I.

ÉCRIT ANONYME

SUR

LA SPIRALE DE GALILÉE

SON ATTRIBUTION A FERMAT.

(Tomes I, pp. 73 et 417; II, pp. 12 et 15.)

[Florence, Bibl. Naz., Mss. Galileiani, Parte IV, Tomo IV, f° 34 recto et verso. Le texte de l'écrit a été publié dans les *Atti e Memorie della R. Accademia di scienze ecc. in Padova*, Anno CCXCVI (1894-1895), nuova serie, vol. XI, p. 40-42.]

La trajectoire d'un point matériel pesant tombant relativement à la Terre, supposée animée du mouvement diurne, et se mouvant jusqu'au centre, fut construite déjà vers l'année 1510 par Léonard de Vinci dans sa Note *Del moto della freccia sospinta dall' arco*, comme application de la composition d'un mouvement rectiligne et circulaire (1). Toutefois, quoique sa construction montre des tours en spirales, le grand peintre toscan n'y a pas appliqué la loi de la chute des graves, telle qu'il l'entendait alors.

L'ignorance de cette loi devait faire échouer d'abord les efforts des savants qui s'occupèrent après lui du problème et n'avaient pas d'ailleurs connaissance du travail de leur prédécesseur. Le Père Scheiner, qui traita la question en 1614, la posa sous la forme suivante : « *Quare centrum sphœræ delapsæ sub æquatore, spiram describit in eius plano,*

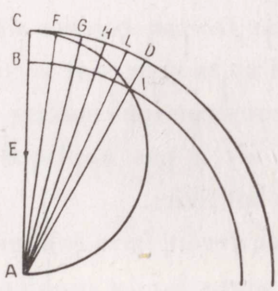
(1) Venturi, *Essai sur les Ouvrages physico-mathématiques de Léonard de Vinci* (Paris, 1797), p. 7-8; *Les manuscrits de Léonard de Vinci. Manuscrits G, L et M de la Bibliothèque de l'Institut*, publiés en fac-similés par M. Charles Ravaisson-Mollien (Paris, 1890), f^os 54-55 (Ms. G).

www.rcin.org.pl

sub aliis parallelis spiram describit in cono? sub polo descendit in axe, lineam giralem decurrens, in superficie cylinarica consignatam? » ([1]). Bientôt après, en 1618, Kepler arriva de son côté à une réponse beaucoup moins précise : « *Quidam sedulus astronomiæ cultor* — écrivait-il — *sed non satis consideratus, pingit casum lapidis versus Terram cis et ultra perpendiculum serpentinis flexibus fluctuantem, ut flexus numero respondeant gyrationibus Telluris, interim dum lapis in casu est* », en donnant en même temps, selon ses propres principes, un dessin de la courbe *rudi Minerva depictus* ([2]). Mais encore plus éloigné de la vérité était Galilée, sans doute à cause de sa connaissance trop imparfaite de la composition de deux mouvements inégaux, qui se manifeste entre autres dans sa défense des preuves de Kepler pour le mouvement de la Terre, dirigée en septembre 1624 contre Francesco Ingoli; c'est dans cette défense aussi qu'il prétend que la trajectoire d'une pierre jetée verticalement du pont d'un navire en marche est peut-être circulaire (*forse anco circolare*) ([3]).

Cette fausse opinion est répétée dans le *Dialogo sopra i due massimi sistemi del Mondo* du Maître, qui parut en 1632. En traitant dans la

Fig. 1.



Giornata seconda (p. 158-161) de la question de la trajectoire d'une pierre tombant d'une certaine hauteur CB (*fig.* 1) participant au mouvement diurne de la Terre, l'auteur remarque que si le mouvement

([1]) *Disquisitiones mathematicæ*, etc. (Ingolstadii, 1614), p. 33.
([2]) *Epitome astronomiæ copernicanæ*, etc. (Lentiis, 1618), p. 133
([3]) *Le opere di Galileo Galilei*, ed. naz., vol. VI (Firenze 1896), p. 546.

www.rcin.org.pl

vers la Terre était uniforme, cette trajectoire serait identique à une spirale d'Archimède; mais ce mouvement étant en réalité accéléré, il conclut que la courbe sera un demi-cercle CIA, dont l'extrémité passe par le centre A de la Terre et qui est parcouru par la pierre avec un mouvement uniforme (1). Et néanmoins ce résultat n'est pas même une approximation admissible, ainsi que Galilée a voulu présenter sa solution du demi-cercle (*ella gli è sommamente prossima*); sa conclusion est d'autant plus surprenante, que l'auteur a eu connaissance de l'opinion plus juste de Scheiner, dont il fait mention dans la suite de son *Dialogo* (p. 214) et qu'il cite textuellement encore un peu plus loin (p. 237) (2).

A son problème Galilée n'avait pas appliqué la loi de la chute des graves, dont on trouve dans son Ouvrage le premier énoncé. C'est cette loi que les critiques doivent appliquer à la question. Mais il faudrait tout d'abord établir la vérité de la loi, dont on admettra du reste ensuite la validité, pour toute l'étendue de l'espace, aussi bien à l'extérieur qu'à l'intérieur de la Terre.

Quelles étaient donc les preuves de cette loi? Les expériences n'en confirmaient point l'énoncé. Galilée avait dit dans la *Giornata prima* du *Dialogo* qu'un boulet de canon parcourt dans un intervalle de moins de dix battements de pouls un espace de plus de deux cents bras (*in manco di dieci battute di polso passerà più di dugento braccia di altezza*, p. 14), ce qui n'est pas conforme à la vérité, si l'on pose que le bras de Florence équivaut à peu près à notre demi-mètre (3) et que l'heure selon Cardan et Kepler, comprend environ quatre mille de

(1) Comp. aussi P. Mansion, *Sur une opinion de Galilée relative à la chute des corps* [*Annales de la Société scientifique de Bruxelles*, t. XVIII, 1re Partie (Bruxelles, 1894), p. 92-94].

