



POLSKA AKADEMIA NAUK

Instytut Badań Systemowych

BADANIA SYSTEMOWE

Inżynieria Środowiska

**BEZPIECZEŃSTWO SYSTEMÓW
ZBIOROWEGO ZAOPATRZENIA
W WODĘ**

Janusz Rak

Barbara Tchórzewska-Cieślak

Jan Studziński

Warszawa 2013



**POLSKA AKADEMIA NAUK
INSTYTUT BADAŃ SYSTEMOWYCH**

Seria: BADANIA SYSTEMOWE

Tom 72

**Redaktor naukowy:
Prof. dr hab. inż. Jakub Gutenbaum**

Warszawa 2013

Rada redakcyjna serii: **BADANIA SYSTEMOWE**
Inżynieria Środowiska

Prof. Olgierd Hryniewicz - przewodniczący

Prof. Jakub Gutenbaum – redaktor naczelny

Prof. Janusz Kacprzyk

Prof. Tadeusz Kaczorek

Prof. Roman Kulikowski

Prof. Marek Libura

Prof. Krzysztof Malinowski

Prof. Zbigniew Nahorski

Prof. Marek Niezgódka

Prof. Roman Słowiński

Prof. Jan Studziński

Prof. Stanisław Walukiewicz

Prof. Andrzej Weryński

Prof. Antoni Żochowski



**POLSKA AKADEMIA NAUK
INSTYTUT BADAŃ SYSTEMOWYCH**

Janusz Rak

Barbara Tchórzewska-Cieślak

Jan Studziński

**BEZPIECZEŃSTWO SYSTEMÓW
ZBIOROWEGO ZAOPATRZENIA
W WODĘ**

Warszawa 2013

Copyright © by Instytut Badań Systemowych PAN
Warszawa 2013

Autorzy:

Prof. dr hab. inż. Janusz R. Rak

Politechnika Rzeszowska
rakjan@prz.edu.pl

Dr hab. inż. Barbara Tchórzewska-Cieślak

Politechnika Rzeszowska
cbarbara@prz.edu.pl

Dr hab. inż. Jan Studziński

IBS PAN Warszawa
studzins@ibspan.waw.pl

Recenzenci:

Prof. dr hab. inż. Janusz Łomotowski

Uniwersytet Przyrodniczy we Wrocławiu

Dr hab. inż. Izabela Zimoch

Politechnika Śląska w Gliwicach

Skład: Aneta M. Pielak

Wydawca:

Instytut Badań Systemowych
Polska Akademia Nauk
Newelska 6, 01-447 Warszawa
www.ibspan.waw.pl

*Publikacja wydana ze środków projektów rozwojowych
Narodowego Centrum Badań i Rozwoju
nr NR 14-0006-10/2010 oraz NR 14-0011-10/2010*

ISSN 0208-8029

ISBN 83-894-7549-9

8. Niepewność w oszacowaniu ryzyka

8.1. Przyczyny powstawania ryzyka

Obecnie trendem badań naukowych związanych z ryzykiem jest teoria wyborów indywidualnych dokonywanych w warunkach niepewności (Apostolakis, Kaplan, 1981). W warunkach pewności działania optymalizacyjne polegają na wyborze między skutkami działań w ten sposób, że wybór następstw jednoznacznie wynika z określonego sposobu działania. Taka struktura wyborów nie daje oczekiwanych, sprawdzających się wyników w warunkach niepewności. Niepewność jest niezależna od operatora podejmującego decyzje, a niejednokrotnie nie ma on na nią jakiegokolwiek wpływu. Możliwości pozyskiwania informacji, na podstawie których podejmowane są decyzje, zależą od charakteru zdarzeń. Istnieje klasa zdarzeń niepowtarzalnych, o których nie można uzyskać zadowalających informacji obiektywnych i takie sytuacje definiuje się jako sensu stricte niepewne. Klasa zdarzeń powtarzalnych, których zaistnienie można mierzyć prawdopodobieństwem, definiowana jest ryzykiem. W ten sposób procedury decyzyjne dzieli się na zupełnie niepewne (sensu stricte) i obciążone ryzykiem. W tym drugim wypadku, gdy znany jest rozkład zmiennej losowej, to obowiązują modele probabilistyczne, jeżeli rozkład zmiennej losowej trzeba oszacować, to obowiązują modele statystyczne podejmowania decyzji. Panuje pogląd, że osąd osobisty (subiektywny) wywiera wpływ na podejmowanie decyzji przez operatora. W ten sposób wyróżnia się dwie klasy prawdopodobieństwa, obiektywne i subiektywne. Koncepcja prawdopodobieństw subiektywnych wymaga innej interpretacji zdarzeń w porównaniu z częstościowymi prawdopodobieństwami obiektywnymi (Rak, 2009a).

