

Jan Holnicki-Szulc

MODYFIKACJE KONSTRUKCJI
SYMULOWANE POLAMI DYSTORSJI
— MINISYSTEM MODIS —

9/1987

WARSZAWA 1987

ISSN 0208-5658

Praca wpłynęła do Redakcji dnia 4 grudnia 1987 r.



56853



N a p r a w a c h r ę k o p i s u

Instytut Podstawowych Problemów Techniki PAN

Nakład 140 egz. Ark.wyd. 1,24 Ark.druk. 2

Oddano do drukarni w lutym 1987 r.

Nr zamówienia 135/87

Warszawska Drukarnia Naukowa, Warszawa,
ul. Śniadeckich 8

Jan Holnicki-Szule
Zakład Teorii Ośrodków Ciągłych
IPPT-PAN

MODYFIKACJE KONSTRUKCJI SYMULOWANE POLAMI DYSTORSJI

- MINISYSTEM MODIS -*

Streszczenie

Przedstawiony w pracy system MODIS daje możliwość symulowania poprzez stany dystorsyjne wymuszane w układach kratowych ich modyfikacji geometrycznych oraz modyfikacji rozkładów naprężeń lub deformacji.

Rozwiązania techniczne dopuszczające fizyczną możliwość generowania dystorsji w elementach konstrukcyjnych /np. dystorsje cieplne lub odpowiednie siłowniki hydrauliczne/ stwarzają nową niestandardową sposobność projektowania ustrojów poddanych zmiennym oddziaływaniom. Aktywne sterowanie wprowadzanymi stanami dystorsji poprzez procedury systemu MODIS daje efektywną metodę optymalnej adaptacji ustroju.

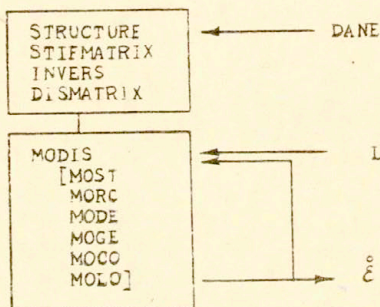
Wstęp

Zaprezentowano poniżej programy numeryczne sterujące sprężaniem optymalnym ustrojów oraz symulacją zmian geometrii lub cech fizycznych konstrukcji. Idea /otwartego/ minisystemu MODIS polega na wykorzystaniu, dogodnego z numerycznego punktu widzenia, generowania odpowiednich pól dystorsji w celu sterowania różnorodnych cech ustrojów.

Ograniczono się w przytoczonych poniżej przykładach do kratownic płaskich, aczkolwiek zastosowane algorytmy mogą być bez trudu zaadaptowane do opisu układów ramowych, zaś po wykorzystaniu metody elementów skończonych do opisu ośrodków ciągłych.

* Praca wykonana w ramach problemu badawczego CPBP o2.21

Schemat ideowy /1/ programu zawiera procedury przygotowawcze: STRUCTURE, STIFMATRIX, INVERS, DISMATRIX wykonujące kolejno: wczytanie danych o konstrukcji, zbudowanie macierzy sztywności, odwrócenie jej oraz wyznaczenie macierzy wpływu dystorsji \underline{D} , a następnie opcjonalne dołączenie właściwej procedury sterowania dystorsjami MODIS.



Rys.1.

Procedura MODIS przyjmuje w zależności od rozpatrywanego problemu omawiane w kolejnych podrozdziałach wersje: MOST /sterowanie naprężeń ustroju/, MORC /analiza układów prętowo-ciężnowych/, MODE /sterowanie deformacji ustroju/, MOGE /modyfikacje geometrii ustroju/, MOCO /modelowanie postępującego zniszczenia/, MOLO /analiza ustroju z luzami wewnętrznymi/.

Otwartość systemu polega na możliwości dołączania nowych procedur opisujących np. analizę układów z tarciami wewnętrznymi.

Wykorzystanie idei modelowania dystorsjami daje szybką odpowiedź sterowania $\underline{\dot{c}}$ na dane obciążenie \underline{L} /rys.1/. System MODIS przystosowany jest zatem naturalnie do rozwiązywania zadań wymagających wielowariantowych obliczeń /MOCO, MOGE, MOLO/ lub do opisywania aktywnego sterowania w systemie "on line"

/MOST, MODE/. Dążąc do dodatkowego przyspieszenia obliczeń procedur MODIS zdecydowano się na wstępne obliczenie macierzy wpływu $D / I, J /$; $I, J = 1, \dots, L / L$ - liczba prętów kratownicy/ kosztem przechowywania jej w pamięci operacyjnej EMC. Macierz $D / I, J /$ opisuje wydłużenie pręta I spowodowane dystorsją jednostkową $\dot{\epsilon}_j = 1$ wymuszoną w elemencie J .

W prezentowanych procedurach wyznaczania stanów dystorsji symulujących odpowiednie zmiany geometrii ustroju lub korekty cech fizycznych zasadniczą rolę odgrywać będą dwie operacje. Pierwsza z nich, modelująca pełne odciążenie ($\sigma = \frac{t}{s} + \frac{r}{s} = 0$) elementów układu należących do pewnego zbioru Ω sprowadza się do rozwiązania następującego układu równań /por.[3] /:

$$a/ \quad (D_{ij} - \delta_{ij}) \dot{\epsilon}_j = - \dot{\epsilon}_i$$

gdzie:

$$\begin{aligned} \delta_{ij} & \text{ - symbol Kronecker'a} \\ \dot{\epsilon}_i & \text{ - deformacje w elementach } i \in \Omega \end{aligned}$$

Druga operacja modelująca pełne usztywnienie /nieodkształcalność $\epsilon = \dot{\epsilon} + \dot{\epsilon}^e = 0$) elementów należących do pewnego zbioru Ω sprowadza się do rozwiązania następującego układu równań:

$$b/ \quad D_{ij} \dot{\epsilon}_j = - \dot{\epsilon}_i$$

System MODIS napisano w języku FORTRAN i uruchomiono na EMC SM/4. Fabulogram procedur oraz sposób wprowadzania danych dla przykładów omawianych w kolejnych podrozdziałach zamieszczono w pracy [9].

System MODIS można rozbudować o nowe procedury wykorzystujące ideę modelowania poprzez dystorsje. Można w ten sposób analizować numerycznie układy z tarcie wewnętrznym lub ustroje o nieliniowych związkach konstytutywnych.

1. Program regulacji naprężeń MOST

Program MOST wyznacza optymalne pole dystorsji $\underline{\xi}$ /zbiór prętów z wymuszonymi dystorsjami oraz ich wartości/, które najmniejszym kosztem wprowadzanego sprężenia $\min \frac{1}{2E} \int \underline{\sigma}^2 dV$ /sprowadza stan naprężeń wywołanych obciążeniem zewnętrznym $\underline{\sigma}^t$ do poziomu dopuszczalnego $|\sigma_i| \leq \text{CON}$ /dla każdego pręta i /, gdzie: $\underline{\sigma} = \underline{\sigma}^t + \underline{\sigma}(\underline{\xi})$, CON - naprężenia dopuszczalne.

Algorytm procedury MOST można przedstawić następująco:

- 1/ Wyznaczenie stanu naprężeń $\underline{\sigma} = \underline{\sigma}^t$ wywołanych obciążeniem zewnętrznym.
- 2/ Wyznaczenie zbioru elementów \mathcal{A} w których naruszony został warunek: $|\sigma_i| \leq \text{CON}$
- 3/ Jeśli zbiór \mathcal{A} jest pusty obliczenia zostały zakończone.
- 4/ W elementach należących do zbioru \mathcal{A} wyznaczamy dystorsje z układu równań /por. Wstęp (a) /

$$/1/ \quad (D_{ij} - \delta_{ij}) \dot{\xi}_j = -\dot{\xi}_i + \text{sgn}(\dot{\xi}_i) \frac{\text{CON}}{E} \quad i, j \in \mathcal{A}$$

- 5/ Jeśli rozwiązanie układu równań /1/ istnieje, to wyznaczamy wypadkowy stan naprężeń:

$$/2/ \quad \sigma_i = \underline{\sigma}_i + E_i (D_{ij} - \delta_{ij}) \dot{\xi}_j \quad \begin{cases} j \in \mathcal{A} \\ 1 - \text{wszystkie pręty} \\ \text{układu} \end{cases}$$

i powracamy do punktu /2/.

W przypadku, gdy zadanie sprężania nie posiada rozwiązania, program reagować będzie gwałtownym narastaniem dystorsji.

Program TIPS [1] rozwiązuje analogiczny problem, lecz przy zadanym a priori zbiorze \mathcal{A} źródeł dystorsji.

Główną zaletą programu MOST jest jego szybkość i wyznaczenie najbardziej efektywnego rozmieszczenia źródeł dystorsji, co pozwala go użyć do aktywnego sterowania stanów naprężeń.

Strzałka sprężenia zwrotnego na rys.1 oznacza możliwość ciągłego dostosowywania się stanu $\underline{\xi}$ do zmiennych obciążeń zewnętrznych.

Oczywiście prędkość uzyskania odpowiedzi w programie MOST wraz z prędkością reakcji układu generującego dystorsje /np.

