



POLSKA AKADEMIA NAUK
Instytut Badań Systemowych

**BADANIA OPERACYJNE I SYSTEMOWE:
ŚRODOWISKO NATURALNE,
PRZESTRZEŃ, OPTYMALIZACJA**

**Olgierd Hryniewicz,
Andrzej Straszak,
Jan Studziński
red.**



**BADANIA OPERACYJNE
I SYSTEMOWE:
ŚRODOWISKO NATURALNE, PRZE-
STRZEŃ, OPTIMALIZACJA**

INSTYTUT BADAŃ SYSTEMOWYCH • POLSKA AKADEMIA NAUK

Seria: BADANIA SYSTEMOWE
tom 63

Redaktor naukowy:

Prof. dr hab. inż. Jakub Gutenbaum

Warszawa 2008

Olgierd Hryniewicz, Andrzej Straszak, Jan Studziński

**BADANIA OPERACYJNE I SYSTEMOWE:
ŚRODOWISKO NATURALNE, PRZESTRZEŃ,
OPTYMALIZACJA**

Publikacja była opiniowana do druku przez zespół recenzentów, którego skład podano w treści tomu

Opinie, wyrażone przez autorów w pracach, zawartych w niniejszym tomie, nie są oficjalnymi opiniami Instytutu Badań Systemowych PAN, ani Polskiego Towarzystwa Badań Operacyjnych i Systemowych.

Copyright © by Instytut Badań Systemowych PAN & Polskie Towarzystwo Badań Operacyjnych i Systemowych
Warszawa 2008

ISBN 83-894-7519-7
EAN 9788389475190

Redakcja i opracowanie techniczne: Jan W. Owskiński, Aneta M. Pielak, Anna Gostyńska

**Lista recenzentów
artykułów, wchodzących w skład tomów serii „Badania Systemowe”
związanych z konferencją BOS 2008**

Dr Paweł Bartoszczuk
Dr inż. Lucyna Bogdan
Dr hab. inż. Zbigniew Buchalski
Mgr inż. Hanna Bury
Prof. dr hab. Marian Chudy
Dr Jan Gadomski
Mgr Grażyna Grabowska
Mgr inż. Andrzej Jakubowski
Dr hab. inż. Ignacy Kaliszewski
Dr Andrzej Kałużko
Dr hab. Leszek Klukowski
Dr hab. inż. Wiesław Krajewski
Dr inż. Lech Kruś
Dr hab. inż. Marek Libura
Dr Barbara Mażbic-Kulma
Dr inż. Edward Michalewski
Dr inż. Jan W. Owiński
Dr inż. Grażyna Petriczek
Dr inż. Henryk Potrzebowski
Dr Maciej Romaniuk
Prof. dr hab. Piotr Sienkiewicz
Dr hab. Henryk Spustek
Prof. dr hab. Andrzej Straszak
Dr hab. inż. Jan Studziński
Prof. dr hab. Tomasz Szapiro
Mgr Anna Szediw
Dr inż. Grażyna Szkatuła
Dr hab. inż. Tadeusz Witkowski
Dr Irena Woroniecka-Leciejewicz
Dr hab. Sławomir Zadrozny
Dr inż. Andrzej Ziółkowski

**Komitety Konferencji
Badania Operacyjne i Systemowe 2008
Rembertów, Akademia Obrony Narodowej**

Patronat honorowy

Bogdan Klich, Minister Obrony Narodowej
Maciej Nowicki, Minister Środowiska i Zasobów Naturalnych

Komitet Sterujący

Janusz Kacprzyk, Prezes Polskiego Towarzystwa Badań Operacyjnych i Systemowych
Olgięrd Hryniewicz, Dyrektor Instytutu Badań Systemowych
Janusz Kręcikij, Komendant Akademii Obrony Narodowej

Komitet Programowy

Piotr Sienkiewicz, *Przewodniczący*
Jacek Mercik, *Wiceprzewodniczący*

<i>Tomasz Ambroziak</i>	<i>Ryszard Budziński</i>	<i>Wojciech Cellary</i>
<i>Marian Chudy</i>	<i>Ludostaw Drelichowski</i>	<i>Jerzy Hołubiec</i>
<i>Olgięrd Hryniewicz</i>	<i>Adam A. Janiak</i>	<i>Jerzy Józefczyk</i>
<i>Ignacy Kaliszewski</i>	<i>Józef Korbicz</i>	<i>Maciej Krawczak</i>
<i>Piotr Kulczycki</i>	<i>Małgorzata Łatuszyńska</i>	<i>Marek J. Malarski</i>
<i>Barbara Mażbic-Kulma</i>	<i>Zbigniew Nahorski</i>	<i>Andrzej Najgebauer</i>
<i>Włodzimierz Ogryczak</i>	<i>Wojciech Olejniczak</i>	<i>Jan W. Owsiański</i>
<i>Andrzej Piegat</i>	<i>Krzysztof Santarek</i>	<i>Roman Słowiński</i>
<i>Honorata Sosnowska</i>	<i>Henryk Spustek</i>	<i>Jan Stachowicz</i>
<i>Andrzej Straszak</i>	<i>Tomasz Szapiro</i>	<i>Andrzej Szymonik</i>
<i>Ryszard Tadeusiewicz</i>	<i>Eugeniusz Toczyłowski</i>	<i>Tadeusz Trzaskalik</i>
<i>Jan Węglarz</i>	<i>Tadeusz Witkowski</i>	<i>Stanisław Zajas</i>
	<i>Bogdan Zdrodowski</i>	

Komitet Organizacyjny

Jan W. Owsiański, Andrzej Kałusko, Mieczysław Pelc, Zbigniew Piątek

Sekretariat

Krystyna Warzywoda, Monika Majkut, Aneta M. Pielak, Krzysztof Sep,
Anna Stachowiak, Halina Świeboda, Tadeusz Winiarski

Redakcja wydawnictw

Janusz Kacprzyk, Piotr Sienkiewicz, Andrzej Najgebauer,
Olgięrd Hryniewicz, Andrzej Straszak, Jan Studziński,
Jan W. Owsiański, Zbigniew Nahorski, Tomasz Szapiro

Środowisko i jego ochrona

MODELOWANIE PRZEPLYWÓW W SIECI KANALIZACYJNEJ⁹

Lucyna Bogdan, Grażyna Petriczek

Instytut Badań Systemowych PAN, ul. Newelska 6, 01-447 Warszawa

W pracy przedstawiono podstawowe zagadnienia związane z modelem przepływu w sieci kanalizacyjnej. Przedstawiono równania opisujące przepływy ścieków w kanałach. Wyprowadzono równania opisujące napełnienie kanału, zmiany przepływu i powierzchni przekroju czynnego kanału.

1. Wprowadzenie

Zaprezentowano metody modelowania przepływów ścieków oraz problemy związane ze spadkiem krytycznym i jego wpływem na natężenie przepływu. Zamieszczono również wyniki obliczeń prędkości przepływu za pomocą wzoru Manninga i porównano je z wynikami obliczeń za pomocą wzoru Colebrooka-White'a.

2. Równania Saint-Venante'a i metoda modelowania sieci kanalizacyjnej

Przedstawiony model dotyczy sytuacji sieci grawitacyjnej rozgałęzionej, podzielonej węzłami na segmenty. Węzłami są punkty, w których następuje: połączenie kilku segmentów lub gałęzi sieci, zmiana parametrów sieci lub dopływ ścieków do sieci. W węzłach połączeniowych spełnione są równania ciągłości przepływu oraz warunek zgodności poziomów zwierciadła ścieków w kanałach łączących.

Przyjęto, że segmenty charakteryzują się stałymi parametrami hydraulicznymi takimi jak: kształt, wymiar kanału, spadek dna i szorstkość. Dopływ ścieków jest punktowy, przez studzienki, i ma charakter wolnozmienny w czasie i przestrzeni

Modele pracy sieci kanalizacyjnej bazują na układzie równań Saint-Venanta:

a) równanie ciągłości:

$$\frac{\partial Q}{\partial x} + \frac{\partial A}{\partial t} - q = 0 \quad (1)$$

b) równanie dynamiki:

$$\frac{1}{A \cdot g} \frac{\partial Q}{\partial t} + \frac{2v \partial Q}{\partial x} + (1 - F^2) \cdot \frac{\partial h}{\partial x} = \frac{v^2}{A \cdot g} \frac{\partial A}{\partial x} + S_0 + S_t + D_L - \frac{v \cdot g}{A \cdot g} \quad (2)$$

gdzie: A – pole przekroju, m

Q – natężenie przepływu, dm³/m

q – boczny dopływ na jednostkę długości, dm³/s*m

$v = \frac{Q}{A}$ - średnia prędkość przepływu, m/s

S₀ – spadek dna kanału

⁹ Praca wykonana w ramach projektu badawczego MNiSzW nr N514 2977 33.

