



POLSKA AKADEMIA NAUK

Instytut Badań Systemowych

WSPOMAGANIE DECYZJI INWESTYCYJNYCH

**Roman Kulikowski,
Marek Libura,
Leon Słomiński**



WSPOMAGANIE DECYZJI INWESTYCYJNYCH

Polska Akademia Nauk • Instytut Badań Systemowych

Seria: BADANIA SYSTEMOWE
tom 21

Redaktor naukowy:

Prof. dr hab. Jakub Gutenbaum

Warszawa 1998

Roman KULIKOWSKI

Marek LIBURA

Leon SŁOMIŃSKI

**WSPOMAGANIE DECYZJI
INWESTYCYJNYCH**

Publikację opiniowali do druku:

Prof. dr hab. Maria Podgórska
Doc. dr hab. Leszek S. Zaremba

Książka powstała w wyniku realizacji projektu badawczego
finansowanego przez KOMITET BADAŃ NAUKOWYCH

Copyright © by Instytut Badań Systemowych PAN
Warszawa 1998

ISBN 83-85847-09-X
ISSN 0208-8029



Biblioteczna

Gench

44006

Wstęp

W publikacjach dotyczących analizy finansowej i teorii portfela inwestycyjnego coraz większą uwagę przywiązuje się do metodologii podejmowania decyzji. Metodologia ta, a także skomputeryzowane systemy wspomagające podejmowanie decyzji, są przedmiotem zainteresowania zarówno decydentów jak też inwestorów giełdowych i doradców finansowych. Chcieliby oni nie tylko głębiej i pełniej zrozumieć złożoną problematykę finansów i inwestycji, uwzględniającą różne formy ryzyka, lecz również podejmować w działalności praktycznej decyzje optymalne, lub zbliżone do optymalnych.

Metodologia wspomagania decyzji wymaga wyrażenia problemu inwestycyjnego w postaci zadania optymalizacyjnego, w którym obiekt działalności opisany jest równaniami, a cel działalności funkcją, zależnym od strategii inwestora. Pierwszym podstawowym problemem, jaki się przy tym wyłania, jest skonstruowanie modeli matematycznych, które opisują obiekty, tj. rynki kapitałowe, a zwłaszcza – kształtowanie się cen walorów oraz oczekiwanych zwrotów nakładów inwestycyjnych, a także – ryzyka przypisywanego tym zwrotom. Drugim problemem podstawowym jest skonstruowanie modelu działalności inwestora w postaci tzw. funkcji użyteczności, która winna odzwierciedlać zarówno wagę, jaką inwestor przywiązuje do oczekiwanych zwrotów z zainwestowanego kapitału jak i jego postawę wobec ryzyka (nie uzyskanie zwrotów oczekiwanych). Badania zachowania się inwestorów na rynku kapitałowym wskazują na ich zróżnicowane decyzje oraz postawy wobec oczekiwanych zwrotów, a zwłaszcza – wobec ryzyka.

Wynika stąd, iż jeśli chcemy w sposób odpowiedzialny wspomagać decyzje konkretnych inwestorów, nie można przypisać im w sposób arbitralny, analitycznie prosty i zunifikowany pewien model

funkcji użyteczności. Zdając sobie sprawę z trudności określenia, lub tzw. identyfikacji, funkcji użyteczności w sposób analityczny (która wynika z ogólnej niechęci inwestorów do przeprowadzania odpowiednich testów identyfikacyjnych) konstruktor takiej funkcji musi pójść na racjonalny kompromis pomiędzy chęcią uzyskania wierności opisu psychologii decydenta, a analityczną prostotą.

Biorąc pod uwagę powyższe trudności i ograniczenia, w niniejszej publikacji starano się wyeksponować te problemy metodologiczne, które wiążą się z konstrukcją modeli służących wspomaganie decyzji inwestycyjnych, czyli tzw. modelami normatywnymi (*normative models*), poświęcając mniej uwagi modelom opisowym (*descriptive models*). Chodziło tu w szczególności o opracowanie prostych modeli uwzględniających różnorodne postawy indywidualnych inwestorów wobec ryzyka związanego z różnymi formami inwestowania (np. w akcje, obligacje, opcje itp.).