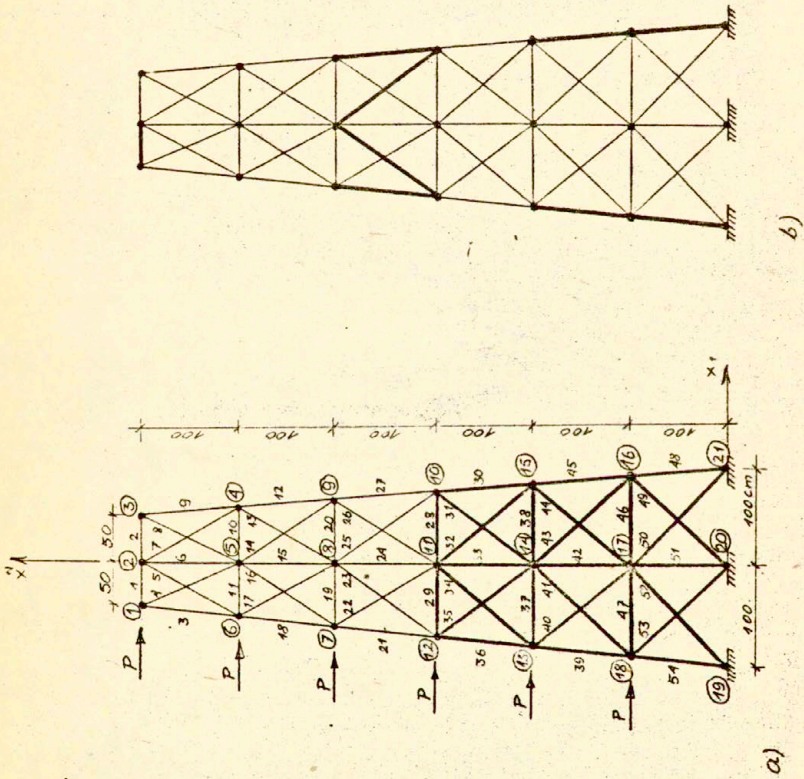
poprzez układ hydrauliczny lub nagrzewanie/ musi być większa od prędkości zmian obciążenia.

Zauważmy, że program MOST może zostać użyty do analizy stanu naprężeń w układach sprężysto-plastycznych /por. [2] /, gdzie CON opisuje naprężenie plastyczne σ_0 materiału, a także do analizy układów z jednostronnymi więzami wewnętrznymi /por. [4] /. W szczególności można analizować stan naprężeń w kratownicach prętowo-cięgnowych wprowadzając rozróżnienie ograniczeń naprężeń "od góry" i "od dołu" w poszczególnych elementach: $CON2 \leq \sigma \leq CON1$. Przyjmując w elementach cięgnowych $CON2 = 0$ zaś pozostałe ograniczenia ustalając na poziomie dostatecznie wysokim uzyskujemy stany dystorsji modelujące zwisy cięgien. Końcowy stan $\sigma = \underline{\sigma} + \underline{\sigma}(\dot{\epsilon})$ opisuje naprężenia w badanej konstrukcji prętowo-cięgnowej /por. § 2/.

Na rys.2a przedstawiono przykładową konstrukcję kratową /np. model budynku wysokiego/ poddaną działaniu obciążenia bocznego /wiatr/. Po przyjęciu następujących danych: $P = 500 \text{ kg}$, $E = 2100000 \text{ kg/cm}^2$, $CON = 1050 \text{ kg/cm}^2$, pola przekrojów poprzecznych prętów trzech górnych pięter $A_1 = 1 \text{ cm}^2$, zaś dolnych trzech pięter $A_2 = 3 \text{ cm}^2$, program MOST wyznacza optymalne rozwiązanie przedstawione w tab.1.

W pierwszej kolumnie /SIGL/ umieszczono wartości naprężeń w poszczególnych prętach ustroju bez dystorsji, w drugiej kolumnie /VO(I)/, umieszczono optymalny rozkład dystorsji /por.rys. 2b/, w trzeciej kolumnie /SIGR/ umieszczono wartości naprężeń wstępnych wywołanych dystorsjami zaś w czwartej /SIG/ umieszczono wartości naprężeń sumarycznych.

Łatwo sprawdzić, że nośność układu wzrasta na skutek sprężenia o około 25%. Przedstawione rozwiązanie opisuje równocześnie stan naprężeń kratownicy wykonanej z materiału o granicy plastyczności $\sigma_0 = CON$.



Rys. 2

WYNIKI:

I	SIG L	VO(I)	SIG R	SIG
1	-552.86	-0.00196	-497.14	-1050.00
2	-73.46	0.00000	108.54	35.07
3	-231.19	0.00000	347.04	578.23
4	-275.08	0.00000	-434.23	-709.31
5	243.62	0.00000	-241.60	-1.82
6	41.32	0.00000	144.32	192.64
7	-282.40	0.00000	147.98	-134.43
8	202.38	0.00000	56.25	264.63
9	-154.70	0.00000	68.46	-86.23
10	37.22	0.00000	81.35	118.57
11	-474.43	0.00000	-42.98	-513.97
12	-642.78	0.00000	13.05	-629.72
13	247.34	0.00000	86.63	323.97
14	-588.84	0.00000	-73.17	-662.39
15	39.43	0.00000	-119.82	-80.09
16	503.00	0.00000	-162.99	340.35
17	-297.58	0.00000	63.23	-234.35
18	703.89	0.00000	72.86	776.75
19	-697.90	0.00000	-224.70	-832.60
20	191.08	0.00000	-219.71	410.78
21	1342.37	0.01018	-292.40	1040.97
22	-287.87	0.00000	-279.62	-8.25
23	844.76	0.00673	205.25	1050.00
24	23.41	0.00000	57.14	80.55
25	-873.30	-0.00616	-176.70	-1050.00
26	203.41	0.00000	-133.40	70.01
27	-1266.50	-0.00998	210.48	-1050.00
28	159.16	0.00000	90.04	249.20
29	-334.04	0.00000	-56.41	-390.45
30	-729.55	0.00000	-126.83	-856.39
31	35.57	0.00000	-75.18	-39.61
32	-345.87	0.00000	15.48	-350.39
33	10.98	0.00000	5.33	16.31
34	301.05	0.00000	-14.54	286.51
35	-88.93	0.00000	6.37	-82.56
36	734.69	0.00000	11.92	751.62
37	-281.40	0.00000	5.19	-276.20
38	149.90	0.00000	-40.20	109.70
39	1081.91	0.00009	-31.91	1050.00
40	-84.07	0.00000	-46.06	-130.14
41	403.04	0.00000	-3.95	390.08
42	23.25	0.00000	20.16	43.41
43	-442.17	0.00000	74.14	-368.03
44	61.51	0.00000	46.51	108.03
45	-1051.09	-0.00001	1.00	-1050.00
46	276.41	0.00000	317.65	594.06
47	-396.75	0.00000	-357.85	-748.59
48	-1354.29	-0.00117	-304.29	-1050.00
49	-14.11	0.00000	-500.67	-514.78
50	-541.74	0.00000	-459.73	-1001.47
51	0.88	0.00000	32.68	33.56
52	542.62	0.00000	492.41	1035.03
53	-24.94	0.00000	451.21	426.26
54	1387.01	0.00116	-337.01	1050.00

Tabl 1

2. Program analizy struktur prętowo-ciężnych MORC

Program MORC stanowi wersję programu MOST przystosowaną do analizy stanu naprężeń w układach prętowo-ciężnych. Wyróżnienie w zbiorze danych elementów ciężnych spowoduje wygenerowanie w układzie prętowym /w ścisłanych elementach wiotkich/ dystorsji modelujących sprowadzenie sumarycznych naprężeń w ciężkach do poziomu spełniającego ograniczenia $\sigma \gg \text{CON}$. Przyjmując w danych $\text{CON} = 0$ otrzymujemy w wyniku obraz stanu naprężeń w idealnym układzie prętowo-ciężnym.

Przeprowadzając obliczenia dla przykładu analogicznego do rozpatrywanego w § 1 z tą różnicą, że wszystkie krzyżulce są elementami wiotkimi /rys.3a/ otrzymujemy rozwiązanie przedstawione w tabl.2. Na rys.3b zaznaczono grubą linią elementy naprężone zaś cienką elementy wiotkie nie współpracujące z układem.

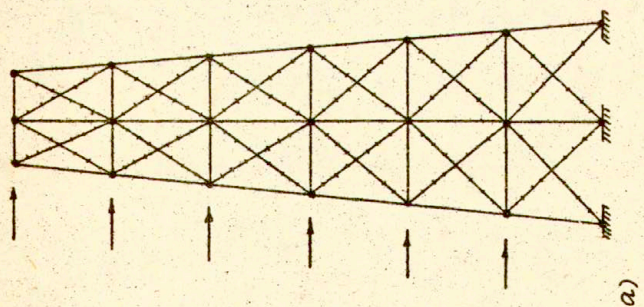
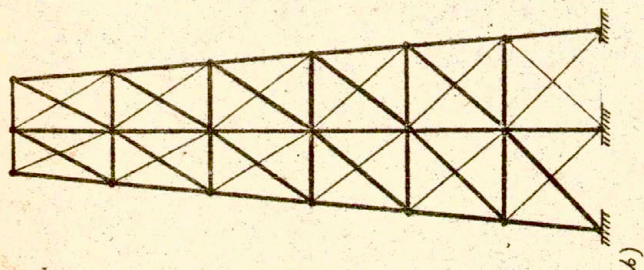
3. Program regulacji deformacji MODE

Program MODE wyznacza optymalne pole dystorsji ξ /zbiór \mathcal{A} prętów z wymuszonymi dystorsjami oraz ich wartości/, które najmniejszym kosztem wprowadzonych deformacji wstępnych / $\min \frac{E}{2} \int_V \xi^R \xi^R dV$ / sprowadza stan odkształceń ξ do poziomu dopuszczalnego $|\xi_i| \leq \text{CON}$ /dla każdego pręta i/.

Znajduje to bezpośrednie zastosowanie w zagadnieniach sterowania kształtu deformowanych ustrojów takich jak anteny teleskopowe /por. [5, 6, 7] /.