S_t – spadek wywołany oporami tarcia

F – liczba Froude'a
$$F = \frac{v}{\sqrt{\frac{A \cdot g}{B}}}$$

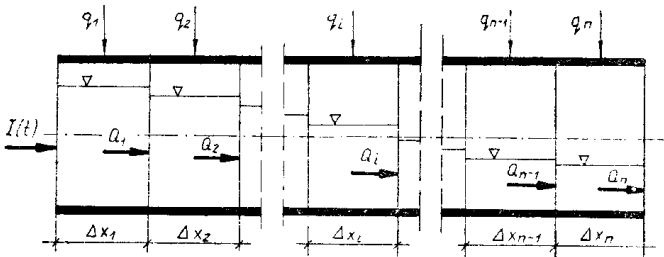
B – szerokość zwierciadła wody, m

g – przyspieszenie ziemskie, m/s^2

D_L – człon zależny od rodzaju dopływu q

Rozwiązanie układu równań (1) i (2), gdzie przepływ Q i wysokość napelnienia $h = f(A)$ są wielkościami niewiadomymi, przy uwzględnieniu równań charakterystycznych (na początku i na końcu kanału), wymaga w zależności od długości odcinka L i kroku podziału Δx rozwiązania układu $2L/\Delta x$ równań. W praktyce ilość niewiadomych waha się w granicach 20-50. Proces ten dla rozpatrywanego układu kanałów musi być tyle razy powtarzany, aż uzyska się spełnienie zadaną dokładnością dwóch warunków w węzłach połączeniowych, z których pierwszy dotyczy zgodności sumy dopływów z węzła ($\sum Q = 0$), zaś drugi zgodności poziomów zwierciadeł wody.

Przeprowadzenie podobnych obliczeń dla następnej chwili czasowej $t=t+\Delta t$ wymaga zapamiętania wartości natężeń przepływów Q i wysokości napelnień H we wszystkich punktach podziału sieci.



Rys.1. Schemat odcinka kanału

W artykule przedstawiono metodę modelowania pracy sieci kanalizacyjnej oparta na równaniu ciągłości (1) i równaniu uwzględniającym straty hydrauliczne, opisane wzorem Manninga:

$$Q = \frac{1}{N} R^{2/3} \cdot S_0^{1/2} \cdot A \quad (3)$$

gdzie: R – promień hydrauliczny m

N – współczynnik szorstkości

Opis metody przeprowadzono na podstawie odcinka kanału przedstawionego na Rys. 1. Kanał ten podzielony jest na "n" części o długościach odpowiednio $\Delta x_1, \Delta x_2, \Delta x_3, \dots, \Delta x_n$. Do kanału dopływa w danej chwili czasowej określona wielkość $I(t)$. Do każdego z elementarnych fragmentów odcinków o długości Δx_i

(za wyjątkiem pierwszego) dopływa Q_{i-1} a wypływa Q_i . Zmiany przepływów w poszczególnych segmentach można zapisać w postaci równań:

$$\Delta Q_1 = Q_1 - I(t) - q_1$$

$$\Delta Q_2 = Q_2 - Q_1 - q_2$$

$$\Delta Q_i = Q_i - Q_{i-1} - q_i \quad (4)$$

$$\Delta Q_n = Q_n - Q_{n-1} - q_n$$

gdzie: $q_i = q(t) \cdot \Delta x_i$

Dopływ do kanału $I(t)$ oraz dopływ na jednostkę długości $q(t)$ są wartościami zadawanymi, natomiast $Q_1, Q_2, \dots, Q_i, \dots, Q_n$ mogą być obliczone przy wykorzystaniu równania Manninga:

$$\begin{aligned} Q_1 &= \frac{1}{N} R_1^{2/3} \cdot S_0^{1/2} \cdot A_1 \\ &\cdot \\ Q_i &= \frac{1}{N} R_i^{2/3} \cdot S_0^{1/2} \cdot A_i \\ &\cdot \\ Q_n &= \frac{1}{N} R_n^{2/3} \cdot S_0^{1/2} \cdot A_n \end{aligned} \quad (5)$$

przy założeniu, że współczynnik szorstkości N oraz spadek dna kanału S_0 są stałe na całej długości rozpatrywanego odcinka. Po przekształceniu równania (1) do postaci:

$$\frac{\Delta Q}{\Delta x} + \frac{\Delta A}{\Delta t} = 0 \quad (6)$$

i po połączeniu z równaniami (4) otrzymujemy układ równań określający zmianę pola przekroju ΔA w czasie Δt :

$$\begin{aligned} \frac{\Delta A_1}{\Delta t} &= \frac{I(t) - Q_1}{\Delta x_1} + q(t) \\ \frac{\Delta A_i}{\Delta t} &= \frac{Q_{i-1} - Q_i}{\Delta x_i} + q(t) \\ \frac{\Delta A_n}{\Delta t} &= \frac{Q_{n-1} - Q_n}{\Delta x_n} + q(t) \end{aligned} \quad (7)$$

Obliczone zmiany pola przekroju są wykorzystywane przy określeniu A w następnym kroku czasowym:

$$A(t + \Delta t) = A(t) + \frac{\Delta A}{\Delta t} \cdot \Delta t \quad (8)$$

po połączeniu równań (7) i (8) otrzymano:

$$\begin{aligned} A_1(t + \Delta t) &= A_1 + \frac{\Delta t}{\Delta x_1} \cdot (I(t) - Q_1) + q(t) \cdot \Delta t \\ A_i(t + \Delta t) &= A_i + \frac{\Delta t}{\Delta x_i} \cdot (Q_{i-1} - Q_i) + q(t) \cdot \Delta t \\ A_n(t + \Delta t) &= A_n + \frac{\Delta t}{\Delta x_n} \cdot (Q_{n-1} - Q_n) + q(t) \cdot \Delta t \end{aligned} \quad (9)$$

Rozwiązując równanie (9) od chwili czasu $t = 0$ (po założeniu warunków początkowych np. wartości przepływu w kanale) do wyczerpania czasu symulacji przy zadawanych dopływach $I(t)$ i $q(t)$ powstanie zestaw wartości A (dla $x=0, \dots, L$ i $t=0, \dots, T$) dla każdego punktu podziału odcinka Δx_i na wszystkich poziomach czasu symulacji (krok Δt) gdzie L - długość odcinka, T - całkowity czas symulacji. Przyjmując, że natężenie przepływu Q_i jest stałe dla danego okresu czasu $t=0, \dots, T$, pole przekroju A jest stałe na całej długości rozpatrywanego odcinka kanału x_i $i=1, \dots, N$, równanie (2) można przekształcić do postaci:

$$2v \frac{\Delta A}{\Delta t} + (1 - F^2) \frac{\Delta H}{\Delta x} = S_0 + S_t + D_L \quad (10)$$

Przekształcając równanie (10) i korzystając ze wzoru (7) określającego zmianę pola przekroju ΔA w czasie Δt otrzymujemy podaną niżej zależność na zmianę wysokości napełnienia H_i w poszczególnych odcinkach kanału:

$$\frac{\Delta H_i}{\Delta x_i} = \frac{2V_i}{1-F^2} \cdot \frac{Q_i - Q_{i-1}}{\Delta x_i} - \frac{2V_i}{1-F^2} q(t) + \frac{1}{1-F^2} (S_0 + S_t + D_L) \quad (11)$$

gdzie: $\frac{\Delta H_i}{\Delta x_i}$ - zmiana wysokości napełnienia w i -tym segmencie

Q_i - natężenie przepływu w i -tym segmencie obliczane ze wzoru Manninga

V_i - średnia prędkość przepływu w i -tym segmencie

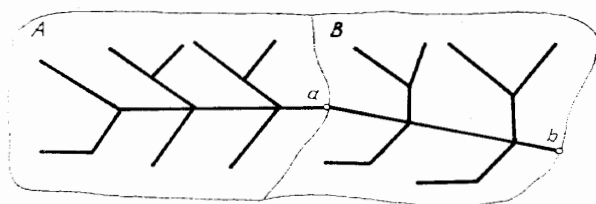
q - boczny dopływ do kanału na jednostkę długości

Obliczone zmiany wysokości napełnienia są wykorzystywane do obliczenia wartości napełnień w kolejnych segmentach kanału według następującej zależności:

$$H_i = H_{i-1} + \frac{2V_i}{1-F^2} \cdot (Q_i - Q_{i-1}) - \frac{2V_i}{1-F^2} q(t) \cdot \Delta x_i + \frac{1}{1-F^2} (S_0 + S_t + D_L) \quad (12)$$

Należy zauważyć, że wysokość napełnienia dla danego segmentu zależy od liczby Frouda F określającej charakter przepływu; dla rozważanej zależności (12) należy przyjąć, że przepływ ma charakter spokojny i $F < 1$. Z postaci wzoru wyznaczającego F wynika, że wysokość napełnienia odcinka kanału zależy w sposób nieliniowy od pola przekroju A .

Na podstawie przedstawionych zależności określić można korzystając z równania Manninga: wartości przepływów Q (dla $x=0, \dots, L$ i $t=0, \dots, T$), prędkości v (dla $x=0, \dots, L$ i $t=0, \dots, T$) i napełnienia kanału h (dla $x=0, \dots, L$ i $t=0, \dots, T$). Wykorzystując obliczony wypływ z kanału Q_n jako dodatkowy dopływ do następnego przewodu, można symulować powyższą metodą dowolne fragmenty sieci. Takie rozwiązanie umożliwi fragmentaryczne traktowanie wybranych obszarów sieci.



