



Polska Akademia Nauk • Instytut Badań Systemowych

STANISŁAW PIASECKI

**ELEMENTY TEORII NIEZAWODNOŚCI
I EKSPLOATACJI OBIEKTÓW
O ELEMENTACH WIELOSTANOWYCH**

dla inżynierów

Warszawa 1995

**ELEMENTY TEORII NIEZAWODNOŚCI
I EKSPLOATACJI OBIEKTÓW
O ELEMENTACH WIELOSTANOWYCH**

dla inżynierów

STANISŁAW PIASECKI

Warszawa 1995

11
12
13
14
15

16
17

O NIEZAWODNOŚCI ELEMENTU

Przypomnijmy podstawowe założenia klasycznej, dwustanowej teorii niezawodności. Opiera się ona o pojęcie prawdopodobieństwa przejścia ze stanu "0" do stanu "1" lub przeciwnie, przy tym prawdopodobieństwo przejścia ze stanu "0" do stanu "1" nazywamy prawdopodobieństwem uszkodzenia. Wielkość tę oznaczamy symbolem $P_{ij}(t, \tau)$ i odczytujemy jako prawdopodobieństwo przejścia ze stanu $i = 0, 1$, w jakim znajdował się element w chwili t do stanu $j = 0, 1$ po upływie czasu τ (w chwili $t + \tau$). Przedział $(0, t)$ jest dotychczasowym czasem pracy elementu. Dla elementu nowego mamy $t = 0$. Jeżeli proces uszkodzeń jest procesem jednorodnym w czasie, to wartość $P_{ij}(t, \tau)$ nie zależy od t , co w skrócie zapisujemy w postaci $P_{ij}(\tau)$ i interpretujemy jako prawdopodobieństwo przejścia ze stanu i do stanu j po upływie czasu τ .

W tym miejscu teoria niezawodności styka się z teorią odnowy i teorią masowej obsługi. W klasycznej teorii niezawodności przyjmuje się bowiem, że elementy są nieanaprawialne, to znaczy $p_{10}(t, \tau) = 0$. W odróżnieniu od powyższego, w teorii masowej obsługi przejście ze stanu $i = 1$ do stanu $j = 0$ jest możliwe i następuje po pewnym czasie zwanym czasem obsługi. Zdarzeniu nazywanym w teorii niezawodności uszkodzeniem, w teorii masowej obsługi odpowiada zdarzenie polegające na zgłoszeniu klienta do obsługi. Z kolei, zdarzenie przeciwne w teorii masowej obsługi jest nazywane zakończeniem obsługi.

Teoria odnowy zakłada także możliwość przejścia ze stanu $i = 1$ do stanu $j = 0$ nazywając to zdarzenie odnową, z tym zastrzeżeniem, że klasyczna teoria odnowy zakłada, iż jest to zdarzenie natychmiastowe, tak że zdarzenie uszkodzenia pociąga za sobą natychmiastowe zdarzenie odnowienia. Próby rozszerzenia zastosowań teorii odnowy prowadzą do uwzględnienia faktu, że odnowa nie występuje natychmiast i wtedy różnica między teorią odnowy a teorią masowej obsługi sprowadza się do jednego, lecz istotnego faktu. W teorii masowej obsługi uwzględnia się skończone możliwości systemu obsługi, a więc że system obsługi nie może jednocześnie odnawiać nieskończenie wiele zgłoszeń.

Wracając do klasycznej teorii niezawodności wiemy, że będą nas interesowały dwie wielkości: $p_{01}(t, \tau)$ oraz $p_{00}(t, \tau) = 1 - p_{01}(t, \tau)$, ponieważ $p_{10}(t, \tau) = 0$ i $p_{11}(t, \tau) = 1$. Charakterystyczną cechą procesów teorii niezawodności jest więc to, że rozpatrujemy je przy warunku początkowym *element nieuszkodzony* (stan $i = 0$).

Ważną charakterystyką procesu uszkodzeń jest *szybkość narastania wartości* $p_{01}(t, \tau)$ w zależności od wzrostu τ . Wielkość tę nazywamy *intensywnością uszkodzeń*, oznaczamy symbolem $\lambda_{01}(t)$ oraz definiujemy następująco:

$$\lambda_{01}(t) = \lim_{\tau \rightarrow 0} \frac{p_{01}(t, \tau) - p_{01}(t, 0)}{\tau} = \frac{\partial}{\partial \tau} p_{01}(t, \tau) \Big|_{\tau = 0}$$

Definiuje się także intensywność przeciwną

$$\lambda_{00}(t) = \lim_{\tau \rightarrow 0} \frac{p_{00}(t, \tau) - p_{00}(t, 0)}{\tau} = \frac{\partial}{\partial \tau} p_{00}(t, \tau) \Big|_{\tau=0}$$

Zauważmy, że biorąc pod uwagę warunki początkowe

$$p_{01}(t, 0) = 0$$

$$p_{00}(t, 0) = 1$$

możemy także napisać:

$$\lambda_{01}(t) = \lim_{\tau \rightarrow 0} \frac{p_{01}(t, \tau)}{\tau}$$

$$\lambda_{00}(t) = \lim_{\tau \rightarrow 0} \frac{p_{00}(t, \tau) - 1}{\tau} = \lim_{\tau \rightarrow 0} \frac{-p_{01}(t, \tau)}{\tau} = -\lambda_{01}(t)$$

Z ostatniej równości wynika:

$$\lambda_{01}(t) + \lambda_{00}(t) = 0$$

co jest odpowiednikiem równości:

$$p_{01}(t) + p_{00}(t) = 1$$

Ponieważ, jak wiemy, proces uszkodzeń jest procesem Markowa, więc dla procesu dwustanowego ogólne równania Kolmogorowa będą miały postać:

$$\frac{\partial}{\partial \tau} p_{01}(t, \tau) = p_{00}(t, \tau) \cdot \lambda_{01}(t+\tau) + p_{01}(t, \tau) \cdot \lambda_{10}(t+\tau)$$

$$\frac{\partial}{\partial \tau} p_{00}(t, \tau) = p_{00}(t, \tau) \cdot \lambda_{00}(t+\tau) + p_{01}(t, \tau) \cdot \lambda_{10}(t+\tau)$$

Ponieważ $\lambda_{10}(t) = \lambda_{11}(t) = 0$, to układ równań sprowadza się do dwóch (zależnych) równań różniczkowych.

Rozwiązując drugie równanie z określonym poprzednio warunkiem początkowym otrzymamy:

$$p_{00}(t, \tau) = \exp \left\{ - \int_t^{t+\tau} \lambda_{01}(u) du \right\} ,$$

a stąd

$$p_{01}(t, \tau) = 1 - p_{00}(t, \tau) = 1 - \exp \left\{ - \int_t^{t+\tau} \lambda_{01}(u) du \right\} .$$

Wielkość $p_{01}(t, \tau)$ nazywamy *funkcją niezawodności* i oznaczamy symbolem $R(t, \tau)$. Wartość $R(t, \tau)$ jest prawdopodobieństwem, że w odcinku czasu $[t, t+\tau]$ nie nastąpi uszkodzenie (oczywiście, jeżeli element w chwili t był nieuszkodzony).

Wielkość $p_{01}(t, \tau)$ nazywamy *prawdopodobieństwem uszkodzenia* i oznaczamy ją zwykle symbolem $F(t, \tau)$. Wartość $F(t, \tau)$ jest prawdopodobieństwem uszkodzenia elementu w odcinku czasu $(t, t+\tau)$ (oczywiście, w chwili t nieuszkodzonego).

Między wielkościami $R(t, \tau)$ i $F(t, \tau)$ zachodzą oczywiste związki:

$$R(t, \tau) = 1 - F(t, \tau)$$

oraz

$$\frac{\partial R(t, \tau)}{\partial \tau} = -f(t, \tau); \quad \frac{\partial F(t, \tau)}{\partial \tau} = f(t, \tau)$$

Jeżeli proces uszkodzeń jest jednorodny w czasie, to funkcje $\lambda_{01}(t)$ oraz $\lambda_{00}(t)$ oznaczamy często symbolami $\lambda_1(t) = \lambda$ i $\lambda_0(t) = -\lambda$. Są one funkcjami stałymi, a więc liczbami. W takim przypadku proces uszkodzeń elementu scharakteryzowany jest jedną liczbą λ .

Zwróćmy uwagę na to, że każda dystrybuanta uszkodzeń $F(t, \tau)$ jest w pełni zdefiniowana funkcją $\lambda(t)$, gdyż

$$f(t, \tau) = 1 - \exp \left\{ - \int_t^{t+\tau} \lambda(u) du \right\}$$

Przebieg funkcji $f(0, \tau) = \frac{\partial}{\partial \tau} f(0, \tau)$; $R(0, \tau)$ oraz $\lambda(t)$ dla rozkładu logarytmo-normalnego i Weibulla są pokazane na rys. 1 i 2.

O NIEZAWODNOŚCI SYSTEMU

Rozpatrzmy system składający się z dwóch elementów A i B. Jak wiemy z klasycznej teorii niezawodności, w takim przypadku mogą występować tylko dwie sensowne struktury niezawodnościowe:

równoległa: system jest uszkodzony (w stanie 1) wtedy i tylko wtedy kiedy obydwa elementy są uszkodzone, a więc gdy para elementów jest w stanie $(1, 1)$.

szeregowa: system jest zdalny (w stanie 0) wtedy i tylko wtedy kiedy obydwie elementy są nieuszkodzone, a więc gdy para elementów jest w stanie (0,0).

Znając więc niezawodność elementów i rodzaj struktury (równoległa czy szeregową) możemy wyznaczyć niezawodność systemu. Dla struktury:

- równoległej

$$F(\tau) = P_{01}^A(\tau) \cdot P_{01}^B(\tau)$$

oraz

$$R(\tau) = 1 - F(\tau) = 1 - P_{01}^A(\tau) \cdot P_{01}^B(\tau)$$

- szeregowej

$$R(\tau) = P_{00}^A(\tau) \cdot P_{00}^B(\tau)$$

oraz

$$F(\tau) = 1 - R(\tau) = 1 - P_{00}^A(\tau) \cdot P_{00}^B(\tau)$$

W szczególności, jeżeli

$$P_{01}^A(\tau) = F^A(\tau) = 1 - e^{-\lambda^A \cdot \tau}$$

$$P_{01}^B(\tau) = F^B(\tau) = 1 - e^{-\lambda^B \cdot \tau}$$

to otrzymamy dla struktury

- równoległej

$$F(t) = \left(1 - e^{-\lambda^A \cdot \tau}\right) \left(1 - e^{-\lambda^B \cdot \tau}\right) = \left(1 - e^{-\lambda \cdot \tau}\right)^2 \quad \text{dla } \lambda^A = \lambda^B = \lambda$$

$$R(t) = 1 - \left(1 - e^{-\lambda \tau}\right)^2 \quad \text{dla } \lambda^A = \lambda^B = \lambda$$

- szeregowej

$$R(\tau) = e^{-(\lambda^A + \lambda^B) \cdot \tau} = e^{-2\lambda \tau} \quad \text{dla } \lambda^A = \lambda^B = \lambda$$

$$F(\tau) = 1 - R(\tau) = 1 - e^{-2\lambda\tau}$$

$$\text{dla } \lambda^A = \lambda^B = \lambda$$

Jednakże tak proste rozważania wystarczą tylko w tym przypadku gdy uszkodzenia elementów są od siebie całkowicie niezależne. Jest to założenie w wielu przypadkach niemożliwe do przyjęcia. Wtedy niezbędnym staje się aparat procesów wielostanowych. Oczywiście, także niezbędna jest znajomość struktury uwarunkowań procesu uszkodzeń poszczególnych elementów. Fizycznie, uszkodzenie elementu może zależeć od stanu innych współpracujących elementów. Może się zdarzyć także sytuacja, że uszkodzenie elementów zależy od czynnika zewnętrznego: stresu. W takim przypadku czynnik zewnętrzny należy włączyć jako dodatkowy element systemu sprowadzając ten przypadek do poprzedniego, gdy uszkodzenie jednego elementu zależy od stanu innego (lub innych).

Przykładem zależności uszkodzeń jest praca dwóch elementów na wspólne obciążenie (np. dwóch prądnic). Wtedy uszkodzenie jednego z nich powoduje, że drugi musi przyjąć na siebie całość obciążenia, co oczywiście zwiększa możliwość jego uszkodzenia.

Oznaczmy symbolem $p_{00,1}^A(t,\tau)$ prawdopodobieństwo uszkodzenia elementu A (przejście w stan $j = 1$) po czasie τ , jeżeli w chwili t obydwa elementy (A, B) były zdadne w stanie (0, 0). Podobnie $p_{01,1}^A(t,\tau)$ odczytujemy jako prawdopodobieństwo uszkodzenia elementu A po czasie τ , jeżeli w chwili t element B był uszkodzony, zaś element A - nieuszkodzony.

W przypadku uszkodzeń zależnych mamy:

$$p_{00,1}^A(t,\tau) \neq p_{01,1}^A(t,\tau)$$

natomiast dla uszkodzeń niezależnych:

$$p_{00,1}^A(t,\tau) = p_{01,1}^A(t,\tau)$$

co umożliwia nam uproszczenie oznaczeń według następującej zasady:

$$p_{00,1}^A(t,\tau) = p_{01,1}^A(t,\tau) = p_{0,1}^A(t,\tau)$$

W rezultacie, dla dwóch elementów możemy wyróżnić następujące cztery sensowne struktury uwarunkowań:

1. Uszkodzenie elementu A nie zależy od stanu B i przeciwnie - uszkodzenie B nie zależy od stanu A).
2. Uszkodzenie elementu A zależy od stanu elementu B, lecz uszkodzenie elementu B nie zależy od stanu elementu A.
3. Uszkodzenie elementu B zależy od stanu elementu A, lecz uszkodzenie elementu A nie zależy od stanu elementu B,
4. Uszkodzenie elementu A zależy od stanu elementu B i podobnie - B zależy od A.

Jeżeli system składa się z większej liczby elementów, to możliwe przypadki struktury uwarunkowań mogą być bardzo skomplikowane.

Przyjmując, przykładowo, czwartą strukturę uwarunkowań i szeregową strukturę niezawodności, otrzymamy:

$$P_{00,00}(t,\tau) = P_{00,0}^A(t,\tau) \cdot P_{00,0}^B(t,\tau) = R(t,\tau)$$

Zauważmy, że w przypadku gdy struktura niezawodnościowa systemu jest szeregową, nieważna jest struktura uwarunkowań. Prawdopodobieństwo uszkodzenia takiego systemu nie zależy od tego, czy uszkodzenia są zależne czy też nie. Dotyczy to każdego systemu szeregowego, niezależnie od liczby jego elementów.