Prawdopodobieństwa subiektywne określa się na podstawie aksjomatów. Dysponując prawdopodobieństwami subiektywnymi przyjmuje się jako kryterium optymalizacyjne maksymalizację oczekiwanej użyteczności. W ten sposób użyteczność staje się zmienną losową a oczekiwana użyteczność pozwala na wybór spośród alternatywnych działań. Użyteczność nie zawsze należy wyrażać w jednostkach monetarnych. Teoria oczekiwanej użyteczności pozwala na budowę skal liczbowych, które umożliwiają wyrażenie indywidualnych sądów w sposób bardziej precyzyjny w myśl zasady, że jeżeli powie się „jutro szanse na słoneczny dzień wynoszą 0,7”, to jest to znacznie więcej, niż „jutro będzie słoneczny dzień” (Rak, 2009a).

Jakkolwiek w publikacjach z zakresu szeroko rozumianej gospodarki wodnej z trudem przebija się przedstawiony pogląd, to trudno nie zauważać powszechności obecności ryzyka w tego rodzaju systemach technicznych. Współczesna nauka lansuje tezę, że bez ryzyka i reakcji na nie zanikowi uległaby ludzka świadomość, oraz że zysk jest koniecznym bodźcem do podejmowania ryzyka, jak również, że prawdopodobieństwo jest wyrazem niewiedzy, a ryzyko zmienia się odwrotnie proporcjonalnie do tejże wiedzy (Aven, 1992).

Reasumując, istnieją dwie koncepcje podejścia do prawdopodobieństwa:

- jest to miara stopnia przekonania (subiektywne),
- jest to miara względnej częstości (obiektywne).

Źródłem niepewności w analizie wymienionych danych jest najczęściej posiadanie niekompletnych lub niepewnych informacji na temat:

- ilościowej i jakościowej bazy danych o awariach w SZZW,
- stanu technicznego sieci wodociągowej,
- lokalizacji i identyfikacji awarii, warunków gruntowych itp.,
- oceny przyczynowo-skutkowej awarii,
- ocen ekspertów.

Podstawowe źródła niepewności można usystematyzować następująco (Pulkkinen, 1994; Rak, 2009a):

- niekompletność danych – modele buduje się zwykle przy założeniach, które nie pozwalają zidentyfikować wszystkich możliwych scenariuszy awaryjnych. W oszacowaniu ryzyka występuje pojęcie tzw. ryzyka resztkowego, wynikającego z niedoszacowania miar ryzyka z powodu nieuwzględnienia zależności zdarzeń niepożądanych;
- nieadekwatność – budowa modeli ma charakter subiektywny z powodu ich eksperckiego charakteru i nie jest ona w pełni zweryfikowana. Eksperci przeprowadzają obliczenia dla ograniczonej i wyróżnionej kategorii scenariuszy awaryjnych. We współczesnych modelach często rezygnuje się z probabilistycznych miar ryzyka, a czynniki organizacyjne i środowiskowe nie są rozpatrywane z tego punktu widzenia. Dokonywanie interpolacji i ekstrapolacji na zdarzenia niepożądane o podobnym charakterze odbywa się także na bazie wiedzy ekspertów;

- niepewność parametrów – podczas budowy modeli w odniesieniu do zdarzeń rzadkich napotyka się na trudności w definiowaniu rozkładów probabilistycznych i w symulacyjnym wyznaczaniu miar poprzez agregowanie informacji niepewnej.

Niepewność wynika z nieprzewidywalności działań człowieka lub naturalnych sił przyrody i wynika przede wszystkim z braku znajomości przyszłych czynników i okoliczności.

