SUR LE RALENTISSEMENT DES NEUTRONS.

La probabilité, pour un neutron lancé dans la matière avec une énergie cinétique E_0 de prendre, après un nombre quelconque de chocs, une énergie comprise entre E et E $+ dE$ est, avec des notations déjà utilisées [1] :

$$(1) \qquad dP = \frac{dC}{1-\alpha^2} \sum_{k=0}^{t} (-1)^k \varphi_k(y - k\varepsilon) = F\,dC,$$

où l'on a :

$$\varphi_k = \frac{(-1)^k}{k!}(y+k)y^{k-1}e_y.$$

J'ai montré [2] que la fonction F satisfait, en posant $y = \frac{1}{1-\alpha^2}$, à l'équation intégrale :

$$(2) \qquad F(y) = \int_0^a F(y-z)\,dz.$$

Cette équation admet également une solution de la forme Ae^x, où la constante A dépend uniquement du rapport $\mu = M/m$ de la masse du noyau à celle du neutron; de sorte que la fonction F tend rapidement, quand y (ou x) augmente, vers la forme asymptotique Ae^x, et la formule (1) peut être pratiquement remplacée par l'expression simple :

$$dP = A\frac{dC}{C} = A\frac{dE}{E}.$$

J'ai signalé que la constante A se rapproche d'autant plus de la valeur $\mu/2$ que μ est plus grand, c'est-à-dire qu'il s'agit de noyaux plus lourds. Je voudrais montrer comment il est possible d'en obtenir l'expression en fonction de μ ou de α sous la forme :

$$(3) \qquad A = \frac{1-\alpha^2}{1-\alpha^2+\alpha^2 L\alpha^2}$$

qui, développée en série suivant les puissances décroissantes de μ, devient :

$$A = \frac{\mu}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{18\mu} + \frac{8}{135\mu^2} + \frac{4}{405\mu^2} + \dots$$

---

[1] *Comptes rendus*, 214, 1942, p. 517, dans ce volume p. 645.
[2] *Comptes rendus*, 214, 1942, p. 869, dans ce volume p. 651.

L'expression simple $A = (\mu/2) + (1/3)$ devient exacte, à moins d'un millième près, dès que μ atteint la valeur 10, c'est-à-dire avant le carbone.

La démonstration de la formule (3) se déduit de la formule fondamentale [4] :

$$E = E'[\alpha^2 + (1-\alpha^2)\varpi], \tag{4}$$

où E' et E sont les énergies cinétiques du neutron avant et après le choc, ϖ la probabilité pour que E soit compris entre la valeur $\alpha^2 E'$ et la valeur E ; ϖ variant de 0 à 1, E est toujours compris entre $\alpha^2 E'$ et E'. En différenciant (4) on obtient, pour une valeur donnée de E' :

$$dE = (1-\alpha^2)E'd\varpi. \tag{5}$$

Il résulte encore de la formule (4) que le rapport entre les énergies cinétiques du neutron avant et après le choc ne peut pas être supérieur à $1/\alpha^2$: aucun choc ne peut donc faire passer l'énergie E du neutron d'une valeur supérieure à E_1, à une valeur inférieure à $\alpha^2 E_1$; la probabilité P pour que, après un nombre quelconque de chocs, l'énergie cinétique tombe au moins une fois dans le domaine fini compris entre E_1 et $\alpha^2 E_1$, est donc égale à l'unité.

Pour voir comment cette probabilité est reliée à la somme des probabilités dP correspondant aux divers éléments dE de notre domaine fini, remontons à la définition de P. Soit N le nombre de neutrons émis, NP ou n le nombre de ceux qui subissent au moins un choc d'énergie final comprise entre $\alpha^2 E_1$ et E_1. Il est bien évident qu'on ne doit compter qu'une fois dans n chacun des neutrons qui subissent plusieurs chocs à l'intérieur du domaine ; autrement dit, n est égal au nombre des chocs subis dans le domaine et ayant une énergie initiale supérieure à E_1, alors que le dP relatif à un élément dE du domaine fait intervenir tous les chocs se produisant dans dE et d'énergie initiale nécessairement supérieure à E. Il y a donc lieu de retrancher de dP la partie qui correspond aux chocs d'énergie initiale E' comprise entre E et E_1, c'est-à-dire comprise à l'intérieur du domaine tout en étant nécessairement supérieure à E. Si dP' est la probabilité pour qu'un choc ait lieu dans dE' et $d\varpi$ la probabilité pour que ce choc d'énergie finale E' soit suivi d'un autre choc d'énergie tombant dans dE, on a, pour la partie cherchée, à retrancher de dP :