Wracając do naszego przykładu systemu o strukturze równoległej i zależnych uszkodzeniach, zauważmy że wtedy dla wyznaczenia wartości

$$P_{00,11}(t,\tau) = F(t,\tau)$$

potrzebna jest znajomość zależności:

$$P_{00,10}(t,\tau) = P_{00,1}^A(t,\tau) \cdot P_{00,0}^B(t,\tau)$$

$$P_{10,11}(t,\tau) = P_{10,1}^A(t,\tau) \cdot P_{10,1}^B(t,\tau) = P_{10,1}^B \quad \text{gdyż } P_{10,1}^A(t,\tau) = 1$$

oraz

$$P_{00,01}(t,\tau) = P_{00,0}^A(t,\tau) \cdot P_{00,1}^B(t,\tau)$$

$$P_{01,11}(t,\tau) = P_{01,1}^A(t,\tau) \cdot P_{01,1}^B(t,\tau) = P_{01,1}^A(t,\tau) \quad \text{gdyż } P_{01,1}^B(t,\tau) = 1$$

Procedurą wyznaczania wartości $F(t,\tau)$ dla takiego przypadku zajmiemy się nieco dalej. Obecnie zwróćmy uwagę, że dla opisu zachowania się dwuelementowego równoległego systemu, przy zależnych uszkodzeniach, konieczna i wystarczająca jest znajomość czterech funkcji:

$$P_{00,01}(t,\tau) ; \quad P_{00,1}^B(t,\tau) ;$$

$$P_{01,1}^A(t,\tau) ; \quad P_{10,1}^B(t,\tau) ;$$

lub odpowiednio funkcji intensywności:

$$\lambda_{00,1}^A(t) = \alpha^A(t)$$

$$\lambda_{00,1}^B(t) = \alpha^B(t)$$

$$\lambda_{01,1}^A(t) = \beta^A(t)$$

$$\lambda_{10,1}^B(t) = \beta^B(t)$$

Jeśli natomiast uszkodzenia są niezależne, to do opisu wystarcza znajomość tylko dwóch funkcji

$$P_{01}^A(t,\tau)$$

$$P_{01}^B(t,\tau)$$

lub odpowiednio funkcji

$$\lambda_0^A(t) = \alpha^A(t)$$

$$\lambda_0^B(t) = \alpha^B(t)$$

Jeżeli zaś procesy uszkodzeń są jednorodne w czasie, to - odpowiednio czterech liczb: α^A , α^B , β^A , β^B (dla uszkodzeń zależnych) lub dwóch liczb α^A , α^B (dla uszkodzeń niezależnych).

Celem wyznaczenia wartości $F(t, \tau)$ dla takiego dwuelementowego systemu, widoczną staje się potrzeba wyróżnienia czterech stanów: (0,0); (0,1); (1,0) i (1,1) o intensywnościach przejścia:

$$\lambda_{00,10}(t) = \alpha^A(t)$$

$$\lambda_{00,01}(t) = \alpha^B(t)$$

$$\lambda_{01,11}(t) = \beta^A(t)$$

$$\lambda_{10,11}(t) = \beta^B(t)$$

przy czym

$$\alpha^A(t) \leq \beta^A(t);$$

$$\alpha^B(t) \leq \beta^B(t).$$

Jednakże trudności opisu procesu uszkodzeń systemu składającego się z dwóch fizycznych elementów komplikują się dalej, jeżeli zwrócimy uwagę, że uszkodzenia mogą być różnego rodzaju. Jednocześnie zauważmy, że jeżeli celem naszych wysiłków jest podniesienie niezawodności wyrobów, to istotną jest dla nas informacja o rodzaju uszkodzenia, a nie tylko stwierdzenia faktu, że nastąpiło uszkodzenie. Wynika to z tego, że znając rodzaj uszkodzenia możemy znaleźć przyczynę uszkodzenia, a ta informacja pozwala na przedsięwzięcie odpowiednich zabiegów technologicznych celem usunięcia przyczyn powstawania uszkodzeń. W rezultacie, praktycznie zawsze podczas badań niezawodności, mamy do czynienia z wieloma stanami - jednym stanem zdatności i wieloma, różniącymi się rodzajem uszkodzeń, stanami niezdatności. W rezultacie, w wyniku badań otrzymujemy oszacowanie wielu funkcji intensywności przejścia $\lambda_1(t)$; $\lambda_2(t)$; $\lambda_3(t)$... ze stanu zdatności (0) do poszczególnych rodzajów stanów niezdatności 1, 2, 3, Przy tym, w wielu przypadkach proste sumowanie tych intensywności dla wyznaczenia intensywności uszkodzeń w ogóle nie ma sensu.

Sytuację taką przedstawia nam następujący przykład:

PRZYKŁAD I. O NIEZAWODNOŚCI I STRUKTURZE NIEZAWODNOŚCIOWEJ SYSTEMU DWUELEMENTOWEGO

Żałómy, że prostownik, przekształcający prąd przemienny na prąd stały składa się z dwóch szeregowo połączonych ogniw półprzewodnikowych, które wraz z kondensatorami i dławikami tworzą układ prostowniczy. Układ ten jest w małym stopniu obciążony, natomiast pracuje pod dużym napięciem (jak, na przykład, w układzie zasilania lampy kineskopowej w odbiorniku telewizyjnym). W celu

zwiększenia niezawodności układu, połączono szeregowo dwa wspomniane ogniwa półprzewodnikowe A i B obniżając w ten sposób dwukrotnie napięcie pracy każdego z nich.

Jeżeli symbolem $\lambda(v)$ oznaczamy zmierzoną laboratoryjnie intensywność uszkodzenia ogniwa, która jest zależna od napięcia pracy v , to opisany sposób podwyższenia niezawodności zasilania ma tylko wtedy sens gdy zachodzi nierówność:

$$\lambda(v) > 2 \cdot \lambda\left(\frac{v}{2}\right)$$

gdzie: v - jest napięciem pracy prostownika. Załóżmy, że równość ta jest spełniona.

W celu uproszczenia zapisu dalej będziemy stosowali oznaczenia

$$\lambda(v) = \alpha \quad \lambda\left(\frac{v}{2}\right) = \beta$$

Ponieważ połączenie ogniw jest szeregowo, więc funkcja niezawodności $R(t)$ prostownika (pomijając uszkodzenia innych elementów) będzie wyrażała się wzorem:

$$R(t) = P_{00,00}(t) = P_{00,0}^A(t) \cdot P_{00,0}^B(t) = e^{-2\beta t}$$

i to niezależnie od tego czy uszkodzenia ogniw są zależne, czy też nie.

Jednakże zagadnienie określenia struktury niezawodnościowej komplikuje się, gdy zwrócimy uwagę, że uszkodzenia ogniw półprzewodnikowych mogą być dwójakiego rodzaju, bowiem intensywność uszkodzeń $\lambda(v)$ w rzeczywistości jest sumą dwóch składników:

$\lambda_1(v)$ - intensywności uszkodzeń polegających na zniszczeniu (przebicciu) warstwy izolacyjnej półprzewodnika, co prowadzi do zwarcia ogniwa,

$\lambda_2(v)$ - intensywności uszkodzeń polegających na całkowitej utracie zdolności przewodzenia co prowadzi do powstania przerwy w obwodzie ogniwa.

Przy tym, oczywiście:

$$\lambda(v) = \lambda_1(v) + \lambda_2(v)$$

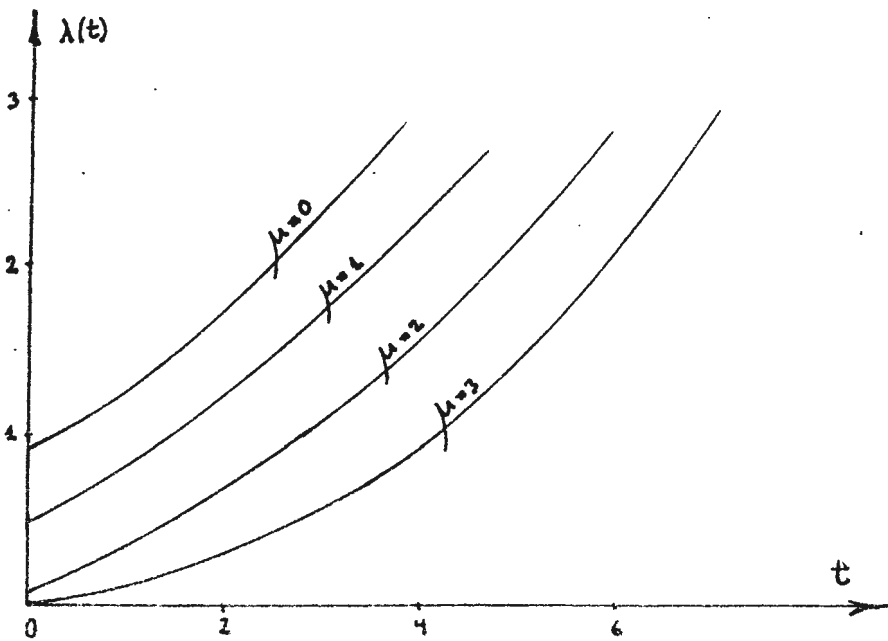
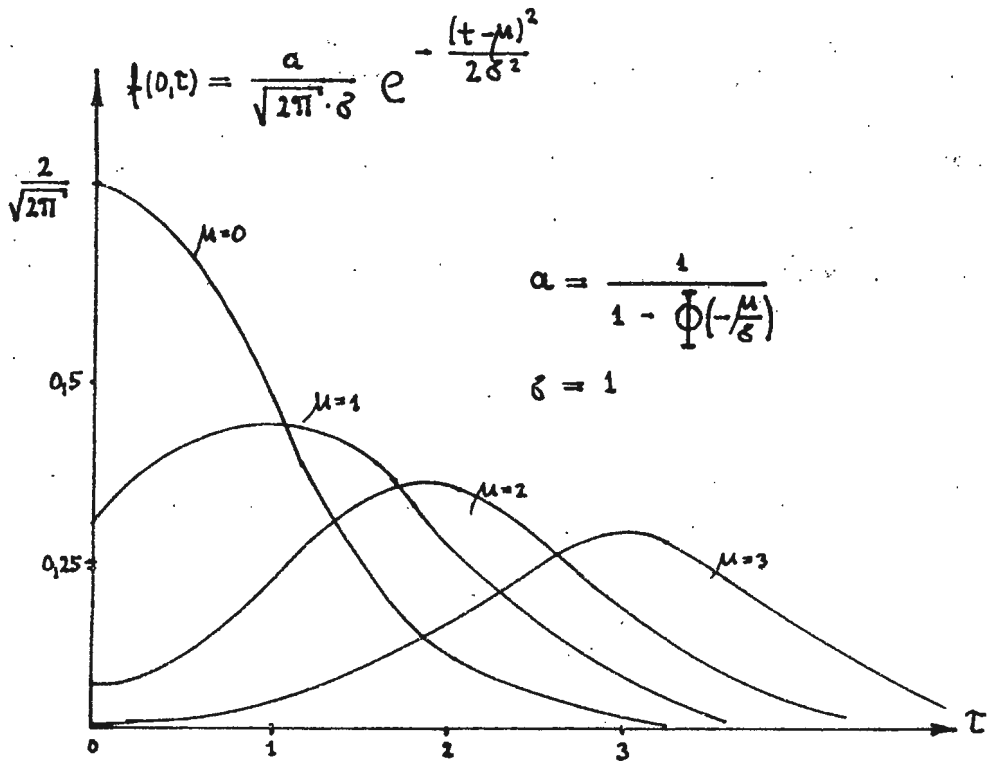
Jeżeli będziemy rozpatrywali tylko pierwszą składową (zakładając, że druga składowa jest pomijalnie mała), to niezawodnościowa struktura układu jest równoległa. Jeżeli ponadto nie uwzględnimy, że wartość λ_1 zależy od v , a więc jeżeli założymy, że

$$\lambda_1(v) = \alpha_1 = \text{const.}$$

to przy niezależnych uszkodzeniach ogniw otrzymamy funkcję niezawodności układu o postaci:

$$R(t) = 1 - P_{00,11}(t) = 1 - \left[1 - P_{00}^A(t)\right] \cdot \left[1 - P_{00}^B(t)\right] = 1 - \left(1 - e^{-\alpha_1 t}\right)^2$$

Założmy obecnie, że wartość λ_1 zależy od v , tak jak to jest w rzeczywistości. Wtedy nie możemy już przyjąć, że uszkodzenia są niezależne, gdyż uszkodzenie



Rys.1 Uciety rozkład normalny

ogniwa zależy od tego, czy drugie ogniwo jest uszkodzone (wtedy pracuje pod napięciem v), czy też nie (wtedy pracuje pod napięciem $\frac{v}{2}$).

Aby wyznaczyć $R(t)$ gdy $\lambda_2 \approx 0$, a więc dla struktury równoległej, należy zauważyć, że uszkodzenie układu prostowniczego jest określone sumą następujących elementarnych, wzajemnie wykluczających się zdarzeń.

- że w chwili τ ($0 < \tau \leq t$) uszkodzi się jedno z dwóch ogniw (i żadne nie uszkodziło się do tej chwili), a następnie, że w pozostałym odcinku czasu (τ, t) uszkodziło się pozostałe ogniwo.

Prawdopodobieństwo takiego, elementarnego zdarzenia jest równe:

$$2\beta_1 \cdot e^{-2\beta_1\tau} \cdot \left[1 - e^{-\alpha_1 \cdot (t-\tau)} \right] d\tau$$

Sumując elementarne prawdopodobieństwa w odcinku czasu od $\tau = 0$ do $\tau = t$ i odejmując od jedności otrzymamy:

$$R(t) = 1 - 2\beta_1 \int_0^t e^{-2\beta_1\tau} \left[1 - e^{-\alpha_1(t-\tau)} \right] d\tau =$$

$$= \frac{\alpha_1 e^{-2\beta_1 t} - 2\beta_1 e^{-\alpha_1 t}}{\alpha_1 - 2\beta_1}$$

Zauważmy, że gdy podstawiamy

$$\alpha_1 = \beta_1 = \lambda_1$$

to otrzymamy poprzedni wzór na wartość $R(t)$, gdy uszkodzenia były niezależne. Pozostaje jednak dalej problem, co zrobić, gdy obie składowe (λ_1 oraz λ_2) są współmierne? Jaka jest struktura niezawodnościowa prostownika - szeregowy czy równoległy?

Przeanalizujemy ten przypadek. Początkowo określimy zbiór elementarnych zdarzeń, wzajemnie wykluczających się, które powodują uszkodzenia prostownika. Zauważmy, że w tym przypadku mamy dwa rodzaje uszkodzeń.

Pierwszego rodzaju zdarzeniem będzie występowanie przerwy w którymkolwiek z ogniw przed wystąpieniem zwarcia. Drugiego rodzaju zdarzenie to wystąpienie zwarcia w którymkolwiek ogniwie przed wystąpieniem przerwy, a następnie wystąpienie zwarcia lub przerwy w pozostałym ogniwie.

Prawdopodobieństwo elementarnego zdarzenia pierwszego rodzaju, jeżeli przerwa wystąpiła dokładnie w chwili τ , będzie równe:

$$2\beta_2 e^{-2\beta_2\tau} e^{-2\beta_1 t}$$

Stąd prawdopodobieństwo zdarzenia pierwszego rodzaju będzie równe wartości wyrażenia:

$$2\beta_2 \int_0^t e^{-2(\beta_1 + \beta_2)\tau} d\tau = \frac{\beta_1}{\beta_1 + \beta_2} \left[1 - e^{-2(\beta_1 + \beta_2)t} \right]$$

Zdarzenie drugiego rodzaju składa się z dwóch kolejnych zdarzeń elementarnych:

- zwarcia jednego z ogniw w chwili τ przy czym $0 < \tau \leq t$

oraz

- zwarcia lub przerwy drugiego ogniwa w chwili x przy czym $\tau < x \leq t$.