Decyzje podejmowane w ramach pewności charakteryzują się działaniami prowadzącymi niezmiennie do tego samego rezultatu.

Decyzje podejmowane w warunkach ryzyka charakteryzują się działaniami, których rezultaty mogą być skwantyfikowane z wykorzystaniem rachunku prawdopodobieństwa.

Decyzje podejmowane w warunkach niepewności charakteryzują się tym, że nie jest znany rozkład prawdopodobieństwa realizacji celu.

Niski poziom wiedzy i działanie w warunkach przymusu korelują w kierunku związanym z ryzykiem subiektywnym. Wysoki poziom wiedzy i działanie w warunkach bez wymuszeń pozwalają na zobiektywizowane postrzegane ryzyka. Ze względu na wieloaspektową istotę ryzyka w obu przypadkach istnieje możliwość nieadekwatności jego oceny. Czy sobie z tego zdajemy sprawę, czy nie, ryzyko jest wszechobecne. Fascynacja ryzykiem może prowadzić do hazardu, czyli liczenia na przysłowiowy łut szczęścia. Awersja do ryzyka utrwała zachowania asekuracyjne. Między tymi skrajnościami istnieje możliwość kontroli i zarządzania ryzykiem (Rak, 2009a, Zadeh, 1965).

8.2. Podstawy teoretyczne logiki rozmytej

Pojęcie zbiorów rozmytych (ang. *fuzzy sets*) zostało wprowadzone w 1965 r. przez L.A. Zadeha z uniwersytetu w Berkeley (California). Zadeh opierał się na pracach polskiego matematyka, twórcy logiki wielowartościowej – J. Łukasiewicza (Zamorska, Rak, 2003; Zadeh, 1965). Do opisu niepewności można wykorzystać teorie możliwości (Dempstera-Shafera), teorie zbiorów przybliżonych, logikę rozmytą oraz najbardziej obecnie popularną probabilistykę. Rozmytość różni się zasadniczo od losowości. Prawdopodobieństwo zdarzenia dotyczy jego przyszłości, natomiast rozmytość podaje stopień, w jakim zdarzenie, które zaszło lub zachodzi, jest elementem pewnego zbioru zdarzeń. Prawdopodobieństwo można określić jako wartość rozmytą, zwłaszcza gdy jest ono szacowane a nie określone w sposób

ściśle (np. prawdopodobieństwo zdarzenia wynosi około 0,7) (Tchórzewska-Cieślak, 2011).

Logikę rozmytą należy traktować jako logikę wielowartościową. W odróżnieniu od granicy zbioru klasycznego, granica zbioru rozmytego nie jest określona precyzyjnie, natomiast istnieje płynne przejście od całkowitej nieprzynależności elementu do zbioru, poprzez jego częściową przynależność, aż do całkowitej przynależności. To płynne przejście określone jest za pomocą tzw. funkcji przynależności μ_A , gdzie A oznacza zbiór liczb rozmytych (Kasprzyk, Fedrizzi, 1994). Zbiory rozmyte mogą służyć do opisu różnych pojęć lingwistycznych związanych z analizą ryzyka (małe, średnie, duże, bardzo duże). Zmienna lingwistyczna to taka zmienna, która charakteryzuje pojęcia nieostre, nieprecyzyjne, wyrażane za pomocą słów, np. około liczby 1, duże ryzyko, mała wartość ryzyka. Przed przystąpieniem do procesu rozmywania należy ściśle określić obszar rozważań, tzw. uniwersum X , który jest zbiorem zwykłym nierozmytym.

Podstawowe własności zbiorów rozmytych (Klir, Folger, 1988; Kluska, 2009; Zadeh, 1965) to:

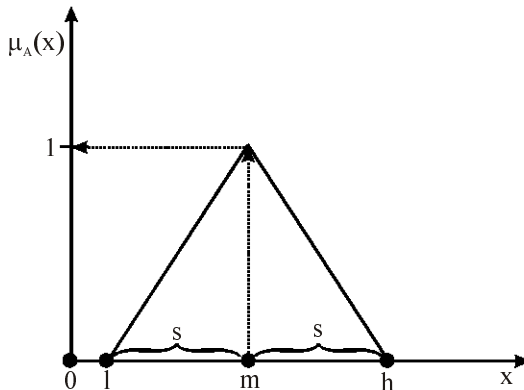
- zbiór rozmyty jest określony, gdy podane są wszystkie funkcje przynależności dla każdego elementu uniwersum,
- funkcja przynależności (stopień dopasowania, zgodności) przyporządkowuje każdemu elementowi x z obszaru rozważań (przestrzeni) wartość z przedziału $[0, 1]$ $\mu_A: X \rightarrow [0, 1]$, co oznacza, że każdy element x z przestrzeni X należy do zbioru rozmytego A z pewnym stopniem przynależności,
- zbiór rozmyty A jest określony jako: $A = \{\mu_A(x), x\}$,
- wartościami funkcji przynależności μ_A są liczby rzeczywiste z przedziału $[0, 1]$,
- jeżeli $\mu_A = 0$, oznacza to brak przynależności zmiennej x do zbioru A ,
- jeżeli $\mu_A = 1$, oznacza to pełną przynależność zmiennej x do zbioru A ,
- jeżeli $0 < \mu_A < 1$, oznacza to przynależność częściową zmiennej x do zbioru A ,
- konkretna wartość funkcji przynależności nosi nazwę stopnia przynależności, który może być określony za pomocą zależności funkcyjnej lub w sposób dyskretny,

- funkcja przynależności może mieć różne kształty, najczęściej są wykorzystywane funkcje typu gaussowskiego, trójkątnego lub trapezoidalnego,
- dla postaci trójkątnej funkcja przynależności ma postać:

$$\mu_A(x) = \begin{cases} 1 & \text{dla } x \in [m-s, m+s] \\ 0 & \text{dla } x \notin [m-s, m+s] \end{cases} \quad (8.1)$$

gdzie: x – zmienna (liczba rozmyta), m – punkt centralny, dla którego $\mu_A = 1$, s – szerokość przedziału; $m - s = l$ – wartość minimalna liczby rozmytej, $m + s = h$ – wartość maksymalna liczby rozmytej.

Na rysunku 8.1 przedstawiono interpretację trójkątnej funkcji przynależności.



Rys. 8.1. Interpretacja trójkątnej funkcji przynależności.

Tak zdefiniowana funkcja przynależności może służyć do zamiany zmiennych typu lingwistycznego na zmienne typu rozmytego. Poszczególne parametry, np. charakteryzujące wartość ryzyka, opisuje się za pomocą n zmiennych lingwistycznych. Następnie poszczególnym ocenom lingwistycznym przypisuje się liczby rozmyte x_α , które są zdefiniowane jako trójki $x_\alpha = (l_\alpha, m_\alpha, h_\alpha)$, gdzie: $\alpha = 1, 2, \dots, n$, przy czym spełniony jest warunek: $0 \leq l_\alpha \leq m_\alpha \leq h_\alpha \leq 1$ (Karwowski, Mital, 1986; Kasprzyk, Fedrizzi, 1994; Klir, Folger, 1988).

Jeśli nie jest możliwe określenie stopnia przynależności w postaci funkcyjnej, to można go wyznaczyć bezpośrednio. Dla zbioru $X = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}$:

$$A \Rightarrow \mu_A = \left\{ \frac{a_1}{x_1}, \frac{a_2}{x_2}, \dots, \frac{a_i}{x_n} \right\}$$

co oznacza, że element $x_n \in X$ ma stopień przynależności a_i .

Kolejnymi własnościami zbiorów rozmytych są:

- liczba kardynalna (ang. *cardinal number*) zbioru rozmytego A - jest równa sumie wartości funkcji przynależności wszystkich elementów do tego zbioru:

$$C(A) = \sum_n \mu_A(x) \quad (8.2)$$

- zbiór rozmyty jest normalny, jeśli choć jeden element tego zbioru ma współczynnik przynależności równy 1,
- normalizacja zbioru rozmytego A jest określana według wzoru:

$$\mu_{AN}(x) = \frac{\mu_A(x)}{\max\{\mu_A(x)\}} \quad (8.3)$$

- przecięcie β zbioru rozmytego A stanowi podzbiór $A\beta$ zawierający te elementy zbioru A , dla których $\mu_A(x) > \beta$ (przecięcie słabe) lub $\mu_A(x) \geq \beta, \beta \in [0, 1]$,
- zbiorami rozmytymi spełniającymi warunek jedności nazywa się takie zbiory rozmyte, dla których suma wartości funkcji przynależności każdego elementu x z dziedziny rozważań analizowanych zbiorów rozmytych jest równa 1:

$$\sum_{i,j,k} \mu_{A_k} = 1 \quad (8.4)$$

gdzie: i, j, k – numer zbioru rozmytego, $i, j, k = 1, 2, \dots, n$.