Rys. 2. Podział sieci na dwie podsieci

Symulując przepływ w podsieci B w punkcie "a" należy zadać funkcję dopływu $I_a(t)$ opisująca odpływ z podsieci A założoną z góry lub otrzymaną w wyniku wcześniejszej symulacji przepływów we fragmencie A sieci.

Model, zbudowany na podstawie wyżej przedstawionej metody wymaga zadania danych:

- charakteryzujących układ sieci (połączenia kanałów)
- dotyczących odcinków sieci tj. spadki, długości, typy i wymiary kanałów, współczynniki chropowatości
- początkowych (przepływy początkowe dla rozpoczęcia obliczeń np. przepływy wód infiltracyjnych)
- dotyczących dopływów w czasie $I(t)$ i $q(t)$
- dotyczących przebiegu procesu symulacji tj. czas symulacji, kroki czasowe, podział odcinków na segmenty, rodzaj otrzymanych wyników itp.

Dopływy wód deszczowych do kanałów mogą być zadawane bezpośrednio wg określonych na podstawie badań terenowych funkcji $I(t)$ i $q(t)$ lub pośrednio poprzez funkcje opisujące deszcz i zlewnię.

Na przykład wartość natężenia deszczu można określić na podstawie badań lub ogólnych wzorów empirycznych:

Dla terenu całej Polski

$$q_d = \frac{470\sqrt[3]{c}}{t_d^{0,6667}} \quad [\text{dm}^3/\text{h}] \quad (13)$$

dla Krakowa

$$q_d = \frac{16447}{p^{0,3738} \cdot t_d^{0,3845}} \quad (14)$$

gdzie: q_d - natężenie deszczu (dm^3/h)

c – okres jednorazowego przekroczenia deszczu (lata)

t_d – czas trwania deszczu (min)

p – częstotliwość pojawienia się deszczu (%), $p=100/c$.

Ilość wody, która nie odpłynie do kanału tzn. wsiąknie w teren, zostanie zatrzymana, wyparuje, można uwzględnić przez zastosowanie współczynnika spływu Ψ przyjmowanego wg zamieszczanych w literaturze tabel lub obliczonego wg wzoru Reinholda:

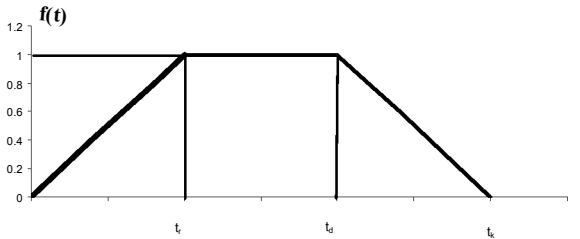
$$\psi = M \cdot q^{0.567} \cdot t^{0.228} \quad (15)$$

gdzie: q – natężenie deszczu (dm^3/h)

t – czas trwania deszczu (min)

M – współczynnik charakteryzujący zlewnię i warunki klimatyczne

Nie cała ilość wody od razu sływa do kanału, lecz odbywa się to stopniowo z coraz bardziej odległych fragmentów zlewni. Zjawisko to uwzględnia czas retencji terenowej, który może być przyjmowany według tabel lub na podstawie takich czynników, jak kształt zlewni, położenie kanału, spadek terenu, itp. Zjawisko to można również uwzględnić przez zastosowanie współczynnika $f(t)$ zależnego od czasu



Rys. 3. Wykres zależności współczynnika dopływu $f(t)$ od czasu t

gdzie:

t_R – czas retencji terenowej

t_d – czas trwania deszczu

t_k – całkowity czas trwania sływu wód deszczowych do kanału

Dopływ do kanału $Q_d(t)$ określa zależność:

$$Q_d(t) = q_d \cdot \psi \cdot F \cdot f(t) \quad [\text{dm}^3/\text{s}] \quad (16)$$

gdzie F – pole pow. Zlewni.

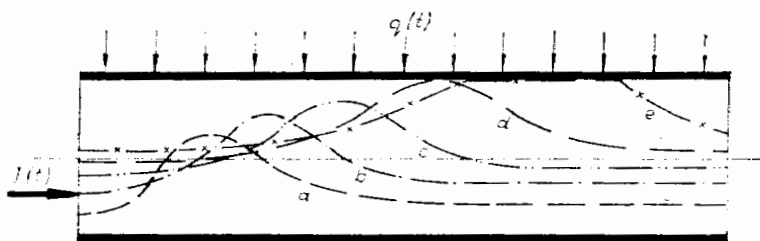
Może on być stosowany w modelu jako dopływ punktowy w węźle sieci, ale bardziej korzystne jest zadawanie go jako dopływu na jednostkę długości kanału:

$$q(t) = \frac{Q_d(t)}{L} \quad (17)$$

Zadanie dopływów w postaci funkcji $Q_d(t)$ (trapezowej, Pearson'a III itp.) powoduje powstanie w kanałach fal. Zmienny czas przepływu przez różne odcinki wynikający z prędkości przesuwania się fali (różne spadki, chropowatości, kształty i wielkości przekrojów kanałów, napelnienia) powoduje różne nakładanie się fal przy połączeniach kanałów.

Dzięki symulacji można ujawnić najbardziej niekorzystne przypadki tzn. takie, gdzie spotykają się maksymalne przepływy. Przepelnienia mogą występować nie tylko w miejscach połączeń odcinków, ale również w dowolnym przekroju kanału.

Rozpatrując odcinek jak na Rys.4, wewnątrz którego przesuwa się fala, zewnętrzny dopływ na jednostkę długości kanału $q(t)$ powoduje stałe podnoszenie się zwierciadła (ścieków, wód deszczowych) na całej długości odcinka (krzywe a, b, c) aż w końcu musi zająć taki przypadek, że maksimum fali osiągnie sklepienie kanału (krzywe d), a nawet wystąpi praca odcinka kanału pod ciśnieniem (krzywe e). Część wód deszczowych Q_p nie mieszcząca się w kanałach (ze względu na ich przepustowość), w których obliczane są przepływy, może być w procesie symulacji zapamiętana i oczekiwać na moment, w którym będzie mogła wpłynąć do sieci.



Rys. 4. Kolejne fazy powstawania przepełnienia kanału

Zjawisko to można w bardzo prosty sposób uwzględnić, modyfikując przedstawioną metodę symulacji, tzn. dodając jedynie zmienna (tablice zmiennych), w której zapamiętywane będą wartości dopływu nie mieszczącego się w Q_d kanałach. Na podstawie tych wartości (określanych dla deszczów miarodajnych) można dobrać najbardziej korzystne rozmieszczenie kanałów retencyjnych, zbiorników, przelewów burzowych oraz wstępnie dobierać ich parametry techniczne.

Uwzględnianie w modelu dodatkowych urządzeń wymaga przeprowadzenia każdorazowo analizy ich konstrukcji. Mogą one być również we wstępnych obliczeniach uwzględnione w uproszczeniu np.:

- zbiorniki mogą być zadawane przez zapamiętywanie wartości objętości wód deszczowych zatrzymywanych, wynikającej z różnicy dopływu i odpływu ze zbiornika,
- przelewy mogą być zadawane jako odpływy skupione z węzłów sieci o wielkości zależnej od obliczonej wysokości napelnienia.

Opracowany model, mimo swych wad (nie uwzględnia zjawiska "cofki" fali, brak wpływu kanałów "dolnych" na "górne", mniejsze niż w dokładnych metodach symulacji uwzględnienie retencji kanałowej na kształt fali) dobrze odwzorowuje dynamiczny obraz pracy sieci, przez co w połączeniu z zaletami (może pracować stosunkowo szybko na ogólnodostępnym sprzęcie komputerowym) staje się bardzo przydatnym narzędziem pracy dla szerokich rzesz projektantów i eksploatorów.

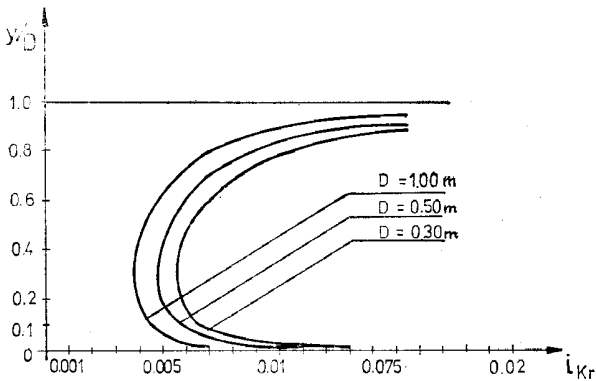
3. Liczba Frouda i spadek krytyczny

Przepływy ze swobodnym zwierciadłem mogą mieć charakter spokojny, krytyczny i rwący. Określa to liczba Frouda

$$F = \frac{v}{\sqrt{g \frac{A}{B}}} \quad (18)$$

gdzie F – liczba Frouda
 v – średnia prędkość przepływu [m/s]
 A – pole przekroju czynnego [m²]
 B – szerokość zwierciadła ścieków [m]
 g – przyspieszenie ziemskie [m/s²].