$$\int dP'd\varpi = \frac{dE}{1-\alpha^2}\int_E^{E_1}\frac{dP'}{dE'}\frac{dE'}{E'}$$

en utilisant pour $d\varpi$ son expression tirée de (7).

On aura donc, en vertu du raisonnement précédent :

$$\int_{\alpha^2 E_1}^{E_1}\frac{dP}{dE}dE - \frac{1}{1-\alpha^2}\int_{\alpha^2 E_1}^{E_1}dE\int_E^{E_1}\frac{dP'}{dE'}\frac{dE'}{E'} = 1. \tag{8}$$

Si l'on suppose la région considérée suffisamment éloignée de la valeur

---

(1) *Comptes rendus,* 214, 1942, p. 868, dans ce volume p. 646.

initiale E_0 commune à tous les neutrons pour que la loi asymptotique (4) puisse y être considérée comme établie, on a :

$$\frac{dP}{dE}=\frac{A}{E}, \qquad \frac{dP'}{dE'}=\frac{A'}{E}.$$

En substituant dans l'équation (6) et en effectuant les intégrations, on obtient immédiatement :

$$A\left(L\frac{1}{\alpha^2}+1-\frac{1}{1-\alpha^2}L\frac{1}{\alpha^2}\right)=1$$

ou :

$$A\left(1+\frac{\alpha^2\ L\alpha^2}{1-\alpha^2}\right)=1,$$

d'où résulte l'expression (5) donnée plus haut et que confirment, avec une absolue précision, les applications numériques de la formule (2) que j'ai eu le temps d'effectuer jusqu'ici.

Pratiquement, pour tous les noyaux intéressants au point de vue du ralentissement des neutrons, on utilisera le résultat très simple :

$$dP=\left(\frac{\mu}{2}+\frac{1}{3}\right)\frac{dE}{E}.$$

Remarquons, en terminant, que le raisonnement qui a conduit à la formule (8) permet d'obtenir la probabilité P pour un intervalle quelconque d'étendue finie, compris par exemple entre la limite supérieure d'énergie E_1 et la limite inférieure E_2. La probabilité P, d'après ce qui précède, ne peut être inférieure à l'unité que si le rapport $\rho=E_2/E_1$ est supérieur à α^2, de manière qu'un neutron ne soit pas obligé de subir au moins un choc dans l'intervalle considéré. On obtient, dans ce cas, de manière analogue à (8) :

$$P=\int_{E_2}^{E_1}\frac{dP}{dE}dE-\frac{1}{1-\alpha^2}\int_{E_2}^{E_1}dE\int_{E}^{E_1}\frac{dP'}{dE'}\frac{dE'}{E'}$$

et, si l'on suppose établie la loi asymptotique dans l'intervalle entre E_2 et E_1, on obtient pour P la valeur :

$$P=A\left(\frac{1-\rho}{1-\alpha^2}+\frac{\alpha^2}{1-\alpha^2}L\rho\right)$$

qui atteint l'unité, en vertu de la valeur (5) de A, lorsque ρ devient égal à α^2, et que la probabilité devient une certitude.

Lorsque l'intervalle augmente, ρ devenant inférieur à α^2, on peut vérifier (en donnant dans l'expression (9) les valeurs nécessaires aux limites de la dernière intégrale) que, soit pour la solution exacte (2), soit pour la forme asymptotique (5), la probabilité reste égale à l'unité, comme il est nécessaire, puisque aucun choc ne peut permettre à l'énergie du neutron de franchir d'un bond cet intervalle. Elle doit par conséquent, de façon certaine, y pénétrer au moins une fois.