W zależności od podejścia, przeprowadzane w logice rozmytej obliczenia mogą wykorzystywać różne operatory sumy i iloczynu:

- przecięcie – iloczyn (ang. *intersection*) zbiorów rozmytych A i B jest zbiorem rozmytym C : $C = A \cap (\text{and}) B$. Najczęściej stosowanymi operatorami przecięcia zbiorów rozmytych są tzw. T-normy (ang. *triangular norm*). Funkcja $f(T)$ jest określona jako: $T:[0,1] \times [0,1] \rightarrow [0,1]$,
i

$$\mu_{A \cap B}(x) = T(\mu_A(x), \mu_B(x)) = \mu_A(x) \overset{*}{\sim} \mu_B(x) \quad (8.5)$$

gdzie $\overset{*}{\sim}$ – operator binarny dla funkcji T .

Do operatorów T -normy zalicza się:

- 1) minimum (MIN)

$$\mu_{AB}(x) = \min(\mu_A(x), \mu_B(x)) \quad (8.6)$$

- 2) iloczyn algebraiczny

$$\mu_{A \cap B}(x) = \mu_A(x) \cdot \mu_B(x) \quad (8.7)$$

- 3) iloczyn Hamachera

$$\mu_{A \cap B} = \frac{\mu_A(x) \cdot \mu_B(x)}{\mu_A(x) + \mu_B(x) - \mu_A(x) \cdot \mu_B(x)} \quad (8.8)$$

- 4) iloczyn Einsteina

$$\mu_{A \cap B} = \frac{\mu_A(x) \cdot \mu_B(x)}{2 - (\mu_A(x) + \mu_B(x) - \mu_A(x) \cdot \mu_B(x))} \quad (8.9)$$

- 5) iloczyn drastyczny

$$\mu_{A \cap B} = \begin{cases} \min(\mu_A(x), \mu_B(x)) & \text{dla } \max(\mu_A(x), \mu_B(x)) = 1 \\ 0 & \end{cases} \quad (8.10)$$

- 6) iloczyn ograniczony

$$\mu_{A \cap B}(x) = \max(0, \mu_A(x) + \mu_B(x) - 1) \quad (8.11)$$

- połączenie – suma (ang. *union*) zbiorów rozmytych A i B jest zbiorem rozmytym C : $C = A \cup (\text{or}) B$. Najczęściej stosowanymi operatorami połączenia zbiorów rozmytych są tzw. S-normy. Funkcja $f(S)$ określona jest jako $S:[0,1] \times [0,1] \rightarrow [0,1]$:

$$\mu_{A \cup B}(x) = S(\mu_A(x), \mu_B(x)) = \mu_A(x) \overset{\sim}{\uplus} \mu_B(x) \quad (8.12)$$

gdzie $\tilde{+}$ – operator binarny dla funkcji S .

Do operatorów S -normy zalicza się:

1) maximum (max)

$$\mu_{A \cap B}(x) = \max(\mu_A(x), \mu_B(x)) \quad (8.13)$$

2) sumę algebraiczną

$$\mu_{A \cup B}(x) = \mu_A(x) + \mu_B(x) - \mu_A(x) \cdot \mu_B(x) \quad (8.14)$$

3) sumę Hamachera

$$\mu_{A \cup B} = \frac{\mu_A(x) + \mu_B(x) - 2\mu_A(x) \cdot \mu_B(x)}{1 - \mu_A(x) \cdot \mu_B(x)} \quad (8.15)$$

4) sumę Einsteina

$$\mu_{A \cup B} = \frac{\mu_A(x) + \mu_B(x)}{1 - \mu_A(x) \cdot \mu_B(x)} \quad (8.16)$$