Uważamy, że problemy decyzyjne, ogólnie biorąc, dzielą się na problemy ze zmiennymi ciągłymi oraz zmiennymi dyskretnymi. Do kategorii problemów ze zmiennymi ciągłymi zaliczamy zwłaszcza decyzje, w których wartości pojedynczych walorów są małe w stosunku do zainwestowanych sum kapitału, zaś do problemów dyskretnych te decyzje, które muszą wziąć pod uwagę obrót pakietami akcji lub obligacji, o wartościach porównywalnych z całkowitą sumą nakładu inwestycyjnego. Podział taki wymaga, rzecz jasna, zastosowania odmiennej metodologii w odniesieniu do problemów ciągłych i dyskretnych. Podział ten też wpłynął na ogólny układ niniejszej pracy. I tak w Części I, gdzie ograniczamy się do analizy modeli ciągłych, starano się przedstawić metodologię podejmowania decyzji opartą na modelach funkcji użyteczności.

W części tej stosunkowo dużo miejsca poświęcono omówieniu różnych aspektów funkcji użyteczności inwestora. W naukach ekonomicznych argumentem funkcji użyteczności jest zwykle poziom bogactwa (lub konsumpcji) decydenta. W prostych problemach inwe-

stycyjnych przyjęto jako argument funkcji użyteczności tzw. oczekiwany zwrot na zainwestowanym kapitale. Funkcję taką nazywamy jednoczynnikową funkcją użyteczności

Jak wiadomo z analizy zachowania się inwestorów o korzyściach (satysfakcji w oczach inwestora) z określonej inwestycji decyduje jednak nie tylko oczekiwany zwrot na zainwestowanym kapitale. Inwestorzy liczą się bowiem z ryzykiem wystąpienia niekorzystnego (najgorszego) przypadku w którym zwrot będzie znacznie niższy od oczekiwanego. Inaczej mówiąc, inwestor pragnie uzyskać duży zwrot przy ograniczonym ryzyku (np. ograniczonej dyspersji czyli – odchyleniu standardowemu tego zwrotu).

Różnorodne modele, które starają się opisać zachowanie inwestora w obliczu ryzyka na podstawie jednoczynnikowej funkcji użyteczności borykają się z trudnościami przy konfrontacji danych eksperymentalnych oraz tych, które wynikają z modelu jednoczynnikowego.

Fakt ten spowodował iż w Części I niniejszej pracy została zastosowana dwuczynnikowa funkcja użyteczności. Pierwszy czynnik spełnia tu rolę oczekiwanego zwrotu z inwestycji, drugi – zwrotu w najgorszym przypadku. Oba czynniki są wyrażone w jednostkach monetarnych, co pozwala wyrazić dwuczynnikową funkcję użyteczności jako funkcję jednorodną stopnia pierwszego (*constant returns to scale*). Wartości, jakie przyjmuje ta funkcja (mimo nieliniowości) są wyrażone również w jednostkach monetarnych.

Charakterystyczną cechą Części I niniejszej pracy jest konsekwentne przedstawienie problematyki decyzji inwestycyjnych w terminach dwuczynnikowej funkcji użyteczności. Starano się tu wykazać, iż podejście takie jest nie tylko bardziej ogólne, proste i przejrzyste, lecz również – iż umożliwia ono wprowadzenie zindywidualizowanych modeli decyzyjnych przy podejmowaniu decyzji inwestycyj-

nych i budowie portfela inwestycyjnego złożonego z różnych walorów, występujących jednocześnie w tym portfelu.

Stosując omawiane podejście sformułowano dwie ogólne zasady pomocne przy konstruowaniu portfela i zarządzaniu portfelami inwestycyjnymi. Zasada pierwsza – zwana zasadą akceptacji – stanowi prostą regułę dla określenia przydatności określonego waloru, charakteryzowanego przez oczekiwany zwrot oraz tzw. współczynnik pewności. Współczynnik ten odpowiada stosowanemu przez inwestorów (zwykle nieprecyzyjnie) pojęciu pewności, jakie oni przypisują zwrotom z inwestycji.