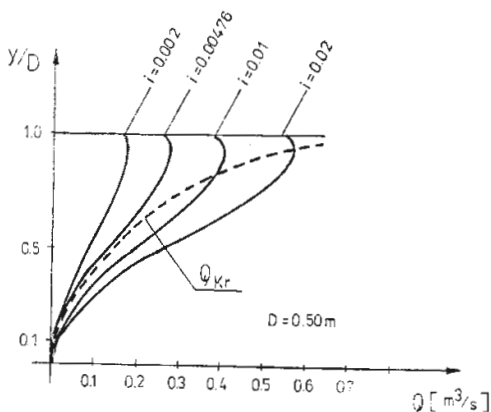
W zależności od wartości liczby Frouda przepływ ma charakter spokojny dla $FR < 1$, krytyczny dla $FR = 1$ i rwący dla $FR > 1$. Przebiegi zmian spadku krytycznego dla wybranych średnic kanału w zależności od stopnia wypełnienia przedstawiają krzywe na Rys.5.



Rys. 5. Zależność spadku krytycznego od wypełnienia dla wybranych średnic kanałów

Wartości spadku krytycznego dla wypełnienia zerowego i całkowitego dążą do nieskończoności. Spadek krytyczny osiąga minimalną wartość dla wypełnienia równego 29,7%. Spadek krytyczny przy tym stopniu wypełnienia nazywany jest spadkiem Przepływu ustalony przy spadkach przewodów mniejszych od granicznego są zawsze spokojne. Obrazuje to przykładowy wykres na rys. 6 wykonany dla przewodu o średnicy 0,5 m.

Podsumowując można stwierdzić, że charakter przepływu w przewodzie zależy od spadku dna i od napelnienia. Szczególne znaczenie dla określenia charakteru przepływu posiada spadek graniczny i_g . Jeżeli w przewodach sieci przepływy są ustalone, to dla spadków mniejszych od spadku granicznego występują wyłącznie przepływy spokojne; dla spadku dna równego spadkowi granicznemu przepływy są spokojne z wyjątkiem napelnienia przejściowego równego 29,7%, przy którym przepływ jest krytyczny; dla spadków dna większych od spadku granicznego, pomiędzy napelnieniami przejściowymi przepływy są rwące, dla napelnień przejściowych krytyczne, a w pozostałym zakresie napelnień spokojne.



Rys.6. Zależność natężenia przepływu od wypełnienia kanału dla spadków charakterystycznych

4. Zależność prędkości przepływu od metody obliczeń

Obliczenia hydrauliczne polegają najczęściej na sprawdzeniu prędkości przepływu i napełnienia w kanale przy znanym (założonym) spadku dna kanału, jego średnicy i przepływie. Średnią prędkość przepływu ścieków w poprzecznym przekroju kanału można obliczyć przy pomocy wzoru Manninga w postaci:

$$v = K \cdot R_h^{\frac{2}{3}} \cdot J_E^{\frac{1}{2}} \quad (19)$$

gdzie: v – średnia prędkość przepływu ścieków w przekroju czynnym w kanale [m/s];
 K – współczynnik Manninga [$m^{1/3} s^{-1}$]
 R_h – promień hydrauliczny [m]
 J_E – spadek dna kanału

Wzór powyższy został wyprowadzony na podstawie równań Bernoulliego dla dwóch przekrojów kanału oddalonych od siebie o pewną odległość L . We wzorze współczynnik szorstkości Manninga K stanowi miarę nierówności i jakości wewnętrznych powierzchni kanału. Jego wartość przyjmuje się w zależności od materiału kanału, jego wieku oraz fazy przepływów ścieków.

Wzory Manninga umożliwiają obliczanie strat hydraulicznych na długości kanału. Ze względu na uwikłaną postać wzorów obliczenia prowadzi się z wykorzystaniem tablic i nomogramów. Wzór Manninga stosuje się zarówno dla przekroju kołowego, jak i niekołowego przy napełnieniu całkowitym lub częściowym.

Dla przewodów o przekroju kołowym przy całkowitym napełnieniu prędkość przepływu v jest wyrażona wzorem Colebrooka-White'a:

$$v = -2 \cdot \sqrt{2gDJ_E} \cdot \log \left(\frac{k}{3,71D} + \frac{2,51v}{D \sqrt{2gDJ_E}} \right) \quad (20)$$

gdzie: v – średnia prędkość przepływu ścieków w przekroju czynnym w kanale [m/s]

g – stała grawitacji [m^2/s]

D – średnica wewnętrzna przewodu [m]

J_E – spadek hydrauliczny

k – współczynnik chropowatości bezwzględnej [m]

n – kinematyczny współczynnik lepkości cieczy [m^2/s]

Dla przewodów o częściowym napełnieniu lub dla kanałów o przekroju niekołowym prędkość przepływu jest wyrażona następującym wzorem:

$$v = -2 \cdot \sqrt{8gR_h J_E} \cdot \log \left(\frac{k}{3,71 \cdot 4R_h} + \frac{2,51v}{4R_h \sqrt{8gR_h J_E}} \right) \quad (21)$$

gdzie: R_h – promień hydrauliczny [m]

Tabela 1. Porównanie prędkości przepływu obliczonej wg wzoru Manninga i Colebrooka-White'a dla napełnienia $h/D=1,0$ i stałych współczynników: Manninga $K=76,923 \text{ m}^{1/3}/\text{s}$ i chropowatości bezwzględnej $k=1,5\text{mm}$

Średnica	Spadek	Prędkość przepływu		Różnica	
		wg. Manninga	wg. Colebrooke'a-White'a	bezwzględna	względna
[mm]	[%]	[m/s]	[m/s]	[m/s]	[%]
100	20	2,94	2,99	0,0496	1,66
100	10	2,08	2,11	0,0331	1,57
100	5	1,47	1,49	0,0214	1,43
100	1	0,66	0,66	0,0058	0,88
100	0,5	0,47	0,47	0,0022	0,47
100	0,1	0,21	0,21	0,0025	1,20
200	20	4,67	4,77	0,0970	2,03
200	10	3,3	3,37	0,0665	1,98
200	5	2,33	2,38	0,0450	1,89
200	1	1,04	1,06	0,0164	1,54
200	0,5	0,74	0,75	0,0096	1,28
200	0,1	0,33	0,33	0,0007	0,22
300	20	6,12	6,22	0,1026	1,65
300	10	4,33	4,4	0,0705	1,60
300	5	3,06	3,11	0,0478	1,54
300	1	1,37	1,39	0,0176	1,27
300	0,5	0,97	0,98	0,0105	1,07
300	0,1	0,43	0,43	0,0011	0,24

Współczynnik chropowatości bezwzględnej k zastosowany we wzorze Colebrooka-White'a uwzględnia straty ciśnienia w zależności od materiału, którego jest wykonany przewód, przerwy na połączeniach i osadu powstającego na wewnętrznej powierzchni przewodu poniżej poziomu przepływających ścieków. Jeżeli nie można uniknąć odkładania się osadów, do obliczeń strat ciśnienia powinien być brany zmniejszony przekrój poprzeczny kanału.

Zwykle używa się wartości współczynnik chropowatości bezwzględnej k z zakresu 0,03 mm do 3 mm. W przypadku współczynnika Manninga n zalecane wartości są z zakresu od $70 \text{ m}^{1/3}\text{s}^{-1}$ do $90 \text{ m}^{1/3}\text{s}^{-1}$. Ze względu na brak wartości współczynnika, Manninga dla kanałów wykonanych z różnego rodzaju tworzyw sztucznych należy przeliczać wartość tego współczynnika w zależności od współczynnika chropowatości bezwzględnej k zgodnie z zależnością:

$$K = 4\sqrt{g} \cdot \left(\frac{32}{D}\right)^{\frac{1}{6}} \cdot \log\left(\frac{3,7 \cdot D}{k}\right). \quad (22)$$

Tabela 2. Porównanie prędkości przepływu obliczonej wg wzoru Manninga i Colebrooka-White'a dla napełnienia $h/D=0,7$ i stałych współczynników: Manninga $K=76,923 \text{ m}^{1/3}/\text{s}$ i chropowatości bezwzględnej $k=1,5\text{mm}$

Średnica	Spadek	Prędkość przepływu		Różnica	
		wg. Manninga	wg. Colebrooke'a-White'a	bezwzględna	względna
[mm]	[%]	[m/s]	[m/s]	[m/s]	[%]
100	20	3,29	3,36	0,0633	1,89
100	10	2,33	2,37	0,0427	1,80
100	5	1,65	1,68	0,0282	1,68
100	1	0,74	0,75	0,0089	1,19
100	0,5	0,52	0,53	0,0043	0,82
100	0,1	0,23	0,23	0,0015	0,66
200	20	5,23	5,33	0,1025	1,92
200	10	3,70	3,77	0,0704	1,87
200	5	2,61	2,66	0,0478	1,79
200	1	1,17	1,19	0,0176	1,48
200	0,5	0,83	0,84	0,0105	1,25
200	0,1	0,37	0,37	0,0011	0,29
300	20	6,85	6,95	0,0953	1,37
300	10	4,84	4,91	0,0653	1,33
300	5	3,43	3,47	0,0442	1,27
300	1	1,53	1,55	0,0159	1,03
300	0,5	1,08	1,09	0,0093	0,85
300	0,1	0,48	0,49	0,0005	0,11

Literatura

- Chudzicki J., Sosnowski S. (2004) *Instalacje kanalizacyjne*. Wydawnictwo Seidel-Przywecki Sp. z o.o, Warszawa.
- Niedzielski W. (1984) Charakter przepływu w sieci kanalizacji deszczowej. *Ochrona Środowiska*, **434**, 3-4, 20-21.
- Mizgalewicz P., Knapik K., Wieczysty A. (1984) Analiza pracy sieci kanalizacyjnych przy zastosowaniu EMC. *Ochrona Środowiska*, **434**, 3-4, 20-21.