5) sumę drastyczną

$$\mu_{A \cup B} = \begin{cases} \max(\mu_A(x), \mu_B(x)) & \text{dla } \min(\mu_A(x), \mu_B(x)) = 0 \\ 0 & \end{cases} \quad (8.17)$$

6) sumę ograniczoną

$$\mu_{A \cup B}(x) = \min(1, \mu_A(x) + \mu_B(x)) \quad (8.18)$$

Zbiory rozmyte określone w przestrzeni liczb rzeczywistych o ciągłych funkcjach przynależności nazywane są liczbami rozmytymi. D. Dubois i H. Prade wprowadzili (Klir, Folger, 1988) pojęcie liczb rozmytych typu L - P , co pozwoliło na znaczne uproszczenie obliczeń, zastąpienie operacji na zbiorach rozmytych i ich przedziałach poprzez zastosowanie zasady rozszerzenia operacji na zbiorach zwykłych (Kasprzyk, Fedrizzi, 1994; Klir, Folger, 1988).

Funkcja przynależności dla liczby rozmytej typu L - P ma postać:

$$\mu_A(x) = \begin{cases} L\left(\frac{m-x}{\alpha}\right), & \text{jeżeli } x \leq m \\ P\left(\frac{x-m}{\beta}\right), & \text{jeżeli } x > m \end{cases} \quad (8.19)$$

gdzie: m – liczba rzeczywista, zwana wartością średnią liczby rozmytej ($\mu_A(m) = 1$), α – liczba rzeczywista dodatnia, zwana rozrzutem lewostronnym, β – liczba rzeczywista dodatnia, zwana rozrzutem prawostronnym.

Trójkątne liczby rozmyte są opisane za pomocą funkcji przynależności typu t postaci:

$$\mu_A(x, a, b, c) = \begin{cases} 0 & \text{dla } x \leq a \\ \frac{x-a}{b-a} & \text{dla } a < x \leq b \\ \frac{c-x}{c-b} & \text{dla } b < x \leq c \\ 0 & \text{dla } x > c \end{cases} \quad (8.20)$$

Ich szczególne przypadki stanowią funkcje przynależności typu γ i L .

Funkcja przynależności typu γ :

$$\mu_A(x, a, b) = \begin{cases} 0 & \text{dla } x \leq a \\ \frac{x-a}{b-a} & \text{dla } a < x \leq b \\ 1 & \text{dla } x > b \end{cases} \quad (8.21)$$

Funkcja przynależności typu L :

$$\mu_A(x, a, b) = \begin{cases} 1 & \text{dla } x \leq b \\ \frac{c-x}{c-b} & \text{dla } b < x \leq c \\ 0 & \text{dla } x > b \end{cases} \quad (8.22)$$

gdzie: x – zmienna, μ_A – funkcja przynależności zmiennej x do zbioru rozmytego A , a, b, c – parametry funkcji przynależności (wartość minimalna, środkowa i maksymalna).

Systemy wnioskowania rozmytego opierają się na bazie reguł typu: jeżeli (przesłanka)..., to... (konkluzja).

Zmienne występujące w regułach są zmiennymi lingwistycznymi. Typowy rozmyty model decyzyjny przeprowadza się w czterech podstawowych krokach (Christodoulous, Deligianni, 2010; Kluska, 2009; Kluska, Rak, Wieczysty, 1999; Markowski, 2008; Sadiq i inni, 2004):

- rozmywanie danych (ang. *fuzzification*), czyli przekształcanie zmiennych wejściowych do modelu w postać rozmytą za pomocą założonych funkcji przynależności i ich parametrów,
- utworzenie bazy reguł oraz założenie modelu wnioskowania rozmytego (np. model Mamdaniego, Takagi-Sugeno),
- agregacja reguł (grupowanie) oraz wnioskowanie (inferencja) na podstawie reguły globalnej,
- wyostrzanie (ang. *defuzzification*) otrzymanego wyniku, jeśli wyjściem z modelu jest wartość rozmyta.