Prawdopodobieństwo drugiego w kolejności zdarzenia elementarnego jest równe:

$$\alpha_1 e^{-(\alpha_1 + \alpha_2)(x - t)} dx + \alpha_2 e^{-(\alpha_1 + \alpha_2)(x - \tau)} dx$$

Stąd, całkując po x otrzymamy prawdopodobieństwo drugiego w kolejności zdarzenia

$$1 - e^{-(\alpha_1 + \alpha_2)(t - \tau)}$$

Jest to prawdopodobieństwo, że w odcinku czasu $(t - \tau)$ nastąpi uszkodzenie pozostałego ogniwa, bądź z powodu zwarcia, bądź przerwy. Ostatecznie prawdopodobieństwo elementarnego zdarzenia drugiego rodzaju będzie określone wyrażeniem:

$$2\beta_1 e^{-2(\beta_1 + \beta_2)\tau} \left[1 - e^{-(\alpha_1 + \alpha_2)(t - \tau)} \right] d\tau$$

Całkując to wyrażenie względem τ otrzymamy:

$$\beta_1 \frac{1 - e^{-2(\beta_1 + \beta_2)t}}{\beta_1 + \beta_2} + 2\beta_2 \frac{e^{-2(\beta_1 + \beta_2)t} - e^{-(\alpha_1 + \alpha_2)t}}{\alpha_1 + \alpha_2 - 2\beta_1 - 2\beta_2}$$

Sumując prawdopodobieństwo zdarzeń pierwszego i drugiego rodzaju oraz odejmując tę sumę od jedności, otrzymamy następującą postać funkcji niezawodności.

$$R(t) = e^{-2(\beta_1 + \beta_2)t} - 2\beta_1 \frac{e^{-2(\beta_1 + \beta_2)t} - e^{-(\alpha_1 + \alpha_2)t}}{\alpha_1 + \alpha_2 - 2\beta_1 - 2\beta_2}$$

W przypadku gdy $\alpha_2 = \beta_2 = 0$ otrzymamy wzór poprzedni. Jeżeli dodatkowo $\alpha_1 = \beta_1 = \text{const.}$, to otrzymamy znany wzór dla struktury równoległej i niezależnych uszkodzeń. W przypadku gdy $\alpha_1 = \beta_1 = 0$ otrzymamy znany wzór dla struktury szeregowej.

Rozważmy teraz przypadek, gdy celem zwiększenia niezawodności prostownika połączono równolegle dwa ogniwa półprzewodnikowe A i B. Ponieważ obciążenie prądowe prostownika wysokiego napięcia jest niewielkie, to chociaż prądowe obciążenie każdego z dwóch ogniw zmniejszyło się dwukrotnie, to nie wpłynęło to znacząco na zmianę ich niezawodności. Załóżmy, że w przybliżeniu niezawodność każdego z nich nie zmieniła się. Przyjmijmy, tak jak poprzednio, że występują uszkodzenia ogniwo dwójakiego rodzaju - typu zwarcie lub przerwa.

Zauważmy, że - podobnie jak poprzednio - w przypadku uszkodzenia typu przerwa, jak również w przypadku uszkodzenia typu zwarcie, prawdopodobieństwo takiego uszkodzenia elementarnego będzie równe:

$$2\alpha_1 e^{-2\alpha_1 \tau} + 2\alpha_2 e^{-2\alpha_2 \tau} dt$$

Stąd prawdopodobieństwo uszkodzenia typu zwarcie będzie równe:

$$\frac{\alpha_1}{\alpha_1 + \alpha_2} \left[1 - e^{-2(\alpha_1 + \alpha_2)t} \right]$$

Dla elementarnego, podwójnego zdarzenia typu przerwa, a następnie zwarcie lub przerwa, prawdopodobieństwo takiego zdarzenia będzie równe:

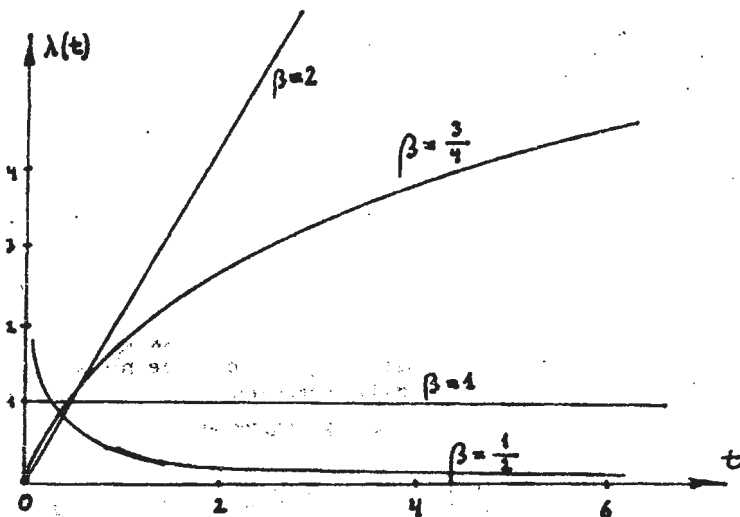
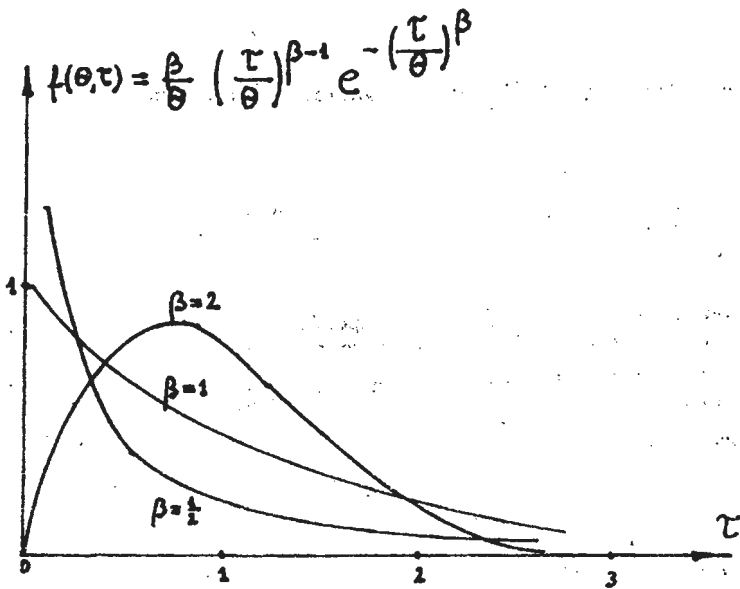
$$2\alpha_2 e^{-2(\alpha_1 + \alpha_2)\tau} \left[1 - e^{-(\alpha_1 + \alpha_2)(t - \tau)} \right] dt$$

Stąd prawdopodobieństwo uszkodzenia typu przerwa będzie równe:

$$\frac{\alpha_2}{\alpha_1 + \alpha_2} \left[1 - e^{-(\alpha_1 + \alpha_2)(t - \tau)} \right]$$

Odejmując sumę prawdopodobieństw obu typów uszkodzeń od jedności otrzymamy funkcję niezawodności takiego układu:

$$R(t) = \frac{e^{-(\alpha_1 + \alpha_2)t}}{\alpha_1 + \alpha_2} \left[2\alpha_2 - (\alpha_2 - \alpha_1)e^{-(\alpha_1 + \alpha_2)t} \right]$$



Rys.2 Rozkład Weibulla

Zauważmy, że w przypadku gdy $\alpha_2 = 0$ otrzymamy funkcję niezawodności dla układu szeregowego:

$$R(t) = e^{-2\alpha_1 t}$$

choć ogólnie są połączone równolegle. Przeciwnie, jeżeli $\alpha_1 = 0$, to otrzymamy:

$$R(t) = 2e^{-\alpha_2 t} - e^{-2\alpha_2 t} = 1 - [1 - e^{-\alpha_2 t}]^2$$

Można także zauważyć, że taki sposób zwiększania niezawodności układu ma sens tylko wtedy, kiedy zachodzi nierówność $\alpha_1 < \alpha_2$.

To, który z tych dwóch sposobów zwiększania niezawodności układu należy wybrać zależy od stosunku wartości α_1 , α_2 , $2\beta_1$, $2\beta_2$. Decyduje o tym porównanie wartości dwóch wyrażeń:

$$R(t) = e^{-2\beta_1 t} - \frac{e^{-2\beta_1 t} - e^{-at}}{a - 2\beta_1}, \quad a - 2\beta_1 > 0$$

dla szeregowo połączonych ogniw oraz

$$R(t) = \frac{e^{-at}}{a} [2\alpha - ae^{-at}], \quad \alpha_1 < \alpha_2$$

dla równolegle połączonych ogniw, przy tym:

$$a = \alpha_1 + \alpha_2$$

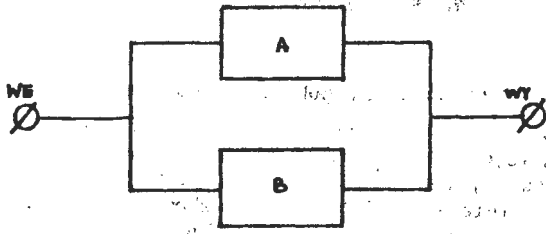
$$b = \beta_1 + \beta_2$$

Rozważony przykład poucza nas, jak wielką lekkomyślnością jest traktowanie różnych uszkodzeń jako uszkodzeń w ogólności i że nie ma sensu suma intensywności $\lambda = \lambda_1 + \lambda_2$ różnego rodzaju uszkodzeń.

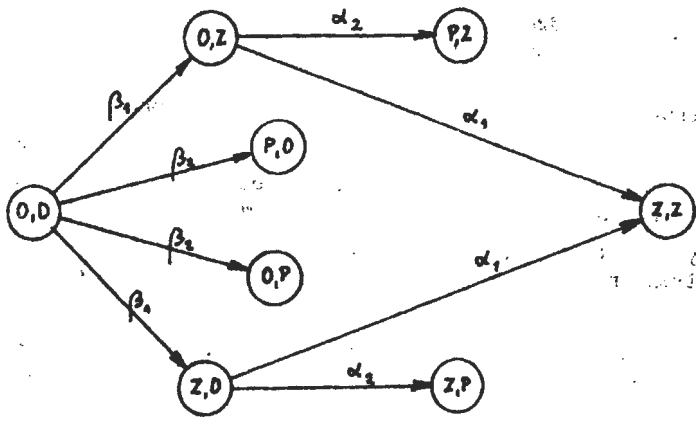
KONIEC PRZYKŁADU

Z przykładu wynika, że istnieje wyraźna zależność struktury niezawodnościowej nie tylko od budowy układu, ale także od rodzaju rozpatrywanego uszkodzenia. W przypadku gdy występują różnego rodzaju (pod względem fizycznym) uszkodzenia, pojęcie struktury niezawodnościowej staje się nieprzydatne. W takich sytuacjach zmuszeni jesteśmy do analizy bardzo złożonych zdarzeń, co znakomicie powiększa możliwość popełnienia pomyłki. Ułatwieniem w takich przypadkach jest rozszerzenie zbioru rozpatrywanych stanów.

Oznaczając symbolem Z - zwarcie, a symbolem P - przerwę, w przypadku szeregowego połączenia prostowników należałoby wyróżnić następujące stany: (0,0) - pełnej zdatności, (Z,0) i (0,Z) - niepełnej zdatności oraz (Z,P); (Z,Z); (P,0)



Rys.3 "Szeregowa" a) oraz "równoległa" struktura niezawodnościowa systemu (obiekту) dwuelementowego



Rys.4 Struktura procesu uszkodzeń dwuelementowego prostownika o szeregowej strukturze niezawodnościowej

1 (0,P) - niezdatności. Intensywności przejścia byłyby równe:

$$\lambda_{00,Z0} = \lambda_{00,OZ} = \beta_1$$

$$\lambda_{00,PO} = \lambda_{00,OP} = \beta_2$$

$$\lambda_{Z0,ZZ} = \lambda_{OZ,ZZ} = \alpha_1$$

$$\lambda_{Z0,ZP} = \lambda_{OZ,PZ} = \alpha_2$$

Struktura takiego procesu uszkodzeń jest pokazana na rys. 4.

Następnie należy rozwiązać zadanie polegające na wyznaczeniu prawdopodobieństw przejść ze stanu (0,0) do poszczególnych interesujących nas stanów. Zauważmy przy tym, że takie przedstawienie procesu umożliwia nam wyznaczenie prawdopodobieństwa szczególnie niebezpiecznego uszkodzenia - zwarcia całego układu. Będzie ono równe prawdopodobieństwu osiągnięcia stanu ZZ.

STRUKTURA SYSTEMU I PROCESU

W tym miejscu należy zwrócić uwagę na konieczność ścisłego odróżnienia:

- struktury procesu uszkodzeń (rys. 4) oraz
- struktury niezawodnościowej systemu (rys. 3)

W strukturze procesu

- elementami struktury są stany obiektu fizycznego (systemu)

natomiast

- relacjami wiążącymi te stany są możliwości (procesy) przejścia (ze stanu na stan) wyrażone ilościowo intensywnościami lub prawdopodobieństwami przejścia.

W strukturze systemu (obiektu) fizycznego.

- elementami struktury są fizyczne elementy (składniki) systemu (obiektu)

natomiast

- relacjami wiążącymi te elementy są możliwości przepływu czynnika wiążącego je w całość (zwykle jest nim prąd elektryczny, ciecz lub inne czynniki).

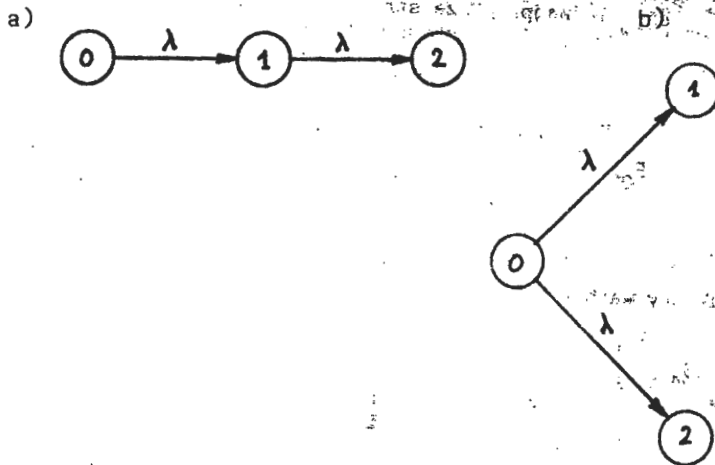
W ostatnim przypadku uszkodzenie równoznaczne jest z przerwaniem możliwości przepływu czynnika z wejścia do wyjścia.

Różnicę między tymi pojęciami pokażemy na najprostszym przykładzie systemu dwuelementowego oraz procesu o dwóch relacjach.

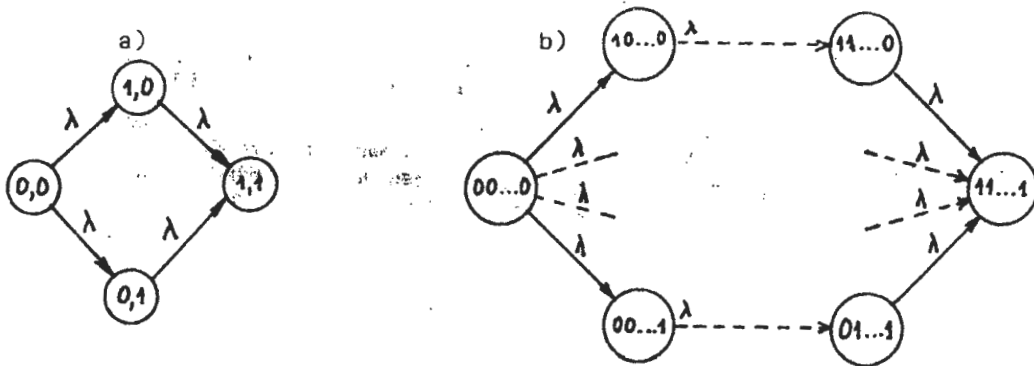
Na rys. 3 mamy pokazane dwie struktury systemu: a) szeregowa i b) równoległa.