Algorytm procedury MODE można przedstawić następująco:

- 1/ Wyznaczenie stanu deformacji ustroju $\xi = \xi$ wywołanej obciążeniem zewnętrznym.
- 2/ Wyznaczenie zbioru elementów \mathcal{A} w których naruszony został warunek: $|\xi_i| \leq \text{CON}$
- 3/ Jeśli zbiór \mathcal{A} jest pusty obliczenia zostały zakończone, w przeciwnym przypadku przechodzimy do pkt.4.
- 4/ W elementach należących do zbioru \mathcal{A} wyznaczamy dystorsje z układu równań /por. Wstęp (b) /;



— cigno
— ptefy

Rys. 3

WYNIKI:

I	SIG L	VO(I)	SIG R	SIG
1	-552.86	0.00000	-215.06	-767.92
2	-73.46	0.00000	-224.92	-298.38
3	231.19	0.00000	-266.56	-29.37
4	-575.08	-0.00047	275.08	0.00
5	543.62	0.00000	106.11	349.73
6	748.32	0.00000	-345.98	-297.65
7	-282.40	-0.00067	282.40	0.00
8	206.38	0.00000	456.15	664.53
9	-1254.70	0.00000	-400.44	-555.14
10	37.22	0.00000	-456.63	-419.41
11	-476.43	0.00000	-237.55	-707.98
12	-42.78	0.00000	-701.08	-1343.86
13	47.34	0.00000	619.88	867.22
14	49.84	-0.00106	588.84	0.00
15	-503.43	0.00000	-375.39	-355.96
16	503.80	0.00000	252.18	755.98
17	-507.58	-0.00063	297.58	0.00
18	503.89	0.00000	-410.53	293.36
19	-607.08	0.00000	-320.44	-928.33
20	101.08	0.00000	-730.84	-539.77
21	1342.37	0.00000	-462.91	879.46
22	-287.87	-0.00080	287.87	0.00
23	844.76	0.00000	430.45	1275.21
24	23.41	0.00000	-637.33	-613.02
25	-873.30	-0.00135	873.30	945.14
26	203.41	0.00000	741.73	0.00
27	-1269.50	0.00000	-808.59	-2800.09
28	159.16	0.00000	-384.24	-225.08
29	-334.04	0.00000	-170.67	-504.71
30	-729.55	0.00000	-345.36	-1074.92
31	35.57	0.00000	372.64	408.20
32	-345.87	-0.00064	345.87	0.00
33	18.98	0.00000	-194.17	-188.19
34	301.05	0.00000	4.57	305.62
35	-80.93	-0.00019	88.93	0.00
36	739.69	0.00000	-116.09	623.61
37	-281.40	0.00000	-65.85	-347.14
38	149.90	0.00000	-492.04	-342.14
39	101.91	0.00000	-161.95	919.00
40	-84.07	-0.00023	84.07	0.00
41	403.00	0.00000	90.40	407.43
42	23.25	0.00000	-222.65	-199.40
43	-42.17	-0.00072	442.17	0.00
44	81.51	0.00000	419.41	480.02
45	-1051.09	0.00000	-425.74	-1476.82
46	-276.41	0.00000	-282.70	-6.23
47	-308.75	0.00000	-75.48	-466.23
48	-1354.29	0.00000	-76.77	-1451.00
49	-14.11	0.00035	14.11	0.00
50	-541.74	-0.00081	541.74	0.00
51	0.88	0.00000	-612.04	-611.16
52	542.62	0.00000	550.88	1093.50
53	-74.94	-0.00049	24.94	0.00
54	1387.01	0.00000	-77.68	1309.32

Tabl. 2

$$/3/ \quad D_{ij} \dot{\epsilon}_j = -\dot{\epsilon}_i + \operatorname{sgn}(\dot{\epsilon}_i) \operatorname{CON} \quad ij \in \mathcal{A}$$

5/ Znając rozwiązanie układu równań /3/ wyznaczamy wypadkowy stan deformacji.

$$/4/ \quad \epsilon_i = \dot{\epsilon}_i + D_{ij} \dot{\epsilon}_j \quad \left\{ \begin{array}{l} i - \text{wszystkie pręty układu} \\ j \in \mathcal{A} \end{array} \right.$$

i powracamy do pkt./2/.

Można pokazać, że dla konstrukcji posiadających jednoznaczne rozwiązanie $\dot{\epsilon}$ / zadanie powyższe posiada zawsze rozwiązanie i algorytm jest do niego zbieżny.

W szczególności kładąc $\operatorname{CON} = 0$ otrzymujemy trywialne rozwiązanie $\dot{\epsilon}_i = -\dot{\epsilon}_i$ dla każdego elementu i.

Program MODE może zostać użyty do analizy stanu deformacji w układach typu "locking materials" /por. [7] / gdzie CON opisuje dopuszczalne lokalne deformacje $\dot{\epsilon}_0$ materiału, a także do analizy układów z jednostronnymi więzami wewnętrznymi typu odkształceniowego.

Rozważmy przykład aktywnego sterowania deformacji konstrukcji kratowej wysokiego budynku /rys.4/ obciążonego parciem wiatru / $\alpha_2 = 0$, $\alpha_1 \neq 0$ lub $\alpha_1 = 0$, $\alpha_2 \neq 0$ /.

Wykorzystując program MODE obliczono optymalne rozkłady dystorsji w dwu wersjach sformułowania zagadnienia:

a/ minimalizacji globalnego wkładu dystorsji w każdej chwili

$$\min J_{\dot{\epsilon}(t)} = \min \frac{1}{2} \int_V \dot{\epsilon}(t) A \dot{\epsilon}(t) dV$$

b/ minimalizacji przyrostu dystorsji w każdej chwili

$$\min J_{\dot{\epsilon}^0(t)} = \min \frac{1}{2} \int_V \frac{d\dot{\epsilon}(t)}{dt} A \frac{d\dot{\epsilon}(t)}{dt} dV$$

Przyjęto /podobnie jak w § 1/, że $P = 500$ kG, moduł Younga $E = 2100000$ kG/cm² przekroje prętów 1 + 24 wynoszą 1 cm², zaś prętów 25 + 48, 3 cm².

Wartość deformacji dopuszczalnej ustalono jako $CON = 0,0005$.

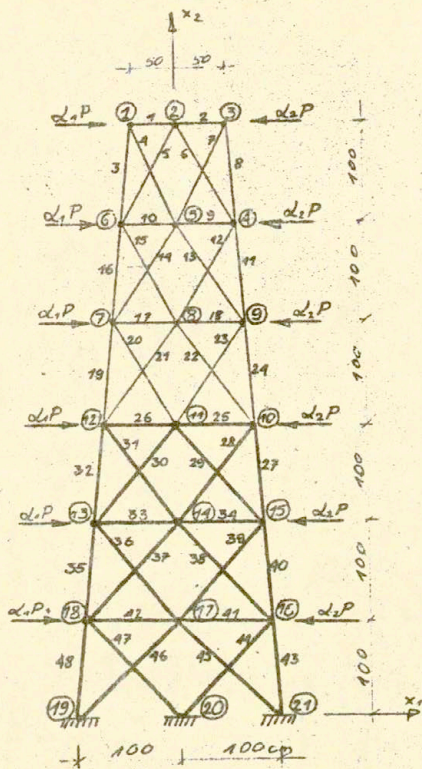
- Na wykresie 5 przedstawiono przebieg zmienności rozkładu dystorsji w elementach ustroju w zależności od zmian obciążenia zewnętrznego. Lewa część rysunku odpowiada narastającemu od zera / $\alpha_1 = 0$ / do wartości maksymalnej / $\alpha_1 = 2,25$ /, a następnie malejącemu do zera parciu wiatru z lewej strony, podczas gdy prawa strona rysunku odpowiada narastającemu od zera / $\alpha_2 = 0$ / do wartości maksymalnej / $\alpha_2 = 2,25$ /, a następnie malejącemu do zera parciu wiatru z prawej strony budynku. Linie ciągle oznaczają zmienność dystorsji wprowadzanych do poszczególnych prętów w przypadku sformułowania zagadnienia a/, podczas gdy linie przerywane zaznaczają różnice występujące w przypadku sformułowania zagadnienia b/. Obliczeń dokonano dla kilku wybranych wartości współczynników α_1, α_2 intensywności obciążenia ($\alpha_1, \alpha_2 \in \langle 0, 2.25 \rangle$).

Na rys.6 porównano wartości przemieszczenia poziomego węzła nr 2 uzyskane w przypadku braku sterowania dystorsjami /linia cienka/, w przypadku sterowania zgodnie z kryterium a/ /linia gruba/ oraz w przypadku sterowania zgodnie z kryterium b/ /linia przerywana/. Zaznaczono też optymalne rozmieszczenie źródeł dystorsji /elementy pogrubione/ dla kilku wybranych wartości intensywności obciążenia / $\alpha_1 = 1, \alpha_1 = 1,5$ lub $\alpha_1 = 2,25$ /.