Tabela 3. Porównanie prędkości przepływu obliczonej wg wzoru Manninga i Colebrooka-White'a dla napelnienia $h/D=1,0$ i współczynnika Manninga K zależnego od średnicy D i chropowatości bezwzględnej $k=1,0$

Średnica	Spadek	Prędkość przepływu		Różnica	
		wg. Manninga	wg. Colebrooke'a-White'a	bezwzględna	względna
[mm]	[%]	[m/s]	[m/s]	[m/s]	[%]
100	20	3,22	3,21	0,0090	0,28
100	10	2,28	2,27	0,0094	0,41
100	5	1,61	1,6	0,0096	0,60
100	1	0,72	0,71	0,0098	1,38
100	0,5	0,51	0,5	0,0097	1,95
100	0,1	0,23	0,22	0,0092	4,23
200	20	5,08	5,07	0,0084	0,17
200	10	3,59	3,59	0,0090	0,25
200	5	2,54	2,53	0,0094	0,37
200	1	1,14	1,13	0,0098	0,87
200	0,5	0,8	0,79	0,0098	1,23
200	0,1	0,36	0,35	0,0095	2,72
300	20	6,61	6,6	0,0080	0,12
300	10	4,67	4,66	0,0087	0,19
300	5	3,3	3,29	0,0092	0,28
300	1	1,48	1,47	0,0097	0,66
300	0,5	1,05	1,04	0,0098	0,95
300	0,1	0,47	0,46	0,0096	2,10

MODELE MECHANICZNO–BIOLOGICZNEJ OCZYSZCZALNI ŚCIEKÓW NA POTRZEBY SYNTEZY ALGORYTMÓW REGULACJI¹⁰

Marcin Stachura, Krzysztof Janiszowski

Instytut Automatyki i Robotyki, Politechnika Warszawska

Fizykalne modele oczyszczania ścieków typu ASM są dokładnym opisem procesu, ale ich symulacja przy dzisiejszej mocy obliczeniowej komputerów jest czasochłonna. W optymalizacji procesu lub syntezy i parametryzacji algorytmów sterowania (zwłaszcza regulatorów o dużej liczbie nastaw, np. predykcyjnych), wymagających setek lub tysięcy symulacji, przydatne mogą być mniej dokładne, ale szybsze obliczeniowo modele. W artykule zaproponowano model w postaci odpowiedzi skokowych aproksymowanych transmitancjami operatorowymi złożonymi z podstawowych dynamicznych elementów liniowych. Omówiono zaproponowane struktury modeli liniowych z uwzględnieniem ich użyteczności w syntezy algorytmów regulacji. Wyniki symulacji generowane przez modele liniowe zestawiono z odpowiednio skalibrowanym modelem fizykalnym oraz rzeczywistymi pomiarami.

1. Wprowadzenie

Oczyszczalnia ścieków jest skomplikowanym obiektem technologicznym, a właściwe sterowanie oczyszczalnią jest bardzo trudnym zagadnieniem. Właściwe prowadzenie procesu oczyszczania ścieków może znacznie zmniejszyć zanieczyszczenie środowiska, zwłaszcza wód rzecznych i gruntowych. Obecnie oczyszczanie odbywa się w mechaniczno-biologicznych oczyszczalniach z osadem czynnym.

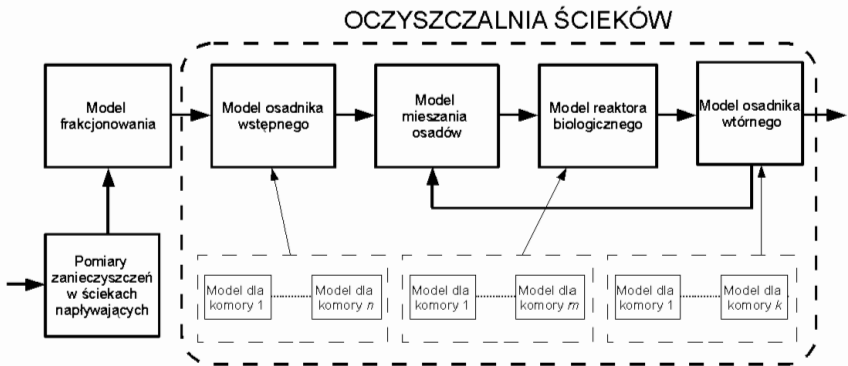
Działanie oczyszczalni można poprawić przy użyciu komputerowych symulacji modelu procesu w różnych warunkach pracy (Franke, Puta, Reichl, 1999; Studziński, 2002). Dzięki nim można stosunkowo szybko i bezpiecznie, nie ingerując w proces, ocenić wydajność oczyszczalni dla różnych warunków atmosferycznych, strategii sterowania itp. Dla dokładnego odwzorowania procesu w algorytmie komputerowym należy przygotować i skalibrować modele etapów oczyszczania ścieków: frakcjonowania - wyznaczenia na podstawie wartości mierzonych poszczególnych zmiennych stanu procesu, oczyszczania mechanicznego czyli sedymentacji oraz procesów osadu czynnego czyli oczyszczania biologicznego. W wielu przypadkach modele frakcjonowania wymagają również zastosowania modeli estymujących niemierzalne zmienne stanu na podstawie pomiarów dostępnych sygnałów.

2. Problemy symulacji procesów oczyszczania ścieków

Stosowane współcześnie opisy matematyczne procesów zachodzących przy oczyszczaniu ścieków są układami bilansowych równań różniczkowych 1-szego

¹⁰ Praca napisana w ramach realizacji projektu rozwojowego Ministerstwa Nauki i Szkolnictwa Wyższego R11 001 01.

rzędu (Henze i in., 1999). Dyspersja wzdłużna poszczególnych frakcji zanieczyszczeń, uwzględniana jest poprzez podział każdego ze zbiorników technologicznych na strefy. W ten sposób otrzymuje się szereg mniejszych modeli opisujących zjawiska zachodzące w poszczególnych elementach technologicznych i ich częściach (Rys. 1). Finalnie, otrzymuje się model całego procesu oczyszczania ścieków składający się, w najlepszym przypadku, z kilkuset równań różniczkowych, z różnymi stałymi czasowymi. Powoduje to potrzebę skracania czasu dyskretyzacji tych równań tak, aby otrzymać satysfakcjonująco dokładne ich rozwiązania. W efekcie czas symulacji modelu procesu wydłuża się.



Rys.1. Model oczyszczalni ścieków z osadem czynnym z podziałem na modele poszczególnych części procesu

W celu optymalizacji pracy oczyszczalni, np. przez dobór nastaw regulatorów niezbędne jest wykonanie wielu (setek a czasem tysięcy) symulacji procesu, przy różnych scenariuszach zakłóceń. Istotną kwestią staje się więc minimalizacja czasu obliczeń modelu. Oczywiście prowadzono już prace badawcze mające na celu skrócenie czasu obliczeń modeli procesów wielowymiarowych, a w szczególności tych odwzorowujących zjawiska biologiczno – chemiczne. Przykładowo, Vanrolleghem (2005) zaproponował dwa podejścia: (1) Zastosowanie modeli uproszczonych, zastępujących układ cząstkowych równań różniczkowych szeregiem równań różniczkowych zwyczajnych. Oczywiście takie podejście w rozpatrywanym przypadku jest nieprzydatne, gdyż ogólnie przyjęte modele oczyszczania biologicznego zakładają taką właśnie uproszczoną postać. (2) Uproszczenie modelu poprzez nie uwzględnianie tych jego części, które nie są w danym zagadnieniu rozpatrywane, np. w przypadku, gdy wartości sterujące w projektowanym algorytmie nie mają na te części wpływu. Raduly i in. (2007) proponowali zastosowanie modeli zbudowanych ze sztucznych sieci neuronowych. W przypadku rozpatrywanym w niniejszym artykule rozwiązania te nie wydają się jednak najlepsze ze względu na próby użycia algorytmów sterowania oddziaływujących na niemalże cały proces. Co więcej, stosunkowo niewielka liczba dostępnych aktualnie danych pomiarowych (szarża pomiarowa przeprowadzona w oczyszczalni ścieków w Rzeszowie trwała 14 dni, sygnały wejściowe próbkowane były co 2 godziny co daje łącznie 168 pomiarów) praktycznie wyklucza zastosowanie sztucznych sieci neuronowych (Haykin, 1994) a

także modeli parametrycznych. Ponadto, proponowany algorytm sterowania predykcyjnego z użyciem macierzy dynamiki obiektu (*ang. Dynamic Matrix Controller*) opiera się na modelu obiektu w postaci odpowiedzi skokowych procesu na poszczególne sygnały sterujące oraz zakłócające (Tatjewski, 2002). Wydaje się więc, iż uproszczony model przeznaczony do szybszych obliczeń powinien być również zestawem cząstkowych modeli w postaci odpowiedzi skokowych. Tworząc taki model można ograniczyć ilość występujących w nim równań do kilkudziesięciu, a redukcja rzędu modelu, a co za tym idzie zwiększenie stałych czasowych pozwala na wydłużenie czasu ich dyskretyzacji. Czynniki te powodują, że czas symulacji takiego modelu oczyszczalni można zasadniczo skrócić, przy jednoczesnym zachowaniu zadowalającej dokładności modelu w otoczeniu wybranego punktu pracy.