Jak wiemy, jeśli intensywności uszkodzeń są równe, to dla przypadku a) mamy

$$F(t) = 1 - e^{-2\lambda t}$$



Rys.5 Struktura a) "łańcuchowa" oraz b) "wachlarzowa" procesu uszkodzeń



Rys.6 Struktura procesu uszkodzeń dla: a) systemu dwuelementowego b) systemu wieloelementowego o strukturze równoległej

oraz

$$f(t) = [1 - e^{-\lambda t}]^2$$

dla przypadku b) i niezależnych uszkodzeniach.

Dla struktury szeregowej relacjami są pary: (WE,A) (A,B) (B,WY).

Dla struktury równoległej relacjami są pary: (WE,A) (WE,B), (A,WY) (B,WY).

Na rysunku 5 pokazane są dwie najprostsze struktury procesu uszkodzeń. Na rys.

5a struktura łańcuchowa, na rys. 5b struktura typu wachlarz.

Dla struktury łańcuchowej:

$$P_{02}(t) = F(t) = 1 - (1 + \lambda t) e^{-\lambda t}$$

natomiast dla struktury wachlarzowej mamy:

$$P_{01}(t) = \frac{1}{2} [1 - e^{-2\lambda t}] \quad P_{02}(t) = \frac{1}{2} [1 - e^{-2\lambda t}]$$

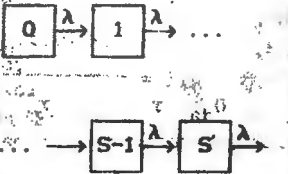
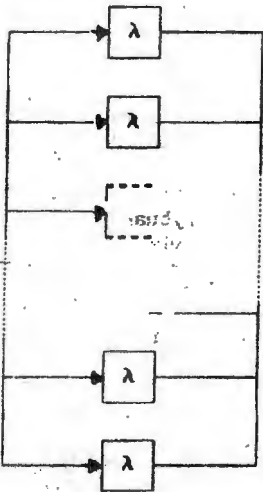
Przyjmując, że obiekt jest uszkodzony jeżeli jest w stanie: 1 lub 2 otrzymamy

$$F(t) = P_{01}(t) + P_{02}(t) = 1 - e^{-2\lambda t}$$

Dla struktury łańcuchowej relacjami są pary: (0,1) (1,2), a dla wachlarzowej - pary: (0,1) (0,2).

Zauważmy, że o ile dystrybuanta $F(t)$ czasu poprawnej pracy do uszkodzenia jest taka sama dla systemu szeregowego oraz procesu wachlarzowego, to nie zachodzi takie podobieństwo dla systemu równoległego i procesu łańcuchowego.

TABLICA I

Rozkład Erlanga	Rozkład potęgowo-wykładniczy
$m = \frac{S}{\lambda}$	$m = \frac{1}{\lambda} \sum_{n=1}^N \frac{1}{n}$
$\sigma^2 = \frac{S}{\lambda^2}$	$\sigma^2 = \frac{1}{\lambda^2} \left[2 \sum_{n=1}^N (-1)^{n-1} \frac{N(N-1)\dots(N-n+1)}{n^3(n-1)!} - \left(\sum_{n=1}^N \frac{1}{n} \right)^2 \right]$
$\Lambda(t) = \frac{\lambda(\lambda t)^{S-1}}{(S-1)! \sum_{s=0}^{S-1} \frac{(\lambda t)^s}{s!}}$	$\Lambda(t) = N\lambda e^{-\lambda t} \frac{[1 - e^{-\lambda t}]^{N-1}}{1 - [1 - e^{-\lambda t}]^N}$
	
$\Lambda(t) = \frac{\frac{d}{dt} F(t)}{1 - F(t)} = \frac{\frac{d}{dt} R(t)}{R(t)}$	
$\int_0^t \Lambda(x) dx = - \int_0^t \frac{\frac{d}{dx} R(x)}{R(x)} dx = - \ln R(t)$	
$R(t) = 1 - F(t)$	

Weźmy dla przykładu system N-elementowy o strukturze równoległej i niezależnych uszkodzeniach, dla którego dystrybuanta ma postać rozkładu potęgowo-wykładniczego

$$F(t) = [F_1(t)]^N$$

gdzie $F_1(t)$ - dystrybuanta pojedynczego elementu.

W przypadku gdy

$$F_1(t) = 1 - e^{-\lambda t}$$

otrzymamy

$$F(t) = [1 - e^{-\lambda t}]^N$$

Podobnie weźmy proces łańcuchowy składający się z S podprocesów o stanach $s = 0, 1, 2, \dots, S$. Wtedy dystrybuanta dla końcowego stanu S będzie miała postać rozkładu Erlanga

$$P_{OS}(t) = F(t) = 1 - e^{-\lambda t} \sum_{s=0}^{S-1} \frac{(\lambda t)^s}{s!}$$

Jeżeli intensywności przejścia mają te same wartości λ , a dystrybuanta czasu każdego podprocesu ma postać wykładniczą. Pełniejszą charakterystykę tych rozkładów znajdzie Czytelnik w TABELI I i na rys. 7.

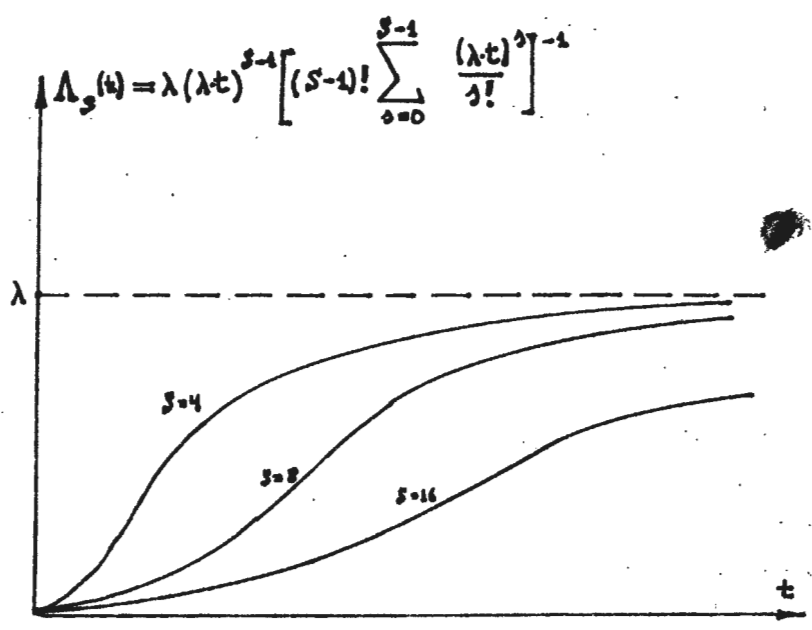
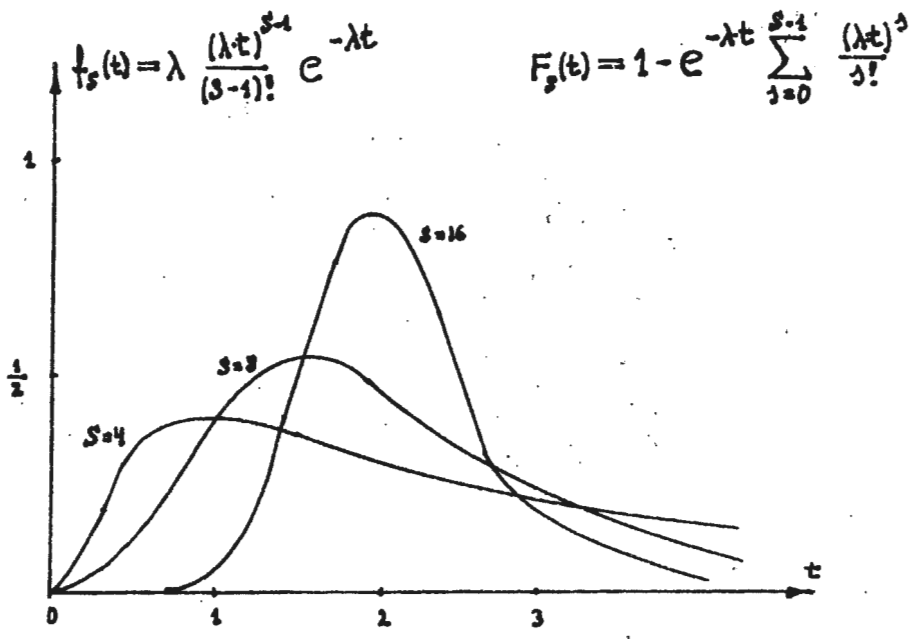
Dystrybuanty te są różne, gdyż mechanizmy procesu uszkodzeń są różne. Zwróćmy uwagę na to, że w systemie o strukturze równoległej zakłada się, że wszystkie elementy rozpoczynają swoją pracę z chwilą rozpoczęcia pracy systemu. System jest uszkodzony, jeżeli wszystkie elementy się uszkodzą. Jeżeli więc symbolami τ_n oznaczylibyśmy losowy czas pracy elementu $n = 1, 2 \dots N$ do chwili uszkodzenia, to czas pracy systemu do chwili uszkodzenia byłby określony wyrażeniem

$$\tau = \max \tau_n$$

W procesie łańcuchowym mechanizm jest inny. Tam każdy ze składowych procesów rozpoczyna się, gdy skończy się poprzedni (to znaczy, gdy proces osiągnie odpowiedni stan zapoczątkowujący następne przejścia). W tym więc przypadku dystrybuanta $F(t)$ jest rozkładem wielkości

$$\tau = \sum_{s=0}^{S-1} \tau_{s,s+1}$$

gdzie $\tau_{s,s+1}$ jest czasem przejścia ze stanu s do stanu s + 1.



Rys.7 Rozkład Erlanga

Można zadać pytanie: Jaka struktura procesu uszkodzeń odpowiada mechanizmowi uszkodzeń w systemie o strukturze równoległej? Na rys. 6 znaleźliśmy odpowiedź na to pytanie, gdzie pary (a,b) określają stan z rys. 3 elementu A - "a" oraz elementu B - "b", przy tym a,b = 0 - element nieuszkodzony, a,b = 1 - uszkodzony.

O POJĘCIU STANU OBIEKTU

Pod pojęciem stanu obiektu będziemy rozumieli jego stan fizyczny określony wartościami odpowiednich wielkości fizycznych. W przypadku przeliczalnego zbioru stanów przez stan o numerze $s = 0, 1, 2 \dots$ S rozumiemy pewien zbiór wartości tych wielkości fizycznych. Jeżeli obiekt jest w stanie s oznacza to, że zmierzone wartości wielkości fizycznych mieszczą się w granicach jakie wyznacza nam zbiór definiujący stan s.

Niekiedy stan fizyczny obiektu nie może być bezpośrednio zidentyfikowany ze względu na trudności pomiarowe. W takich przypadkach możemy rozszerzać pojęcie stanu uciekając się do następującej konstrukcji myślowej. Mianowicie, bardzo często możemy założyć, że między stanem fizycznym obiektu a jego dotychczasowym *napracowaniem* τ (liczonym w godzinach pracy lub przebytych kilometrach lub liczbie zdarzeń lub ... itd) istnieje dość ścisły związek. Ponieważ *napracowanie* obiektu może być łatwo obserwowane i mierzone, to możemy uznać, że pomiar wartości τ może zastąpić właściwą identyfikację stanu fizycznego.

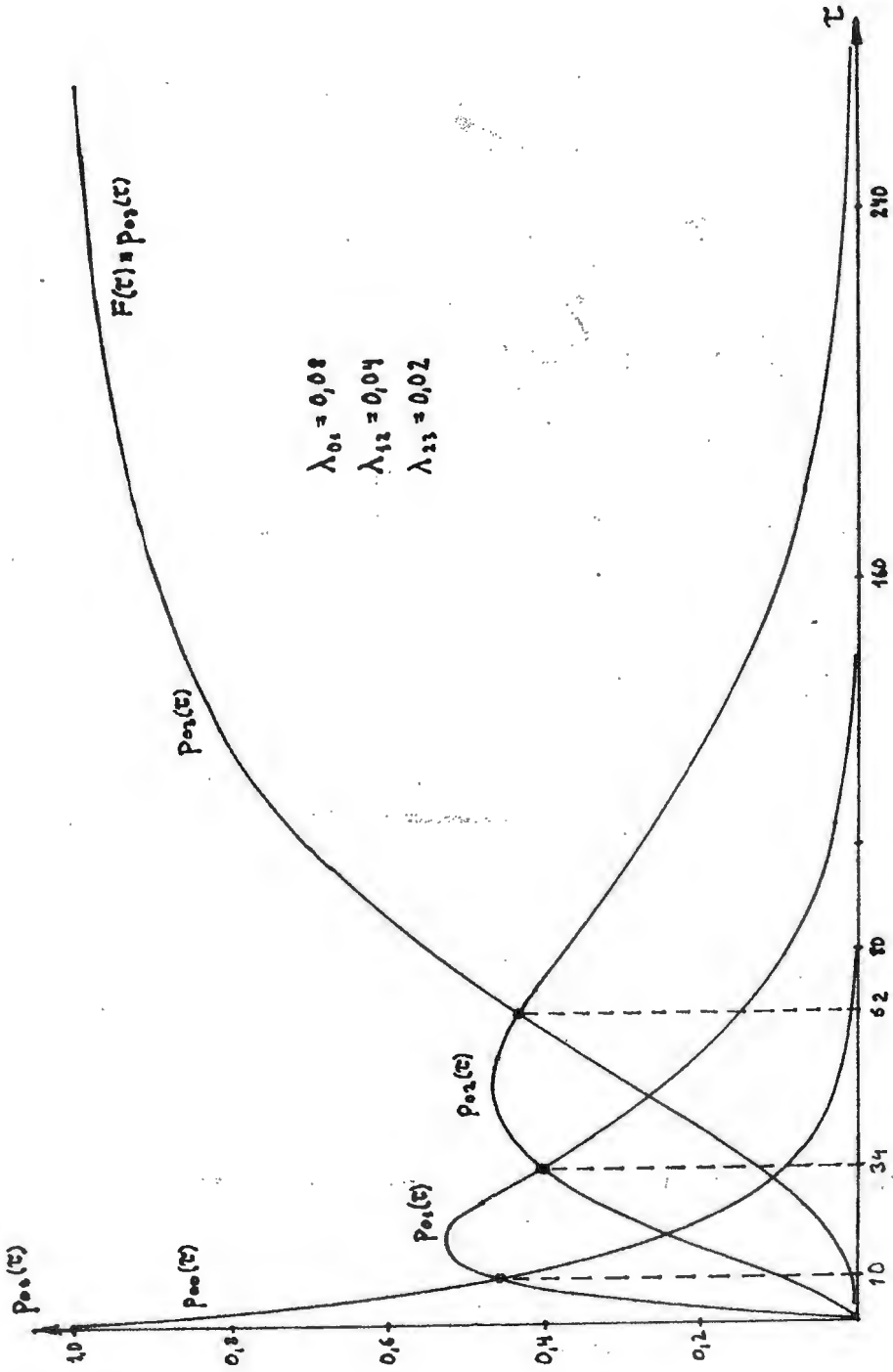
W ten sposób zakładamy istnienie i znajomość funkcji $s(\tau)$ określającej stan obiektu na podstawie jego *napracowania*. Przykład określania takiej funkcji jest pokazany na rys. 8. Mamy na nim wykresy wartości: $P_{00}(\tau)$; $P_{01}(\tau)$; $P_{02}(\tau)$ oraz $P_{03}(\tau)$ dla procesu łańcuchowego, w którym intensywności λ_{01} , $\lambda_{1,2}$, $\lambda_{2,3}$ mają interpretacje intensywności wzrostu luzu na wale na godzinę pracy obiektu, zaś stany określone są minimalnym i maksymalnym luzem na wale w danej klasie. Ponieważ faktyczne zużycie i wzrost luzu na wale jest wielkością losową, więc wyznaczone zakresy godzin pracy odpowiadające poszczególnym stanom będą tylko pewnym statystycznym przybliżeniem funkcji $s(\tau)$. Wyznaczając punkty krytyczne rozgraniczające obszary na zasadzie równych prawdopodobieństw otrzymamy z rys. 8 następujące przyporządkowania

$S = 0$	$0 \leq \tau < 10$
$S = 1$	$10 \leq \tau < 34$
$S = 2$	$34 \leq \tau < 62$
$S = 3$	$62 \leq \tau$

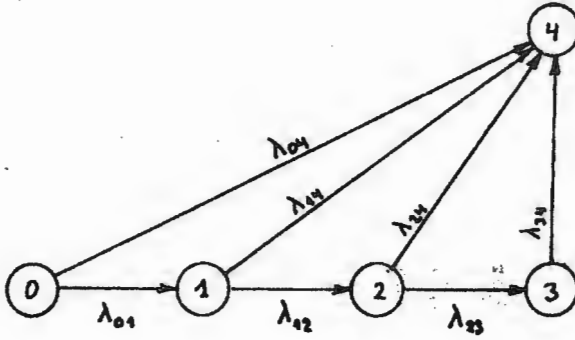
Znając funkcję $s(\tau)$ możemy następnie skonstruować graf procesu uszkodzeń. Mianowicie, oznaczając w naszym przykładzie symbolem $S = 4$ stan uszkodzenia obiektu możemy przyporządkować intensywności nagłych uszkodzeń λ_{04} , $\lambda_{1,4}$, $\lambda_{2,4}$, $\lambda_{3,4}$ zależne od stanu fizycznego obiektu w sposób widoczny na rysunku 9.

