



**INSTYTUT BADAŃ SYSTEMOWYCH
POLSKIEJ AKADEMII NAUK**

**ANALIZA SYSTEMOWA W FINANSACH
I ZARZĄDZANIU**

Wybrane problemy
Tom 11

Pod redakcją
Jerzego HOŁUBCA

Warszawa 2009



**INSTYTUT BADAŃ SYSTEMOWYCH
POLSKIEJ AKADEMII NAUK**

**ANALIZA SYSTEMOWA W FINANSACH
I ZARZĄDZANIU**

Wybrane problemy
Tom 11

Pod redakcją
Jerzego HOŁUBCA

Warszawa 2009

Wykaz opiniodawców artykułów zamieszczonych
w niniejszym tomie:

prof. dr hab. inż. Jerzy HOŁUBIEC
dr inż. Lech KRUŚ
doc. dr hab. inż. Wiesław KRAJEWSKI
doc. dr hab. Jacek MALINOWSKI
dr inż. Edward MICHALEWSKI
prof. dr Adam SKOREK
dr hab. Ryszard SMARZEWSKI
prof. dr hab. inż. Andrzej STRASZAK
dr Dominik ŚLĘZAK
prof. dr hab. inż. Stanisław WALUKIEWICZ
doc. dr hab. Sławomir ZADROŻNY

© Instytut Badań Systemowych PAN
Warszawa 2009

ISBN 9788389475220

Druk: Zakład Poligraficzny Jerzy Kosiński, Warszawa

ALGORYTM EWOLUCYJNY W ZADANIU OPTIMALIZACJI TRASY N-KOMIWOJAŻERÓW

Andrzej Pietruszka

Studia Doktoranckie IBS PAN

This paper presents an evolutionary algorithm for solving the n -traveling salesman problem (N -TSP). The traveling salesman problem is an NP-Complete problem. The time required to solve the NP-Complete problem using any currently known algorithm increases very quickly as the size of the problem grows. As a result, the time required to solve even moderately large versions of many of these problems easily reaches into the billions or trillions of years, using any amount of computing power available today. One of technique to solve NP-Complete problem it is a heuristic algorithm that works "reasonably well" in many cases but for which there is no proof that it is both always fast and always produces a good result.

Wstęp

W naszym codziennym życiu często spotykamy się z problemami optymalizacji. Optymalizujemy czas wykonania danej czynności, trasę przejazdu, koszty itp. Jeżeli przestrzeń rozwiązań zadania, które optymalizujemy jest podzbiorem n -wymiarowej przestrzeni euklidesowej wówczas mamy do czynienia z zadaniem optymalizacji numerycznej. Natomiast, gdy przestrzeń rozwiązań jest zbiorem przeliczalnie skończonym wtedy zadanie jest zadaniem optymalizacji kombinatorycznej. Jednym z bardziej ciekawych oraz dość trudnych zadań optymalizacji kombinatorycznej, często spotykanym w praktyce jest zadanie komiwojażera. Potrzeba rozwiązywania tego typu problemów spowodowała zapotrzebowanie na coraz doskonalsze algorytmy ich rozwiązywania. Inspiracji w poszukiwaniu nowych, lepszych rozwiązań zaczęto szukać w świecie biologicznym. Interesujące analogie odnaleziono w procesie ewolucji organizmów oraz mechanizmach dziedziczności cech.

Rozdział pierwszy zawiera opis zadania komiwojażera. Rozdział drugi przedstawia proponowane rozwiązania tego zadania natomiast rozdział trzeci prezentuje otrzymane wyniki.

1. Zadanie komiwojażera w wersji mnogiej

W zadaniu komiwojażera podana jest liczba miast, które ma do odwiedzenia komiwojażer. Miasta opisane są współrzędnymi na mapie. Ponadto z każdego miasta istnieje połączenie ze wszystkimi innymi miastami. Zadanie komiwojażera polega na znalezieniu minimalnej trasy przejazdu pomiędzy miastami, przy założeniu, że każde miasto zostanie odwiedzone dokładnie jeden – raz oraz komiwojażer wraca do miasta, z którego wyruszył.

W zadaniu komiwojażera w wersji mnogiej zwiększona została liczba komiwojażerów. W takim przypadku zadanie polega na znalezieniu minimalnej łącznej sumy tras przebytych przez poszczególnych komiwojażerów przy założeniu, że każde z miast zostanie odwiedzone przez dokładnie jednego komiwojażera. Ponadto każdy z komiwojażerów odwiedza przynajmniej jedno miasto oraz trasy wszystkich komiwojażerów rozpoczynają się i kończą w tym samym mieście.