Zasada druga – zwana zasadą alokacji – określa udział zainwestowanego kapitału w określony walor, o danym współczynniku pewności. Mówi ona, że udział winien być proporcjonalny do ceny i pewności tego waloru.

Na konkretnych przykładach wykazano, że obie zasady pozwalają na stosunkowo proste wyznaczanie strategii inwestowania oraz zarządzanie portfelem. W szczególności rozpatrzono tu efektywny sposób zarządzania portfelem w sposób sekwencyjny. Odnosi się on do tych sytuacji, w których podstawowy portfel inwestora uzupełnia się etapami, analizując pojawiające się walory o znanych zwrotach, dyspersjach i korelacjach z portfelem podstawowym. Rozpatrzono też modele, w których oczekiwane zwroty i dyspersje akcji obliczane są na podstawie scenariuszy rozwojowych firm emitujących akcje. Modele takie stosowane są przy tak zwanej analizie fundamentalnej akcji znajdujących się na rynku. W konkretnym przykładzie takiego modelu wykorzystano tzw. dwumianowy model predykcyjny, w którym podaje się prawdopodobieństwa wzrostu (spadku) zwrotów z akcji.

Dużą uwagę poświęcono tu także wykorzystaniu modelu dwumianowego dla wyceny tzw. zwrotów nadzwyczajnych w przypadku obligacji, kiedy inwestor oczekuje na wzrost (lub spadek) stopy procentowej. Chodzi tu zwłaszcza o wyrażenie zwrotów nadzwyczajnych w przypadku gdy znane są prawdopodobieństwa wzrostu (spadku)

stopy procentowej oraz dany jest stosunek trwałości obligacji do okresu planistycznego.

Innym ważnym obszarem zastosowań omawianej metodologii są modele inwestycji wspólnych, które występują na przykład przy tzw. „joint venture”. Wykorzystując warunki optymalności Pareto wyznaczono tu efektywne strategie inwestowania przez poszczególnych partnerów, a także warunki akceptacji wspólnej inwestycji uwzględniające ryzyka tych partnerów.

Na zakończenie Części I rozpatrzono przydatność omawianej metodologii dla wyceny opcji typu call.

Część II monografii jest poświęcona metodom i technikom modelowania matematycznego z użyciem zmiennych decyzyjnych mieszanych (model matematyczny obejmuje zmienne o wartościach rzeczywistych – zmienne ciągłe i zmienne o wartościach dyskretnych, w tym zmienne całkowitoliczbowe), zastosowanym do problemów analizy i optymalizacji portfeli inwestycyjnych złożonych z papierów wartościowych. Wskazujemy na szerokie możliwości, jakie daje zastosowanie zmiennych całkowitoliczbowych, a zwłaszcza zmiennych zero-jedynkowych, w modelowaniu matematycznym ograniczeń i specyficznych warunków w funkcji celu, stymulowanych bogatą różnorodnością potrzeb inwestorów i ich dążeniem do sprostania wymaganiom organizacyjnym i porządkowym nakładanym przez rynki. Znaczenie tych metod ilustrujemy wieloma oryginalnymi przykładami.

Przedmiotem szczególnego naszego zainteresowania jest modelowanie decyzji inwestycyjnych na rynku papierów dłużnych (bony skarbowe i pieniężne, obligacje skarbowe i komunalne, certyfikaty depozytowe itp.) i ich instrumentów pochodnych (instrumenty terminowe, opcje, kontrakty wymienne). Są po temu dwa powody. Po pierwsze, rynek finansowych papierów dłużnych jest szczególnie bogaty w sytuacje analityczno-decyzyjne, które w modelu matematycz-

nym wymagają użycia zmiennych dyskretnych. Po drugie, należy spodziewać się bardzo dynamicznego rozwoju tego rynku w naszym kraju w związku z powstawaniem i rozwojem różnorodnych funduszy celowych, takich jak fundusze emerytalne, fundusze ubezpieczenia zdrowotnego, fundusze powiernicze i inne.

