

lequel, ajouté à toutes ses parties aliquotes, fait 400, qui est un nombre carré; et, parce que cette question reçoit plusieurs autres solutions, je demande un autre nombre cube en entiers, qui, joint à toutes ses parties aliquotes, fasse un nombre carré.

Et si le Mylord Brouncker répond qu'en entiers il n'y a que le seul nombre 343 qui satisfasse à la question, je vous promets et à lui aussi de le désabuser en lui en exhibant un autre.

Je demandois encore un carré en entiers qui, joint à toutes ses parties aliquotes, fasse un cube.

Pour la question proposée dans l'Écrit latin <sup>(1)</sup> que je vous envoyai, elle est aussi en nombres entiers, et, partant, les résolutions en fractions, lesquelles peuvent être d'abord fournies *a quolibet de trivio arithmetico*, ne me satisferoient pas.

Je suis avec respect, Monsieur, votre très humble et très obéissant serviteur,

FERMAT.

A Castres, le 6 juin 1657.

Je vous parlerai de la descente naturelle des corps pesants dès que j'aurai un peu plus de loisir <sup>(2)</sup>.

---

LXXXIV.

FERMAT A DIGBY.

MERCREDI 15 AOUT 1657.

(*Comm. ep.*, n° 12; *Fa.*, p. 191-193.)

MONSIEUR,

1. J'ai reçu avec joie et satisfaction votre dernier paquet et, quand il ne contiendrait autre nouvelle que celle de votre convalescence et

<sup>(1)</sup> La pièce LXXXI.

<sup>(2)</sup> Ce post-scriptum, emprunté au tome II de l'édition des Œuvres de Wallis (Oxford, 1693, in-f°), manque dans l'édition du *Commercium* de 1658. — Cf. Lettre LXXXII, 5.

du retour de votre santé, c'est un bien si grand et si considérable pour tous ceux qui aiment les belles-lettres, qu'ils ne peuvent en recevoir un plaisir médiocre.

2. J'ai reçu la copie de la lettre de Monsieur Wallis (1), que j'estime comme je dois, et j'avoue que ses figures sont les mêmes que les miennes et que ses conclusions pour leur quadrature sont aussi les mêmes; mais sa façon de démontrer, qui est fondée sur induction plutôt que sur un raisonnement à la mode d'Archimède, fera quelque peine aux novices, qui veulent des syllogismes démonstratifs depuis le commencement jusqu'à la fin. Ce n'est pas que je ne l'approuve; mais, toutes ses propositions pouvant être démontrées *viâ ordinariâ, legitimâ et Archimedeâ* en beaucoup moins de paroles que n'en contient son livre, je ne sais pas pourquoi il a préféré cette manière par notes algébriques à l'ancienne, qui est et plus convaincante et plus élégante, ainsi que j'espère lui faire voir à mon premier loisir.

Je voudrais qu'ensuite il eût déterminé les centres de gravité de ces hyperboles infinies, en distinguant celles qui en ont d'avec celles qui n'en ont pas (2); car, tandis qu'il dira que la chose lui est connue et qu'il n'en a pas voulu charger son livre, il ne me persuadera pas, et d'autant plus que la proposition générale sans démonstration me suffira de sa part. Et je vous répons, à l'avance, qu'elle ne sauroit contenir plus de huit ou dix lignes; dès qu'il me l'aura envoyée, je lui ferai part de ma spéculation sur ce sujet et de ma façon de démontrer.

3. Pour les questions des nombres, j'ose vous dire, avec respect et sans rien rabattre de la haute opinion que j'ai de votre nation, que les deux lettres de Mylord Brouncker (3), quoique obscures à mon égard et mal traduites, n'en contiennent point aucune solution; ce n'est pas que je prétende par là renouveler les joutes et les anciens coups de

(1) Cf. l'Épître V du *Commercium* datée du 6 juin 1657 et répondant à la Lettre LXXXII.

(2) Cf. l'Épître XVI du *Commercium*, réponse de Wallis datée du 21 novembre 1657.

(3) Voir page 341, note 2.

lances que les Anglois ont autrefois faits contre les François : mais, sans sortir de la métaphore, j'ose vous soutenir, et à vous, Monsieur, plus justement qu'à tout autre, qui excellez aux deux métiers, que le hasard et le bonheur se mêlent quelquefois aux combats de science aussi bien qu'aux autres, et qu'en tous cas nous pouvons dire que *non omnis fert omnia tellus* (¹).