8.3. Rozmyty model analizy ryzyka awarii sieci wodociągowej

Do opracowania rozmytego modelu analizy ryzyka przyjęto następującą formułę ryzyka (Tchórzewska-Cieślak, 2011):

$$r = \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^M P_i \cdot C(V)_j \quad (8.23)$$

gdzie: P_i – waga punktowa dla parametru prawdopodobieństwa, $C(V)_j$ – waga punktowa dla parametru strat C z uwzględnieniem podatności na zagrożenie V , i – numer przyjętej skali dla parametru P ; $i = 1, \dots, N$; $N = 5$, j – numer przyjętej skali dla parametru $C(V)$, $j = 1, \dots, M$; $M = 5$.

W tabeli 8.1 przedstawiono macierz ryzyka dla założonej skali pięciostopniowej i wszystkich parametrów ryzyka.

Tabela 8.1. Matryca ryzyka.

$P_i \backslash C(V)_j$	1	2	3	4	5
	r				
1	1	2	3	4	5
2	2	4	6	8	10
3	3	6	9	12	15
4	4	8	12	16	20
5	5	10	15	20	25

Skala ryzyka zawarta w tab. 8.1 uwzględnia:

- ryzyko zaniechane $\langle 1 \div 3 \rangle$,
- ryzyko tolerowane $(3 \div 5)$,
- ryzyko kontrolowane $(5 \div 8)$,
- ryzyko nietolerowane $(8 \div 16)$,
- ryzyko nieakceptowane $(16 \div 25)$.

Opierając się na doświadczeniach związanych z analizą niezawodności oraz ryzyka awarii sieci wodociągowej, dla rozmytej analizy ryzyka awarii zaproponowano następujące typy funkcji przynależności: funkcję trójkątną typu t (8.20), funkcję typu γ (8.21) oraz typu L (8.22) (Tchórzewska-Cieślak, 2011).

Tabela 8.2. Rozmyta charakterystyka parametru prawdopodobieństwa.

Zbiór rozmyty P_i	Opis parametru P (lingwistyczny)	Typ funkcji przynależności	Parametry funkcji przynależności		
			a	b	c
P_1	bardzo mało prawdopodobne, raz na 10 lat i rzadziej	typ L	-	0,15	0,3
P_2	mało prawdopodobne, raz na 5 lat	trójkątna	0,15	0,3	0,45
P_3	średnio prawdopodobne, raz na 2 lata	trójkątna	0,3	0,45	0,6
P_4	umiarkowanie prawdopodobne, raz na 0,5 roku	trójkątna	0,45	0,6	0,75
P_5	Bardzo prawdopodobne, raz na miesiąc i częściej	typ γ	0,6	0,75	-

Wartości prawdopodobieństwa zajścia awarii w sieci wodociągowej przedstawiono jako pięcioelementowy zbiór, którego składnikami są podzbiory rozmyte opisane za pomocą zmiennych lingwistycznych: $P = \{P_1, P_2, P_3, P_4, P_5\}$. Zmienne te przedstawiono za pomocą przyjętych funkcji przynależności, których charakterystykę zawarto w tab. 8.2 (Tchórzewska-Cieślak, 2011).

Wartości funkcji przynależności dla parametru prawdopodobieństwa można przedstawić za pomocą ogólnych zależności:

dla $i = 1$ funkcja należy do klasy L i jest zdefiniowana jako:

$$\mu_{P_1}(x) = \begin{cases} 1 & \text{dla } x \leq 0,15 \\ \frac{0,3-x}{0,15} & \text{dla } 0,15 < x < 0,3 \\ 0 & \text{dla } x \geq 0,3 \end{cases} \quad (8.24)$$

dla $i = 2, 3, 4$ funkcja należy do klasy t i jest zdefiniowana jako:

$$\mu_{P_{2,3,4}}(x) = \begin{cases} 0 & \text{dla } x \leq 0,15(i-1) \\ \frac{x-0,15(i-1)}{0,15} & \text{dla } 0,15(i-1) < x < 0,15i \\ \frac{(i+1) \cdot 0,15 - x}{0,15} & \text{dla } 0,15i < x < 0,15(i+1) \\ 0 & \text{dla } x \geq 0,15(i+1) \end{cases} \quad (8.25)$$

dla $i = 5$ funkcja należy do klasy γ i jest zdefiniowana jako:

$$\mu_{P_5}(x) = \begin{cases} 0 & \text{dla } x \leq 0,6 \\ \frac{x-0,6}{0,15} & \text{dla } 0,6 < x < 0,75 \\ 1 & \text{dla } x \geq 0,75 \end{cases} \quad (8.26)$$

