Nicht alle Völker, die Zahlwörter besitzen, gebrauchen auch Zahlzeichen. Wo wir aber überhaupt Zahlzeichen finden, da erkennen wir auch die Zahl zehn als Grundzahl der Zifferschrift. Eine Ausnahme von dieser Regel machen jedoch die Azteken im alten Mexiko und die Astronomen im alten Babylonien.

Die Azteken besaßen bis zur Zahl neunzehn natürliche Zahlzeichen; sie stellten nämlich die Zahlen von 1 bis 19 dadurch dar, daß sie soviel Kreise nebeneinanderstellten, wie die auszudrückende Zahl angab. Die Zahl zwanzig, die Basis ihres Zahlwortsystems, wurde dann aber durch eine Fahne bezeichnet, vierzig durch zwei Fahnen u. s. f. Freilich machte diese Bezeichnungsweise die Zahlzeichen meist unbequem lang. So waren z. B. zur Darstellung der Zahl 365 nicht weniger als 18 Fähnchen und 5 Kreise erforderlich. Daß auch die Gelehrten im alten Babylon eine vollendete Zifferschrift besaßen, ist durch die Ausgrabungen bei Senkereh am Euphrat unzweifelhaft geworden. Dort fand 1854 der Geologe Loftus zwei Täfelchen mit Keilschriftzeichen, aus denen der geniale Blick des Herrn Rawlinson einerseits erkannte, daß hier eine Tabelle der Quadratzahlen 1, 4, 9, 16, 25 . . . bis 3600 vorlag, andererseits auch die überraschende Thatsache feststellte, daß die alten Babylonier eine Zifferschrift mit der Basis 60 besaßen. Sie hatten also für die Zahlen von 1 bis 59 nicht weniger als 59 verschieden gestaltete Zahlzeichen, und bezeichneten dann, da sie ein Zeichen für Null nicht kannten, die Zahl 60 gerade so wie 1, 120 wie 2 u. s. w., so daß aus dem Zusammenhang ersehen werden mußte, ob 1 oder die nächst größere Einheit 60 gemeint war. In der achten Reihe des Täfelchens stand also z. B.: „8 mal 8 ist 1 und 4", was zu lesen war: „1 mal 60 und 4." Die großartige Entdeckung eines auf der Basis 60 beruhenden Ziffersystems am Euphrat erklärte zugleich die Thatsache, daß die babylonischen Astronomen, und, ihnen folgend, die griechischen Astronomen, vor allem Ptolemäus, mit dem 60. und den 3600. Theilen der Einheit zu rechnen pflegten; was wegen der vielen Theiler der Zahl 60 mancherlei Rechenvortheile darbot. Aehnlich wie wir mit Dezimalbrüchen, so rechneten die alten Astronomen mit Sexagesimalbrüchen, freilich noch ohne ein Zeichen für Null. Den 60. Theil einer Stunde oder eines Bogengrades nannten dann später die lateinischen Uebersetzer des Ptolemäus „pars minuta prima", d. h. „erster verminderter Theil", und der 60. Theil hiervon hieß „pars minuta secunda", d. h. „zweiter verminderter Theil". Im Laufe der Jahrhunderte ist dann aus „pars minuta prima" kurz „minuta" und aus „pars minuta secunda" kurz „secunda" geworden, so daß also unsere Worte Minute und Sekunde den letzten Nachhall eines vor drei Jahrtausenden benutzten, auf der Grundzahl 60 beruhenden Ziffersystems bilden.