Zwróćmy uwagę na intensywności λ_{01} , λ_{12} i λ_{23} . Określają one proces losowy narastania luzu, a stany: 0, 1, 2, 3 są stanami sprawności (malejącej). Natomiast intensywności λ_{04} , λ_{14} , λ_{24} , λ_{34} określają intensywności uszkodzeń nagłych, w tym przypadku pęknięcia łożyska. Oczywiście, zachodzi nierówność $\lambda_{04} < \lambda_{14} < \lambda_{24} < \lambda_{34}$ - wraz z pogorszeniem się stanu rośnie możliwość pęknięcia.

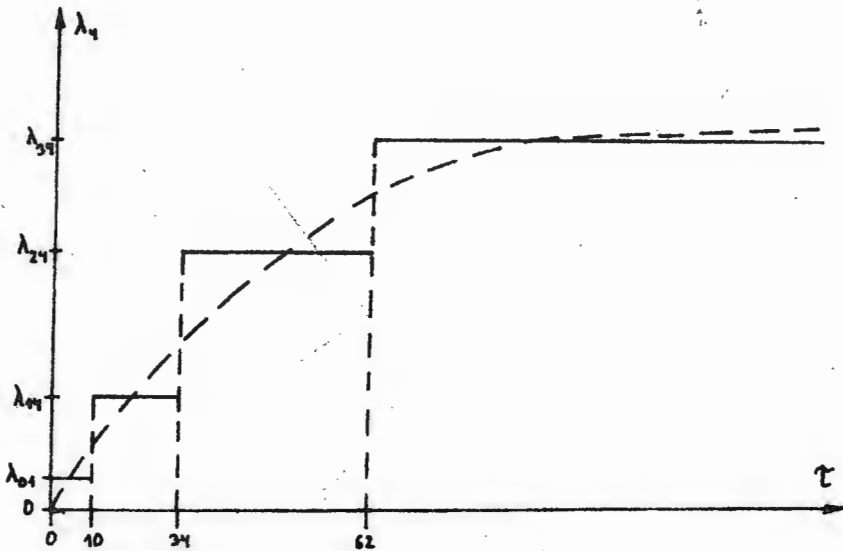
Zauważmy następnie, że ponieważ każdemu stanowi przyporządkowaliśmy odpowiedni odcinek czasu pracy τ , to tym samym przyporządkowaliśmy w postaci funkcji schodkowej wartości λ każdemu zakresowi wartości τ (patrz rys. 10).



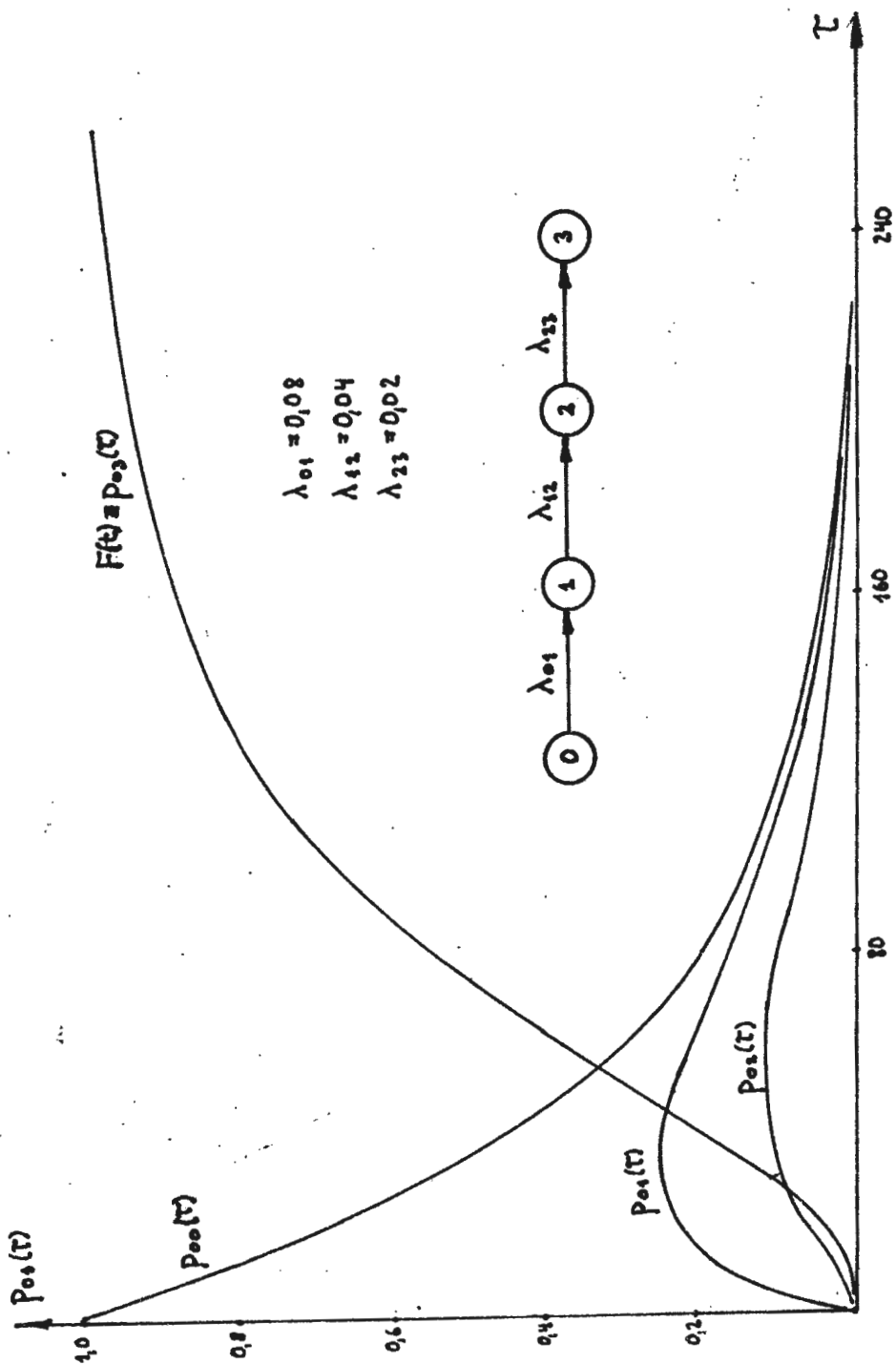
Rys. 8 Wyznaczanie funkcji $S(\tau)$



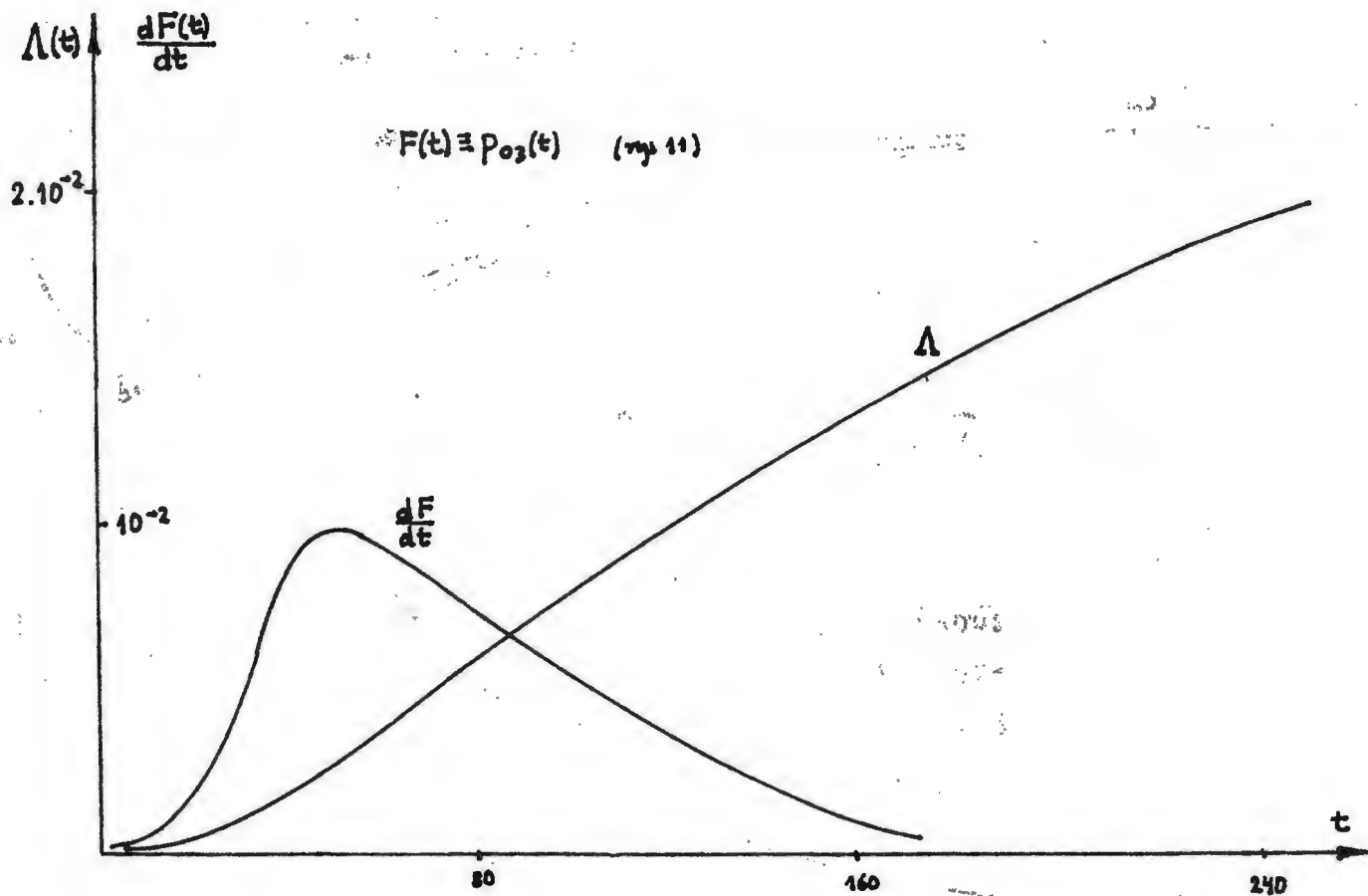
Rys.9 Struktura procesu zużycia ($\lambda_{01}, \lambda_{12}, \lambda_{23}$) oraz uszkodzeń ($\lambda_{04}, \lambda_{1,4}, \lambda_{24}, \lambda_{34}$)



Rys.10 Przebieg narastania intensywności uszkodzeń w miarę zużycia łożyska



Rys.11 Dystybnosc $F(t)$ procesu łańcuchowego



Rys.12 Przebieg intensywności uszkodzeń procesu łańcuchowego z rys.11

Zauważmy następnie, że ponieważ każdemu stanowi przyporządkowaliśmy odpowiedni odcinek czasu pracy τ , to tym samym przyporządkowaliśmy w postaci funkcji schodkowej wartości λ każdemu zakresowi wartości τ (patrz rys. 10).

Jak nietrudno zauważyć, przebieg funkcji λ można uważać za aproksymację ciągłej funkcji $\lambda(\tau)$ zaznaczonej na rys. 10 linią kreskowaną. Powiększając liczbę stanów zdatności możemy dla dostatecznie dużych wartości $S-1$ dostatecznie dokładnie przybliżyć ciągłą funkcję $\lambda(\tau)$ - funkcją schodkową. Należy przy tym podkreślić, że dla elementów mechanicznych zwykle wartości $\lambda_{s,S}$ dla s małych są bliskie zera, natomiast istotna jest wartość $\lambda_{S-1,S}$. W takim przypadku otrzymamy czystą strukturę łańcuchową procesu, w którym tylko ostatnia intensywność jest intensywnością uszkodzeń; wszystkie inne dotyczą tylko intensywności zużycia. Dobierając dostatecznie dużą wartość $S-1$ możemy uzyskać wystarczająco dokładne przybliżenie rozkładu normalnego czasu osiągnięcia stanu $S-1$, którego osiągnięcie zagraża uszkodzeniem obiektu. Wynika to z tego, że dla $\lambda_{s,s+1} = \lambda = \text{const}$ (dla $s = 0, 1, 2, \dots, S-2$) dystrybuanta czasu osiągnięcia stanu $S-1$ będzie miała postać rozkładu Erlanga, który ma tę własność, że dąży (ze wzrostem S) do rozkładu normalnego o wartości oczekiwanej $1/\lambda \cdot (S-1)$ i odchyleniu standardowym $1/\lambda \cdot \sqrt{S-1}$ (patrz rys. 7)

W ten sposób teoria niezawodności obiektów wielostanowych może być wykorzystana, w przypadku gdy stanu fizycznego obiektu nie można zidentyfikować. Zawsze jednak należy mieć na uwadze fakt, że teoria niezawodności obiektów wielostanowych ma zasadnicze zastosowanie w przypadku istnienia możliwości identyfikacji stanu fizycznego obiektu.

Na zakończenie, na rys 11 i 12 pokazano przebiegi dystrybuanty $F(t)$ czasu pracy do uszkodzenia (stan $S = 3$) oraz $\Lambda(t)$ intensywności uszkodzeń, w funkcji czasu dla procesu łańcuchowego. Przebieg tej ostatniej funkcji $\Lambda(t)$ można porównać z przebiegiem funkcji $\lambda(t)$ z rysunku 1 dla normalnego rozkładu uciętego oraz z przebiegiem funkcji $\lambda(t)$ na rysunku 2 dla rozkładu Weibulla.