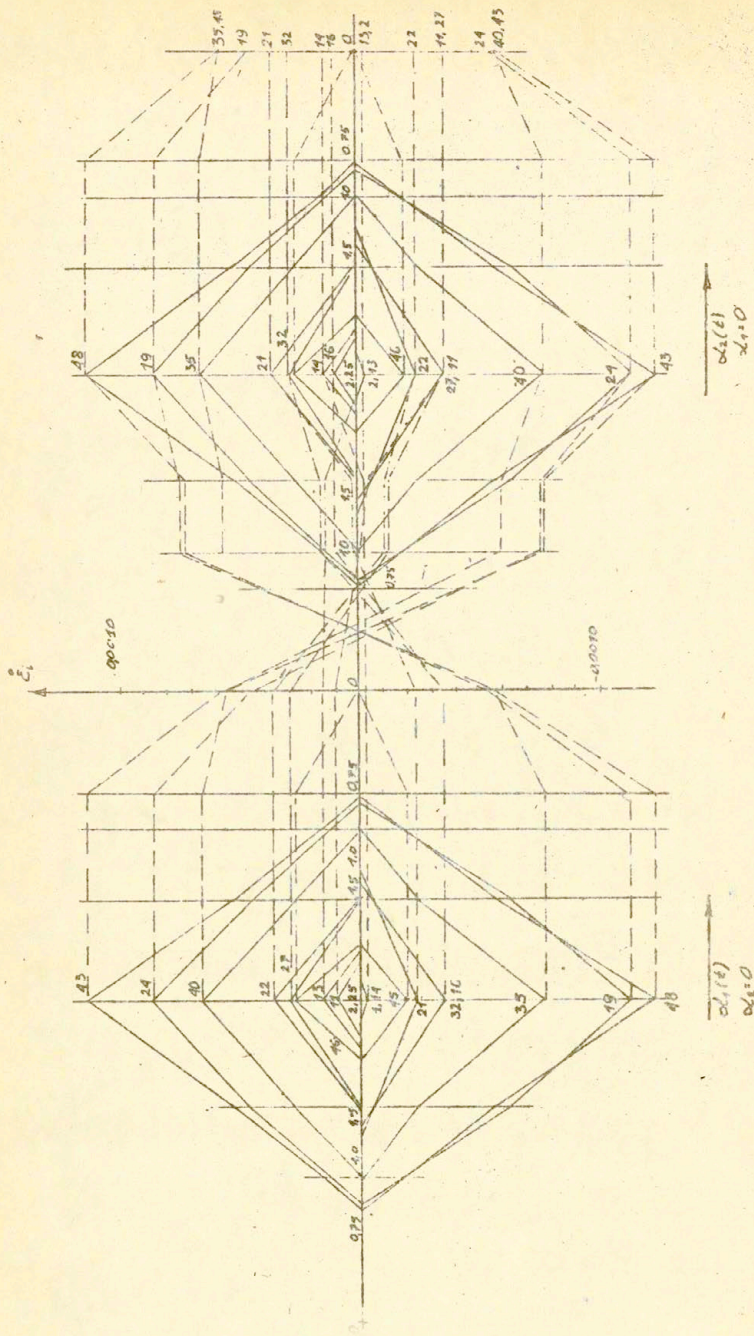
Widać, że w wyniku sterowania lokalnych deformacji poszczególnych elementów uzyskujemy ponad dwukrotne zmniejszenie maksymalnych wychyleń szczytu budynku. Zawsze można, drogą odpowiedniego doboru wartości ograniczającej CON uczynić zadość przyjętemu a priori ograniczeniu narzuconemu na pole przemieszczeń ustroju

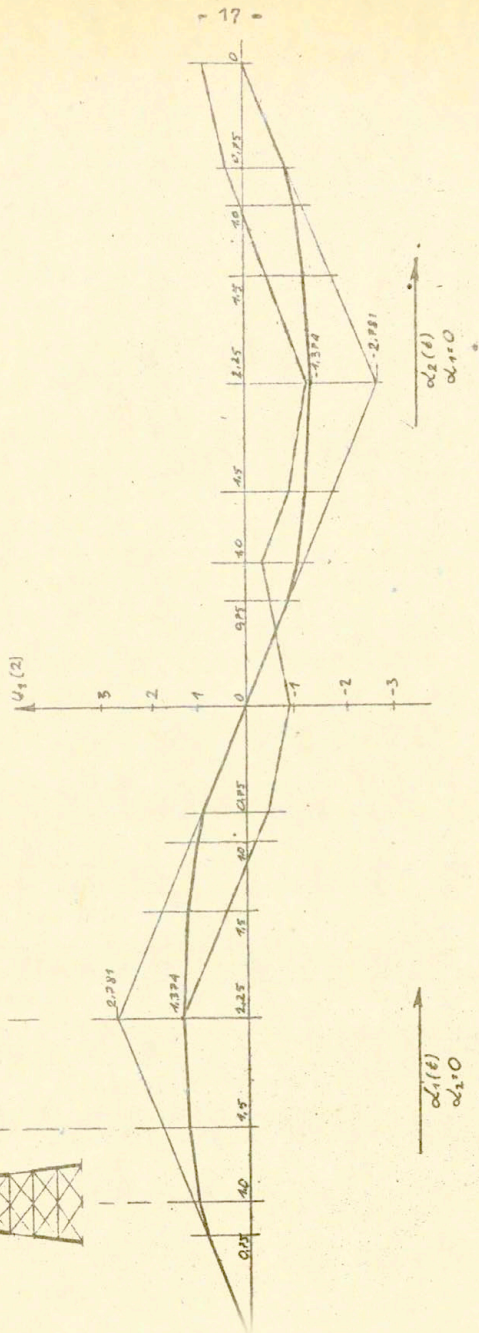
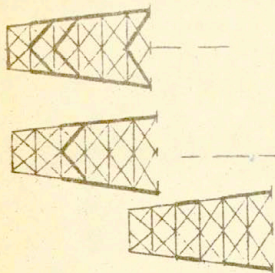
4. Program modelowania modyfikacji geometrycznych ustroju MOGE

Program MOGE wyznacza stan naprężeń w układzie wyjściowym oraz w układzie o zmienionych przekrojach prętów. Zmiany przekrojów wprowadzane są w systemie konwersacyjnym. Dopuszczalne jest jednocześnie osłabienie niektórych elementów, /zmniejszenie przekroju/ aż do ich usunięcia oraz wzmocnienie innych.



Rys. 4





Rys. 6

Niemożliwe jest natomiast wprowadzenie nowego, nie istniejącego uprzednio pręta.

Modelowanie lokalnej zmiany przekroju elementu "i" /z A_1 na \hat{A}_1 / sprowadza się do wyznaczenia takiej dystorsji $\hat{\epsilon}_i$, aby siła przenoszona przez pręt "i" liczona w układzie o zmiennej geometrii lecz bez dystorsji i w układzie o niezmienionej geometrii lecz z dystorsjami była jednakowa [3]:

$$/5/ \quad \hat{A}_i \epsilon_i \hat{\epsilon}_i = A_i \epsilon_i (\epsilon_i - \hat{\epsilon}_i)$$

gdzie: ϵ_i - deformacja elementu "i" jednakowa w obu opisach. Przedstawiając deformację ϵ_i jako sumę deformacji $\hat{\epsilon}_i$ w układzie wyjściowym oraz deformacji spowodowanej dystorsjami $\check{\epsilon}_j$:

$$/6/ \quad \epsilon_i = \hat{\epsilon}_i + D_{ij} \check{\epsilon}_j$$

otrzymujemy z /5/:

$$/7/ \quad (\alpha_i \cdot D_{ij} + \delta_{ij}) \check{\epsilon}_j + \alpha_i \hat{\epsilon}_i = 0$$

gdzie: $\alpha_i = \frac{\hat{A}_i - A_i}{A_i}$

W przypadku $-1 \leq \alpha_i < 0$ mamy do czynienia z osłabieniem elementu, zaś w przypadku $\alpha_i > 0$ z jego wzmocnieniem.

Algorytm procedury MOGE można przedstawić następująco:

- 1/ Wyznaczenie stanu deformacji: $\underline{\epsilon} = \underline{\hat{\epsilon}}$ /i naprężeń/ usroju wyjściowego wywołanej obciążeniem zewnętrznym.
- 2/ Wprowadzenie do obliczeń /w sposób konwersacyjny/ zmian przekrojów w zbiorze \mathcal{A} elementów.
- 3/ Jeśli zbiór \mathcal{A} jest pusty obliczenia zostały zakończone, w przeciwnym przypadku przechodzimy do pkt.4.
- 4/ W elementach należących do zbioru \mathcal{A} wyznaczamy dystorsje z układu równań /7/, gdzie $i, j \in \mathcal{A}$.
- 5/ Znając rozwiązanie układu równań /7/ wyznaczamy wypadkiwy stan deformacji symulujący zachowanie się zmodyfikowanej struktury:

$$1/8/ \quad E_i = \hat{E}_i + D_{ij} \hat{E}_j \quad j \in A.$$

i powracamy do pkt./2/.

Sposób wprowadzania modyfikacji geometrycznych przedstawimy na przykładzie. Przyjmując jako układ wyjściowy konstrukcję kratową /rys. 7a/ analogiczną do rozważanej w § 1, lecz o zmniejszonych przekrojach prętów 28 + 39, 42, 45 do 1 cm^2 otrzymujemy rozwiązanie przedstawione w tabl. 3a.

Sposób wprowadzania kolejnych modyfikacji oraz uzyskane wyniki przedstawiono w tablicach 3b, c, d.

Odpowiadające rysunki 7b, c, d pokazują wprowadzane zmiany geometryczne. Linie tekstu zapoczątkowane literą M oznaczają dane wprowadzane do komputera z monitora w systemie konwersacyjnym.

Program MOGE można efektywnie wykorzystać w numerycznych metodach optymalizacyjnych. Sprzęgając go np. z metodą optymalnego przemodelowywania /por. [8] / należy wprowadzić w miejsce optymalnego zadawania modyfikacji geometrycznych procedurę ujmującą materiał w elementach niedociążonych i dodającą materiał w elementach przeciążonych. W wyniku działania takiego algorytmu dojdziemy do równomiernie wyteżonej struktury izostatycznej.

5. Program modelowania postępującego zniszczenia MOCO

Program MOCO wyznacza kolejne elementy, w których następuje przekroczenie naprężeń dopuszczalnych $|\sigma| > \sigma_{CON}$ w trakcie narastania intensywności obciążenia zewnętrznego.