2. Proponowane rozwiązanie

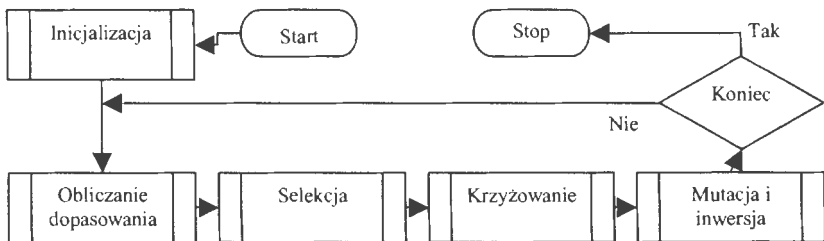
Najbardziej naturalnym dla ludzi rozwiązaniem zadania komiwojażera byłoby przejście wszystkich możliwych rozwiązań oraz wybranie z nich najlepszego. Złożoność obliczeniowa przy n miastach wynosi $n!$ kroków. Tak, więc np. dla liczby miast 25 złożoność obliczeniowa wynosi $25!$. Nie wydaje się to alarmujące dopóki nie uświadomimy sobie, że komputer sprawdzający milion wariantów kolejności odwiedzanych miast na sekundę będzie pracował ponad 400 milionów lat, a więc o wiele więcej niż upłynęło od „wielkiego wybuchu”. Zadanie komiwojażera można jednak rozwiązać w sposób, który daje, co prawda rozwiązania niedokładne, ale mające istotne znaczenie praktyczne. Algorytmy projektowane w tym celu nazywane są ogólnie algorytmami aproksymacyjnymi. Ich działanie oparte jest na pewnej heurystyce tzn. na ogólnej zasadzie wynikającej z doświadczenia, mogącej pomóc w odnajdywaniu jak najlepszego rozwiązania. Przykładem algorytmów heurystycznych opierających się w swoim działaniu na mechanizmach zaczerpniętych ze świata genetyki i ewolucji są algorytmy ewolucyjne.

Algorytmy ewolucyjne oparte są na mechanizmach doboru naturalnego oraz dziedziczności cech występujących w naturze. Operują one na populacji rozwiązań. W każdym pokoleniu powstaje nowa populacja przez połączenie cech najlepiej przystosowanych przedstawicieli poprzedniego pokolenia, ponadto sporadycznie wypróbowywana jest nowa część składowa.

2.1. Algorytm ewolucyjny

W celu zbadania właściwości algorytmu bazującego na występującym w naturze procesie doboru naturalnego oraz mechanizmach dziedziczności cech zaimplementowany został algorytm ewolucyjny. Do opisu algorytmów ewolucyjnych używa się słownictwa zapożyczonego z genetyki. Mówimy o osobnikach (lub genotypach, strukturach) w populacji. Często osobniki te nazywane są łańcuchami lub chromosomami. Chromosomy natomiast składają się z genów. Każdy gen decyduje o dziedziczności jednej lub kilku cech. W populacji każdy genotyp reprezentuje potencjalne rozwiązanie zadania. Natomiast znaczenie poszczególnego rozwiązania tj. fenotyp jest definiowany przez użytkownika. Algorytm ewolucyjny działa w środowisku, które można zdefiniować na podstawie rozwiązywanego problemu. W środowisku każdemu osobnikowi przyporządkowana jest wartość liczbową, określającą jakość reprezentowanego przez niego rozwiązania. Wartość ta nazywana jest przystosowaniem osobnika.

Schemat blokowy na rys. 1 prezentuje kolejność wykonywanych działań proponowanego algorytmu.



Rys. 1. Schemat blokowy algorytmu ewolucyjnego.

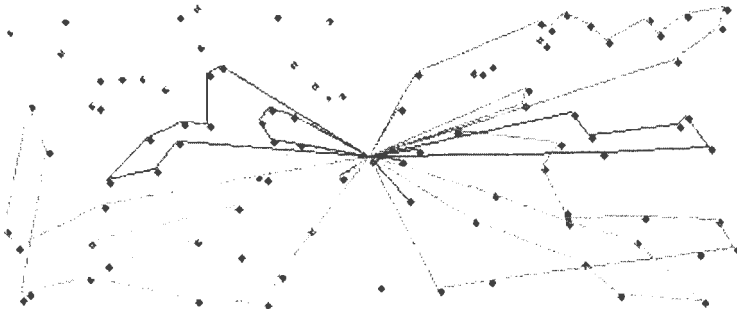
W pojedynczym rozwiązaniu – chromosomie kodowana jest liczba komiwojażerów oraz kolejność odwiedzanych przez nich miast. O jakości rozwiązania reprezentowanego przez danych chromosom decyduje suma łącznie przebytych tras przez wszystkich komiwojażerów. Ponieważ od algorytmu oczekuje się znalezienia minimalnej łącznej sumy tras przebytej przez poszczególnych komiwojażerów, dlatego rozwiązania z mniejszą wartością funkcji przystosowania uważane są za lepsze. Algorytm rozpoczyna działanie od losowej inicjalizacji populacji bazowej. Następnie dla każdego z chromosomów obliczana jest wartość jego przystosowania, będąca długością łącznie przebytej trasy przez wszystkich komiwojażerów. Na skutek działania operatorów genetycznych w populacji mogą pojawić się rozwiązania niedopuszczalne. Z uwagi na to, że w przyszłości mogą one dostarczyć nowych, dobrych rozwiązań chromosomy takie nie są usuwane z populacji,