Praktyka i teoria rynków papierów dłużnych pozostawała przez dłuższy czas w cieniu i poniekąd w izolacji w stosunku do dynamicznego rozwoju praktyki i podstaw metodologicznych inwestowania na rynkach akcji. Mimo istotnych zmian, które nastąpiły w ostatnim dziesięcioleciu, rynek papierów dłużnych jest zdominowany przez inwestorów instytucjonalnych. Wśród tych ostatnich największą aktywność przejawiają wspomniane fundusze emerytalne, ubezpieczeniowskie i powiernicze. Inwestorów tych cechuje duży nakład jednorazowych inwestycji, długi horyzont inwestowania (porównywalny z okresem życia papierów o najdłuższym terminie do wykupu) oraz ostre wymagania w odniesieniu do akceptowanego ryzyka inwestycji połączone z poszukiwaniem możliwości maksymalizacji zyskowności inwestycji.

Jedną z ważniejszych osobliwości rynku papierów dłużnych jest zainteresowanie, zarówno emitentów jak i wierzycieli, zachowaniem się funkcji rynkowych stóp procentowych w bardzo długim horyzoncie czasu. Trudności metodologiczne i praktyczne z tym związane są oczywiste. Tradycyjna metodologia przyjmuje najczęściej dwa upraszczające założenia, które ułatwiają analizę: założenie o płaskości funkcji stóp procentowych oraz o równoległym przesunięciu funkcji stóp (niekoniecznie płaskiej) na całej osi czasu. Odejście od tych założeń, a więc dopuszczenie dowolnej ewolucji krzywej stóp, spowodowało dramatyczny wzrost zapotrzebowania na modele, metody, algorytmy i systemy komputerowe ułatwiające podejmowanie decyzji. Nowe metodologie cechuje wprowadzenie programowania mieszanego, metod probabilistycznych i metod analizy scenariuszy. Wszystkie te techniki są wysoce czasochłonne, stąd rosnące zainteresowanie

zwiększonymi mocami obliczeniowymi, w tym możliwościami zastosowania obliczeń równoległych.

W tej części pracy podkreślamy jeszcze jeden, również stwarzający wysokie wymagania obliczeniowe, aspekt rynku papierów dłużnych: poszczególne instrumenty tego rynku, w tym instrumenty pochodne, mogą być zastępowane innymi dostępnymi na rynku instrumentami. Oznacza to, że strumienie pieniężne przypisane instrumentom mogą być agregowane lub dekomponowane, zachowując przy tym niezmienną wartość (przy założeniu rynku wolnego od arbitrażu). Ta prosta idea stwarza w praktyce wiele kłopotów obliczeniowych, gdyż należy brać pod uwagę wiele istotnych ograniczeń, które muszą być przy tym spełnione.

Poniższe wyliczenie pokazuje rozległe możliwości zastosowania metod programowania mieszanego do rozwiązywania analityczno-decyzyjnych zadań, z którymi mają do czynienia inwestorzy na rynkach papierów dłużnych:

- Obrót instrumentami o dużych wartościach nominalu.
- Obrót pakietami i blokami instrumentów oraz ograniczenia stąd wynikające.
- Inwestycje o wysokim minimalnym progu początkowym.
- Modelowanie wypłat z inwestycji na rynku instrumentów pochodnych, takich jak kontrakty terminowe FUTURES, kontrakty opcyjne, kontrakty CAP, SWAP i inne.
- Szeregowanie transz dla harmonogramów obsługi wypłat z tytułu obligacji pod zastaw nieruchomości.
- Eliminacja małych transakcji w modelach typu „ryzyko-zysk” i w modelach z funkcją użyteczności.
- Stałe i proporcjonalne do skali inwestycji koszty transakcji.
- Wklęsłe/wypukłe funkcje kosztów lub zysków z inwestycji (efekt skali).

- Umowna (dla celów analitycznych) i faktyczna (wymuszana przez rynek) zastępowalność jednego instrumentu przez kompozycję innych instrumentów (instrumenty syntetyczne) oraz postępowanie odwrotne (dekomponowanie i agregowanie strumienia pieniądza).
- Odtwarzanie pożądaných (nietypowych) funkcji wypłat dla instrumentów i ich portfeli przez ciąg transakcji.
- Modelowanie wykluczających się wzajemnie warunków (ograniczeń).
- Modelowanie przepływów i operacji finansowych, bankowych i księgowych z pomocą sieci przepływów.
- Modelowanie warunków technicznych obrotu giełdowego (minimalne skoki cen, ograniczenia na wielkość dziennej zmiany cen i inne).