Abgesehen von den besprochenen Zahlbezeichnungen der Azteken und Babylonier, beruhen alle Ziffersysteme der Vergangenheit und der Gegenwart auf der Basis zehn. Lange hat es aber gedauert, ehe die Ansprüche der wachsenden Kultur jene vollkommene Zifferschrift gezeitigt haben, an die wir von den ersten Schuljahren an gewöhnt werden. Die natürlichen Zahlzeichen, die auf einer blosen Aneinanderfügung von Punkten, Strichen oder Kreisen beruhen, und die wir auf Würfeln, Dominosteinen und Karten noch heute vor Augen haben, werden bei größeren Zahlen so lang und unbequem, daß man kürzer verfahren würde, das Zahlwort selbst hinzuschreiben. Abgesehen von den Azteken, finden wir daher natürliche Zahlzeichen selten angewandt, und wenn, so doch immer nur für Zahlen unter zehn. So bezeichneten die Griechen in ihrer allerältesten Schrift und die Römer in der etruskischen Schrift die Zahlen von eins bis neun durch blose Aneinanderreihung von Strichen. Später entwickelten die Römer das auch von uns noch angewandte Ziffersystem, in dem nur die Zahlen 1, 2, 3 auf natürliche Weise, nämlich durch einen, zwei und drei Striche bezeichnet werden.

Wie waren nun aber die kürzeren Zeichen beschaffen, welche die Völker an die Stelle der natürlichen Zahlzeichen setzten? Man sollte denken, daß diese kürzeren Zeichen zunächst Bilder von Gegenständen waren. Davon finden wir jedoch nur sehr vereinzelte Spuren. So tritt eine Lotosblume sowohl in den ägyptischen Hieroglyphen wie auch in der älteren indischen Schrift als Zahlzeichen auf und bedeutet, übereinstimmend mit dem betreffenden Zahlwort, bei den Aegyptern „tausend", bei den Indern „hundertmillionen". Ferner setzten die Azteken, die, wie schon oben erwähnt ist, 20 durch eine Fahne bezeichneten, auch für höhere Stufenzahlen Bilder von Gegenständen, nämlich das Bild einer Feder für 400 und das Bild eines Beutels für 8000. Man könnte zweitens denken, daß die Zahlzeichen Abkürzungen oder phonetische Stenogramme der betreffenden Zahlwörter seien. Thatsächlich läßt sich dies aber nirgends erkennen. Die Fruchtlosigkeit aller Bemühungen, nachzuweisen, wie die Gestalten der verschiedenen Zahlzeichen entstanden sind, erklärt sich, wenn man die großen Wandlungen beachtet, welche diese Gestalten im Laufe der Jahrhunderte erfahren haben.

Dies trifft sowohl die indischen, arabischen und römischen Zahlzeichen, wie auch die von uns heut angewandten Ziffern. Die Gestalt unserer heutigen Ziffern hat sich erst seit Erfindung der Buchdruckerkunst nicht mehr wesentlich geändert; aber vor dieser Zeit erlitten die Formen der Ziffern fortdauernd Veränderungen, so daß z. B. ein im 14. Jahrhundert lebender Mensch die Ziffern des 13. Jahrhunderts nicht mehr lesen konnte. Verlassen wir also das schwierige Kapitel über die Gestalten der Zahlzeichen, um ausführlicher die Prinzipien zu besprechen, welche bei den Vorstufen unserer Zifferschrift maßgebend gewesen sind. Wollte man für jede neue Zahl auch ein neues kurzes Zeichen setzen, so würde man zwar auch größere Zahlen kurz ausdrücken können, man würde aber zugleich das Gedächtniß zu sehr überladen. Es lag daher nahe, größere Zahlen durch Wiederholung von Zeichen auszudrücken und sich dabei möglichst an die der Zahlwortbildung zu Grunde liegende Zahl anzuschließen. Aus diesem Gedanken entsprang das additive Prinzip. Das bekannteste Beispiel für die Anwendung desselben bieten die römischen Ziffern dar, bei denen die Zeichen für eins, zehn, hundert zwei oder dreimal wiederholt werden, der Kürze wegen auch Zeichen für fünf, fünfzig, fünfhundert da sind, und wiederum, der Kürze wegen, zur Bezeichnung von 4, 40, 400, auch die Subtraktion mit verwendet wird. Der wesentliche Unterschied zwischen den römischen und unseren Ziffern ist also der, daß bei uns beispielsweise die Zahl fünf je nach der Stellung fünf, fünfzig, fünfhundert u. s. w. bedeuten kann, während bei den Römern das Zeichen für fünf immer nur fünf gilt, gleichviel an welcher Stelle es steht. Auch die von dem spät-griechischen Grammatiker Herodianius um 200 n. Chr. beschriebene, ältere Zifferschrift der Griechen befolgte das additive Prinzip. Die Spuren dieser Zifferschrift, die man namentlich in älteren attischen Inschriften vorfindet, rücken bis in die Zeit Solon's, also etwa 600 hinauf, während als untere Grenze das perikleische und nachperikleische Jahrhundert, also etwa 400, genannt wird. Nach dem additiven Prinzip schrieben außer den Römern und vorperikleischen Griechen namentlich noch die Phönizier und die Hebräer, letztere aber nur bis etwa 150 v. Chr. Was den wissenschaftlichen Werth der additiven Zifferschrift betrifft, so ist derselbe insofern geringer als der unseres Zahlwortsystems, als bei letzterem die Multiplikation mit verwendet wird, bei ersterem nicht.