3. Sposób wyznaczenia modelu w postaci odpowiedzi skokowych

Model procesu w postaci odpowiedzi skokowej składa się z $n*m$ modeli liniowych odpowiedzi i -tej zmiennej procesowej na jednostkowy skok j -tego sygnału pobudzającego, przy stałych wartościach pozostałych sygnałów pobudzających. Sygnałami pobudzającymi są sygnały sterujące oraz mierzalne zakłócenia. Odpowiedź każdej zmiennej procesowej w warunkach rzeczywistych jest sumą odpowiedzi skokowych modeli liniowych tej zmiennej na poszczególne sygnały wymuszające. Odpowiedzi skokowe aproksymowane zostały transmitancjami operatorowymi $G_{ij}(s)$ więc przedstawiony model można zapisać jako:

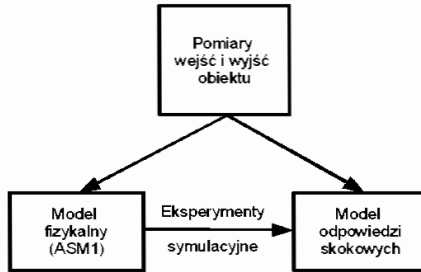
$$\mathbf{G}(s) = \begin{bmatrix} G_{1,1}(s) & G_{1,2}(s) & \cdots & G_{1,m}(s) \\ G_{2,1}(s) & G_{2,2}(s) & \cdots & G_{2,m}(s) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ G_{n,1}(s) & G_{n,2}(s) & \cdots & G_{n,m}(s) \end{bmatrix} \quad (1)$$

gdzie: n – liczba zmiennych procesowych, m – liczba sygnałów wymuszających

Wyznaczenie modelu procesu oczyszczania ścieków w postaci odpowiedzi skokowych na podstawie pomiarów wykonanych w oczyszczalni byłoby niezwykle trudnym zadaniem. Eksperymenty polegające na pomiarach odpowiedzi obiektu na zmienne sterujące można byłoby przeprowadzić, natomiast z oczywistych względów niemożliwe jest przeprowadzenie badań polegających na skokowych zmianach sygnałów zakłócających. Poza tym należy pamiętać, iż koncepcja takiego modelu zakłada zmianę tylko jednej wybranej zmiennej pobudzającej w czasie każdego eksperymentu, co jest również niemożliwe do wykonania w warunkach rzeczywistych.

W celu budowy omawianego modelu posłużono się więc odpowiednio skalibrowanym modelem bilansowym o opisie zgodnym z modelem ASM1 (Stachura 2008). Przeprowadzono $n*m$ indywidualnych eksperymentów symulacyjnych, a każdy z nich charakteryzował się innym scenariuszem zmian sygnałów pobudzających tak, aby spełnić założenia budowy proponowanego modelu. Uzyskane wyniki aproksymowano transmitancjami operatorowymi (czyli opisem liniowym), dlatego w dalszych częściach niniejszego artykułu model ten będzie nazywany liniowym.

Wyniki symulacji tak utworzonego modelu liniowego porównane zostały zarówno z modelem fizykalnym oraz rzeczywistymi pomiarami.



Rys. 2. Zasada tworzenia modelu liniowego

Wykonywane w czasie eksperymentów symulacyjnych skoki jednostkowe poszczególnych sygnałów wymuszających powodowały wzrost wartości procesowych określonych wektorem $Y(s)$ od założonych wartości średnich. Wartości te były założonym punktem pracy, a uzyskany model jest pewnym odejściem wartości procesowych od ustalonego punktu pracy, przy odejściu wartości poszczególnych sygnałów zakłócających od założonych ich wartości. Model liniowy ma więc postać:

$$Y(s) = G(s)U(s) \quad (2)$$

gdzie: $Y(s)$ – wektor zmiennych procesowych, $U(s)$ – wektor sygnałów wymuszających.

Podstawowym zagadnieniem w doborze struktury modelu liniowego był dobór sygnałów pobudzających oraz zmiennych procesowych. Sygnały te zostały dobrane stosując następujące kryteria: (1) Wyznaczony wektor zmiennych procesowych powinien satysfakcjonująco opisywać stan procesu, a jednocześnie mieć na tyle mało elementów na ile to możliwe, aby uzyskać jak najkrótszy czas symulacji modelu, (2) Sygnały pobudzające powinny jednoznacznie określać najistotniejsze sterowania i mierzalne zakłócenia obiektu, (3) Zarówno sygnały zmiennych procesowych oraz sygnałów wymuszających powinny być mierzalne na rzeczywistym obiekcie, lub ich wartości można było estymować. Podane wymagania uznano za wystarczające dla poprawnego opisu procesu, oraz zasadniczego celu, któremu ma służyć: zastąpieniu dokładnego modelu typu ASM szybkim (choć może mniej precyzyjnym) modelem liniowym, na którego podstawie możliwa będzie synteza układu regulacji dla oczyszczalni.

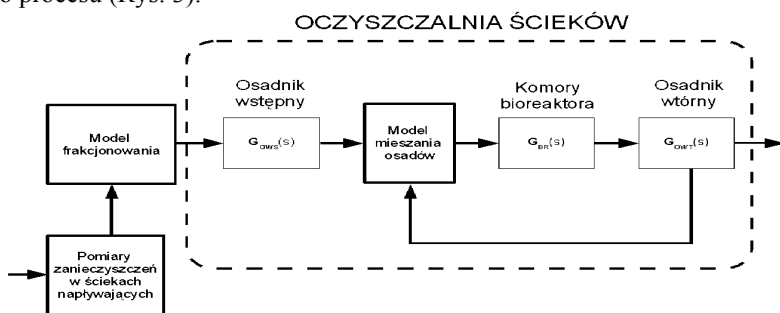
Podstawowym zadaniem oczyszczalni ścieków jest redukcja związków biologicznych i azotowych, więc niewątpliwie wielkości określające te wartości powinny być przez model uwzględnione, jednym z głównych zakłóceń jest natężenie przepływu ścieków surowych, napływających do oczyszczalni. Podstawowymi (tzn. mającymi największy wpływ na proces) wielkościami sterującymi jest napowietrzanie bioreaktora (w omawianym przypadku jako napowietrzanie przyjęto zadane

stężenie tlenu w bioreaktorze – zakładając, że wielkość ta zostanie dostatecznie dobrze utrzymana przez regulator bezpośredniego działania) oraz wielkość osadu recykulowanego z osadników wtórnych.

Na podstawie przyjętych założeń jako zmienne procesowe przyjęto: *Biologiczne Zapotrzebowanie Tlenu BZT₅* (lub *Chemiczne Zapotrzebowanie Tlenu ChZT*), *Azot Ogólny N_{OG}* oraz jako wielkość pomocniczą sprawdzającą ogólne działanie modelu *Natężenie Przepływu Ścieków Oczyszczonych Q_{wy}*. Natomiast jako wielkości pobudzające przyjęto (1) Wielkości sterujące: *Zadane Stężenie Tlenu w komorze bioreaktora O₂*, *Natężenie Przepływu Osadu Recykulowanego Q_{REC}*, (2) Wielkości zakłócające *Biologiczne Zapotrzebowanie Tlenu w ściekach surowyc BZT_{5WE}* (lub *Chemiczne Zapotrzebowanie Tlenu – ChZT_{WE}*), *Azot Ogólny w ściekach surowych N_{OGWE}*, oraz *Natężenie Przepływu Ścieków Surowych Q_{WE}*.

4. Liniowe modele poszczególnych aparatów technologicznych oczyszczalni

Zależności (1) oraz (2) oraz założenia ogólne przedstawione powyżej można zastosować dla każdego z podstawowych aparatów technologicznych oczyszczalni, uzyskując w ten sposób dość dokładny a jednocześnie szybki obliczeniowo model całego procesu (Rys. 3).