(2) Encore plus tard le célèbre astronome Riccioli donna dans son *Almagestum novum* de 1651 et *Astronomia reformata* de 1665 la même solution du problème que Galilée, ce qui donna lieu à une série de controverses publiées par lui et son adversaire de Angelis (*OEuvres de Chr. Huygens*, t. VI, 1895, p. 105-106 et 328-332).

(3) La *miglia* équivaut à 3000 *braccia* selon le *Dialogo*, édition de 1632, p. 175-176; selon un passage de la page 246, la distance du palais de Sagredo jusqu'à la tour de Burano serait 6 *miglia*, tandis qu'on sait qu'elle est égale à 9km. *Voir* cependant ci-après page 6 la note 2.

www.rcin.org.pl

ces battements ([1]). D'ailleurs Galilée s'était proposé dans la *Giornata seconda* de trouver le temps de la chute d'une boule de la Lune à la Terre, qu'on déduit facilement en nombres par l'application de la loi nouvellement découverte (étant supposée, comme le fit Galilée, la constance de l'accélération) quand on a trouvé par expérience le temps employé par un mobile qui parcourt un espace connu et quand on connaît la distance de la Lune jusqu'à nous. Or, l'expérience, bien des fois répétée, dit l'interlocuteur Salviati, a fait voir qu'une boule de cent livres *scende dall' altezza di cento braccia in cinque minuti secondi d'hora* (p. 219). Cependant la distance indiquée doit être en réalité plus que double. En effet, Galilée avait laissé croire à ses contemporains qu'il avait trouvé ces résultats par des expériences sur la chute directe, tandis qu'il y a toute apparence qu'il ne les avait que déduites de ses expériences sur le plan incliné, en agrandissant ses erreurs d'observation par l'application de la valeur ainsi trouvée au calcul de la chute directe sur un espace plus étendu.

Il va sans dire qu'un tel procédé fut la source de beaucoup de discussions entre les savants de l'époque. On admettait que toute loi sur la chute des graves dans le vide, quelle qu'elle soit, échappe d'abord à toute expérience rigoureuse, et ainsi qu'on ne pouvait se contenter d'une concordance approximative entre la loi énoncée et la chute dans l'air. Mais en regardant la grande discordance entre la proposition et l'expérience, qui ne pouvait pas être attribuée à la résistance de l'air ou à l'imperfection des chronomètres (battements du pouls, clepsydre ou sablier), les contemporains n'avaient pas tout à fait tort de regarder l'énoncé de l'illustre savant, non comme une loi prouvée, mais plutôt comme une hypothèse, qui reposait plus sur un principe hypothétique que sur des faits.

En France, Mersenne se mit en tête de ceux qui désiraient éclaircir les doctrines du Maître et spécialement il tâcha de vérifier la loi de la

([1]) H. Cardani, *Opus novum de proportionibus*, etc. (Basileæ, 1570), prop. 58, p. 50; *Epitome astronomiæ copernicanæ*, etc. *Auctore* J. Kepplero (Lentiis, 1618), p. 278-279.

www.rcin.org.pl

chute des graves par des expériences nouvelles. Ayant traité de cette loi avec Descartes déjà précédemment [1], il s'adressa encore plus d'une fois au philosophe, en Hollande, au cours de l'année 1634 ; mais celui-ci, ayant été déjà amené par son affirmation de l'absence du vide à sa théorie fameuse de la matière subtile [2], nia d'avance toutes les expériences de Galilée, et après avoir vu la proposition de la chute des graves dans l'Ouvrage même, il écrivit au Minime en août 1634 qu'elle « *n'est jamais entièrement vraye, comme il pense la démonstrer* » [3]. A cette époque Mersenne avait déjà fini sa paraphrase de l'Ouvrage de Galilée dans le *Liber secundus* de ses *Harmonicorum libri*, rédigée sans doute avant qu'il achevât en mars 1634 son grand Ouvrage de l'*Harmonie universelle*, qui comprend dans son *Livre second*, intitulé *Des Mouvements*, une autre paraphrase, qui se trouvait sous presse depuis l'été de 1634. La même année, le Minime publiait déjà un abrégé de la *Giornata prima* et *seconda* du *Dialogo* aux pages 158-166 et 201-214 de ses *Questions théologiques, physiques*, etc., dont l'achevé d'imprimer est d'août 1634 et en même temps il projetait une défense des opinions nouvellement condamnées de l'illustre Florentin [4].

C'est dans ces Ouvrages de Mersenne qu'il est parlé aussi de la spirale de Galilée (c'est-à-dire de la courbe en question). Mais en reproduisant dans la première partie de ses *Harmonicorum libri*, au corollaire second de la *Proposition XXIV*, l'opinion de Galilée sous le titre de *Velocitatem descensus gravium ad centrum posito motu Terræ annuo* (sic pro *diurno*) *definire* (p. 17-18), il ajoute déjà : « *Sunt autem plurima in hoc Corollario quæ postulant examen accuratius quam hîc afferri possit aut debeat.* » En effet, Mersenne ne tarda pas à remarquer que, dans la solution de Galilée, le point parcourt le rayon de la Terre

(1) *Voir* ci-après, p. 23 et 24.

(2) *Le Monde*, Chap. IV (*OEuvres de Descartes*, éd. Adam et Tannery, t. XI, 1909, p. 17-19, 20-23).

(3) *OEuvres de Descartes*, éd. cit., t. I, 1897, p. 287, 297-298 et 304-305.