Historisch folgte bei den Griechen auf die additive Zahlbezeichnung die alphabetische, die insofern einen Rückschritt darstellt, als sie zwar die Zeichen sehr kürzt, aber das Rechnen bedeutend erschwert. Dies rührt daher, daß die für die Einer, Zehner und Hunderter geltenden Buchstaben die natürliche Zusammensetzung der Zahlen aus Vielfachen der Stufenzahlen gar nicht erkennen lassen. (Man vergleiche die unten folgende Uebersicht über die Entwickelung der Zifferschrift.) So werden im Griechischen die Zahlen 3, 30, 300 durch γ, λ, τ bezeichnet, also durch drei Buchstaben, die nichts miteinander zu thun haben, und dadurch den Zusammenhang, den die Zahlen 3, 30, 300 naturgemäß haben, vollständig verschleiern. Diese alphabetische Zahlbezeichnung finden wir dann später auch bei den Hebräern, ferner bei den Syrern, Kopten, Armeniern und Aethiopiern.

Einen bedeutenden Fortschritt gegenüber der additiven und noch mehr gegenüber der alphabetischen Zifferschrift bildet die Anwendung des multiplikativen Prinzips. Nach diesem Prinzip fügt man den Zeichen für die Stufenzahlen, die wir X, C, M nennen wollen, die Einerzeichen multiplikativ hinzu. So muß man z. B., um 1887 multiplikativ zu schreiben, 7 Zeichen nebeneinanderstellen, nämlich je eins für eins, für tausend, für acht, für hundert, für acht, für zehn und endlich für sieben. Man schreibt also so, wie man ausspricht oder, genauer gesagt, wie die in dieser Richtung konsequenteren Inder die Zahlen aussprachen, indem man für jeden einzelnen Bestandtheil des betreffenden Zahlworts ein bestimmtes Zeichen setzt. Eine vollständige Durchführung dieses Prinzips zeigt nur die chinesische Schrift. Da das multiplikative Prinzip für jede neue Stufenzahl auch ein neues Zeichen erfordert, so haben die Chinesen, die, außer in ihrer kaufmännischen Schrift, noch heute multiplikativ schreiben, außer den Zeichen für die Zahlen von eins bis neun, noch elf Stufenzahlzeichen, nämlich für zehn, für hundert, für tausend, u. s. f. bis hunderttausend Millionen. Natürlich kann man multiplikativ nicht beliebig große Zahlen schreiben, wie es doch unsere Zahlbezeichnung gestattet, sondern nur soweit, wie Zeichen für Stufenzahlen vorhanden sind. Was das Rechnen angeht, so kann man in multiplikativer Zifferschrift zwar nicht so kurz und bequem rechnen wie in unserer Zifferschrift, aber doch viel bequemer als im römischen oder gar im alphabetischen Ziffersystem. Außer bei den Chinesen ist eine reine multiplikative Zifferschrift nirgends sicher festgestellt. Doch wollen wir hier nicht unerwähnt lassen, daß die Römer bei größeren Zahlen bisweilen die Vielfachheit der Tausender bezeichneten, indem sie eine kleinere Zahl dem Zeichen für tausend multiplikativ voraussetzten, wodurch sie ihrer additiven Zifferschrift eine kleine multiplikative Beimischung gaben.