Nietrudno się domyśleć, że dla procesów o bardziej złożonej strukturze (nie łańcuchowej) można uzyskać różne przebiegi funkcji $\Lambda(t)$. Pozwala to domniemywać, że zmierzone eksperymentalnie przebiegi funkcji $\Lambda(t)$ nie koniecznie wynikają stąd, że występujące rozkłady nie są wykładnicze. Być może występują tylko rozkłady wykładnicze, lecz dotyczą one składowych podprocesów tworzących złożoną strukturę obserwowanego procesu wielostanowego.

1 Charakterystyki obiektów wielostanowych

1.1 Opis obiektu

Niech obiekt składa się z N funkcjonalnych elementów ponumerowanych zmienną $n = 1, 2, \dots, N$. Dla każdego elementu określony jest zbiór \mathcal{S}_n możliwych stanów s_n elementu n . Stany wszystkich elementów urządzenia określone są ciągiem

$$\hat{S} = \langle s_1, s_2, \dots, s_n, \dots, s_N \rangle$$

Założmy, że wielkości s_n są liczbami. Wtedy \hat{S} jest N -wymiarowym wektorem liczbowym z N -wymiarowej, euklidesowej przestrzeni liczbowej (patrz rys. 13)

$$\Omega = \mathcal{S}_1 \times \mathcal{S}_2 \times \dots \times \mathcal{S}_N$$

Każdej wartości $\hat{S} \in \Omega$ odpowiada określony stan s obiektu jako pewnej całości realizującej określone zadanie (funkcję). Założmy przy tym, że zbiór \mathcal{S} możliwych stanów $s \in \mathcal{S}$ obiektu jako pewnej funkcjonalnej całości jest zbiorem liczbowym. Poszczególne stany obiektu różnią się między sobą efektywnością działania obiektu. Oczywiście, efektywność działania obiektu zależy nie tylko od stanu obiektu, ale także od rodzaju działania, warunków działania itp. W rezultacie możemy wyróżnić dwie funkcje:

- pierwszą,

$$\phi(\hat{S}) = s$$

przyporządkowującą stanowi \hat{S} wszystkich elementów obiektu stan s obiektu jako całości;

- drugą,

$$\alpha(s) = a$$

przyporządkowującą stanowi s obiektu efekt działania a , którym w szczególności może być dochód przynoszony przez pracującą maszynę na jednostkę czasu.

Zgodnie z przyjętym założeniem, funkcja α posiada funkcję odwrotną

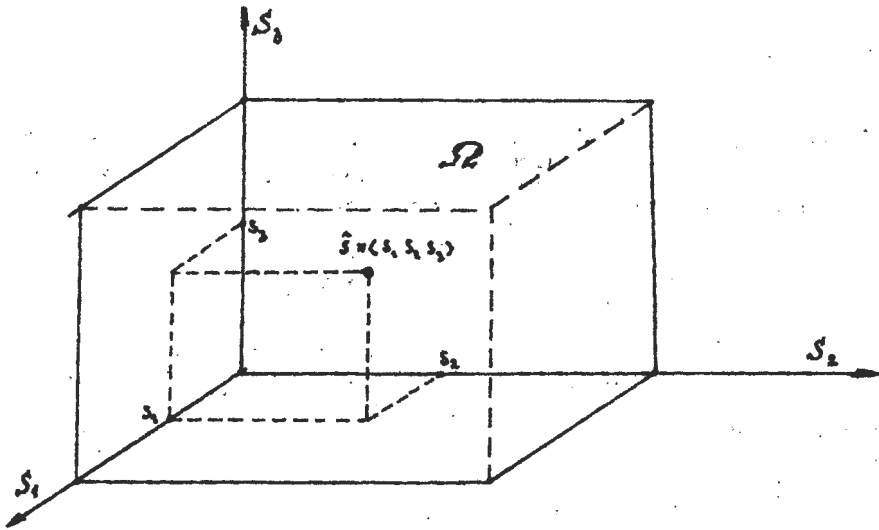
$$\alpha^{-1}(a) = s$$

pozwalającą określić stan obiektu po efektach jego działania. Jednocześnie zauważmy, że prawie zawsze funkcja ϕ nie posiada funkcji odwrotnej lub, inaczej, wyrażenie

$$\phi^{-1}(s)$$

określa podzbiór $\Omega_s \subset \Omega$ możliwych wartości takich, że

$$\phi(\hat{S}) = s \text{ dla } \hat{S} \in \Omega_s$$



Rys.13 Przykład zbioru Ω możliwych stanów elementów obiektu składającego się z trzech ($N=3$) elementów

$$\Omega_s = \{ \hat{S} : \phi(\hat{S}) = s \}$$

W ten sposób funkcja ϕ generuje podział przestrzeni Ω na przestrzenie Ω_s równoważnych stanów \hat{S} elementów obiektu. W szczególności, gdy $s = 1, 2, \dots, S$, to podział spełnia warunki:

$$\bigcup_{s=1}^S \Omega_s = \Omega$$

$\Omega_r \cap \Omega_s = \emptyset$ dla każdej pary $(r, s) \in S \times S$ Takiej, że $r \neq s$.

Przy tym \hat{S}_1, \hat{S}_2 uważa się za równoważne gdy spełniona jest równość

$$\phi(\hat{S}_1) = \phi(\hat{S}_2)$$

lub, inaczej mówiąc, stany są równoważne, gdy efektywność działania obiektu jest identyczna

$$a(\phi(\hat{S}_1)) = a(\phi(\hat{S}_2))$$

Posługując się funkcją złożoną $a\phi$ w szczególności mamy

$$a\phi(\hat{S}) = a_s \quad \text{dla} \quad \hat{S} \in \Omega_s$$

Zauważmy, że jeżeli dla pewnego rodzaju uszkodzenia występującego przy stanie \hat{S} zmieni się stan jego elementów na stan $\hat{S} + \Delta\hat{S}$, to wpływ uszkodzenia na działanie obiektu może być oceniony wielkością

$$\Delta a = a\phi(\hat{S} + \Delta\hat{S}) - a\phi(\hat{S})$$

W ten sposób [21] w szczególności możemy wyznaczyć wpływ uszkodzeń poszczególnych elementów na efektywność działania obiektu lub ważność (wartość) tych elementów z punktu widzenia realizacji zadania.

Funkcja ϕ wyznacza strukturę funkcjonalną urządzenia. Nietrudno zauważyć, że struktura funkcjonalna urządzenia zależy od rodzaju wykonywanego przez urządzenie zadania.

Jeżeli, na przykład, na tokarce musimy wykonać część z bardzo wysoką dokładnością, to zbiór stanów Ω_s'' niezdatności urządzenia określony na zbiorze Ω możliwych stanów elementów urządzenia będzie większy od zbioru Ω_s' niezdatności urządzenia gdy na tokarce wykonywane są części z małymi wymaganiami dotyczącymi dokładności wykonania. Będzie więc zachodziła relacja

$$\Omega_s'' \subset \Omega_s'$$

przy czym

$$\Omega_s'' \neq \Omega_s'$$

Widzimy więc, że funkcja ϕ zależy od rodzaju wymagań jakie musi spełniać urządzenie przy wykonywaniu różnych zadań.

Nasze rozważania będziemy dalej prowadzić przy ustalonym rodzaju zadań, które ma wykonywać urządzenie i przy ustalonej funkcji ϕ .

1.2 Wyznaczanie stanów urządzenia i funkcji α .

Wartościami funkcji α są liczby rzeczywiste oznaczające dochód przynoszony przez pracujące urządzenia w jednostce czasu.

Założmy, że urządzenie jest maszyną, wykonującą określone operacje. Wykonanie każdej operacji związane jest z określonymi kosztami bezpośrednimi, takimi jak: koszt zużytych surowców i energii, koszt płac obsługi operatorskiej itp. Z drugiej strony, wykonanie każdej operacji przynosi określoną finansową korzyść (związaną ze sprzedażą wykonanego detalu itp.). Różnicę kosztów i korzyści finansowych związanych z wykonaniem pojedynczej operacji oznaczmy

symbolem $k \frac{\text{zł}}{\text{operację}}$. Niech następnie $h \frac{\text{operacji}}{\text{godz.pracy}}$ będzie wydajnością maszyny określoną jako liczba operacji, którą może maszyna wykonać w jednostce

czasu pracy. Wtedy maksymalny dochód przynoszony przez maszynę w jednostce czasu pracy będzie równy:

$$k \frac{zł}{\text{operację}} \cdot h \frac{\text{operacji}}{\text{godz.pracy}}$$

Jeżeli następnie intensywność pracy maszyny jest wyrażona wielkością ε / godz.pracy / dobę to dochód przynoszony przez maszynę w jednostce czasu kalendarzowego (u nas - w okresie doby) będzie równy

$$a = \varepsilon kh \frac{zł}{\text{dobę}}$$

Zwróćmy uwagę na to, że zmiana wartości a sygnalizuje, że jedna, dwie lub wszystkie wartości ε , k , h uległy zmianie, co mogło być spowodowane niesumiennością pracy obsługi operatorskiej (zmniejszenie wartości ε), nieuwagą obsługi operatorskiej (zmniejszenie wartości k) lub zmianą stanu technicznego maszyny (zmianą wartości k oraz /lub/ wartości h). Wartość k , będąca w istocie średnią wartością korzyści finansowej przynoszonej przez wykonanie jednej operacji, zależy od liczby wykonanych braków (operacji, które nie przyniosły pożądanego wyniku), która to liczba zależy nie tylko od nieuwagi operatora, ale także od technicznego stanu maszyny. W rezultacie, zmiana wartości a zależy nie tylko od stanu maszyny, ale także od innych czynników.

Zakładając, że maszyna (urządzenie) realizuje jakieś zadanie, na wykonaniu którego zależy nam - zakładamy, że wyniki pracy maszyny - wartość a jest ciągle obserwowana. Jeżeli założymy, że czynniki uboczne wpływające na wartość a mają ograniczony wpływ i że wartość a w głównej mierze zależy od technicznego stanu maszyny, to możemy ustalić pewien przedział o długości $-\delta a_s$, $+\Delta a_s$ wokół wartości a_s , taki że jeżeli zaobserwowana wartość a nie zmieści się w przedziale

$$\langle a_s - \delta a_s, a_s + \Delta a_s \rangle$$

to jest to oznaką, iż zmienił się stan techniczny maszyny, że zmiana a nie jest wywołana wyłącznie czynnikami ubocznymi (pozatechnicznymi). Jeżeli założymy, że przedział zmienności wartości a określony jest dwoma liczbami: $a = 0$ oraz $a = A_{\max} > 0$, to uwzględniając wielkość wpływu czynników ubocznych możemy przedział

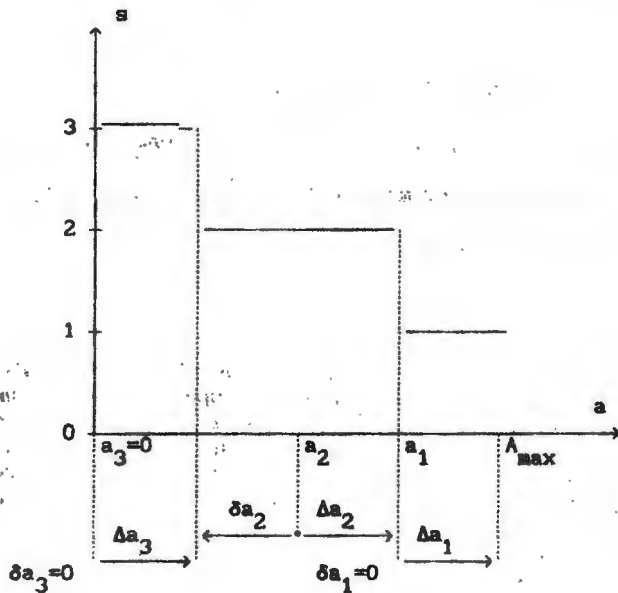
$$\langle 0, A_{\max} \rangle$$

podzielić na ciąg niezachodzących podprzedziałów

$$\langle a_s - \delta a_s, a_s + \Delta a_s \rangle$$

$$s = 1, 2, \dots, S \text{ taki, że } a_1 + \Delta a_1 = A_{\max}, a_3 = 0$$

(patrz rys. 14)



Rys. 14. Przykład określenia trzech ($S = 3$) stanów ($s = 1, 2, 3$) urządzenia i wartości $a_s = \alpha(s)$ definiujących funkcję α .

W ten sposób określamy ilość S wyróżnionych stanów urządzenia oraz postać funkcji α wiążącą z każdą wartością argumentu $s = 1, 2, \dots, S$, określającym stan urządzenia, wartość a_s określającą przynoszony w tym stanie dochód (na jednostkę czasu kalendarzowego). Funkcja α jest więc określona ciągiem liczb $a_s (s=1, 2, \dots, S)$, przy czym

$$\alpha(S) = a_s$$

Natomiast wyróżnione stany urządzenia są określone na zbiorze $\langle 0, A_{\max} \rangle$ wartości a , przy tym urządzenie jako całość znajduje się w stanie s , jeżeli zmierzona wartość a spełnia nierówność

$$a_s - \delta a_s \leq a < a_s - \Delta a_s$$

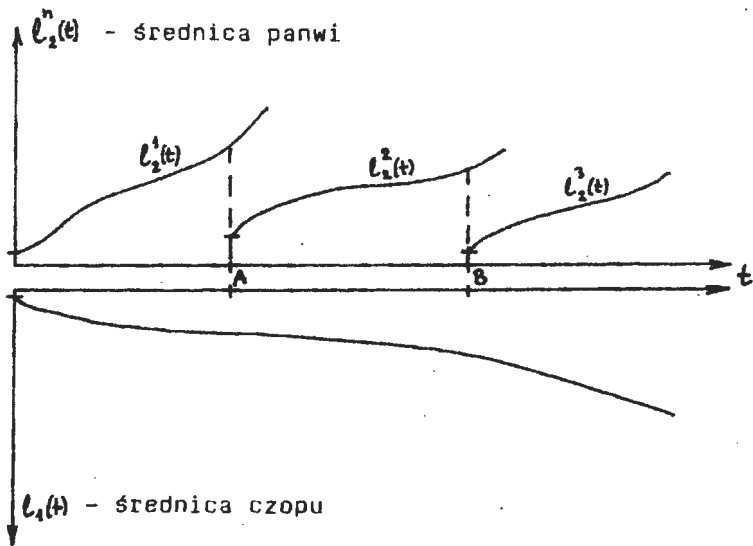
1.3 Wyznaczanie stanów elementów urządzenia i macierzy intensywności przejść

Założmy, że rozpatrujemy określony element n urządzenia i że określona jest wzajemnie jednoznaczna funkcja