(4) Tamizey de Larroque, *Les Correspondants de Peiresc :* XIX. *Le Père Marin Mersenne* (Extrait de la *Revue historique et archéologique du Maine*, 1892-1894, p. 78, 81, 82-84, 90-91, 93-94, 98, 103, 107, 108, 109, 110, etc. de l'Extrait; *Œuvres de Descartes*, éd. cit., t. I, 1897, p. 578-579.

www.rcin.org.pl

en même temps qu'un point de la superficie de la Terre parcourt un quart de cercle, c'est-à-dire en 6 heures. Après avoir donné donc un exposé de la doctrine de Galilée sur la courbe dans la *Proposition III* du *Livre second* de son *Harmonie universelle*, Mersenne fit l'examen promis dans la *Proposition IV* du même *Livre second* (p. 96-98), qui porte le titre de *Monstrer qu'il est impossible que les corps pesans, descendans iusques au centre de la Terre, descrivent le demi-cercle précédant, et donner la ligne, par laquelle ils descendroient, si la Terre tournoit en 24 heures autour de son essieu*. C'est là qu'il fit voir que la forme attribuée à la courbe par Galilée ne s'accorde ni aux nombres donnés par celui-ci, ni aux résultats de ses propres expériences. En effet, en envoyant à Peiresc le 15 janvier 1635 [1] le calcul de la chute d'une bombe de la Lune jusqu'à nous, il le pria de le « *communiquer à M. Galilée, si vous le jugez à propos, affin qu'il n'ayt pas la peine de faire le calcul de ses expériences.... Or il suppose que le boulet tombe cent brasses en* 5″, *d'où il s'ensuit que le boulet ne tombera que* 4 *brasses dans une seconde, quoyque je suis asseuré qu'il tombe de plus haut* » [2], et il ressort de plusieurs endroits du *Livre second* de l'*Harmonie universelle* (p. 85, 95, 108, 112, 144, 156, 221), que Mersenne

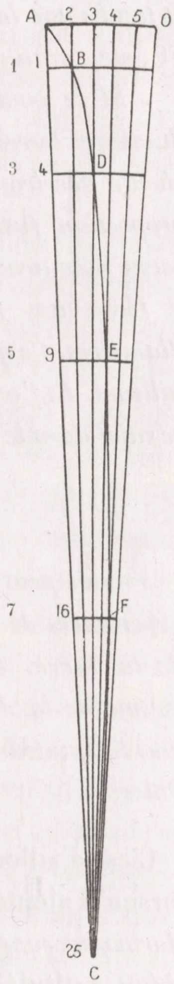
(1) Tamizey de Larroque, *op. cit.*, p. 112, et *Le Opere di Galileo Galilei*, ed. naz., vol. XVI, 1905, p. 196-197.

(2) Dans cette lettre, Mersenne remercie aussi son Mécène pour l'envoi de la grandeur de la brasse de Florence, « que j'avois tousjours supposée moindre d'un pouce et demi, suivant la relation de nos marchands et du nepveu ou cousin du Sr Galilée qui demeure à Lyon ». Plus tard, le Minime dira que la brasse de Florence répond *satis præcise* à 23 pouces de France et que le doigt est peut-être (*forte*) le $\frac{1}{24}$ de cette brasse [*Reflectiones physico-math.* (Paris, 1647), p. 218]. Alors cette brasse serait de $0^m,622$. Après l'époque de Galilée, le Grand-Duc Léopold a introduit une brasse pour toute la Toscane, qui avait la grandeur de $0^m,5508$ (*Le Opere di Galileo*, éd. Alberi, vol. XI, 1854, p. 192) et qui aura été peu différente de celle de Florence. Dans une lettre de Burattini à Pierre des Noyers, datée de Jaszdowa le 7 août 1665 et retrouvée sous les papiers de Boulliaud à la Bibliothèque nationale à Paris (f.fr. 13044, fol. 236-237), on lit : « Braccia 20 di Fiorenza sono a punto Piedi 35 $\frac{5}{8}$ di Francia, chiamati *du Roy* », passage auquel Boulliaud ajouta : « la brasse vaut 21 poulces 4 $\frac{1}{2}$ l. ou un pied 9 poulces 4 $\frac{1}{2}$ l., selon l'estimation de Mr Buratin » et le savant éditeur de cette lettre : « Due diverse misure erano con questo nome usate in Firenze : l'una era il braccio usato per misurare i terreni : il campione ne era esposto nel Palazzo del Bargello e correspondeva a linee 244,35 del piede di Parigi equivalente a $0^m,551202$; l'altro era il braccio da panno e correspondeva

www.rcin.org.pl

avait trouvé qu'un poids tombe de 108 pieds du Roy, c'est-à-dire de $35^{m},083$ au bout des trois premières secondes. On lit dans ce même *Livre second*, dont un exemplaire imprimé fut envoyé à Peiresc le 17 septembre 1635 ([1]), touchant le corps tombant que « *suivant nos expériences et la raison doublée ou celle des sinus verses aux arcs, il arrivera au centre en* $19' 56'' \frac{1}{2}$, *pendant que la Terre fera* 4 *degrez*, $59' \frac{1}{8}$; *et si l'on suit l'expérience de Galilée il ira au centre en* $25' \frac{1}{2}$, *tandis que la Terre fera* 6 *degrez* $22' \frac{2}{3}$. *Et partant il décrira la ligne courbe* ABDEFC (*fig.* 2), *qui est grandement différente non seulement du demi-cercle, mais de quelque partie de cercle et d'arc que l'on voudra; car si l'on oste la portion* ABD, *le reste n'est guère différent d'une ligne droite, comme l'on void particulièrement dans la portion* EFC.

Fig. 2.



» *Or cette ligne se décrit en cette sorte :*

» *Je tire la ligne droite* AC (*fig.* 2) *qui représente le demi-diamètre de la Terre, dont* C *est le centre, et puis je mène la ligne* CO, *qui fait avec* AC *un angle de* 6 *degrez* $22' \frac{2}{3}$, *car si la ligne* AC *est* 100000, *la ligne* AO *fera* 11178. *Et puis je divise l'arc* AO *en* 5 *parties égales, dont chacune a un degré* $16' \frac{1}{3}$; *et la ligne* A[C] *en* 5 *parties inégales, dont la première en a une, la seconde* 3, *la troisième* 5, *la quatrième* 7 *et la dernière* 9 ([2]), *qui font en tout* 25, *c'est-à-dire le quarré de* 5. *Et par les sections je tire des arcs jusques à la ligne* OC, *de sorte que pendant que la Terre torne et fait l'arc* Az, *le poids tombe jusques à* B *en* $5' 6''$; *et*

a linee parigine 258,72 pari a $0^{m},583625839$ » [A. Favaro, *Intorno alla vita ed ai lavori di Tito Livio Burattini* (Venezia, 1896), p. 100]. Enfin la brasse de Florence aurait eu la valeur de $0^{m},5942$, selon Prony dans son *Évaluation des mesures linéaires* (*Annuaire du Bureau des Longitudes*, 1846, p. 62).