Bei dem Streben, die multiplikative Zifferschrift durch Kürzung zu verbessern, mußte man zunächst daran denken, ob es nicht möglich wäre, die Zeichen für die Stufenzahlen, für die wir oben X, C, M gesetzt haben, einfach fortzulassen. Dies würde bei Zahlen, in denen jede Stufenzahl mindestens einmal gedacht ist, kein Bedenken haben, und man würde dadurch sofort zu unserer Stellenwerth-Schrift gelangen. Wie aber sollte man bei bloßer Fortlassung der Stufenzahlzeichen Zahlen wie 1008, 1080, 180, 18 unterscheiden? Man wird vielleicht antworten: „Es bedarf ja nur eines Füllzeichens, eines Zeichens für Nichts, um die Unterscheidung solcher Zahlen zu ermöglichen.“ Aber die größten Denker und Zahlenrechner des Alterthums haben diesen uns so einfach erscheinenden Gedanken nicht gehabt. Der Gedanke, durch die Schöpfung eines Zeichens für Nichts die Zifferschrift zu verbessern, muß also doch nicht so natürlich und so naheliegend sein, wie er uns jetzt erscheint, uns, den Kindern eines Zeitalters, wo man schon im siebenten Jahre die bestmögliche Zifferschrift als etwas, was gar nicht anders sein könnte, in sich aufnimmt und fast unbewußt in sich verarbeitet. Nicht unmittelbar gelangt man von der multiplikativen Zifferschrift zu der unsrigen; vielmehr wird der Uebergang durch zwei Zwischenstadien vermittelt, das Prinzip der Marken und das der Kolumnen.

Beim Markenprinzip deutet man die Stufenzahlen nicht durch besondere Zeichen, sondern durch Punkte oder Striche an, deren Beifügung zu anderen Zeichen ausdrückt, daß die dargestellten Zahlen zehn- oder hundertmal so groß zu denken sind; z. B. könnten Zehner durch einen übergeschriebenen Punkt, Hunderter durch zwei solche Punkte, Tausender durch drei solche Punkte angedeutet werden. Diese Art von Zifferschrift wurde freilich thatsächlich nie anders angewandt, als um größere Zahlen auszudrücken. So bezeichneten die Syrer die Zahlen bis 400 alphabetisch und machten dann durch Anfügung von Punkten oder Strichen die Einer zu Hundertern oder Tausendern. Ebenso bezeichneten die Griechen die Zahlen 1000, 2000 u. s. w. bis 9000 dadurch, daß sie den alphabetischen Zeichen für die Zahlen eins bis neun einen Strich vorsetzten. Auch die Römer haben bisweilen das Markenprinzip benutzt. Bei ihnen deutete die Ueberstreichung einer Zahl an, daß dieselbe tausendfach zu denken ist.