Rys. 3. Schemat modelu oczyszczalni zbudowanego z liniowych modeli poszczególnych aparatów technologicznych

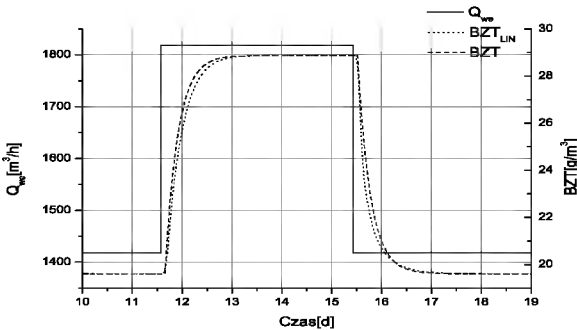
Oczywiście należy pamiętać, iż tak uzyskany model będzie wystarczająco dokładny w otoczeniu założonego punktu pracy a w miarę oddalania się poszczególnych zmiennych procesowych od tego punktu dokładność modelu (rozumiana jako odwzorowanie rzeczywistego procesu) może drastycznie maleć.

W dalszej części omówiony zostanie liniowy model bioreaktora jako najistotniejszego elementu mechaniczno –biologicznej oczyszczalni ścieków. W istocie zaprezentowany poniżej model liniowy reaktora biochemicznego zawiera w sobie model osadnika wstępnego, gdyż jako wartości pobudzające przyjęto natężenie przepływu i ładunek ścieków napływających do oczyszczalni. Takie podejście poddyktowane było przede wszystkim faktem, że konstruowany model miał służyć przede wszystkim do celów syntezy algorytmów sterowania. Tworząc wspólny model dla bioreaktora i osadnika wstępnego stałe czasowe zawarte w jego równa-

niach są więc dłuższe, a co za tym idzie założony obiekt regulacji (przy stabilizacji zmiennych procesowych w bioreaktorze) jest „wolniejszy”, a zatem i sterowanie nim może okazać się prostsze. Założone wektory wartości pobudzających oraz zmiennych procesowych mają więc postać:

$$Y = \begin{bmatrix} BZT_{5br} \\ N_{OGbr} \end{bmatrix}, \quad U = \begin{bmatrix} O_2 \\ Q_{REC} \\ Q_{we} \\ BZT_{5we} \\ N_{OGwe} \end{bmatrix} \quad (3)$$

gdzie: indeks *we* oznacza sygnały wejściowe, natomiast indeks *br* zmienne procesowe bioreaktora.



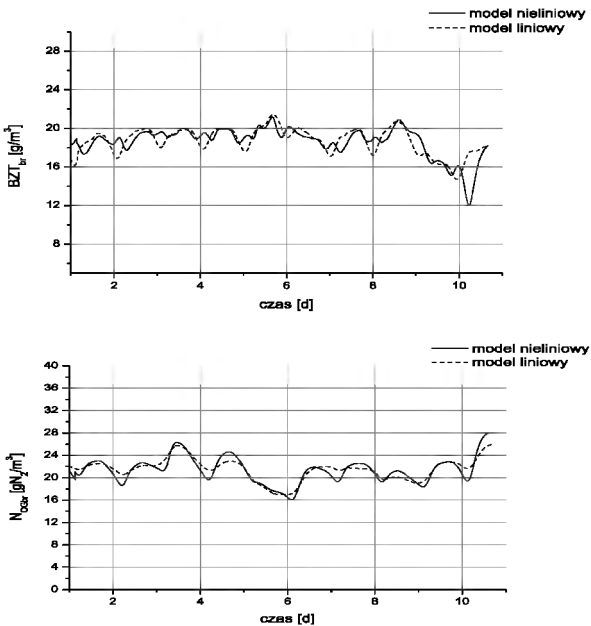
Rys. 4. Odpowiedź skokowa BZT_5 (BZT) w bioreaktorze na skokową zmianę Q_{we} ścieków surowych, oraz aproksymacja liniowa (BZT_{LIN})

Przeprowadzone badania symulacyjne wykazały, iż z powodzeniem można aproksymować uzyskane z modelu fizykalnego odpowiedzi skokowe elementami liniowymi. Pokazany na Rys. 4 przykład odpowiedzi *Biologicznego Zapotrzebowania Tlenu* w bioreaktorze na skokową zmianę *Natężenia Przepływu* ścieków surowych jest reprezentatywny dla przeprowadzonych eksperymentów symulacyjnych.

W tym przypadku skokowa zmiana natężenia przepływu ścieków surowych (jednego z najważniejszych sygnałów zakłócających) powoduje przede wszystkim zmianę stosunku ścieków napływających do osadu recyrkulowanego, w wyniku czego w ściekach dopływających do bioreaktora spada stężenie osadu czynnego (czyli bakterii hetero- i autotroficznych), a zatem spada szybkość redukcji związków biodegradowalnych czyli wynikowe BZT_5 wzrasta. Uzyskaną z modelu fizykalnego odpowiedź skokową można aproksymować następującą transmitancją operatorową:

$$G_{BZT_{5br}, Q_{WE}} = \frac{ke^{-sT_0}}{1 + sT} \quad (4)$$

przy czym: $k=0.0232$, $T=6.1$ h, $T_0=2$ h. Analizując uzyskane współczynniki transmitancji i porównując je ze stałymi czasowymi obiektu można przypuszczać, iż wyznaczona aproksymacja a w szczególności stałe czasowe są fizycznie akceptowalne i interpretowalne.



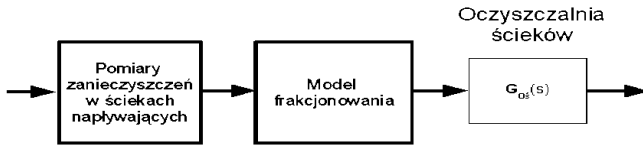
Rys. 5. Porównanie wyników generowanych przez model liniowy z nieliniowym modelem fizycznym

Dokładność odwzorowania całego modelu reaktora chemicznego porównano poprzez wykonanie jego symulacji oraz symulacji modelu fizycznego przy takich samych scenariuszach zakłóceń. Wyniki generowane przez model liniowy okazały się lepsze niż przypuszczano tj. mimo silnej nieliniowości założonego modelu fizycznego w przeprowadzonych eksperymentach były one zbliżone. Oczywiście pewne różnice występują - w przypadku BZT_5 model liniowy charakteryzuje się nieco większymi oscylacjami niż model nieliniowy natomiast dla N_{OG} jest odwrotnie.

Należy jednak zaznaczyć, iż różnice te nie są duże, a z całą pewnością są akceptowalne, co stanowi dobrą przesłankę dla możliwości zastosowania modelu tego typu w dalszych badaniach.

5. Liniowy model całego procesu

Dobre wyniki uzyskane w pracy nad „cząstkowymi” liniowymi modelami poszczególnych aparatów technologicznych sugerowały możliwość posunięcia się o krok dalej, tzn. wyznaczenia jednego liniowego modelu całej oczyszczalni. Można było wnioskować, że ze względu na większą ilość uwzględnionych elementów technologicznych transmitancje operatorowe poszczególnych zmiennych procesowych będą wyższych rzędów. Kolejne uproszczenia modelu tj. redukcja równań dała kolejny wzrost szybkości symulacji procesu, a co więcej nie utracono wiele na dokładności jego odwzorowania. Schemat zaproponowanego modelu pokazuje Rys. 6.



Rys.6. Schemat liniowego modelu oczyszczalni ścieków

Przy takiej strukturze modelu jako sygnały zakłócające założono, tak jak w przypadku poprzednim, wartości zanieczyszczeń w ściekach surowych oraz natężenie przepływu osadu surowego. Podobnie jako sygnały sterujące przyjęto zadane stężenie tlenu w komorach bioreaktora oraz natężenie przepływu osadu zawracanego natomiast jako zmienne procesowe Natężenie Przepływu ścieków oczyszczonych, Chemiczne Zapotrzebowanie Tlenu oraz Azot Ogólny w ściekach oczyszczonych. Założony wektor sygnałów wymuszających ma więc postać:

$$Y = \begin{bmatrix} Q_{wy} \\ ChZT_{wy} \\ N_{OGwy} \end{bmatrix} \quad (5)$$

gdzie indeks *wy* oznacza wartości w ściekach oczyszczonych.