(1) Tamizey de Larroque, *op. cit.*, p. 148; *voir* aussi p. 123, 130, 134, 147, 149-150, 150-151, 152-153 et 155-156.

(2) Comp. à l'égard de cette division, la démonstration géométrique de la loi de la chute des graves ci-après (p. 21-22).

www.rcin.org.pl

faisant l'autre arc 2,3 *en* 5′6″, *il tombe de* B *à* D, *c'est-à-dire* 3 *fois davantage; et puis en pareil temps il fait* DE, *qui contient* 5 *parties; et tandis que la Terre fait l'arc* 4, 5, *le poids tombe l'espace* EF, *et puis* FC, *etc., en augmentant sa vitesse en raison doublée des temps.*

» *Si le poids tomboit de* 373248 *lieuës, c'est-à-dire de* 326 *demi-diamètres terrestres, il arriveroit en six heures au centre, et la ligne de sa cheute décriroit une figure fort proche du demi-cercle, supposé que la proportion fust en raison doublée, mais si elle estoit comme les sinus verses aux arcs, il feroit un demi-cercle parfait et hors de cette distance il feroit une hélice, si l'éloignement est plus grand que* 326 *demi-diamètres. Ce qu'il est facile de démonstrer, comme nous avons déjà fait ailleurs. Et l'on peut encore voir plusieurs supputations que j'ay fait sur ce sujet dans le livre* de Causis sonorum (¹), *dans la* 24 *et* 27 Proposition.

COROLLAIRE.

» *L'on peut conclure de cette proposition que toutes les pensées et les expériences de Galilée ne favorisent nullement le mouvement journalier de la Terre. Et que les poids ne tomberoient jamais en demi-cercle, mesme de la distance que nous avons supposée, que lorsqu'ils seroient sous l'Équateur, et qu'ils tomberoient seulement en ligne droite sous les Poles.* »

C'est d'ailleurs au texte précédent que Mersenne renvoie le lecteur lorsqu'il ajoute, au commencement de 1636, au volume imprimé de ses *Harmonicorum libri* une Préface dans laquelle il donna sous la *Propositio I*, intitulée *Lineam lapidis versus centrum proprio nutu cadentis, supposito diurno Terræ motu, describere*, un développement des énoncés du corps de cet Ouvrage.

Enfin il existe encore un autre exposé sur la spirale de Galilée, qui est constitué par le premier document d'une collection de trois manuscrits, sans date ou nom d'auteur, qui se trouvent dans les

(¹) Titre du *Liber secundus* des *Harmonicorum libri*, cités ci-avant.

www.rcin.org.pl

manuscrits galiléens de la Bibliothèque nationale à Florence. Dans la publication du texte de ces écrits par M. Favaro, en 1894, on regrette vivement l'absence de tout commentaire de la main du savant éditeur des *Œuvres de Galilée*. C'est ce qui nous oblige de justifier ici notre opinion sur l'auteur du premier de ces trois manuscrits, en précisant plus loin les circonstances dans lesquelles ces écrits ont été envoyés à Galilée.

L'écrit en question débute par une remarque sur une ancienne spéculation philosophique de Galilée, que celui-ci attribue à Platon. Le Créateur, ayant posé le centre dans le Soleil immobile aurait formé toutes les planètes en un même lieu, leur aurait donné une inclinaison à se mouvoir vers le Soleil suivant une ligne droite et aurait changé leur mouvement rectiligne en circulaire uniforme avec les vitesses déjà acquises à la fin de leur chute, lorsqu'elles eurent obtenu le degré de vitesse qu'il avait préalablement fixé (1). Or nous savons que cette spéculation de Galilée (qu'il peut avoir confondue aussi avec le problème de la spirale et mise en rapport avec sa solution erronée du demi-cercle) est combattue précisément par Mersenne, qui douta aussi à bon droit des titres de Platon à la paternité de cette idée dans la *Proposition VI* du *Livre second* de son *Harmonie universelle* (voir aussi la *Proposition VII*, p. 108), dans la *Propositio II* de la *Præfatio*, ajoutée à ses *Harmonicorum libri*, et dans sa lettre à Peiresc du 4 décembre 1635 (2). D'ailleurs l'auteur du document s'appelle le « commentateur » des opinions de Galilée — nom qui s'applique très bien à Mersenne par ses longues paraphrases du travail du savant italien, quoiqu'on puisse l'appliquer aussi à Frenicle, si c'est à celui-ci qu'on veut attribuer cette traduction française du *Dialogo*, que Déodati nous apprend, dans une lettre à Galilée du 16 mai 1634, alors en train d'être rédigée, mais qui fut suspendue l'année suivante, comme c'est

(1) *Dialogo*, etc., éd. de 1632, p. 12-13, 21-22; Galilée revenait à cette idée dans ses *Discorsi* de 1638, p. 254-255; *voir* d'ailleurs P. MANSION, *Sur une opinion de Galilée relative à l'origine commune des planètes* [*Annales de la Société scientifique de Bruxelles*, t. XVIII, 1re partie (Bruxelles, 1894), p. 46-49, 90-92].