Ein weiterer Schritt zu unserer modernen Zifferschrift besteht darin, daß man nun auch noch die Marken fortläßt und die Stufenzahl dadurch andeutet, daß man die Vielfachen derselben in vorgezeichnete Kolumnen setzt. Nach diesem Prinzip wurde im Anfang des Mittelalters in den aus dem römischen Reiche hervorgegangenen Ländern gerechnet. Man hatte dazu besonders eingerichtete Rechenbretter nöthig, die in etwas anderer Form auch schon die Griechen und die Römer benutzt und mit dem Namen ἄβαξ bezw. abacus bezeichnet haben. Die Rechenbretter trifft man stellenweise noch jetzt, besonders bei den Russen und Süd-Slaven. Uebrigens leistet das Prinzip der Kolumnen auch in unseren Vorschulen und Volksschulen gute Dienste, wo die Kinder an Kugeln, die auf Schnüren beweglich sind, zählen und rechnen lernen.

Wie schon angedeutet ist, konnte das Streben, durch gänzliche Fortlassung der Stufenzahlzeichen die Zifferschrift zu vereinfachen, nur dann von Erfolg gekrönt sein, wenn der Gedanke hinzutrat, ein besonderes neues Zeichen, ein Zeichen für Nichts, zu schaffen, das an die Stelle der nicht vorhandenen Stufenzahlen einzutreten habe. Es erscheint uns fast wunderbar, daß Archimedes, der größte Mathematiker des Alterthums, der in der schwerfälligen alphabetischen Zifferschrift die komplizirtesten Berechnungen mit kolossalem Aufwand von Mühe und Zeit durchführte und die Unbequemlichkeit seiner Zifferschrift vielleicht auch fühlte, nicht daran gedacht hat, durch Einführung eines Zeichens für Nichts eine vollkommenere Zifferschrift zu schaffen. Aber wie sollte ein immer nur die Wirklichkeit der Welt ins Auge fassender Grieche auf den Gedanken kommen, daß man für etwas, was gar nicht da ist, ein Zeichen, also etwas Wirkliches, setzen könne! Kein anderes Volk als das der Inder war dazu prädestinirt, die Null zu erfinden. Phantastisch denkend und dabei dem Formalismus huldigend, im Besitz des konsequentesten aller Zahlwort-Systeme, und außerdem übertrieben große Zahlen leidenschaftlich liebend, waren gerade die Inder von der Natur dazu angelegt, wie Brockhaus sagt, „in dem Nichts ein brauchbares Etwas zu sehen und durch das Nichts die Vollendung des Etwas zu bewirken“.

Leider wissen wir, wie von so vielen welterobernden Erfindungen früherer Jahrhunderte, auch von der Erfindung der Null und unserer Zifferschrift fast gar keine Einzelheiten. Doch haben die Forschungen der Orientalisten in den letzten Jahrzehnten folgendes als wahrscheinlich hingestellt. In älterer Zeit schrieben die Inder, wie noch jetzt die Chinesen, ihre Zahlen multiplikativ. Aber im vierten Jahrhundert nach Chr. erfanden indische Brahma-Priester, deren Namen wir nicht wissen, den Stellenwerth und die Null. Die Null, den Talisman des Rechnens, nannten sie „Tsiphra“, d. h. das Leere. Von diesem Worte stammt unser Wort Ziffer ab, das, wie noch heute im Englischen, ursprünglich nur das Zeichen für Null bedeutete. Vom 5. bis 8. Jahrhundert verbreitete sich dann die neue Zifferschrift und die damit zusammenhängenden Rechen-Methoden zuerst am Ganges und dann über ganz Indien. Das Charakteristische dieser Stellenwerth-Zifferschrift gegenüber den besprochenen unvollkommenen Zifferschriften ist folgendes: Die Vielfachen der Stufenzahlen werden ohne weiteres Unterscheidungszeichen ihrer Ordnung nach nebeneinander gestellt, so daß ihre Stellung zugleich ihre Stufe anzeigt, indem an die Stelle jeder aus der vollständigen Reihenfolge der Stufen etwa ausfallenden Stufe ein dies andeutendes Ausfüll-Zeichen tritt, ein besonderes Zeichen, das im Gegensatz zu allen übrigen Zahlzeichen ein Ergebniß des Zählens nicht darstellt und das wir jetzt Null nennen. Diese charakteristischen Eigenschaften der Stellenwerth-Zifferschrift verursachen einerseits, daß dieselbe bei den meisten Zahlen eine viel kürzere Darstellung ermöglicht, als die multiplikative Zifferschrift, andererseits aber auch, daß, weil besondere Zeichen für die Stufenzahlen nicht erforderlich sind, jede noch so große Zahl mit denselben zehn Zeichen geschrieben werden kann. In dieser Richtung ist die indische Zifferschrift vollkommener als die Sprache, welche ja, um immer größere Zahlen ausdrücken zu können, auch immer neue Wortbildungen nöthig macht. Was aber die Zifferschrift der Inder im Gegensatz zu allen sonstigen Zifferschriften besonders werthvoll macht, ist die ganz bedeutende Vereinfachung aller Rechen-Methoden, die durch das zu Grunde liegende rationelle Princip ermöglicht ist, und die der rechnenden Menschheit seit Jahrhunderten einen unmeßbaren Zeitgewinn einbringt