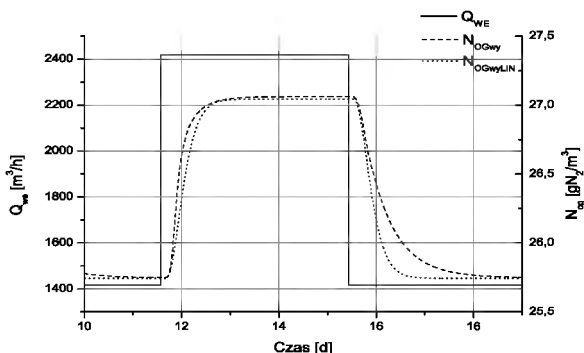
Jak już zauważono, wyznaczone elementy macierzy **G**, tj. transmitancje opisujące dynamikę poszczególnych zmiennych procesowych miały wyższy rząd niż w przypadku liniowego modelu bioreaktora. W istocie takich wyników należało się spodziewać, ze względu na uwzględnienie w „pełnym” modelu dodatkowych objętości elementów technologicznych. Niestety, nie wszystkie odpowiedzi skokowe udało się idealnie, lub bardzo dobrze (jak na Rys. 4) aproksymować transmitancjami operatorowymi. Pewne odpowiedzi zmiennych procesowych na skokowe wzrosty sygnałów zakłócających jak np. przedstawiony poniżej przykład *Azotu Ogólnego* charakteryzowały się reakcjami niesymetrycznymi. Tym niemniej, podobnie jak w przypadku *BZT_{5br}* należy uznać, że wzrost dopływu ścieków surowych prowadzi do wzrostu *N_{OGwy}*. Fakt ten został potwierdzony podczas modelowania, Rys 7. Wzrost natężenia przepływu ścieków surowych prowadzi do szybkiego wzrostu *N_{OGwy}* (narastanie do 63% wartości zmiany trwa ok. 10h), ale podczas zmniejszenia opadanie trwa zdecydowanie dłużej (ok. 16,5h, przy praktycznie takim samym czasie martwym!). Nie można dobrać transmitancji, która odtworzy takie działanie, więc postanowiono odwzorować reakcję, która odtworzy wzmocnienie i zapewni reakcję z czasem ok. 11,5 h przy zmianie 63% wartości skoku. Wynik modelowania i aproksymacji przedstawiono na Rys. 7, natomiast wyznaczona aproksymacja ma postać

$$G_{NOGwy, Qwe} = \frac{ke^{-sT_0}}{(1+sT)^n} \quad (6)$$

przy czym: $T_0 = 2.5$ h, $T=10$ h, $n=3$.

Zasadniczo, pozostałe wyznaczone aproksymacje odpowiedzi skokowych elementami liniowymi zadowalająco odzwierciedlają odpowiedzi skokowe obiektu w obydwu przypadkach przyjętej struktury modelu liniowego. Przedstawione przy-

padki skrajne (Rys. 4 i 7) wyznaczają granice osiągniętych dokładności aproksymacji. W pracach przedstawionych w niniejszym artykule nie osiągnięto lepszych rezultatów niż przedstawione na Rys. 4 oraz gorszych niż na Rys. 7. Oceniając efekt końcowy w postaci kompletnego modelu można jednak stwierdzić, iż pomimo niedokładności w aproksymacji poszczególnych odpowiedzi uzyskano zadowalającą dokładność odzwierciedlenia rzeczywistego procesu. W przedstawianym modelu liniowym najgorszą zgodnością z pomiarami rzeczywistymi charakteryzuje się *Chemiczne Zapotrzebowanie Tlenu*, natomiast najlepsza zgodność uzyskana została dla *Natężenia Przepływu* ścieków oczyszczonych.



Rys.7. Odpowiedź skokowa N_{OGwy} w bioreaktorze na skokową zmianę Q_{we} ścieków surowych, oraz aproksymacja liniowa ($N_{OGwy LIN}$)

Końcowa ocena uzyskanych wyników uwzględniać powinna również czas symulacji modelu, gdyż jego skrócenie było jednym z zasadniczych celów wykonanych prac. Symulacja modelu liniowego dla okresu 14 dni trwała ok. 5 s, podczas gdy podobna symulacja modelu fizycznego zgodnego z opisem ASM ok. 55 sekund (przy kroku dyskretyzacji równań różniczkowych równym 2 min w obydwu przypadkach). Udało się więc ok. 11 – krotnie skrócić czas obliczeń, przy relatywnie niewielkim spadku dokładności odwzorowania rzeczywistego procesu (implementacja wszystkich modeli wykonana została w języku C++ a obliczenia wykonane na komputerze PC z procesorem Intel Centrino M 1.7 GHz. oraz pamięcią 2 GB RAM DDRII 333 MHz).

Jak wspomiano wcześniej model liniowy będzie dość dokładny w otoczeniu wybranego punktu pracy. Dla zastosowanych scenariuszy zakłóceń okazało się to wystarczające, lecz w kolejnych pracach należałoby ocenić, przy jakich wartościach wymuszeń model zauważalnie straci swoją dokładność.

6. Uwagi końcowe

Wyniki przedstawione w artykule potwierdziły, że zastosowanie modeli liniowych może być skuteczną techniką symulacji mechaniczno-biologicznych oczyszczalni ścieków w warunkach oscylacji wokół ustalonego punktu pracy. Zasadniczym celem tworzenia takich modeli było przygotowanie narzędzia do syntezy

i parametryzacji regulatora predykcyjnego, jednak mogą one być zastosowane także w innych zagadnieniach np. jako narzędzia wspomagające projektowanie lub/i modernizację istniejących obiektów. Aby modele tego typu mogły być kompletnym narzędziem należałoby rozwinąć prezentowane podejście przez utworzenie analogicznych modeli i ich kalibrację w innych niż zaprezentowane warunkach. I tak, np., różne modele powinny zostać przygotowane dla różnych pór roku, a następnie połączone w jeden model przez dobór funkcji przynależności danego modelu do danych warunków procesowych. Uzyskany w ten sposób model mógłby być równorzędnym narzędziem do modeli fizykalnych typu ASM. Niestety, ze względu na ograniczony dostęp do pomiarów wykonywanych w rozpatrywanej oczyszczalni ścieków w Rzeszowie prace takie nie były dotychczas możliwe do zrealizowania przez autorów.

Niewątpliwą zaletą zastosowania tego typu modeli uproszczonych jest znaczne, bo 11-krotne skrócenie czasu obliczeń symulacji modelu procesu, co było jednym z zasadniczych zamierzeń realizowanych prac. W zagadnieniach badawczo – rozwojowych, a w szczególności problemach, które wymagają wielokrotnych obliczeń modelu, każde skrócenie czasu symulacji może okazać się dużym zyskiem. Mogą to być, tak jak przedstawiono to w niniejszym artykule problemy strojenia regulatorów lub inne np. optymalizacja pracy oczyszczalni w sensie przyjętego wskaźnika technologicznego bądź ekonomicznego.

Literatura

- Bogdan L., Studziński J. (2002) Modelowanie matematyczne, identyfikacja i sterowanie oczyszczalnią ścieków. *Advanced Simulation of Systems 23rd International Autumn Colloquium ASIS 2002*, 85-90.
- Franke R., Puta H., Reichl G. (1999) Model – based optimization of wastewater treatment plant. *Proc. of ECC '99*.
- Haykin S. (1994) *Neural Networks, a comprehensive foundation*. McMillan College Publishing Co., New York.
- Henze M., Gujer W., Mino T., Loosdrecht M. (2000) *Activated Sludge Models*. IWA Publishing, London.
- Petersen B., Gernaey K., Henze M., Vanrolleghem P.A. (2002) Evaluation of an ASM1 model calibration procedure on a municipal-industrial wastewater treatment plant. *Journal of Hydroinformatics*, **4**(1), 15-38.
- Raduly B., Gernaey K.V., Capodaglio A.G., Mikkelsen P.S., Henze M. (2007) Artificial neural networks for rapid WWTP performance evaluation: Methodology and case study. *Environmental Modelling & Software*, **22**, 1208-1216.
- Stachura M. (2008) *Komputerowa symulacja i optymalizacja modelu oczyszczalni ścieków*. OW IBS PAN, Warszawa.
- Studziński J. (2002) Wastewater treatment plant maintenance using the plant mathematical models. Quality, Reliability and Maintenance 4th International Conference QRM'2002, G.J.Multy, ed. PEP, London, 137-140.
- Tatjewski P. (2002) *Sterowanie zaawansowane obiektów przemysłowych*. EXIT, Warszawa.
- Vanrolleghem P.A., Benedetti L., Meirlaen J. (2005) Modeling and real-time control of the integrated urban wastewater system. *Environmental Modeling & Software*, **20**, 427-442.

IBS PAN *Konf.*

46003

Bibl. podręczna

**Olgierd Hryniewicz, Andrzej Straszak, Jan Studziński
red.**

**BADANIA OPERACYJNE I SYSTEMOWE:
ŚRODOWISKO NATURALNE, PRZESTRZEŃ,
OPTYMALIZACJA**

Książka składa się z artykułów przedstawiających wyniki prac z dziedziny badań operacyjnych i systemowych, poświęconych środowisku naturalnemu i zarządzaniu nim, zwłaszcza w zakresie ochrony atmosfery, globalnego ocieplenia i walki z nim, jakości i zaopatrzenia w wodę. Tematyka ta jest rozszerzona o aspekty przestrzenne, regionalne i samorządowe, a także planowanie i funkcjonowanie infrastruktury. Tom zamykają prace metodyczne, dostarczające technik, będących podstawą prezentowanych zastosowań.

ISBN 83-894-7519-7

EAN 9788389475190

Instytut Badań Systemowych PAN

tel. (4822) 3810241 / 3810273 e-mail: biblioteka@ibspan.waw.pl