(2) TAMIZEY DE LARROQUE, *loc. cit.*, p. 407-408.

www.rcin.org.pl

Frenicle qui est indiqué plus tard par nom comme auteur d'une traduction et commentaires de l'ouvrage de l'astronome de Florence ([1]). Mais ne sachant pas plus de ces commentaires restés inédits, nous ne pouvons que penser à Mersenne si l'auteur de notre écrit relève enfin ses nombreuses expériences sur la chute des graves, dont le Minime a parlé dans le *Livre second* de son *Harmonie universelle* et à plusieurs endroits de ses autres ouvrages et dont il avait écrit, dans une lettre du 17 septembre 1635 à Peiresc, à l'égard de leur discordance avec celles de Galilée : « *Du moins suis-je assuré que les miennes ont esté répétées plus de* 30 *fois et quelques-unes plus de cent fois devant de bons esprits ; que tous ont conclu comme moy, sans en excepter aucun* » ([2]).

Or voici cet autre document sur la spirale de Galilée que nous attribuons à Mersenne :

PROPOSITIONS EXTRAITES DES *DIALOGUES* DE GALILÉE ENTRE QUELQUES AUTRES, OÙ IL SE TROUVE QUELQUES DIFFICULTÉS.

[Florence, Bibl. Naz., Mss. Galileiani, Parte IV, Tomo IV, f^os 28 recto-30 recto. Le texte de l'écrit a été publié dans les *Atti e Memorie della R. Accademia*, ecc. *in Padova*, Anno CCXCVI (1894-1895), nuova serie, tome II, p. 34-35.]

. . . .

« *Aux pages* 158 *et* 159 *il dit :* [1^e] *qu'il est assez probable qu'une pierre tombant du haut d'une tour iusques au centre de la Terre, descrit un demy cercle, d'où il s'ensuit que les mobiles qui tombent ne descrivent*

([1]) *Le Opere di Galileo Galilei*, ed. naz., vol. XVI, 1905, p. 96 et 231. Dans une Note relative à ce passage de la lettre, on a attribué la traduction à Carcavi. Le titre de Frenicle à la paternité d'une traduction commentariée du *Dialogo* résulte des lettres du même Déodati et de Thévenot, adressées à Viviani en février 1657 et mars 1661 (*voir* A. Favaro, *Ragguaglio di manoscritti galileiani nella collezione Libri-Ashburnham*, et Favaro, *Documenti inediti per la storia dei manoscritti galileiani* dans le *Bullettino di bibliografia e di storia delle sc. mat. e fis.* du prince Boncompagni, resp. t. XVII, 1884, p. 876, et t. XVIII, 1885, p. 152 et 158).

([2]) Tamizey de Larroque, *op. cit.*, p. 148.

www.rcin.org.pl

point en leur cheutte une autre ligne qu'une simple circulaire; 2e qu'il ne se meut plus vite en tombant que s'il fût demeuré au haut de la tour; 3e que le mouvement de ce mobile ne s'augmente point en tombant, mais demeure uniforme comme s'yl n'eust bougé de sa place.

» *Et en la page* 160 *il dit qu'il ne veut pas asseurer que le mouvement des choses pesantes vers la Terre se fasse précisément de cette fasson, mais bien que sy la ligne des mobiles qui tombent n'est justement celle-là, elle an approche de bien près.*

» *Galilée s'est encore icy beaucoup mespris, charmé comme il est croyable de la beauté des conséquences qu'il tire de sa proposition. Car il est aisé à veoir, tant par sa figure de la page* 159 (1) *que par la suitte de son discours et par l'exposition de la figure, que le mobile, en passant par le diamètre* [*de*] CIA, *dans sa cheutte le parcourt en six heures, puisque ce doit estre en mesme temps que le point de la tour* C, *et d'où le mobile est party, fait un quart de cercle par le mouvement journallier. Et parce que Galilée ne détermine point la hautteur de la Tour, et n'a point aussy d'égard au diamettre de la Terre, il s'ensuivroit de cette proposition que quelque hauteur que peut avoir la Tour, quand mesme elle arriveroit iusques à la Lune, ou mesme iusques au Soleil, ou encore plus loing, le mobile n'emploiroit tousiours que le mesme temps à descendre iusques au centre; et que, quand la Terre ne seroit pas plus grosse que* ☿, *ou bien n'auroit que cent lieuës de diamettre ou moins, le mobile ne devroit pas employer moins de temps à passer de la surface du cors iusques au centre. Ce qui n'est pas croyable, et Galilée n'en apporte aucune preuve.*

» *Mais sy on suppose les expériences de l'espace que parcourent les cors pesans en tombant, et que les espaces parcouruës soient en raison doublée des temps, comme il asseure l'avoir descouvert pages* 17 *et* 217, *on ne trouvera que* 20 *minutes d'heure un peu moins pour le temps qu'un boulet de canon employroit à descendre iusques au centre de la Terre, pendant lequel temps la Terre ne fait que* 5°, *qui est bien loing de* 90°. *Et parce que les observations de Galilée ne s'accordent pas aux nostres et qu'il fait ce mouvement un peu plus lent, le temps de la cheutte du mobile*

(1) *Voir* la figure 1 (p. 2).

www.rcin.org.pl

seroit plus de $25' \frac{1}{2}$ selon son observation, pendant que la Terre feroit $6^{\circ} 22'$. D'où s'ensuivroit que la ligne descrite par le mobile sera beaucoup différente du demy cercle et elle seroit assez notablement courbe près de la circonférence, mais aprochant du centre, il seroit difficile de la distinguer d'une droicte à la veue.

» *Or Galilée tire de là une autre conséquence qui est que la nature ne se sert point du tout des lignes droictes pour reunir à leur tout les parties qui en ont esté séparées, mais de circulaires seulement. Car encore qu'on recoive sa proposition pour véritable, cette ligne circulaire n'auroit lieu que soubs l'équateur, ne considérant que le mouvement journallier, car, si on y mesloit l'annuel, il s'en faudroit beaucoup que la ligne fût circulaire en quelque endroit de la Terre que fust le mobile. Ne posant donc que le journallier, ie dis que de dessoubs les pôles les cors pesants tomberoient par une ligne droicte, laquelle par conséquent ne seroit pas tout-à-fait banie de la nature; et dans les parallèles ce seroient des lignes courbes, qui approcheroient de la circulaire d'autant plus qu'ils seroient près de l'équateur.* »

. . . .