Je serai pourtant ravi d'être détrompé par cet ingénieux et savant seigneur et, pour lui témoigner que notre combat ne sera point à outrage, je me relâche dans la question suivante, que je m'en vais lui proposer, de la rigueur de mes premières questions qui ne vouloient que des nombres entiers : il me suffira qu'ils soient rationaux à la mode de Diophante. (Le nom de cet auteur me donne l'occasion de vous faire souvenir de la promesse qu'il vous a plu me faire, de recouvrer quelque manuscrit de cet auteur, qui contienne tous les treize livres, et de m'en faire part, s'il vous peut tomber en main.)

4. Voici la nouvelle question, ou pour Mylord Brouncker ou pour Monsieur Wallis, que j'écris en latin suivant votre ordre (²) :

*Datum numerum ex duobus numeris cubis compositum dividere in duos alios numeros cubos.*

*Hanc propositionem in quadratis tantum exsequutus est Diophantus, in cubis ne tentavit quidem, in iis saltem libris qui ad nos de majore ipsius opere pervenerunt.*

*Exempli gratia, proponatur numerus 28 ex duobus cubis 1 et 27 compositus.*

*Oportet dictum numerum 28 in duos alios cubos rationales dividere et propositionis solutionem generaliter præstare.* -

Je consens que M. Frenicle l'entreprenne; je suis persuadé qu'il ne la trouvera pas si aisée que les autres, que je savois être de sa juridiction. Je l'estime extraordinairement aussi bien que vous, mais pour-

(¹) Allusion à Virgile, Eclog. IV, 39 : *omnis feret omnia tellus*.

(²) Cf. Observation IX sur Diophante.

tant ce que je vais ajouter l'étonnera, si vous prenez la peine de le lui communiquer.

5. Je lui avois écrit qu'il n'y a qu'un seul nombre quarré en entiers qui, joint au binaire, fasse un cube, et que ledit quarré est 25, auquel si vous ajoutez 2, il se fait 27, qui est cube (1). Il a peine à croire cette proposition négative et la trouve trop hardie et trop générale.

Mais, pour augmenter son étonnement, je dis que, si on cherche un quarré qui, ajouté à 4, fasse un cube, il n'en trouvera jamais que deux en nombres entiers, savoir 4 et 121. Car 4 ajouté à 4 fait 8 qui est cube, et 121 ajouté à 4 fait 125 qui est aussi cube. Mais, après cela, toute l'infinité des nombres n'en sauroit fournir un troisième qui ait la même propriété.

Je ne sais ce que diront vos Anglois de ces propositions négatives et s'ils les trouveront trop hardies : j'attends leur résolution et celle de M. Frenicle, qui n'a pas répondu à une longue lettre que M. Borel lui rendit de ma part. De quoi je suis surpris, car je lui répondois exactement à tous ses doutes et lui faisois quelque question de mon chef, dont j'attends la solution.

Je suis avec grand respect, Monsieur, votre très humble et très obéissant serviteur,

FERMAT,

A Castres, le 15 août 1657.

6. J'oublois de vous dire que M. Borel a écrit à son père que M. l'Ambassadeur de Hollande s'étonnoit de quoi je n'avois pas répondu à M. Schooten qui prétend avoir résolu mes questions et m'en avoir proposé d'autres; mais je vous assure que je n'ai rien vu de sa part et que, si vous m'en envoyez copie, j'y répondrai (2).

7. J'ai mis la proposition un peu plus générale dans la page sui-

(1) *cf.* Observation XLII sur Diophante.

(2) La réponse de Schooten au premier Défi (Pièce LXXIX) fut adressée par lui le 17 février 1657 à l'Ambassadeur de Hollande, Willem Boreel. Elle est insérée dans la Lettre n° 33 du *Commercium epistolicum* et dans la *Correspondance de Huygens*, nos 377 et 378.

vante où elle me semble être mieux ; on la peut concevoir pour M. Frenicle, qui aime les nombres entiers, en ces termes :

*Trouver deux nombres cubes dont la somme soit cube,*

et

*Trouver deux nombres cubes dont la somme soit égale à deux autres nombres cubes.*

8. *Proposuit Diophantus* (1) :

*Datum numerum quadratum in duos quadratos dividere ;*

*item :*

*Datum numerum ex duobus quadratis compositum in duos alios quadratos dividere.*

*Questionem autem ad cubos evehere nec ipse nec Vieta tentavit : quidni igitur famosam propositionem et recentioribus reservatam Analystis expedire aut dubitemus aut differemus ?*

*Proponatur itaque :*

*Datum numerum cubum in duos cubos racionales dividere ;*

*item :*

*Datum numerum ex duobus cubis compositum in duos alios cubos racionales dividere,*

*et inquiratur quid eâ de re Anglia, quid Hollandia censeat.*

(1) Cf. Observations II et III sur Diophante.