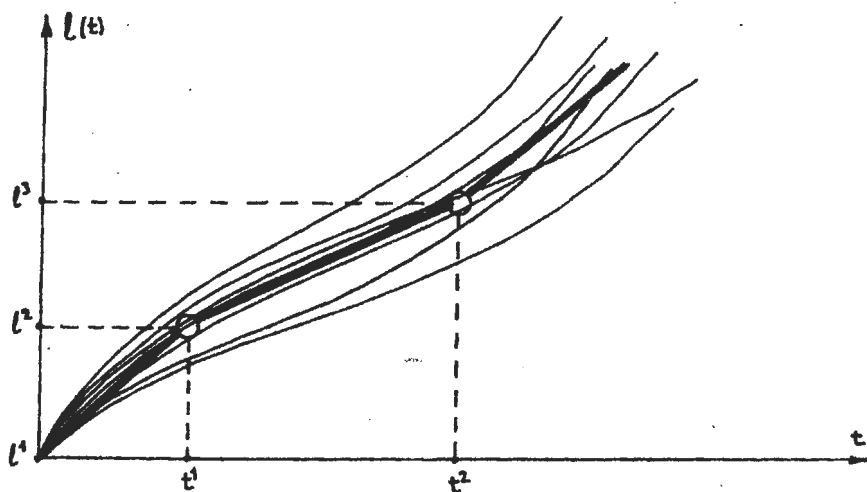
$$s_n = s_n(l_n)$$

wiążąca stan elementu z jego zużyciem. Na przykład, jeżeli takim elementem jest para trybologiczna, a zużycie pary określa luz, to stan elementu może być określony bezpośrednio wartością luzu i wtedy:

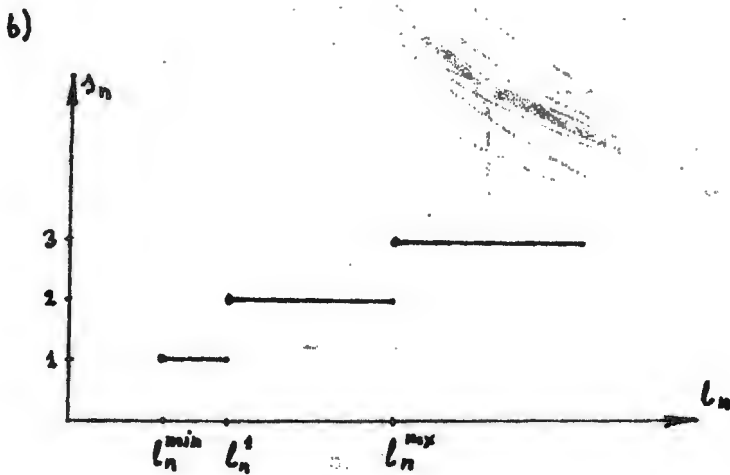
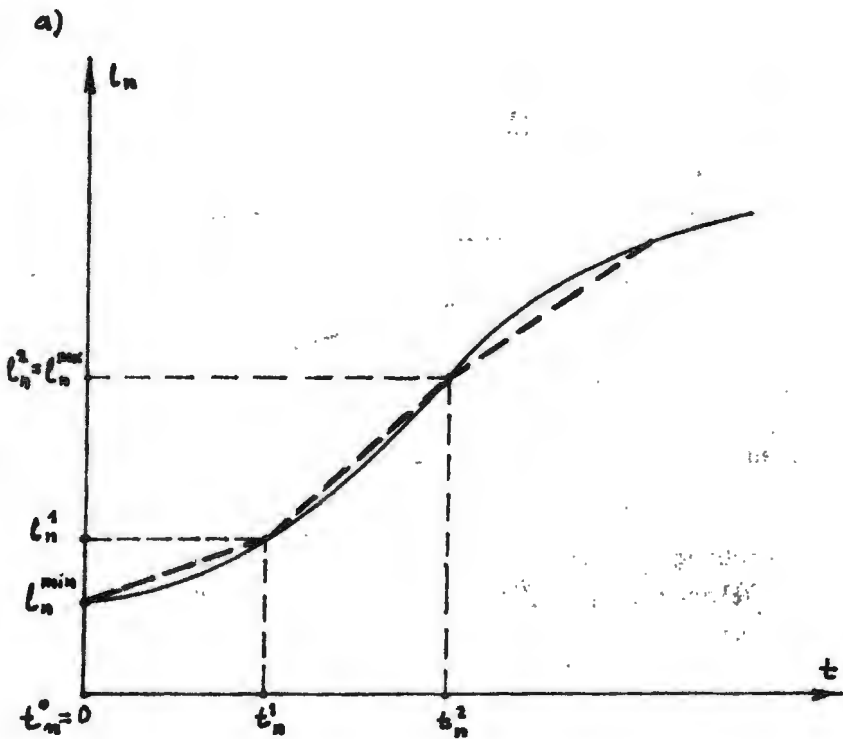
$$s_n = l_n$$



Rys.15 Przebieg wzrostu luzu wskutek zużycia panwi $L_2^n(t)$ oraz czopu $L_1(t)$. Chwile A i B - wymiany panwi



Rys.16 Realizacje wzrostu luzu oraz aproksymacja narastania luzu krzywą łamaną



Rys.17 Przykład zależności $\delta_n(l_n(t))$ dla $s_n = \{1, 2, 3\}$

Otrzymany przebieg $l(t)$ procesu zużycia dla danych warunków eksploatacji przybliżymy (w zakresie od l^{\min} do l^{\max}) linią łamaną, tak jak to jest pokazane na rysunku 17a, przy tym l_n^{\min} jest minimalnym luzem dla nowej pary, natomiast l_n^{\max} jest maksymalnym luzem, powyżej którego urządzenie jako całość znajduje się w stanie S, dla którego $a_s = 0$, niezależnie od stanu pozostałych elementów. Liczba odcinków prostej, którymi aproksymujemy przebieg $L(t)$ określa liczbę s_n wyróżnionych i ponumerowanych stanów $s_n = 1, 2, \dots, s_n$ elementu nr n.

W szczególności, na rysunku wyróżniono trzy stany:

stan $s_n = 1$, gdy zużycie elementu l_n jest mniejsze od wartości

$$l_n^1$$

stan $s_n = 2$, gdy zużycie elementu spełnia nierówność

$$l_n^1 \leq l_n < l_n^2 = l_n^{\max}$$

stan $s_n = 3$, gdy zużycie elementu nie jest mniejsze od

$$l_n^2 = l_n^{\max}$$

Wykres takiej funkcji

$$s_n = s_n(l_n)$$

jest pokazany na rys. 17b

Jest oczywiste, że im więcej stanów S_n elementu n wyróżnimy, tym dokładniejsza będzie aproksymacja krzywej $l_n(t)$.

Opisany sposób określenia stanu elementu, na obszarze zmienności luzu l_n danej pary, może być niewygodny w praktyce, gdyż dla określenia stanu elementu należałoby pomierzyć luz, co jest kłopotliwe. W tym przypadku należałoby określić stany elementu na obszarze zmienności mocy drgań wywołanych luzem pary. Wtedy dla poszczególnych wartości l_n należy określić odpowiadające im wartości M_n^s mocy drgań i stany s_n określić następująco: element jest w stanie s_n , jeżeli zmierzona moc drgań M_n zawarta jest w przedziale:

$$M_n^s \leq M_n < M_n^{s+1}$$

Wtedy identyfikacja stanu pary jest łatwa i może być dokonana przy pomocy selektywnego mikrofonu z miernikiem prądu mikrofonowego, a często może być nawet oceniana bezpośrednio "na słuch" przez doświadczoną mechanika.

Załóżmy, że w wyżej opisany sposób określiliśmy poszczególne stany elementu numer n. Spróbujmy wyznaczyć następnie prawdopodobieństwo przejścia elementu ze stanu $s_n = u_n$ do stanu $s_n = v_n$ w określonym odcinku czasu. Ponieważ zużycie l_n elementu nr n znajdującego się w stanie u_n może być zawarte w przedziale

$$l_n^{u_n} \leq l_n < l_n^{u_n+1}$$

więc prawdopodobieństwo, że zużycie elementu leży w granicach

$$\langle l_n, l_n + dl_n \rangle$$

będzie równe:

$$\frac{dl_n}{l_n^{u_n} - l_n^{u_n+1}}$$

(zakładając równomierny rozkład zużycia elementu w obszarze wyznaczonym jego stanem u_n). Jeżeli jednak zużycie elementu jest równe l_n , to z prawdopodobieństwem jeden po czasie

$$t(l_n^{u_n+1}) - t(l_n) = t^{u_n+1} - t^{u_n}$$

znajdzie się on w stanie $u_n + 1$, przy czym $t(l_n)$ jest funkcją odwrotną w stosunku do funkcji $l_n(t)$. W rezultacie, prawdopodobieństwo zdarzenia, że w czasie Δt stan elementu u_n zmieni się na stan $u_n + 1$, będzie równe

$$l_n^{u_n+1} \frac{dl_n}{l_n^{u_n+1} - l_n^{u_n}} = \frac{l_n^{u_n+1} - l_n^{u_n+1}(t^{u_n+1} - \Delta t)}{l_n^{u_n+1} + l_n^{u_n}}$$

$$\text{dla } \Delta t < t^{u_n+1} - t^{u_n}$$

Ponieważ w zakresie od t^{u_n} do t^{u_n+1} funkcja $l_n(t)$ jest przybliżona odcinkiem linii prostej o równaniu:

$$l_n = l_n^{u_n+1} + \frac{l_n^{u_n+1} - l_n^{u_n}}{t^{u_n+1} - t^{u_n}} (t - t^{u_n})$$

a więc

$$l_n(t^{u_n+1} - t) = l_n^{u_n+1} + \frac{l_n^{u_n+1} - l_n^{u_n}}{t^{u_n+1} - t^{u_n}} [t^{u_n+1} - \Delta t - t^{u_n}]$$

a prawdopodobieństwo zdarzenia, że w czasie Δt stan elementu zmieni się z u_n na $v_n = u_n + 1$ będzie równe:

$$\frac{\Delta t}{t^{u_n+1} - t^{u_n}}$$

W granicy, przy $\Delta t \rightarrow 0$, wartość ilorazu tego prawdopodobieństwa i długości Δt odcinka czasu łączy do wartości

$$\frac{1}{t^{u_n+1} - t^{u_n}}$$

Wielkość tę nazwiemy intensywnością przejścia elementu ze stanu u_n na stan $v_n = u_n + 1$, oznaczając ją symbolem

$$\lambda_{u_n v_n}^n = \lambda_{u_n, u_n+1}^n$$

Ponieważ stan elementu nie może bezpośrednio *skoczyć* do stanu $v_n > u_n + 1$, nie przebywając w międzyczasie w stanie $u_n + 1$, więc intensywności przejścia

$$\lambda_{u_n v_n}^n \quad \text{dla } v_n \geq u_n + 2$$

są równe zero

$$\lambda_{u_n v_n}^n = 0 \quad \text{dla } v_n > u_n + 1$$

Z drugiej strony, ponieważ zużycie $l_n(t)$ jest funkcją niemalejącą, więc także

$$\lambda_{u_n v_n}^n = 0 \quad \text{dla } v_n < u_n$$

W rezultacie, w każdym wierszu nr u_n macierzy Λ^n tylko dwa elementy są różne od zera, a mianowicie:

$$\lambda_{u_n, u_n}^n \quad \text{oraz} \quad \lambda_{u_n, u_n+1}^n$$

Ze względu na to, że wraz z upływem czasu prawdopodobieństwo, że element zmieni stan z u_n na u_n+1 rośnie z szybkością λ_{u_n, u_n+1}^n (dla małych przyrostów czasu), a jednocześnie ponieważ suma prawdopodobieństw (że stan jest u_n lub u_{n+1}) jest równa jedności, więc wynika stąd iż prawdopodobieństwo, że element pozostanie w stanie u_n musi się zmniejszać i to z tą samą szybkością z jaką wzrasta prawdopodobieństwo do stanu u_n+1 . Stąd mamy:

$$\lambda_{u_n, u_n}^n = -\lambda_{u_n, u_n+1}^n$$

W rezultacie, do scharakteryzowania elementu nr n i określenia macierzy Λ^n wystarczy znajomość wartości

$$\lambda_{u_n, u_n+1}^n$$

dla wszystkich $u_n \in \mathcal{S}_n$. Ale ponieważ, jak pokazaliśmy

$$\lambda_{u_n, u_n+1}^n \approx \frac{1}{\frac{u_n+1}{t_n} - \frac{u_n}{t_n}}$$

więc do określenia macierzy Λ^n wystarczy aproksymować przebieg procesu zużycia $l(t)$ linią łamaną, wyznaczając ciąg $t_n^{u_n}$, $u_n = 1, 2, \dots, S_n$ punktów załamania oraz odpowiadających mu wartości $l_n(t_n^{u_n})$.

Znając wartości $t_n^{u_n}$ możemy w sposób przybliżony wyznaczyć macierz

$$\Lambda^n = \begin{bmatrix} -\lambda_{12} & \lambda_{12} & 0 & \dots & 0 \\ 0 & -\lambda_{23} & \lambda_{23} & \dots & 0 \\ 0 & 0 & -\lambda_{34} & \dots & 0 \\ 0 & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & \dots & \dots & 0 \end{bmatrix}$$

przy czym

$$\lambda_{u_n, u_n+1}^n \approx \frac{1}{t_n^{u_n+1} - t_n^{u_n}}$$

Przybliżenie wynika stąd, że w rzeczywistości proces $l(t)$ jest procesem stochastycznym, a nie zdeterminowanym, jak to przyjęliśmy zakładając, że przebieg ten ma kształt pokazany na rysunku 16. W rzeczywistości przebieg pokazany na rysunku jest tylko uśrednionym (oczekiwanym) przebiegiem procesu zużycia. Ponadto ocena wartości intensywności przejść jest przybliżona także z tego powodu, że przebieg został zaproksymowany krzywą łamaną, tym niemniej przybliżenie to może być dostatecznie dobre gdy ilość wyróżnionych stanów (i odcinków krzywej łamanej) jest duża.

Zwróćmy uwagę następnie na to, że zmieniając skład materiału, z którego wykonane są elementy, sposób obróbki powierzchni elementów, sposób smarowania itd, możemy wpływać na przebieg procesu $l_n(t)$, a więc możemy wpływać na wartości macierzy Λ^n . W szczególności, kształtowaniem procesu zużycia zajmują się takie nauki jak inżynieria materiałowa i tribologia.

Wyniki prac w tym zakresie umożliwiają nam kształtowanie wartości macierzy Λ^n . Nie należy przy tym zapomnieć, że wraz ze zmianą własności elementów w kierunku zwiększenia ich odporności na zużycie, będzie rósł koszt ich produkcji, a w efekcie cena całego urządzenia. Należałoby więc mieć możliwość oceny do jakich granic opłaca się zwiększyć odporność na zużycie poszczególnych części maszyny, aby wyniki osiągnięte w czasie eksploatacji urządzenia były dla nas jak najbardziej korzystne. Nie należy przy tym zapominać, że wyniki te zależą także od postaci funkcji h oraz k , na kształt których wpływa także konstrukcja urządzenia.