Probablement, cet écrit de Mersenne devait servir de lettre circulaire depuis l'été de l'année 1635, époque à laquelle le Minime inaugura à Paris la première Académie de mathématiciens (¹). Il devait intéresser au plus haut degré des savants comme Carcavi, qui ayant visité Galilée à Arcetri au commencement de l'année 1635, lui envoya après son retour en France en mai ou juin 1635 des observations, sans doute de sa propre part, sur certaines propositions de l'Ouvrage du grand Florentin (²), et se proposait de faire une édition de toutes les œuvres de Galilée à ses propres frais. Ayant quitté Toulouse pour devenir membre du Grand Conseil à Paris, où il se fixa dans le mois de mars ou d'avril 1636 (³), Carcavi fit aussi

(¹) Plus tard il fera de même à l'égard des *Discorsi* de Galilée. *Voir* l'article de M. Ch. Henry, *Galilée, Torricelli, Cavalieri, Castelli* (*Reale Accad. dei Lincei, Memorie della Cl. di sc. mor. stor. e fil.*, s. III, t. V, 1880, p. 14-15 de l'extrait).

(²) *Le Opere di Galileo Galilei*, ed. naz., vol. XVI, 1905, p. 271 et 289.

(³) *Voir* sa lettre à Galilée du 15 avril 1636 (*Le Opere di Galileo Galilei*, ed. naz. vol. XVI, 1905, p. 416).

www.rcin.org.pl

la connaissance de Mersenne; d'ailleurs nous savons que c'était précisément par Carcavi que Mersenne entra en correspondance avec Fermat en avril 1636 et que c'était probablement dans la première lettre, qu'il adressa au géomètre de Toulouse que le Minime, lui envoyant peut-être en même temps son écrit précédent, lui demanda des éclaircissements sur la courbe qui l'avait occupé tant de fois.

En effet les éditeurs de la *Correspondance de Fermat* ont déjà remarqué qu'il s'agit de la Spirale de Galilée (dont l'équation en coordonnées polaires est $\rho = a - b\varphi^2$), lorsque Fermat déclare dans sa réponse à Mersenne du 26 avril 1636 (t. II, 1894, p. 5) que la courbe en question est une hélice. Dans une lettre du 3 juin 1636, Fermat promit ensuite au Minime de lui envoyer la démonstration de cette hélice, qui est « *de grand discours et de grande recherche* », et qui contiendrait « *autant que deux des plus grands traités d'Archimède* »; d'ailleurs il explique la renonciation à son projet en ajoutant qu'il dressera sur la courbe « *un traité exprès, où je vous ferai de nouvelles hélices* », c'est-à-dire les spirales de degré supérieur $\frac{R-\rho}{R} = \left(\frac{\varphi}{2\pi}\right)^n$, formées algébriquement à l'imitation des paraboles de degré supérieur $y^n = 2px$ et dont la spirale de Galilée représente le cas particulier $n = 2$, si l'on admet la loi que les espaces parcourus par le poids sont en raison carrée des temps, sans se soucier du fait que les composantes de la gravité ne sont constantes que dans le cas où la trajectoire du poids est infiniment petite à l'égard des dimensions de la Terre.

Dans l'écrit suivant, qui forme le troisième des écrits contenus dans le cahier de la Bibliothèque nationale de Florence, dont nous avons parlé plus haut, l'auteur donne non seulement la construction, mais aussi la quadrature de la courbe. En écrivant l'équation de la spirale sous la forme $\rho = R\left\{1 - \left(\frac{\varphi}{2\pi}\right)^2\right\}$, il réduit l'évaluation de l'intégrale

$$S = \frac{1}{2}R^2\int_0^{2\pi}\left\{1 - \left(\frac{\varphi}{2\pi}\right)^2\right\}^2 d\varphi,$$

www.rcin.org.pl

dont la valeur est $\frac{8}{15}\pi R^2$, à l'usage de l'inégalité

$$\frac{(16^2-15^2)^2+(16^2-14^2)^2\ldots\ldots(16^2-1^2)^2}{16\times 16^4}<\frac{8}{15}<\frac{(16^2-15^2)^2+(16^2-14^2)^2\ldots\ldots(16^2-0^2)^2}{16\times 16^4},$$

qui résulte d'un théorème dont Fermat se servit, selon ses lettres à Roberval dès le mois de septembre 1636, et qui fut retrouvé vers cette époque aussi par celui-ci, qui nous a laissé une relation postérieure, mais précieuse, sur la quadrature des spirales infinies ([1]). C'est déjà toute cette méthode de quadrature qui peut confirmer la thèse que nous sommes en présence d'un écrit du géomètre de Toulouse. La mention au commencement de ce document de la courbe de Menelaos qui est semblable à celle émise déjà par Fermat dans sa lettre à Mersenne du 3 juin 1636, où il la croyait identique à la spirale parabolique, ne peut que corroborer notre thèse sur la paternité de l'écrit.

Ajoutons que cet écrit ne peut pas avoir été compris dans l'envoi de Fermat à Paris, dans lequel il avait parlé de la quadrature des spirales nouvelles. En effet, contrairement au contenu de notre écrit, Fermat n'y avait donné que les résultats seuls de ses recherches, en omettant les démonstrations. Cet envoi étant parvenu à Paris avant le 4 novembre 1636, Fermat pria à cette date Roberval d'aller voir son traité chez Mersenne et de travailler avec Beaugrand aux questions qui y étaient proposées, comme il le fit le 16 décembre suivant. A ces questions appartenait peut-être aussi la construction des tangentes : plus tard Beaugrand dira que la construction de la tangente à la spirale d'Archimède par voie d'analyse lui fut proposée par Fermat ([2]) et nous savons aussi que Fermat proposa la construction de la tangente à la spirale de Galilée, à Roberval et à Etienne Pascal dans un nouvel écrit, dont les éditeurs ont fixé la date au mois de janvier ou de février 1637 (t. I, p. 73 et 417; t. II, p. 12, note 2). Encore plus tard,

([1]) *Voir* l'extrait de sa lettre à Torricelli de 1646-1647 que nous donnons ci-après sous le n° 2 du Document XIII.