Die Inder waren sich der Grötze ihrer Erfindung wohl bewußt. Die große Leichtigkeit, mit der sie in der neuen Zifferschrift rechnen konnten, brachte sie sogar dazu, aus dem Rechnen einen Sport zu machen. Im 7. Jabrhundert soll man in Indien Tourniere veranstaltet haben, wo derjenige als Sieger gekrönt wurde, der eine schwere Rechenmethode zuerst richtig gelöst hatte. So war denn im fernen Osten, im sagenhaften Indien, ein Schatz gehoben, an dessen Besitz alle Kulturvölker der Erde theilnehmen sollten. Aber die Inder bildeten ein zu sehr abgeschlossenes Volk, als daß sie geneigt waren, für ihre neue Kunst Propaganda zu machen. Es war ein Volk nöthig, daß den Schatz aus Indien zu holen und nach dem Abendlande zu bringen geeignet war. Und dieses Volk waren die Araber.

Am Ende des 8. Jahrhunderts, als die Araber nach Begründung und Befestigung ihrer muhammedanischen Reiche die Wissenschaften, namentlich Mathematik und Astronomie, zu pflegen begannen, reisten arabische Astronomen durch Indien, lernten dort die indische Zifferschrift kennen und brachten sie zunächst nach Bagdad. Für die Verbreitung der neuen Kunst in den arabischen Reichen war dann besonders der Araber Muhammed ben Musa Alchwarizmî thätig, von dessen latinisirtem Namen Algoritmus man später in Europa die neuen Rechen-methoden selbst Algoritmus und deren Anhänger „Algoritmiker" nannte. Bald kam das indische Rechnen auch dahin, wo sich das muhammedanische Arabien und das christliche Europa berührten, nach Spanien. Ueber Spanien drang nun die Kenntniß des Stellenwerth-Prinzips zu den Gelehrten des Abendlandes, und nun entspann sich im christlichen Europa ein lebhafter geistiger Kampf zwischen den Algoritmikern und den Abacisten, d. h. denjenigen, welche sich von dem römischen Rechnen auf dem abacus nicht trennen konnten oder wollten, und welche, in der Null ein Werk des Teufels sehend, nicht daran glauben wollten, daß man mit einem Zeichen für Nichts etwas Wirkliches richtig herausrechnen könnte. Endlich gelang es den Bemühungen einsichtsvoller Gelehrter, unter denen namentlich Leonardo von Pisa um 1200 hervorragt, der Null die verdiente allgemeine Anerkennung zu verschaffen und sie zum Gemeingut aller Kulturvölker zu machen. War die indische Rechenkunst bis dahin nur in den Zimmern der Gelehrten heimisch gewesen, so drang sie in den folgenden Jahrhunderten immer tiefer und tiefer in alle Volksschichten ein. Was jetzt jeder Dorfschulmeister in der Rechenstunde erklärt und einübt, das ist im großen und ganzen noch immer die Weisheit jener indischen Brahmanen des vierten Jahrhunderts.