Każdy nowy element ulegający zniszczeniu powiększa zbiór prętów, których wypadanie z układu symulowane jest przez odpowiednio modyfikowane pole dystorsji.

Algorytm procedury MOCO można przedstawić następująco:

- 1/ Przyjęcie zbioru A jako zbioru pustego ($A = \{\emptyset\}$).
- 2/ Wyznaczenie stanu naprężeń $\underline{\sigma} = \underline{\sigma}^t$ wywołanego obciążeniem zewnętrznym.
- 3/ Wyznaczenie elementu o maksymalnej wartości bezwzględnej naprężenia $|\sigma_i| = \max$ i wyznaczenie współczynnika przekro-

MODYFIKACJE: S3, S4

21

M 6, 12

ELEMENTY DEGRADOWANE:

- M 6, 0
- M15, 0
- M24, 0
- M33, 0
- M42, 0
- M51, 0

ELEMENTY WZMACNIANE:

- M28, 3
- M29, 3
- M30, 3
- M31, 3
- M32, 3
- M34, 3
- M35, 3
- M36, 3
- M37, 3
- M38, 3
- M39, 3
- M45, 3

WYNIKI:

I	SIG. L	F (I)	F+DF	SIG
1	-661.73	1.00000	1.00000	-555.26
2	-59.41	1.00000	1.00000	-76.08
3	-230.34	1.00000	1.00000	-226.91
4	-392.97	1.00000	1.00000	-270.24
5	241.58	1.00000	1.00000	271.83
6	51.28	1.00000	0.00000	0.00
7	-273.88	1.00000	1.00000	-254.28
8	-271.89	1.00000	1.00000	213.20
9	-148.10	1.00000	1.00000	-159.08
10	73.86	1.00000	1.00000	19.36
11	-4.77	1.00000	1.00000	-48.33
12	-48.65	1.00000	1.00000	-431.43
13	24.00	1.00000	1.00000	257.37
14	-584.71	1.00000	1.00000	-588.02
15	24.66	1.00000	0.00000	0.00
16	581.30	1.00000	1.00000	503.82
17	-302.23	1.00000	1.00000	-287.08
18	13.79	1.00000	1.00000	714.96
19	-602.51	1.00000	1.00000	-607.73
20	-6.74	1.00000	1.00000	189.67
21	1379.47	1.00000	1.00000	1353.37
22	-264.35	1.00000	1.00000	-257.12
23	778.88	1.00000	1.00000	844.47
24	45.53	1.00000	0.00000	0.00
25	-651.96	1.00000	1.00000	-868.12
26	206.50	1.00000	1.00000	172.88
27	-1294.07	1.00000	1.00000	-1262.20
28	576.09	1.00000	3.00000	109.29
29	-266.54	1.00000	3.00000	-250.98
30	-2209.77	1.00000	3.00000	-712.35
31	257.22	1.00000	3.00000	65.26
32	-1053.69	1.00000	3.00000	-367.74
33	65.22	1.00000	0.00000	0.00
34	94.41	1.00000	3.00000	341.05
35	-324.95	1.00000	3.00000	-89.54
36	2274.78	1.00000	3.00000	753.90
37	-1309.35	1.00000	3.00000	-304.56
38	966.14	1.00000	3.00000	100.44
39	2715.04	1.00000	3.00000	1078.26
40	125.32	1.00000	3.00000	-84.33
41	620.62	1.00000	3.00000	402.34
42	52.37	1.00000	3.00000	0.00
43	-649.99	1.00000	3.00000	-436.62
44	-174.56	1.00000	3.00000	70.42
45	-2683.60	1.00000	3.00000	-1047.06
46	396.07	1.00000	3.00000	273.40
47	-516.85	1.00000	3.00000	275.69
48	-1368.76	1.00000	3.00000	1350.01
49	11.34	1.00000	3.00000	-11.22
50	-523.66	1.00000	3.00000	-548.00
51	-11.26	1.00000	3.00000	0.00
52	512.41	1.00000	3.00000	539.23
53	-47.58	1.00000	3.00000	-25.61
54	112.47	1.00000	3.00000	2385.02

Tabl. 3b

MODYFIKACJE: S3, S4
 M 18,0
 ELEMENTY DEGRADOWANE:

- M6,0
- M15,0
- M24,0
- M33,0
- M42,0
- M51,0
- M40,1
- M41,1
- M43,1
- M44,1
- M46,1
- M47,1
- M48,1
- M49,1
- M50,1
- M52,1
- M53,1
- M54,1

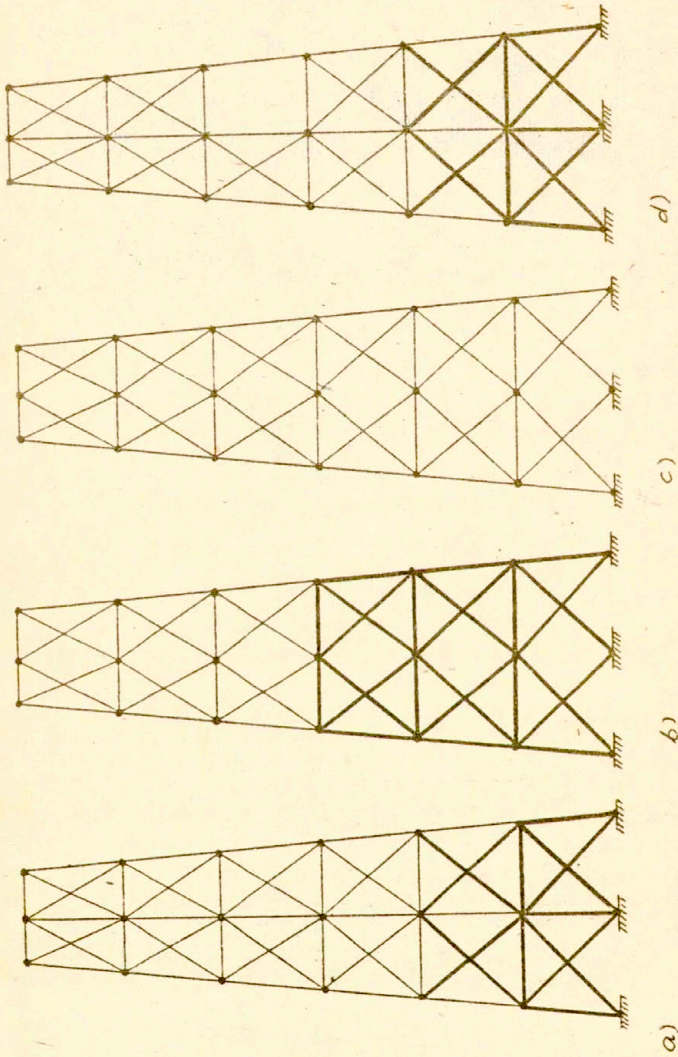
WYNIKI:

I	SIG I	F(I)	F+DF	SIG
1	-661.73	1.00000	1.00000	-802.16
2	-59.41	1.00000	1.00000	-52.02
3	-238.34	1.00000	1.00000	232.77
4	-292.92	1.00000	1.00000	-302.23
5	241.58	1.00000	1.00000	273.31
6	53.20	1.00000	0.00000	0.00
7	-273.88	1.00000	1.00000	-229.38
8	271.89	1.00000	1.00000	253.49
9	-146.10	1.00000	1.00000	-147.27
10	73.06	1.00000	1.00000	102.04
11	-488.77	1.00000	1.00000	-531.49
12	39.65	1.00000	1.00000	-629.69
13	6.40	1.00000	1.00000	244.30
14	-584.71	1.00000	1.00000	-589.82
15	24.06	1.00000	0.00000	0.00
16	581.30	1.00000	1.00000	483.29
17	-302.23	1.00000	1.00000	-300.63
18	313.79	1.00000	1.00000	738.72
19	-602.51	1.00000	1.00000	-608.66
20	174.49	1.00000	1.00000	193.24
21	179.47	1.00000	1.00000	1399.18
22	-289.35	1.00000	1.00000	-296.63
23	778.88	1.00000	1.00000	783.75
24	45.53	1.00000	0.00000	0.00
25	-51.96	1.00000	1.00000	-823.14
26	206.54	1.00000	1.00000	191.20
27	-1294.67	1.00000	1.00000	-1277.40
28	276.09	1.00000	1.00000	285.65
29	268.54	1.00000	1.00000	-690.56
30	-209.77	1.00000	1.00000	-2139.94
31	257.22	1.00000	1.00000	206.36
32	-153.69	1.00000	1.00000	-1109.58
33	65.27	1.00000	0.00000	0.00
34	96.41	1.00000	1.00000	1047.25
35	274.95	1.00000	1.00000	-249.83
36	-1274.78	1.00000	1.00000	-2541.71
37	109.35	1.00000	1.00000	908.35
38	346.14	1.00000	1.00000	467.86
39	275.04	1.00000	1.00000	3242.32
40	175.32	1.00000	1.00000	-258.01
41	140.62	3.00000	1.00000	1216.76
42	52.37	1.00000	0.00000	0.00
43	-69.99	3.00000	1.00000	-1344.69
44	-174.56	3.00000	1.00000	206.31
45	-2603.60	1.00000	1.00000	-3155.01
46	596.07	3.00000	1.00000	800.42
47	-116.85	3.00000	1.00000	-1115.48
48	-1368.74	3.00000	1.00000	-4038.07
49	11.34	3.00000	1.00000	-21.78
50	-523.66	3.00000	1.00000	-1662.18
51	-11.26	3.00000	0.00000	0.00
52	512.41	3.00000	1.00000	1630.15
53	-47.58	3.00000	1.00000	-82.50
54	1412.47	3.00000	1.00000	4130.31

