

XI.

OSSERVAZIONI SULLA MIA NOTA: SUI MOTI PERIODICI
DEL POLO TERRESTRE

«Atti Acc. Sc. di Torino», vol. XXX, 1895, pp. 817-820.

1. Affinché non nasca alcun equivoco nella interpretazione dei teoremi dei §§ 3 e 4 della mia Nota: *Sui moti periodici del polo terrestre* [in questo vol.: X, pp. 141-151], mi permetto di fare le osservazioni seguenti. Per *moto armonico* di un punto intendo un movimento lungo una ellisse, in modo tale che le aree descritte dal raggio vettore che dal centro va al punto mobile siano proporzionali ai tempi impiegati a descriverle. *Periodo* del moto è la durata di una intera rivoluzione. Moti armonici *di un dato periodo* (non tenendo conto della loro ampiezza più o meno grande) ve ne hanno infiniti di specie diverse, che si otterranno variando il rapporto degli assi della traiettoria e la loro inclinazione rispetto ad un asse fisso. Un punto sarà suscettibile di assumere tutte le specie di possibili moti armonici di un dato periodo, quando potrà muoversi di moto armonico (con quel periodo) sopra ellissi i cui assi stanno in tutti i possibili rapporti di grandezza fra loro, e prendono tutte le possibili inclinazioni rispetto ad un asse fisso; diremo in questo caso che il punto può assumere un moto armonico *qualunque* di quel dato periodo, e quindi intenderemo che un periodo $2\pi/\lambda$ è *proprio* al moto di un dato punto quando questo può assumere un moto armonico *qualunque* di periodo $2\pi/\lambda$, o anche diremo per semplicità che il moto del punto *possiede* quel periodo.

2. Premesse queste *elementari* definizioni, ricorderò che dalle formule (4) e (5) della mia detta Nota ⁽¹⁾ si conclude che il polo, mentre è suscettibile di assumere un moto armonico *qualunque* col periodo $2\pi/\lambda_n$ ($\lambda_n \leq \omega$) non può assumere un moto armonico qualunque col periodo $2\pi/\omega$. Infatti, supposto $\lambda_n = \omega$, le formule (5) perdono significato e finché si lasciano indeterminate $\alpha_n, \beta_n, \alpha'_n, \beta'_n$, dovrà dunque di necessità essere $\lambda_n \geq \omega$. Perciò

(1) Nella stampa delle formule (5) è incorso un errore di segno, esse vanno scritte:

$$\frac{M_1}{A} = -\frac{\beta_0}{\omega} + (D_1 \cos \omega t + D_2 \sin \omega t) + \dots$$

$$\frac{M_2}{A} = \frac{\alpha_0}{\omega} + (-D_1 \sin \omega t + D_2 \cos \omega t) + \dots$$

[Tale errore è già stato corretto; N. d. R.].

potremo dire che il periodo $2\pi/\omega$ non è *proprio* dei moti del polo, o anche il moto del polo di rotazione *non possiede* il periodo $2\pi/\omega$.

Analogamente la possibilità della esistenza di un moto interno *qualunque* col periodo $2\pi/\lambda$ sarà caratterizzata dalla possibile esistenza nelle espressioni di M_1/A e M_2/A di termini della forma

$$m \cos \lambda t + n \sin \lambda t \quad , \quad m' \cos \lambda t + n' \sin \lambda t$$

in cui le costanti m, n, m', n' possono assumere fra loro rapporti qualunque, onde dalle (4) e (5), appunto perché per $\lambda_n = \rho$ i termini corrispondenti delle (4) perderebbero significato, si ricava che non può sussistere un moto interno *qualunque* col periodo $2\pi/\rho$, mentre è possibile la esistenza di moti interni *qualunque* periodici col periodo $2\pi/\lambda_n$ quando $\lambda_n \geq \rho$, e perciò, pure analogamente, potremo dire che il periodo $2\pi/\rho$ non è *proprio* dei moti interni.

In tal modo restano pienamente chiariti i teoremi dei detti paragrafi della mia Nota e quello che li riassume nel § 1 nei termini. *i moti interni e quelli del polo hanno eguali periodi due eccettuati, ciascuno dei quali è PROPRIO ad uno dei due movimenti ed è tale che l'altro non può possederlo.*

3. I due periodi $2\pi/\rho$ e $2\pi/\omega$ sono due periodi *singolari* e il loro diverso modo di comportarsi rispetto agli altri possibili periodi si manifesta non solo per ciò che abbiamo ora detto riguardo ad essere ciascuno di essi *proprio* ad uno solo dei movimenti, ma anche per altre ragioni.

Si noti che la parte periodica col periodo ω *che figura scritta in evidenza nella formula* (5) non ha influenza sopra alcun termine delle formule (4), come reciprocamente la parte periodica col periodo ρ *che figura scritta in evidenza nelle formule* (4) non ha influenza sopra alcun termine delle formule (5).

Abbiamo riconosciuto che *il moto del polo non possiede il periodo* $2\pi/\omega$, vale a dire che esso non è suscettibile di assumere un moto armonico qualunque col detto periodo; questo non esclude evidentemente che possano sussistere dei moti armonici speciali del polo aventi quel periodo.

Che questo sia possibile lo si riconosce dal fatto che in p e q possono esistere i termini

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\mu}{\omega - \rho} \sin \omega t - \frac{\nu}{\omega - \rho} \cos \omega t \\ - \frac{\mu}{\omega - \rho} \cos \omega t - \frac{\nu}{\omega - \rho} \sin \omega t \end{array} \right.$$

a cui corrisponderebbero nelle espressioni di $M_1/A, M_2/A$, i termini

$$\left\{ \begin{array}{l} - \frac{\mu}{2\omega} \sin \omega t + \frac{\nu}{2\omega} \cos \omega t \\ \frac{\mu}{2\omega} \cos \omega t + \frac{\nu}{2\omega} \sin \omega t ; \end{array} \right.$$

quindi gli unici moti armonici possibili del polo aventi il periodo $2\pi/\omega$ debbono esser tali che *gli assi della traiettoria siano eguali fra loro*, ossia che essa si riduca ad un cerchio.

Collegando questa osservazione con ciò che si è detto sopra, ne risulta che il moto armonico circolare possibile del polo col periodo ω *non individua* i moti interni aventi il periodo stesso ω ; mentre ogni moto del polo di periodo $\lambda_n \geq \omega$ *caratterizza* i moti interni aventi lo stesso periodo (vedi il § 5 della mia Nota). Anzi possono mancare assolutamente moti periodici del polo aventi il periodo ω , e non pertanto sussistere dei moti interni aventi quel periodo, ed allora questi *non hanno influenza alcuna* sul moto del polo. È appunto ciò che si verifica nel caso della terra, in cui non si è riconosciuta nessuna variazione diurna nelle latitudini e quindi si può concludere che *nulla esclude che i moti interni terrestri possano avere un periodo diurno; ma questa parte periodica non ha influenza sul moto del polo*, come appunto è enunciato nel § 4 della mia Nota.

Che al moto del polo terrestre *non sia proprio il periodo diurno* risulta appunto dall'osservazione che $2\pi/\omega$ rappresenta *un giorno siderale*.