In der wohlgeordneten Welt der Zahlen hatten diese Erfinder der Null und des Stellenwerths jenes Ideal erreicht, das der Philosoph Leibniz in der Welt der Begriffe umsonst anstrebte. Leibniz, und nach ihm viele andere mühten sich vergeblich ab, eine allen Völkern gleich verständliche logisch-systematische Begriffsschrift zu schaffen. In der Leibnizschen Universalschrift, welche man nicht mit den in neuerer Zeit aufgekommenen Vorschlägen zu einer Universalsprache verwechsele, sollten alle zusammengesetzten Begriffe und Denkbeziehungen durch Zeichen ausgedrückt werden, die sich aus wenigen einfachen, auf Uebereinkunft beruhenden Elementarzeichen für die einfachsten Begriffe und Denkbeziehungen zusammensetzen. Von dieser Schrift glaubte sich Leibniz einen ähnlichen Nutzen für Logik, Metaphysik, Philosophie und alle auf Präzision beruhende Betrachtungen versprechen zu dürfen, wie ihn die indische Zifferschrift dem Rechnen und der Arithmetik gewährt. Nach Analogie der Zifferschrift, meinte Leibniz, werde sich mit diesen Begriffszeichen operiren lassen, indem man von den einfachsten Beziehungen der Begriffe untereinander ausgehe, diese transformire, mit einander verknüpfe und so zu neuen Beziehungen, d. h. zu Schlüssen und Urtheilen gelange. Dann sei die Richtigkeit der letzteren nur davon abhängig, ob man die Regeln dieses Begriffskalküls richtig angewandt habe. Dieses Leibniz'sche Ideal, das für das Gebiet des Denkens im allgemeinen wegen der Vielseitigkeit der Denkbeziehungen unerreicht geblieben ist, für das engere Gebiet des Rechnens war dieses Ideal durch unsere Zifferschrift erreicht, eine der schönsten Früchte menschlichen Scharfsinns, eine der wichtigsten Erfindungen in der ganzen Kulturgeschichte.

Die vorstehende Studie ist aus einem Vortrage entstanden, den der Verfasser auf Veranlassung des Vereins für Handlungskommis in Hamburg am 21. Oktober 1885 gehalten und dann im Januar 1886 vor dem Naturwissenschaftlichen Vereine von Hamburg-Altona wiederholt hat. Ein auf dasselbe Thema bezüglicher kleiner Aufsatz wird auch in Neumayer's „Anleitung zu Beobachtungen auf Reisen" (zweite Auflage) erscheinen. Die Anregung zur Beschäftigung mit dem behandelten Gegenstande verdankt der Verfasser hauptsächlich den anziehenden Darstellungen, welche über die Entwickelung der Zahlwörter und der Zifferschriften theils von Hankel in seinen Beiträgen zur Geschichte der Mathematik (Leipzig 1874), theils von Moritz Cantor in seinen mathematischen Beiträgen zum Kulturleben der Völker (Halle 1863) und in der Einleitung zu seiner Geschichte der Mathematik (Leipzig 1880) gegeben sind. Die außerdem benutzte Literatur ist an den betreffenden Stellen zitirt. Eine Uebersicht über die Entwickelung der Zifferschrift liefert die umstehende Tabelle.

Entwickelung der Zifferschrift.