MODYFIKACJE: S3, S4
 M 2,0
 ELEMENTY DEGRADOWANE:
 M25,0
 M26,0

WYNIKI I	KRZYWIE SIG I	F (I)	F+DF	SIG
1	-661.73	1.000000	1.000000	-699.79
2	59.41	1.000000	1.000000	-77.62
3	38.34	1.000000	1.000000	215.04
4	-302.92	1.000000	1.000000	-266.92
5	241.58	1.000000	1.000000	209.35
6	53.20	1.000000	1.000000	114.52
7	-273.88	1.000000	1.000000	-307.66
8	21.89	1.000000	1.000000	251.63
9	-140.10	1.000000	1.000000	-168.87
10	73.64	1.000000	1.000000	-77.39
11	88.77	1.000000	1.000000	-657.42
12	-639.65	1.000000	1.000000	-947.59
13	24.04	1.000000	1.000000	534.03
14	-384.71	1.000000	1.000000	-770.39
15	24.64	1.000000	1.000000	430.71
16	-51.30	1.000000	1.000000	334.65
17	22.23	1.000000	1.000000	11.30
18	-713.79	1.000000	1.000000	388.90
19	622.51	1.000000	1.000000	-175.15
20	-172.40	1.000000	1.000000	397.51
21	1374.47	1.000000	1.000000	1381.78
22	-385.35	1.000000	1.000000	-856.08
23	578.88	1.000000	1.000000	1247.88
24	45.53	1.000000	1.000000	-93.46
25	-51.96	1.000000	0.000000	0.00
26	396.54	1.000000	0.000000	0.00
27	-194.67	1.000000	1.000000	-1588.55
28	270.09	1.000000	1.000000	-235.70
29	-268.54	1.000000	1.000000	-993.99
30	-23.99	1.000000	1.000000	-1892.35
31	57.22	1.000000	1.000000	341.10
32	-1573.69	1.000000	1.000000	-1320.38
33	65.22	1.000000	1.000000	-315.07
34	96.41	1.000000	1.000000	710.41
35	-324.95	1.000000	1.000000	-213.30
36	2374.78	1.000000	1.000000	2582.17
37	-1394.35	1.000000	1.000000	-1244.92
38	966.14	1.000000	1.000000	1050.79
39	2715.04	1.000000	1.000000	2751.54
40	125.32	3.000000	3.000000	158.19
41	645.62	3.000000	3.000000	614.34
42	-11.37	1.000000	1.000000	-41.30
43	-169.99	3.000000	3.000000	-697.13
44	74.56	3.000000	3.000000	-133.38
45	-2693.60	1.000000	1.000000	-2566.23
46	980.77	3.000000	3.000000	413.39
47	-110.65	3.000000	3.000000	-495.76
48	1368.76	3.000000	3.000000	-1384.23
49	11.34	3.000000	3.000000	10.89
50	-523.66	3.000000	3.000000	-516.67
51	-11.26	3.000000	3.000000	1.60
52	512.41	3.000000	3.000000	518.27
53	-47.58	3.000000	3.000000	-46.46
54	1412.47	3.000000	3.000000	1394.20

Tabl. 3d



Rys. 7

czenia naprężeń dopuszczalnych $\alpha_i = \frac{|\sigma_i|}{\sigma_{ON}}$

4/ Powiększenie zbioru \mathcal{A} o wyznaczony powyżej element $\mathcal{A} = \mathcal{A} \cup \{i\}$

5/ Wyznaczenie dystorsji w elementach należących do zbioru \mathcal{A}
z układu równań: /por./1//:

$$/9/ \quad E_i (D_{ij} - \delta_{ij}) \dot{\epsilon}_j = -\dot{\sigma}_i \quad i, j \in \mathcal{A}$$

symulujących odciążenie elementów do zera.

6/ Jeśli wyznaczone wyżej dystorsje narastają zbyt gwałtownie, oznacza to, że konstrukcja ulega globalnemu zniszczeniu i zmienia się w łańcuch kinematyczny, co kończy obliczenia. W przeciwnym razie przechodzimy do pkt. 7/.

7/ Wyznaczenie zmodyfikowanego stanu naprężeń układu z usuniętymi elementami należącymi do zbioru \mathcal{A} :

$$/10/ \quad \sigma_i = \dot{\sigma}_i + E_i (D_{ij} - \delta_{ij}) \dot{\epsilon}_j \quad \begin{cases} i - \text{wszystkie pręty układu} \\ j \in \mathcal{A} \end{cases}$$

i powrót do punktu /3/ algorytmu.

Jeśli wszystkie współczynniki przekroczenia naprężeń dopuszczalnych α_i dla kolejno wypadających elementów są większe od jedności oznacza to, że awaria /progressive collapse/ postępuje lawinowo od momentu pierwszego lokalnego zniszczenia, aż do zniszczenia globalnego. Jeśli natomiast istnieje taki element $i \in \mathcal{A}$, że współczynnik $\alpha_i < 1$ oznacza to, że po nastąpieniu awarii lokalnej konstrukcja nadal posiada zdolność przeniesienia obciążenia zewnętrznego. Dalszy postęp awarii związany jest ze zwiększeniem intensywności obciążenia.

Analizując przy pomocy programu MOCO postępujące zniszczenie konstrukcji omawianej w § 1 /rys.2a/ otrzymujemy kolejno elementy ulegające awarii i odpowiadające im współczynniki

$$54, \quad \alpha_{54} = 1,32096$$

$$48, \quad \alpha_{48} = 1,91616$$

$$52, \quad \alpha_{52} = 2,35148$$

$$50, \quad \alpha_{50} = 4,67202$$

Po awarii elementu 50 następuje przejście układu w stan geometrycznie zmienny, co charakteryzuje się gwałtownym przyrostem

54 1.32096
 48 1.91616
 52 2.35148

WYNIKI:

I	SIG L	VO(I)	SIG R	SIG
1	-52.86	0.000000	-641.89	-1194.75
2	-73.46	0.000000	69.19	-4.27
3	-21.19	0.000000	36.05	267.24
4	-275.08	0.000000	-109.49	-384.57
5	-243.62	0.000000	-11.81	231.81
6	46.32	0.000000	36.29	84.61
7	-22.40	0.000000	47.59	-234.81
8	20.38	0.000000	85.98	294.36
9	-154.70	0.000000	54.63	-100.07
10	37.22	0.000000	204.97	242.19
11	-476.43	0.000000	-130.52	-600.94
12	-642.78	0.000000	-33.51	-676.29
13	-2047.34	0.000000	18.75	266.09
14	-588.84	0.000000	15.05	-573.79
15	39.43	0.000000	-22.65	16.78
16	503.80	0.000000	-51.93	451.87
17	-297.58	0.000000	3.64	-293.94
18	703.89	0.000000	34.77	738.66
19	-607.90	0.000000	-81.65	-689.54
20	191.08	0.000000	60.56	251.64
21	1342.37	0.000000	-14.23	1328.14
22	-287.87	0.000000	-174.92	-462.78
23	844.76	0.000000	-23.23	821.53
24	23.41	0.000000	-8.15	15.26
25	-873.30	0.000000	46.64	-826.66
26	203.41	0.000000	156.19	359.69
27	-1266.50	0.000000	96.91	-1163.50
28	154.16	0.000000	357.55	516.71
29	-134.04	0.000000	-451.32	-785.36
30	-729.55	0.000000	-16.26	-745.81
31	35.57	0.000000	-295.03	-259.46
32	-345.87	0.000000	246.30	-99.57
33	16.98	0.000000	-182.76	-171.78
34	301.05	0.000000	-98.79	202.26
35	-188.93	0.000000	-40.26	-129.19
36	739.69	0.000000	-21.99	717.71
37	-281.40	0.000000	410.68	129.28
38	149.90	0.000000	-108.77	41.13
39	1081.91	0.000000	583.07	1664.98
40	-84.07	0.000000	-456.17	-548.24
41	403.04	0.000000	-25.39	377.65
42	23.25	0.000000	-391.37	-366.11
43	-442.17	0.000000	232.70	-209.47
44	61.51	0.000000	-121.54	-60.02
45	-1051.09	0.000000	186.34	-864.74
46	276.41	0.000000	666.48	942.89
47	-300.75	0.000000	-1739.96	-2130.71
48	-1354.29	-0.00734	-1354.24	-0.05
49	-114.11	0.000000	-1195.50	-1209.61
50	-541.74	0.000000	-4363.88	-4900.62
51	0.88	0.000000	2609.23	2610.10
52	542.62	0.00358	-542.59	0.03
53	-124.94	0.000000	2418.25	2393.31
54	1387.01	0.00888	-1387.05	-0.05

Tabl. 4

dystorsji. Z wartości współczynników α_i wynika, że awaria rozwija się lawinowo od momentu przecięcia pręta 54. W tabelicy 4 pokazano przykładowo wydruk wyników po trzech kolejnych awariach elementów 54, 48, 52.

6. Program modelowania układów z luzami wewnętrznymi MOLO

Program MOLO analizuje zmienność rozkładu naprężeń w kratownicy z luzami wewnętrznymi w trakcie narastania obciążenia. Ze względów obliczeniowych wygodniejsze jest przeprowadzanie analiz w procesie odciażania ustroju. Za punkt wyjścia algorytmu przyjęto zatem układ obciążony tak, że we wszystkich elementach luzy zostały wyczerpane i pojawiły się siły wewnętrzne.

Algorytm procedury MOLO można przedstawić następująco:

- 1/ Wyznaczenie stanu naprężeń $\underline{\sigma} = \underline{\hat{\sigma}}$ wywołanych obciążeniem zewnętrznym w konstrukcji bez luzów wewnętrznych.
- 2/ Wprowadzenie w każdym elemencie "i" dystorsji modelujących luzy wewnętrzne.

$$/11/ \quad \hat{\epsilon}_i = \text{CON} \cdot \text{sgn}(\hat{\sigma}_i)$$

gdzie: CON - dana wartość luzów wewnętrznych.