Wracając do tematu, podczas aproksymacji przebiegu $l(t)$ krzywą łamaną należy dążyć, ze względu na późniejsze trudności rachunkowe, aby odcinki $t_n^{u-1} - t_n^u$ w funkcji numeru stanu u stanowiły, w miarę możliwości, wyrazy postępu arytmetycznego postaci

$$\lambda_{u_n, u_n+1}^n = u_n \mu^n$$

dla $u_n = 1, 2, \dots, S_n - 1$

Taki właśnie przypadek pokazany jest na rys. 17, gdzie mamy:

$$\lambda_{12}^n = \frac{1}{t_n^1 - t_n^0}, \quad \lambda_{23}^n = \frac{1}{t_n^2 - t_n^1} = \frac{2}{t_n^1 - t_n^0}$$

oznaczając

$$\mu^n = \frac{1}{t_n^1 - t_n^0}$$

otrzymany

$$\mu_{12}^n = \mu^n, \lambda_{11}^n = -\mu^n,$$

$$\lambda_{23}^n = 2\mu^n, \lambda_{22}^n = -2\mu^n,$$

a macierz intensywności przejść będzie miała postać (narastająca intensywność zużycia).

$$\Lambda^n = \begin{bmatrix} -\mu^n & \mu^n & 0 \\ 0 & -2\mu^n & 2\mu^n \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

lub

$$\Lambda^n = \begin{bmatrix} \frac{1}{t_n^1 - t_n^0} & \frac{1}{t_n^1 - t_n^0} & 0 \\ 0 & -\frac{2}{t_n^1 - t_n^0} & \frac{2}{t_n^2 - t_n^1} \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Podobnie korzystna, z punktu widzenia łatwości liczenia, jest macierz postaci (stała intensywność zużycia)

$$\Lambda^n = \begin{bmatrix} -\mu^n & \mu^n & 0 & 0, \dots, 0 \\ 0 & -\mu^n & \mu^n & 0, \dots, 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & 0, \dots, 0 \end{bmatrix}$$

lub postaci (malejąca intensywność zużycia)

$$\Lambda^n = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ \mu^n & -\mu^n & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & 2\mu^n & -2\mu^n & 0 & \dots & 0 & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & S_n \mu^n & -S_n \mu^n \end{bmatrix}$$

W ostatnim przypadku wzrastającemu zużyciu przyporządkowane są malejące numery stanów - nowemu elementowi odpowiada stan $s_n = S_n$, a całkowicie zużytemu stan $s_n = 0$. Wartości niezerowe mają w tym przypadku intensywności

$$\lambda_{u_n, u_{n-1}}; \quad \lambda_{u_n, u_n} = -\lambda_{u_n, u_{n-1}}$$

1.4 Wyznaczanie funkcji ϕ

Jeżeli wyznaczona została funkcja α (ciąg wartości $a_s, s = 1, 2, \dots, S$) oraz zdefiniowane zostały stany $s_n = 1, 2, \dots, S_n$ każdego elementu, możemy przystąpić do określenia funkcji

$$\phi(S) = s$$

gdzie

$$\hat{S} = \langle s_1, s_2, \dots, s_n, \dots, s_N \rangle$$

Drogą analizy konstrukcji urządzenia można często określić zbiory Ω_s wartości S , przy których urządzenie jest w stanie s , a przynoszony dochód zawiera się w granicach

$$\langle a_s - \delta a_s, a_s + \Delta a_s \rangle$$

lub, co jest równoważne, że wydajność h oraz wartość oczekiwana k korzyści przynieszonej przez wykonanie jednej operacji utrzyma się w granicach

$$a_s - \delta a_s \leq kh \leq a_s + \Delta a_s$$

Określenie zbiorów Ω_s jest szczególnie łatwe, gdy dla wszystkich elementów urządzenia zbiory \mathcal{S}_n możliwych stanów są dwuelementowe - elementy urządzenia mogą być tylko sprawne lub niesprawne. W innych przypadkach konieczna jest znajomość analitycznej zależności wydajności urządzenia od stanów jego elementów

$$h = h(\hat{S})$$

oraz zależność prawdopodobieństwa poprawnego wykonania operacji w ramach dopuszczalnej tolerancji w zależności od S

$$q = q(\hat{S})$$

Na podstawie znajomości tych funkcji możemy określić wartość

$$a = ch(\hat{S})k_0q(\hat{S})$$

gdzie k_0 jest korzyścią przynieszoną bezbłędnym wykonaniem operacji, natomiast

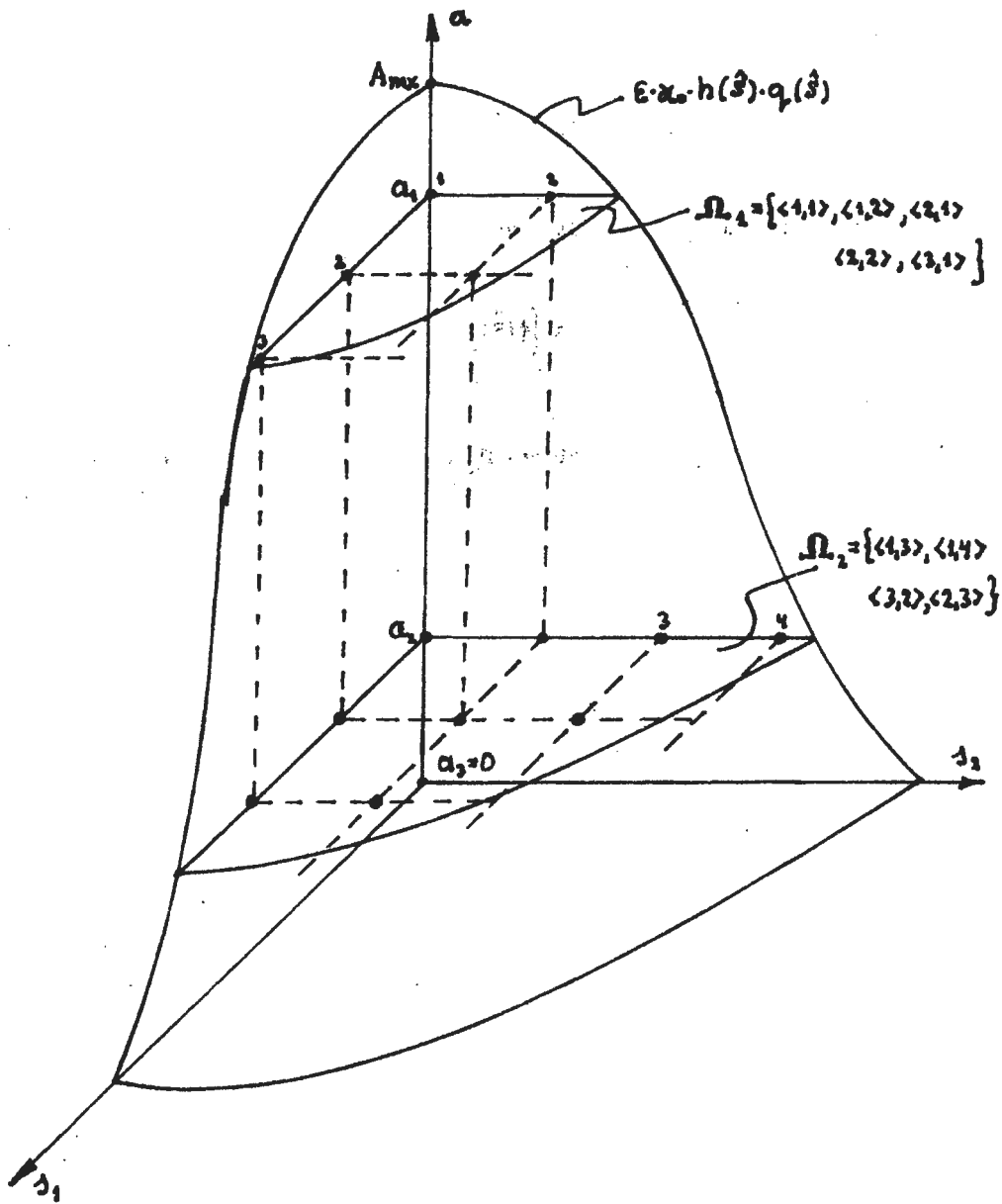
$$k = k_0q(\hat{S})$$

Jest oczekiwaną wartością korzyści przynieszonej operacją, która z prawdopodobieństwem $1 - q(\hat{S})$ może zostać wykonana błędnie, nie przynosząc żadnych korzyści. Znajomość powyższych zależności pozwala wyznaczyć zbiory Ω_s z definicji (patrz rys. 18).

$$\Omega_s = \left\{ \hat{S} : a_s - \delta a_s \leq ck_0h(\hat{S})q(\hat{S}) < a_s + \Delta a_s \right\}$$

Jeżeli zależności te nie są znane, nie pozostaje nic innego jak dokonać pomiaru wartości a dla każdego \hat{S} , określając funkcję złożoną

$$a = a(\hat{S})$$



Rys.18 Przykład wyznaczania zbiorów $\Omega_{\hat{s}}$
dla $\hat{s} = 1, 2$ oraz $\hat{S} = \langle \hat{s}_1, \hat{s}_2 \rangle$

Następnie zbiory Ω_s wyznaczamy z definicji

$$\Omega_s = \left\{ \hat{S} : a_s - \delta a_s \leq \alpha(\hat{S}) < a_s + \Delta a_s \right\}.$$

Przy tym nietrudno jest zauważyć, że

$$a = a(\hat{S}) = \epsilon k_0 h(\hat{S}) q(\hat{S})$$

Dalej będziemy zakładali, że zbiory Ω_s ($s = 1, 2, \dots, S$) definiujące funkcję α są znane.

UWAGI KOŃCOWE

Jak Czytelnik zauważył, ogólny model procesu eksploatacji zbliżony do rzeczywistego jest bardzo złożony. Przy aktualnym stanie rozwoju metod optymalizacji rzadko mogą być wykorzystane do rozwiązywania problemów optymalizacji i konstrukcji obiektów technicznych. W tej sytuacji pozostaje możliwość wykorzystania opisanych modeli do symulacji eksploatacji przy danych parametrach charakteryzujących zarówno konstrukcje, jak strategie obsługi obiektu technicznego.

W tym sensie możliwe jest doskonalenie konstrukcji maszyn i urządzeń przy pomocy komputera symulującego oczekiwany przebieg procesu eksploatacji. Ze względu na to, że symulacja może odtwarzać oczekiwany przebieg całego procesu życia obiektu, to proces doskonalenia maszyny lub urządzenia może dotyczyć zarówno

- struktury konstrukcji, charakterystyk zużycia i niezawodności elementów z uwzględnieniem ich kosztów wytwarzania

jak i

- strategii obsługi, odstępów międzyobsługowych, rodzajów obsługi, zakresów kontrolnych sprawdzeń i wymian z uwzględnieniem wszelkich konsekwencji związanych z kosztami,

W niektórych szczególnych przypadkach istnieje możliwość wykorzystania metod optymalizacji. Dotyczy to w szczególności tych obiektów, dla których wyznaczane są chwile obsługi po wykonaniu określonej pracy lub po upływie określonego czasu niezależnie od ich stanu, a prawdopodobieństwo ich nagłego uszkodzenia jest pomijalnie małe.

Innym szczególnym przypadkiem jest sytuacja, w której obserwowalny stan obiektu jako całości jednoznacznie określa stan jego elementów. Wtedy istnieje możliwość przerywania procesu użytkowania obiektu - gdy osiągnie on określony stan - celem skierowania do odpowiedniej obsługi.

Niestety, wymienione wyżej przypadki nie są zbyt często spotykane w praktyce. Pierwszy dotyczy obiektów, od których wymagana jest wysoka niezawodność, a ich złożoność uniemożliwia łatwą ocenę stanu elementów składowych po efektach pracy. Drugi dotyczy bądź obiektów bardzo prostych (umożliwiających łatwą identyfikację stanu elementów po efektach ich pracy), bądź wyposażonych w systemy ciągłej, automatycznej diagnostyki elementów składowych.

Najprostszym przypadkiem jest sytuacja gdy obiekt podlega tylko jednemu rodzajowi obsługi - pełnej odnowie, a jednocześnie wyróżnia się tylko dwa możliwe stany obiektu (zdalny lub uszkodzony). Wtedy opis procesu eksploatacji sprowadza się do znanego procesu odnowy.

L I T E R A T U R A

1. R. Barlow, R. Proschan - Statistical Theory of Reliability and Life Testing, Holt, Rinekat and Winston: N.York 1975.
2. R. Barlow, F. Proschan - Mathematical theory of reliability, N.York J. Wiley 1965.
3. Beichelt F. Franken P. - Zuverlässigkeit Instandhaltung VEB Verlag Technik Berlin 1983.
4. Waprosy matematycznej teorii niezawodności - E.J.Barziłowicz, I.K.Beljew, B.A.Kasztanow i dr.; Pod red. B.W.Gnedenko - M, Radio i Swjaz 1983-376 c.
5. Elements of Theory of Markov Processes and Thier Applications - A.T.Bhorucha - Reid Mc Grow - Hill Book comp. INC N.York, Toronto, Londyn 1960.
6. R.R. Borkow, F. Proschan - Mathematical Theory of Reliability - John Wiley - New. York 1965.
7. Markowskije procesy E.B. Dynkin Fizmatiz 1963.
8. An introduction to probability theory and its applications W. Feller N. York J. Willey 1968-I 1971 II.
9. Gadasin B.A. Uszakow I.A. (1975): Niezawodność złożonych informacyjno - uprawiających. Moskwa: Sow. Radio.
10. Gadasin B.A. Uszakow I.A. Niezawodność złożonych informacyjno - uprawiających system - M. Sow. Radio, 1975 - 191 c.
11. Gercbach J.B.Korbonskij C.H.B. Modeli otkazow - M. Sow. Radio, 1966-166 c.
12. K. Grzesiak - Niezawodność urządzeń elektronicznych - WNT, Warszawa 1983.
13. Gnedenko B.W. Beljajew, J.K. Solowjew, A.D. Matematyckije metody w teorii niezawodności - M. Nauka, 1965 - 524 c.
14. J. Kałuski - Niezawodność metrologiczna przyrządów pomiarowych - Skrypt nr 1143 - Politechnika Śląska 1983.
15. Kanarczuk W.E. Osnovy niezawodności maszyn - Kijew: Nauk. dumka 1982 - 246 c.
16. A First course in Stochastic Processes S. Karlin Academic Press N.York, London 1968.
17. Finite Markov Chains J.G.Kemeny J.L Snell Dartmonth College 1959.
18. Kremer G. Libenmer M. Stacjonaryje słucznyje procesy M. Mir 1969-398 c.
19. B. Kopyciński - Zarys teorii odnowy i niezawodności - WNT, Warszawa 1973.
20. Perewerzew E.S. Słucznyje procesy w parametryczeskich modelach niezawodności. Naukowa dumka Kijew 1987.

21. S. Piasecki - Elementy teorii niezawodności i eksploatacji urządzeń, Skrypt serii "Teoria badań operacyjnych, WAT, Warszawa 1974.
22. Polowko A.M. Osnovy teorii nadezhnosti - M. Nauka 1964 - 446 c.
23. Poradnik niezawodności - Podstawy matematyczne - Wyd. Przem. Masz. WEMA, Warszawa, 1982.
24. M. Prażewski, E. Korczak, M. Zaremba - Niezawodność urządzeń elektronicznych - WKiŁ 1987.
25. Rajkin A.L. Elementy teorii nadezhnosti technicheskikh system. Pod red. I.A. Uszkowa - M. sow. Radio 1978 - 280 c.
26. Соловьев А.Д. (1978): Расчет и оценка характеристик надежности Москва: Изд. Знание.
27. Tichonow B.J. Mirnow M.A. Markowskije procesy - M. sow. Radio, 1977-488 c.
28. R. Tomaszek, D. Janicki - Modele niezawodnościowe urządzeń. Materiały "Szkoły Zimowej 74" Problemy i Modele Eksploatacji Maszyn - Ośrodek Postępu technicznego - Katowice 1974.
29. Wencel A.D. Kurs teorii slučajnych procesow - M. Nauka, 1975 - 318 c.
30. W. Zamojski - Teoria i technika niezawodności - Skrypt Politechnika Wrocławska 1976.

ISBN 83-85847-01-4

W celu uzyskania bliższych informacji i zakupu dodatkowych egzemplarzy
prosimy o kontakt z Instytutem Badań Systemowych PAN,
ul. Newelska 6, 01-447 Warszawa
tel. 37-68-22 e-mail: kotuszew@ibspan.waw.pl