([2]) *Voir* ci-après le Document VIII.

www.rcin.org.pl

Roberval et Mersenne n'avaient pas encore vu les démonstrations des quadratures des spirales infinies ([1]). En effet, il résulte d'un document que nous publions plus loin que le présent écrit forme un envoi à part destiné pour Carcavi seul. Sa date ne se peut préciser entre le 3 juin 1636 et le commencement de l'année 1637.

La démonstration offre l'intérêt de représenter le bilan des résultats sur le problème auxquels était parvenu Fermat à cette époque. Le fait que l'écrit ne porte ni nom d'auteur ni date et qu'il fut publié en 1894 sans aucun commentaire est sans doute la raison pour laquelle il n'a pas été reconnu jusqu'ici comme un travail du géomètre de Toulouse.

Cùm Galilæus (magni ingenii uir) in suis *Dialogis* dubitanter asseruisset graue (supposito diurno Telluris motu) naturaliter descendens, semicirculum descripturum, nobis occasio fuit attentius ueritatem inquirere, jamque demonstrato huius opinionis errore ([2]), veram lineam damus, quæ, ni fallor, eadem est quæ a Menelao apud Pappum ([3]) *mirabilis* appellatur.

Sit in Tellure circulus ABKC (*fig.* 3), quem hîc æquatorem supponimus, et sit grauis alicuius motûs principium in A fiatque descensus usque ad centrum E in tempore quod ad tempus 24 horarum se habeat ut arcus AKC ad totam circuli circonferentiam (supposito diurno Telluris motu tantum, non autem annuo), dico a graui descendente describi non semicirculum, sed *helicem* quamdam, qualis est A, D, 21, 18, 15, 12, etc., quæ in figura punctis notatur, cuius (supposità proportione descensus grauium a Galilæo assignata) hæc est proprietas, *ut ducta a centro quæcumque rectâ* EK, *secante*

([1]) Document XIII n° 2 ci-après et *Œuvres complètes de Chr. Huygens*, éd. cit., t. I, (La Haye, 1888), p. 94.

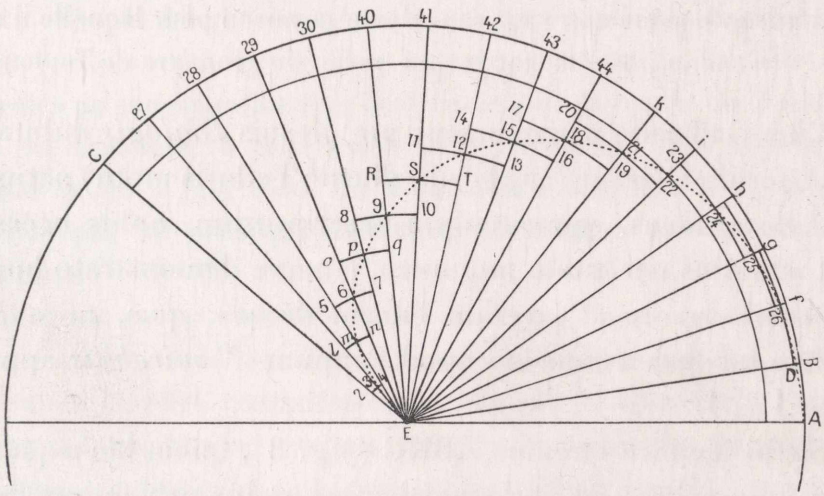
([2]) Allusion aux remarques de Mersenne, citées ci-avant, p. 5-12.

([3]) Pappus, *Collectiones mathematicæ*, Lib. IV, Probl. VII, Prop. XXX [ed. de Commandinus (Pisauri, 1580) f° 61 recto].

www.rcin.org.pl

helicem in puncto 21 *et circonferentiam circuli in* K, *ductis etiam rectis* EA *et* EC, *recta* EK *ad rectam* K 21 *sit in ratione duplicata circonferentiæ* AKC *ad circonferentiam* AK [1]. Alia proprietas insignis hæc est *ut spacium helice* AD 21 E *et rectâ* EA *contentum, ad sectorem* AKCE *sit ut numerus octo ad numerum quindecim.*

Fig. 3.



Prima proprietas facile probatur ex naturâ ipsius helicis. Diuiso enim arcu AKC in quotlibet partes æquales, ductisque a centro ad puncta divisionum semidiametris, diuiso etiam tempore descensûs in tot partes æquales et posito quod linea BD, quam percurrit grave in primâ parte temporis, sit unius mensuræ, erit linea *f*, 26, quam in duobus primis temporibus percurrit graue, quatuor mensurarum; *g*, 25 novem mensurarum; *h*, 24 sexdecim mensurarum; *i*, 23 vigintiquinque mensurarum; K, 21 triginta sex mensurarum; atque ita secun-

(1) A savoir que l'équation de la courbe est $\frac{R-\rho}{R} = \left(\frac{\varphi}{\alpha}\right)^2$, si α représente l'angle CEA.

www.rcin.org.pl

dum naturalem ordinem numerorum quadratorum. Unde patet conclusio (1).

Secundæ proprietatis demonstratio difficillima est. Fit autem inscribendo et circonscribendo ipsi helici sectores circulorum, quales sunt inter inscriptos quidem E, 3, 4; E, m, n; E, 6, 7; E, p, q; E, 9, 10; E, S, T; E, 12, 13; E, 15, 16, etc.; inter circumscriptos autem E, 2, 3; E, l, m; E, 5, 6; E, o, p; E, 8, 9; E, R, S; E, 11, 12, etc., quod ita fieri potest ut inscripti a circumscriptis deficiant minori quantitate quâlibet propositâ, ut factum est ab Archimede (2).