- 3/ Wyznaczenie stanu naprężeń w układzie z luzami wewnętrznymi.

$$/12/ \quad \sigma_i = \hat{\sigma}_i + E_i (D_{ij} - \delta_{ij}) \hat{\epsilon}_j$$

- 4/ Jeśli istnieje element "i" układu, dla którego:

$$/13/ \quad \hat{\sigma}_i \sigma_i < 0$$

przeprowadzamy skalowanie obciążenia, polegające na przemnożeniu pola $\underline{\hat{\sigma}}$ przez współczynnik:

$$/14/ \quad \alpha = \frac{\hat{\sigma}_i - \sigma_i}{\hat{\sigma}_i}$$

- 5/ Przyjęcie zbioru \mathcal{A} jako zbioru pustego ($\mathcal{A} = \{\emptyset\}$).

- 6/ Przyjęcie stanu naprężeń $\underline{\sigma} = \underline{\sigma}^L$ opisującego proporcje zmian naprężeń w procesie odciążania.
- 7/ Wyznaczenie elementu "i" /lub zbioru elementów/ o minimalnej wartości stosunku $\beta_i = \sigma_i / \underline{\sigma}_i = \min.$ i włączenie go do zbioru \mathcal{A} . Element ten jako pierwszy zostanie wyłączony ze współpracy z układem w procesie odciążania.
- 8/ Redukcja obciążenia zewnętrznego

$$/15/ \quad \underline{\sigma}^L = B \underline{\sigma}^L$$

gdzie: $B = 1 - \beta_i$

- 9/ Przyjęcie znikających dystorsji w elementach ze zbioru \mathcal{A} i wyznaczenie w nich stanu naprężeń wywołanych przez dystorsje wprowadzone do elementów spoza zbioru \mathcal{A} :

$$/16/ \quad \underline{\sigma}_i = E_i D_{ij} \dot{\epsilon}_j \quad \begin{cases} i \in \mathcal{A} \\ j \notin \mathcal{A} \end{cases}$$

- 10/ Wyznaczenie dystorsji w elementach należących do zbioru \mathcal{A} z układu równań:

$$/17/ \quad E_i (D_{ij} - \delta_{ij}) \dot{\epsilon}_j = -\underline{\sigma}_i - \underline{\sigma}_i^L$$

Dystorsje te symulują pełne odciążenie prętów ze zbioru \mathcal{A} .

- 11/ Jeśli wyznaczone wyżej dystorsje narastają zbyt gwałtownie oznacza to, że element ostatnio dołączony do zbioru \mathcal{A} wraz z elementami nie należącymi do zbioru \mathcal{A} stanowią podstrukturę izostaticzną I, której wyznaczenie kończy obliczenia.

W przeciwnym razie przechodzimy do następnego punktu algorytmu.

- 12/ Obliczenie zmodyfikowanego stanu naprężenia układu z wyłączonymi elementami zbioru \mathcal{A} .

$$/18/ \quad \underline{\sigma}_i = \underline{\sigma}_i^L + E_i (D_{ij} - \delta_{ij}) \dot{\epsilon}_j \quad i, j - \text{wszystkie pręty układu}$$

oraz zmodyfikowanego stanu naprężeń porównawczych $\tilde{\epsilon}$:

$$\frac{1}{19/} \quad \tilde{\epsilon}_i = \tilde{\epsilon}_i + E_i (D_{ij} - \delta_{ij}) \dot{\epsilon}_j \quad \begin{cases} 1 - \text{wszystkie pręty} \\ \text{układu} \\ j \in A \end{cases}$$

1 powrót do punktu /7/ algorytmu.

W ogólnym przypadku dla konstrukcji n krotnie przesztywnionej możemy otrzymać do n etapów degradacji ustroju charakteryzujących się wyłączeniem ze współpracy grupy elementów oraz zmianą układu naprężeń wewnętrznych. Końcowy etap degradacji wyznacza podstrukturę izostaticzną I. Każde przejście do następnego etapu degradacji wiąże się ze zmniejszeniem intensywności obciążenia. Współczynnik α tego zmniejszenia podawany jest w wyniku obliczeń.

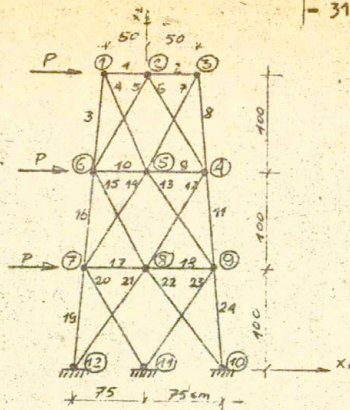
Prześledźmy proces obciążania układu pokazanego na rys.8, którego elementy posiadają jednakowy luz wewnętrzny $CON = 0,00008$. Przyjęto następujące dane: $P = 500 \text{ kg}$, $E = 210000 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$, przekroje prętów $F = 1 \text{ cm}^2$.

Rysunki 9a,b,c,d,e,f, przedstawiają kolejne etapy degradacji ustroju /linie cienkie obrazują zdegradowaną część ustroju/. Odpowiadające im współczynniki redukcji obciążenia B, rozkłady naprężeń i dystorsji symulujących powstawanie luzów uzyskane w wyniku procedury MOLO przedstawiono w tablicy 5a,b,c,d,e,f.

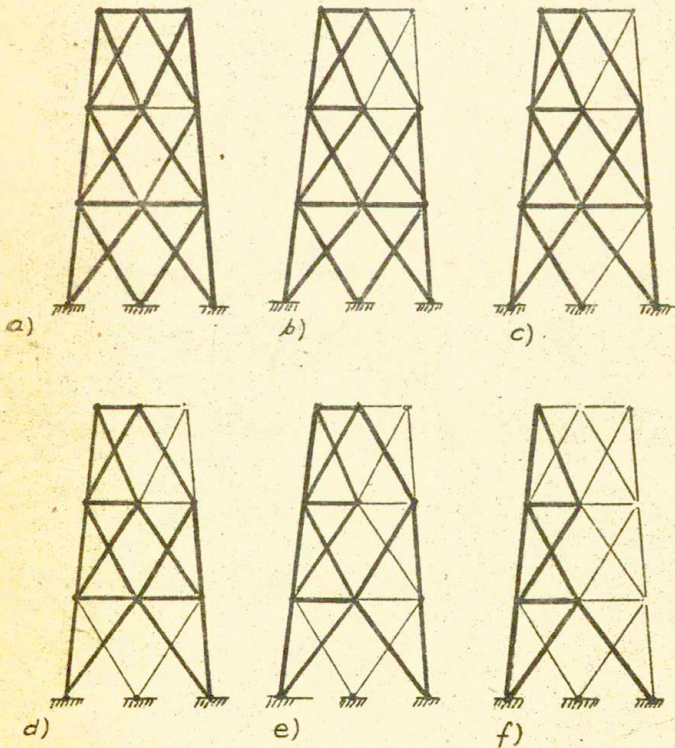
Na podstawie uzyskanych wyników można zinterpretować zachowanie się układu w czasie jego obciążania.

Podczas narastania obciążenia α intensywności od 0 do 0,0336P siły przenoszone są przez podstrukturę izostaticzną I /rys.9/ zaś rozkłady naprężeń narastają liniowo aż do wartości podanych w tabl.5f. Następnie, podczas wzrostu obciążenia od 0,0336P do 0,0487P podukład elementów włączonych do współpracy rozrasta się do struktury izostaticznej e zaś naprężenia narastają liniowo do wartości podanych w tabl.5e. Przy dalszym wzroście intensywności obciążenia w przedziałach: $\langle 0,0487P, 0,0784P \rangle$, $\langle 0,0784P, 0,0962P \rangle$, $\langle 0,0962P, 0,2352P \rangle$, $\langle 0,2352P, 0,9950P \rangle$, uzyskujemy rozrost ustroju o nowe elementy włączone do współpracy na skutek wyczerpania zapasu

luzu. Odpowiadające etapy rozrostu konstrukcji przedstawiają rysunki 9,d,c,b,a, zaś rozkładów naprężeń tablice 5d,c,b,a.



Rys. 8



Rys. 9

a)

WYNIKI:

9 0.99496 0.99496

I	SIG L	VO(I)	SIG R	SIG
1	-3.50000	0.478	4.5777	-3.50000
2	-3.50000	0.478	4.5777	-3.50000
3	-3.50000	0.478	4.5777	-3.50000
4	-3.50000	0.478	4.5777	-3.50000
5	-3.50000	0.478	4.5777	-3.50000
6	-3.50000	0.478	4.5777	-3.50000
7	-3.50000	0.478	4.5777	-3.50000
8	-3.50000	0.478	4.5777	-3.50000
9	-3.50000	0.478	4.5777	-3.50000
10	-3.50000	0.478	4.5777	-3.50000
11	-3.50000	0.478	4.5777	-3.50000
12	-3.50000	0.478	4.5777	-3.50000
13	-3.50000	0.478	4.5777	-3.50000
14	-3.50000	0.478	4.5777	-3.50000
15	-3.50000	0.478	4.5777	-3.50000
16	-3.50000	0.478	4.5777	-3.50000
17	-3.50000	0.478	4.5777	-3.50000
18	-3.50000	0.478	4.5777	-3.50000
19	-3.50000	0.478	4.5777	-3.50000
20	-3.50000	0.478	4.5777	-3.50000
21	-3.50000	0.478	4.5777	-3.50000
22	-3.50000	0.478	4.5777	-3.50000
23	-3.50000	0.478	4.5777	-3.50000
24	-3.50000	0.478	4.5777	-3.50000

b)