lecz do ich wartości funkcji przystosowania dodawane są kary. Następnie przeprowadzana jest selekcja chromosomów, której zadaniem jest przygotowanie puli rodzicielskiej. W algorytmie została zastosowana selekcja progowa, której idea polega na tym, że w populacji pozostają tylko te osobniki, których wartość przystosowania jest mniejsza od wartości wyliczonego progu. Sterowanie wartością funkcji progowej odbywa się przez parametr określający nacisk selekcyjny. Im jest on mniejszy tym mniej osobników gorzej przystosowanych pozostanie w populacji a tym samym populacja zostanie w większym stopniu zdominowana przez osobniki lepiej przystosowane. Następnie osobniki z puli rodzicielskiej zostają poddane operatorowi krzyżowania. Do krzyżowania wybierane są losowe pary osobników z populacji. Wylosowane chromosomy rodzicielskie zostają podzielone na dwie części a punkt ich przecięcia określany jest w sposób losowy. Następnie pomiędzy chromosomami rodzicielskimi dochodzi do wymiany wyznaczonych fragmentów ich kodu genetycznego. Po krzyżowaniu nowe osobniki poddawane są mutacji oraz inwersji. Operacje te zachodzą z określonym prawdopodobieństwem, a ich efektem jest zmiana przyporządkowania miast poszczególnym komiwojażerom lub/i kolejności ich odwiedzania. Dodatkowym zabiegiem jest zapamiętywanie przyporządkowania miast poszczególnym komiwojażerów przed zastosowaniem operatorów mutacji i inwersji, tak, aby w przypadku, gdy zastosowanie tych operatorów nie przyniesie zmniejszenia wartości funkcji przystosowania można było przywrócić zapamiętane wartości. Postępowanie takie zwiększa skuteczność operatorów mutacji oraz inwersji w poszukiwaniu lepszych rozwiązań. Po zastosowaniu operatorów genetycznych potomkowie zastępują rodziców w populacji pod warunkiem, że wartość przystosowania przynajmniej jednego z potomków jest mniejsza niż wartość przystosowania przynajmniej jednego z rodziców. Zabieg ten w znacznym stopniu przyspiesza zbieżność algorytmu. Wymienione operacje powtarzane są aż do spełnienia warunku terminalnego, którym jest zadana ilość iteracji.

3. Wyniki eksperymentów

Aby ocenić skuteczność algorytmu przeprowadzona została seria eksperymentów. Zadaniem było znalezienie najkrótszej łącznej sumy tras przebytej przez komiwojażerów. Eksperymenty przeprowadzone zostały na zadaniu, w którym do odwiedzenia było sto miast oraz dwudziestu komiwojażerów. Współrzędne miast wygenerowano w sposób losowy. Parametry programu ustalono w sposób eksperymentalny, dobierając takie ich wartości, przy których generowane były najlepsze wyniki. Rys. 2 przedstawia wygenerowane rozwiązanie przy następujących warto-

ściach parametrów: wielkość populacji – 300, nacisk selekcyjny – 0.7, prawdopodobieństwo krzyżowania – 0.9, prawdopodobieństwo mutacji i inwersji – 0.5.



Rys. 2. Przykładowe rozwiązanie w formie graficznej dla 100 miast, 20 komiwojazerach i optymalnych parametrach algorytmu.

Z obserwacji wynika, że wygenerowane rozwiązanie nie jest rozwiązaniem optymalnym, a jedynie zbliżonym do optymalnego.

Podsumowanie

Otrzymane wyniki świadczą o przydatności zastosowania algorytmu ewolucyjnego do rozwiązania problemu komiwojazerza w wersji mnogiej. Do niewątpliwych zalet algorytmu należy to, że w rozsądnym czasie dostarcza zadawalających rozwiązań w połączeniu z prostotą implementacji. Natomiast wadą jest to, że nie ma gwarancji odnalezienia najkrótszej trasy a jedynie trasę zbliżoną do optymalnej.

Literatura

- [1]. Arabas J. (2001): Wykłady z algorytmów ewolucyjnych. WNT.
- [2]. Ashlock D. (2006): Evolutionary Computation for Modeling and Optimization, Springer.
- [3]. Bäck, T., Fogel D., Michalewicz Z. (1997): Handbook of Evolutionary Computation, Oxford Univ. Press.
- [4]. Gwiazda T. D. (2007): Algorytmy genetyczne. Kompendium. PWN.
- [5]. Harel D. (2008): Rzecz o istocie informatyki. WNT.
- [6]. Michalewicz M. (2003): Algorytmy ewolucyjne. WNT.

ISBN 9788389475220