Quo facto inscriptorum hic erit ordo. Exponantur tot numeri quadrati ab unitate naturali ordine sese sequentes 1, 4, 9, etc. donec multitudo illorum æqualis sit multitudini partium æqualium in quas arcus AKC diuisus est, siue multitudini sectorum æqualium AEB, BEf, fEg, etc., quæ multitudo in nostra figura est sexdecim atque ideo ultimus numerus quadratus erit 256. Ab hoc ultimo demantur continue minora quadrata suo ordine, nempe 225, 196, 169, 144, etc.; remanebunt hi numeri 31, 60, 87, 112, 135, etc. usque ad 255. Horum omnium numerorum quadrata simul sumpta, nempe

(1) On remarque que Fermat, comme Galilée et Mersenne, ne s'est occupé de la trajectoire que dans l'intérieur de la Terre, où il admet aussi la loi de Galilée. D'ailleurs, dans sa déduction, il ne s'est point soucié de la question brûlante *de lapsu lapidis circa centrum mundi* qui occupait déjà les savants du moyen âge. Dans son *Dialogo* Galilée avait démontré que la vitesse, acquise par un pendule au point le plus bas de sa trajectoire, représente un élan (*impeto*) qui est suffisant pour la faire monter jusqu'à la même hauteur que celle d'où elle est tombée. Ainsi une pierre qui tombe vers le centre de la Terre et qui se peut mouvoir à partir de ce centre comme dans un canal droit, acquerra par sa chute précisément une vitesse qui suffit à la faire remonter, ou, pour mieux dire, à la faire aller jusqu'à l'autre point de la superficie de la Terre; elle devrait effectuer un mouvement oscillatoire illimité (édition de 1632, p. 222-223). On ne reconnaît pas ce raisonnement dans la déduction de Fermat, qui doit être corrigée d'ailleurs en ce que la gravité n'agit pas du centre constamment, mais diminue en proportion directe de la distance du corps à ce centre (*voir* ci-après, p. 28-33).

(2) *Circuli dimensio*, Prop. I, Théor. I; *de Spiralibus*, Prop. XXI, Probl. VIII et suiv. (*Archimedis Opera quæ extant*, etc., ed. Rivault (Parisiis, 1615), p. 128-129 et 384 et suiv.

www.rcin.org.pl

961, 3600, 7569, etc., una cum quadrato numeri 256, scilicet 65536, maiorem habent rationem ad ipsum quadratum 65536 sexdecies sumptum (videlicet secundum numerum partium æqualium arcûs AKC quam octo ad quindecim. Eadem autem quadrata 961, 3600, 7569, etc., simul sumpta absque quadrato 65536 ad hoc idem quadratum 65536 sexdecies sumptum minorem habent rationem quam 8 ad 15. Et hoc verum est in qualibet multitudinis numerorum quadratorum, maiori vel minori quam sexdecim.

Iam verò positâ rectâ CE mensurarum 256, erit linea 27,3 mensurarum 225; linea 28, M mensurarum 196; linea 29,6 mensurarum 169; et sic deinceps. Ideoque E, 3, latus primi sectoris tam inscripti quam circumscripti, erit 31; E, m, latus secundi, erit 60; E, 6, latus tertii 87, etc., secundum ordinem numerorum præmissorum. Primus ergo sector ad secundum eam rationem habet quam numerus quadratus 961 ad numerum quadratum 3600, quia similes omnes sectores; et secundus ad tertium ut numerus quadratus 3600 ad numerum quadratum 7569; et sic deinceps. Et summa omnium sectorum circumscriptorum ad sectorem AEB, sexdecies sumptum, hoc est ad totum sectorem AKCE, maiorem habebit rationem quam 8 ad 15, inscriptorum verò minorem : defficiunt autem inscripti à circumscriptis minori quantitate quâlibet propositâ. Unde patet spacium helice et rectâ EA contentum ad sectorem AKCE se habere ut 8 ad 15.

Tota difficultas consistit in probando lemmate præmisso de summa numerorum quadratorum a numeris 31, 60, 87, etc., comparata numero quadrato 65536 sexdecies sumpto. Quod lemma reperient verum qui in eius demonstratione laborare voluerint (1).

(1) *Voir* sur ce lemme ci-avant page 14 et pour sa démonstration l'extrait de la lettre de Roberval donné ci-après (Document XIII, n° 2).

www.rcin.org.pl

Atque etiam si sector AKCE semicirculo maior esset, vel etiam si non sector, sed totus esset circulus, et helix integram revolutionem absoluisset, vera esset demonstratio, modo spacium illius helicis cum tota suo sectore vel toto circulo comparatum esset. Imm° qui demonstrationem viderint, poterunt idem considerare in multis revolutionibus eiusdem helicis.

Si motûs principium non fuerit in æquatore, describetur helix circa conum, cuius helicis spacium ad superficiem conicam suis terminis inclusam, prædictam servabit rationem, nempe 8 ad 15. Quod eodem modo demonstrabitur.

Ajoutons que la copie de Florence porte la suscription suivante : *Invenit tangentem in hac helice. Et habet demonstrationem de motu gravium in planis inclinatis,* qui est écrite de la même main que la copie du texte, dans laquelle nous n'avons pu retrouver celle de Carcavi, quoique cette annotation soit sans doute de lui. Nous avons déjà vu Fermat s'occuper de la construction de la tangente à la spirale de Galilée ; on verra dans la note suivante comment l'annotation sur la démonstration des plans inclinés corrobore notre thèse, qui attribue la pièce précédente à Fermat (1).

(1) *Voir* ci-après le Document IV. La communication de l'écrit précédent à Mersenne est confirmée par l'allusion que le Minime y fit dans les *Observations nouvelles*, ajoutées au printemps ou dans l'été de 1638 aux exemplaires non vendus, dans son *Harmonie universelle* (t. II, 1894, p. 15).

www.rcin.org.pl