WYNIKI:

8.7.2 0.23647 0.23647

I	SIG L	VO(I)	SIG R	SIG
1	-2.50000	0.23647	7.3647	-9.00000
2	-2.50000	0.23647	7.3647	-9.00000
3	-2.50000	0.23647	7.3647	-9.00000
4	-2.50000	0.23647	7.3647	-9.00000
5	-2.50000	0.23647	7.3647	-9.00000
6	-2.50000	0.23647	7.3647	-9.00000
7	-2.50000	0.23647	7.3647	-9.00000
8	-2.50000	0.23647	7.3647	-9.00000
9	-2.50000	0.23647	7.3647	-9.00000
10	-2.50000	0.23647	7.3647	-9.00000
11	-2.50000	0.23647	7.3647	-9.00000
12	-2.50000	0.23647	7.3647	-9.00000
13	-2.50000	0.23647	7.3647	-9.00000
14	-2.50000	0.23647	7.3647	-9.00000
15	-2.50000	0.23647	7.3647	-9.00000
16	-2.50000	0.23647	7.3647	-9.00000
17	-2.50000	0.23647	7.3647	-9.00000
18	-2.50000	0.23647	7.3647	-9.00000
19	-2.50000	0.23647	7.3647	-9.00000
20	-2.50000	0.23647	7.3647	-9.00000
21	-2.50000	0.23647	7.3647	-9.00000
22	-2.50000	0.23647	7.3647	-9.00000
23	-2.50000	0.23647	7.3647	-9.00000
24	-2.50000	0.23647	7.3647	-9.00000

Tańl. 5

c)

WYNIKI:

23 0.40884 0.40884

I	SIG L	VO(I)	SIG R	SIG
1	-33.67534	-0.0000800	-5.7613	-41.4365
2	-19.30334	-0.0000653	9.30335	0.0001
3	-21.3571	-0.0000800	-9.9103	11.4468
4	-20.7054	-0.0000800	11.0415	-12.7532
5	-16.1693	-0.0000800	14.9476	41.1169
6	-10.1693	-0.0000800	-14.9473	-41.1160
7	-17.8312	-0.0000367	-17.8313	-0.0001
8	-16.0040	-0.0000675	16.0040	0.0000
9	-4.4244	-0.0001257	3.4244	0.0000
10	-4.9298	-0.0000800	-8.4349	-52.3647
11	-1.8537	-0.0000800	-1.5168	-62.3700
12	-1.5738	-0.0000800	5.2643	30.8341
13	-1.4068	-0.0000800	-2.6977	-50.1945
14	-1.0854	-0.0000800	-4.6003	45.4851
15	-1.8533	-0.0000800	3.4354	-3.4179
16	-1.3157	-0.0000800	0.0681	67.3837
17	-1.0094	-0.0000800	-7.0289	-65.8382
18	-1.1657	-0.0000800	10.5643	28.7380
19	-1.3871	-0.0000800	-10.1635	112.2286
20	-1.5594	-0.0000800	14.8403	-8.2121
21	-1.0134	-0.0000800	20.1253	104.0272
22	-1.1834	-0.0000800	-10.7314	-96.0144
23	-1.4076	-0.0000781	-14.8304	-0.0000
24	-12.4073	-0.0000800	8.6138	-111.7935

d)

WYNIKI:

20 0.81517 0.81517

I	SIG L	VO(I)	SIG R	SIG
1	-27.1814	-0.0000800	-5.4244	-34.5057
2	-17.5830	-0.0000580	7.5839	0.0000
3	-17.4047	-0.0000800	-9.3307	0.0790
4	-19.3073	-0.0000800	10.3058	-9.0016
5	-12.3324	-0.0000800	12.9070	31.2394
6	-12.3324	-0.0000800	-12.9067	-34.2302
7	-14.5355	-0.0000344	-14.5356	-0.0001
8	-13.0400	-0.0000502	13.0460	0.0001
9	-3.7915	-0.0001281	2.7915	0.0000
10	-3.0010	-0.0000690	-7.0954	-42.0008
11	-4.0000	-0.0000800	-2.3321	-51.9383
12	-2.0000	-0.0000800	4.0000	25.6709
13	-4.0000	-0.0000800	-1.0000	-47.1389
14	-4.0000	-0.0000800	-3.3650	37.4632
15	-2.0000	-0.0000800	2.6390	-19.2502
16	-4.0000	-0.0000800	-0.4316	54.0422
17	-47.2876	-0.0000800	-10.0976	-57.3852
18	-14.0000	-0.0000800	0.0000	22.8727
19	-14.0000	-0.0000800	-18.9355	85.7200
20	-18.7974	-0.0000800	18.7972	-7.0000
21	-4.1201	-0.0000800	20.0000	89.2230
22	-7.0000	-0.0000800	-12.0000	-82.2001
23	-12.0000	-0.0000761	-12.0000	0.0001
24	-0.8152	-0.0000800	0.8567	-91.2459

Tabl. 5

e) WYNIKI:

18,13 0.62153 0.62153

I	SIG L	VO(I)	SIG R	SIG
1	-18.4748	-0.0000800	-16.9492	-35.0240
2	-4.7136	-0.0000707	-4.7136	0.0000
3	13.7205	-0.0000800	-29.1561	-18.3355
4	-12.1559	-0.0000800	32.4846	20.4287
5	13.2586	-0.0000800	21.4950	34.7536
6	-13.2586	-0.0000800	-21.4948	-34.7534
7	9.6742	-0.0002698	-9.0743	-0.0001
8	-8.1084	-0.0004908	8.1084	0.0000
9	-1.7350	-0.0000819	1.7349	-0.0000
10	-22.2570	-0.0000800	0.9758	-21.3212
11	-30.2315	-0.0000800	-21.8868	-52.7183
12	12.9569	-0.0000800	13.1089	26.0659
13	-28.6241	-0.0000800	28.6236	-0.0005
14	25.3757	-0.0000800	-3.4144	21.9613
15	-13.6052	-0.0000800	-17.7483	-31.3535
16	34.1055	-0.0000800	4.8588	38.9643
17	-29.3904	-0.0000800	-5.6340	-35.0244
18	9.2036	-0.0002712	-9.2034	0.0002
19	65.0472	-0.0000800	-7.7461	57.3012
20	-11.6830	-0.0000727	11.6826	-0.0004
21	-42.9648	-0.0000800	7.4768	-59.4417
22	-43.6648	-0.0000800	-12.4856	-56.1504
23	7.5137	-0.0001346	-7.5141	-0.0004
24	-61.0043	-0.0000800	8.2861	-52.7182

f) WYNIKI:

12,1, 0.69020 0.69020
5, 24, 11, 6

I	SIG L	VO(I)	SIG R	SIG
1	-12.4743	-0.0000800	12.5063	0.0319
2	-3.2531	-0.0002526	3.2531	0.0001
3	7.4678	-0.0000800	-21.5125	-8.9802
4	-8.3200	-0.0000800	23.9686	32.7870
5	-9.1505	-0.0000800	-9.1828	-0.0324
6	-9.1505	-0.0000800	9.1827	0.0352
7	-9.2349	-0.0005383	-6.5340	0.0000
8	-9.5960	-0.0002359	5.5960	-0.0000
9	-1.1974	-0.0002048	1.1971	-0.0003
10	-15.3607	-0.0000800	49.0275	33.6649
11	-21.2780	-0.0000800	21.3072	0.0288
12	8.9422	-0.0000814	-8.9418	0.0004
13	-19.7549	-0.0003395	19.7549	0.0000
14	17.5131	-0.0000800	-52.2168	-34.7058
15	-9.3896	-0.0000800	-78.2267	-87.6571
16	23.5379	-0.0000800	81.3911	104.9290
17	-20.2838	-0.0000800	20.3097	0.0025
18	6.3519	-0.0002792	-6.3503	0.0019
19	40.8923	-0.0000800	31.0570	75.9493
20	-8.0630	-0.0000522	8.0626	-0.0005
21	-20.6522	-0.0000800	-40.1063	-10.5442
22	-30.1352	-0.0000800	-53.9658	-84.1016
23	5.1856	-0.0001015	-5.1881	-0.0025
24	-2.1021	-0.0000800	42.1277	0.0256

Tabl. 5

Literatura cytowana w tekście

1. J.Holnicki-Szulc, M. Szularz, "Optymalne sprzężanie wielo-elementowych układów kratowych", prace IPPT 56/1978.
2. J.Holnicki-Szulc, Z. Mróz, "Active control of stresses and deflections of elastic structures by means of imposed distortions", Proceedings of IInd Int.Symp.on Structural Control, University of Waterloo July 15-17, 1985. Editor. H.H.E. Leipholz.
3. J.Holnicki-Szulc, "Degradation of elastic structures-Simulation by initial distortions", Mechanics of Structures and Machines vol.15 No 1/1986.
4. M. Szularz, "Analiza układów kratowych z jednostronnymi więzami wewnętrznymi", prace IPPT 70/1979.
5. R.T. Haftka, H.M. Adelman, An Analytical investigation of shape control of large space structures by applied temperatures AIAA Journ.vol.23 No 3, 1985.
6. D. Bushnell, "Control of structure configuration of nonuniformly heated shells", AIAA Journ.vol.17 No 1 1979.
7. J.Holnicki-Szulc, Z. Mróz, "Aktywne sterowanie konstrukcji poprzez wymuszane dystorsje wstępne /w przygotowaniu/.
8. N. Olhoff, J.E. Taylor, On optimal structural remodeling Journ.of Optimization Theory and Applications vol.27 No 4/1979.
9. J.Holnicki-Szulc, "Dystorsje w układach konstrukcyjnych -
- Analiza, Sterowanie, Modelowanie - (w przygotowaniu)