<table>
<tr><th>Prinzipien.</th><th>Beispiele.</th><th>Bemerkungen.</th></tr>
<tr><td>1) Natürliche Zahlzeichen:</td><td>8 = ⁚·⁚·⁚ oder ||||| ||| oder ○○○○○○○○ (aztekisch).</td><td>Azteken bis zur Zahl 20; Griechen und Römer in sehr alter Zeit bis 10 (Würfel, Domino, Karten, Kerbholz).</td></tr>
<tr><td>2) Additives Prinzip:</td><td>1887 = MDCCCLXXXVII (römisch).</td><td>Azteken; Phönizier; Römer; Griechen auch, aber nur bis 400 v. Chr.; Hebräer bis etwa 150 v. Chr.</td></tr>
<tr><td>3) Alphabetisches Prinzip:</td><td>1887 = $,\alpha\omega\pi\zeta'$ (griechisch); es bedeutet nämlich: $,\alpha = 1$, $\alpha = 1000$, $\omega = 800$, $\pi = 80$, $\zeta' = 7$.</td><td>Griechen von 400 v. Chr. an; Hebräer von etwa 150 v. Chr. an; Syrer, Kopten, Armenier, Aethiopier.</td></tr>
<tr><td>4) Multiplikatives Prinzip:</td><td>1887 = 1 M 8 C 8 X 7,
1008 = 1 M 8,
1080 = 1 M 8 X,
180 = 1 C 8 X;
wo M, C, X bezw. die Stufenzahlen tausend, hundert, zehn bedeuten.</td><td>Chinesen ganz konsequent. Gemischt mit anderen Prinzipien auch sonst, z. B. Römer bei größeren Zahlen:
11 885 = XI MDCCCLXXXV.</td></tr>
<tr><td>5) Marken-Prinzip:</td><td>1887 = $\ddot{1}\,\ddot{8}\,\dot{8}\,7$,
1008 = $\overset{\therefore}{1}\,8$,
1080 = $\overset{\therefore}{1}\,\dot{8}$,
180 = $\ddot{1}\,\dot{8}$.</td><td>Konsequent nirgends. Die Syrer erheben bei den Zahlen von 400 an ihre Einer zu Hundertern, Tausendern u. s. w. durch Punkte oder Striche; Griechen bei den Zahlen von 1000 bis 10 000; Römer zuweilen, auf einer ausgegrabenen Tafel ist 1 180 600 ausgedrückt durch $\boxed{\text{X}}\overline{\text{CLXXX}}$ DC.</td></tr>
<tr><td>6) Kolumnen-Prinzip:</td><td><table><tr><th></th><th>M</th><th>C</th><th>X</th><th>I</th></tr><tr><td>1887 =</td><td>1</td><td>8</td><td>8</td><td>7</td></tr><tr><td>1008 =</td><td>1</td><td></td><td></td><td>8</td></tr><tr><td>1080 =</td><td>1</td><td></td><td>8</td><td></td></tr><tr><td>180 =</td><td></td><td>1</td><td>8</td><td></td></tr></table></td><td>In Europa im früheren Mittelalter. (Rechnen auf dem Abacus, Rechenbrett.)</td></tr>
<tr><td>7) Prinzip des Stellenwerthes:
(In Verbindung mit dem Gedanken, auch das Nichts zu bezeichnen.)</td><td>Der Werth der vorletzten Ziffer wird verzehnfacht, der der drittletzten verhundertfacht u. s. w. Ein Füllzeichen (ziphra, Null) füllt die Stelle einer nicht vorhandenen Stufenzahl aus. Mit den zehn Ziffern 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 und 0 läßt sich jede noch so große Zahl schreiben. Abschluß der Entwickelung. Ideal erreicht.</td><td>Von indischen Brahmanen im 4. Jahrhundert n. Chr. erfunden, um 800 zu den Arabern gelangt (Alchwarizmî, latinisirt: Algoritmus), durch Spanien um 1000 den westeuropäischen Gelehrten bekannt geworden. Kampf der Algoritmiker gegen die Abazisten bis 1200. Sieg der Null unter Leonardo von Pisa. Allmähliches Eindringen der Zifferschrift und des Rechnens der Inder ins Volk am Ende des Mittelalters. Jetzt von allen Kulturvölkern gekannt und geübt.</td></tr>
</table>

(520) Druck von J. F. Richter in Hamburg.