Część III niniejszej monografii stanowi uzupełnienie Części I i II. Wydzielono w niej techniczne zagadnienia związane z formułowaniem i rozwiązywaniem zadań optymalizacji używanych we wspomaganie decyzji na rynku finansowym. Szczególny nacisk położono na zadania optymalizacji dyskretnej, wykorzystywane w Części II, oraz na mniej typowe zagadnienia z zakresu optymalizacji liniowej, użyteczne przy konstrukcji optymalnych portfeli akcji. Szczegółowe przedstawienie wybranych klas zadań optymalizacji jest poprzedzone ogólnym wprowadzeniem w zagadnienia optymalizacyjne. Ułatwia to umiejscowienie omawianych dalej problemów na szerszym tle.

W obecnych zastosowaniach metod optymalizacyjnych we wspomaganie decyzji inwestycyjnych szczególną rolę odgrywa programowanie liniowe. W postaci zadań programowania liniowego (ciągłego) mogą być formułowane liczne problemy z zakresu konstrukcji i utrzymania portfeli inwestycyjnych omówione między innymi w Części II. Techniki modelowania z użyciem zadań programowania liniowego są jednak stosunkowo proste i szeroko znane. Po-

święcona jest im też łatwo dostępna i obszerna literatura. Z tego względu w Części III ograniczono się jedynie do bardziej szczegółowego przedstawienia mniej typowych zagadnień mających istotne zastosowanie w konstrukcji optymalnych portfeli.

Pierwsze z tych zagadnień dotyczy przekształcania do postaci zadań programowania liniowego zadań z liniowymi ograniczeniami i minimaxową funkcją celu. Problemy takie występują w przypadku, gdy ryzyko portfela inwestycyjnego jest mierzone wartością średnią odchylenia zwrotu z portfela od wartości oczekiwanej tego zwrotu. Modele takie są bardzo atrakcyjną obliczeniowo alternatywą dla klasycznych modeli z minimalizacją wariancji portfela, prowadzących do trudniejszych zadań programowania kwadratowego.

Drugie z zagadnień, omawianych w kontekście programowania liniowego, dotyczy zadań z ilorazową funkcją celu i możliwości zastąpienia ich zadaniami programowania liniowego. Problemy tego typu występują przy wyznaczaniu tak zwanych portfeli stycznych, gwarantujących maksymalizację ilorazu zwrotu z portfela przez jego ryzyko.

Oba zagadnienia są ilustrowane przykładami sformułowań omawianych zadań konstrukcji portfeli, a dołączony do Części III Dodatek zawiera wydruki tych zadań oraz ich rozwiązań dla konkretnych danych.

Zasadniczym zagadnieniem, któremu poświęcona jest Część III niniejszej monografii jest modelowanie i rozwiązywanie problemów w postaci zadań programowania dyskretnego. Powody pojawiania się zmiennych dyskretnych w zadaniach związanych ze wspomaganiami decyzji inwestycyjnych są szeroko omawiane w Części II. Z tego względu w Części III główny nacisk położony jest na zagadnienia bardziej techniczne. Między innymi, szczegółowo omówiono sposób wprowadzania tak zwanych binarnych zmiennych wskaźnikowych, pozwalających następnie na modelowanie różnorodnych warunków

logicznych, z którymi spotykamy się w zagadnieniach optymalizacyjnych związanych ze wspomaganie decyzji inwestycyjnych. Przedstawione są również techniki modelowania z użyciem specjalnych zbiorów zmiennych (tak zwanych zbiorów SOS), sposoby użycia ograniczeń dyzjunkcyjnych oraz metody linearyzacji wyrażeń nieliniowych ze zmiennymi dyskretnymi. Ilustracją są przykłady zadań konstrukcji portfeli z kontrolą dywersyfikacji, których rozwiązania dla konkretnych danych są zamieszczone w Dodatku I.

Zakończenie Części III stanowi krótkie omówienie najważniejszej z metod stosowanych dla zadań programowania dyskretnego, tak zwanej metody podziału i oszacowań, oraz prezentacja możliwości znanego pakietu obliczeniowego CPLEX 3.0, używanego do rozwiązywania zadań programowania liniowego ze zmiennymi dyskretnymi.

Przy opracowaniu niniejszej monografii kierowaliśmy się nie tylko własnymi zainteresowaniami. Uważamy, że na rynku wydawnictw, a zwłaszcza – rynku krajowym, dominują opracowania, w których problemom wspomaganie decyzji finansowych, szczególnie decyzji inwestycyjnych, nie udziela się dostatecznej uwagi. Stąd też wzięła się koncepcja książki, w której wyeksponowano sformułowanie celów działalności inwestora, tj. jego funkcji użyteczności, oraz opisano wiele konkretnych technik i metod optymalizacyjnych. Zgodnie z aktualnymi potrzebami inwestorów, a także kierując się najnowszymi tendencjami światowymi, specjalną uwagę zwrócono na metody i techniki optymalizacji ze zmiennymi mieszanyymi – reprezentowanymi przez liczby rzeczywiste i liczby całkowite.

Przy formułowaniu modeli i problemów optymalizacyjnych staraliśmy się trzymać ram tzw. „szkolnej matematyki”, aby książka mogła być zrozumiała zarówno dla studentów jak i absolwentów szkół ekonomicznych, politechnicznych i szkół zarządzania. Z tego powodu zachowane zostały też nieznaczne powtórzenia i niezbędna nadmiarowość. Staraliśmy się również zachować jednolitość oznaczeń i terminów, zgodną z przyjętymi standardami. Dynamiczny rozwój dzie-

dziny, której dotyczy książka, jak również zauważalna w literaturze krajowej pewna niespójność pojęć, dotyczących szczególnie rynku papierów dłużnych i instrumentów pochodnych, skłoniły nas do kilku własnych propozycji terminologicznych, co poddajemy pod łaskawy osąd Czytelników.

Na układ książki wpłynęły też dyskusje, jakie prowadziliśmy przez ponad dwa lata w ramach seminarium dla doktorantów, z zakresu finansów i zarządzania, działającego przy Instytucie Badań Systemowych Polskiej Akademii Nauk. Uważamy zatem za swój miły obowiązek wyrażenie podziękowania uczestnikom seminarium, a także – Recenzentom niniejszego wydawnictwa: Profesor dr hab. Marii Podgórskiej i Profesorowi dr hab. Leszkowi Saturninowi Zarembie. Książka powstała w wyniku realizacji projektu badawczego finansowanego przez Komitet Badań Naukowych.

Część I została opracowana przez Romana Kulikowskiego. Część II opracował Leon Słomiński. Część III wraz z Dodatkiem opracował Marek Libura.

IBS *Seria*

Wspomaganie decyzji inwestycyjnych

Roman Kulikowski,
Marek Libura,
Leon Słomiński

44006

W książce omawiane są zagadnienia z obszaru analizy finansowej i teorii portfela inwestycyjnego z wykorzystaniem komputerowej metodologii wspomagającej podejmowanie decyzji.

Książka może być przedmiotem zainteresowania zarówno decydentów, podejmujących decyzje finansowe, jak i inwestorów giełdowych i doradców finansowych oraz studentów i doktorantów.

Monografia pozwoli głębiej i pełniej zrozumieć złożoną problematykę finansów i inwestycji, z uwzględnieniem różnych form ryzyka i podejmować w działalności praktycznej decyzje optymalne.

Rozważane są zasady konstruowania modeli matematycznych opisujących rynki kapitałowe – kształtowanie się cen oraz oczekiwanych zwrotów nakładów inwestycyjnych – jak również modeli działalności inwestora w postaci tzw. funkcji użyteczności.

ISBN 83-85847-09-X

W celu uzyskania bliższych informacji i zakupu dodatkowych egzemplarzy prosimy o kontakt z Instytutem Badań Systemowych PAN
ul. Newelska 6, 01-447 Warszawa
tel. 37-35-78 w. 241 e-mail: kotuszew@ibspan.waw.pl