Wartości dla parametru strat $C(V)_j$ przedstawiono również jako pięcioelementowy zbiór ($j = 1, 2, 3, 4, 5$), którego elementami są podzbiory rozmyte opisane za pomocą zmiennych lingwistycznych ($C(V)_j = \{C_1, C_2, C_3, C_4, C_5\}$). Zmienne te przedstawiono za pomocą przyjętych funkcji przynależności, których charakterystykę zawarto w tab. 8.3 (Tchórzewska-Cieślak, 2011).

Tabela 8.3. Rozmyta charakterystyka parametru strat.

Zbiór rozmyty $C(V)_j$	Opis parametru $C(V)$ (lingwistyczny)	Typ funkcji przynależności	Parametry funkcji przynależności		
			a	b	c
$C(V)_1$	bardzo małe	typ L	-	0,5	1,5
$C(V)_2$	małe	trójkątna	0,5	1,5	0,5
$C(V)_3$	średnie	trójkątna	0,5	2,5	0,5
$C(V)_4$	duże	trójkątna	0,5	3,5	0,5
$C(V)_5$	bardzo duże	typ γ	3,5	4,5	-

Wartości funkcji przynależności dla parametru strat można przedstawić za pomocą zależności:

dla $j = 1$ funkcja należy do klasy L i jest zdefiniowana jako:

$$\mu_{C1}(x) = \begin{cases} 1 & \text{dla } x \leq 0,5 \\ 1,5 - x & \text{dla } 0,5 < x < 1,5 \\ 0 & \text{dla } x \geq 1,5 \end{cases} \quad (8.27)$$

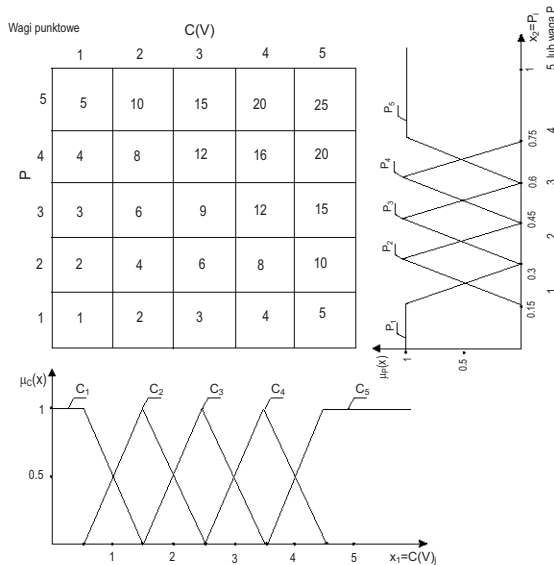
dla $i = 2, 3, 4$ funkcja należy do klasy t i jest zdefiniowana jako:

$$\mu_{C2,3,4}(x) = \begin{cases} 0 & \text{dla } x \leq (j - 1,5) \\ x - (j - 1,5) & \text{dla } (j - 1,5) < x < (j - 0,5) \\ (j + 0,5) - x & \text{dla } (j - 0,5) < x < (j + 0,5) \\ 0 & \text{dla } x \geq (j + 0,5) \end{cases} \quad (8.28)$$

dla $i = 5$ funkcja należy do klasy γ i jest zdefiniowana jako:

$$\mu_{C5}(x) = \begin{cases} 0 & \text{dla } x \leq 3,5 \\ \frac{x - 3,5}{0,15} & \text{dla } 3,5 < x < 4,5 \\ 1 & \text{dla } x \geq 4,5 \end{cases} \quad (8.29)$$

Na rysunku 8.2 przedstawiono koncepcję rozmywania parametrów ryzyka, prawdopodobieństwa i straty, powiązanych z podatnością na zagrożenie (Tchórzewska-Cieślak, 2011).



Rys. 8.2. Koncepcja rozmycia parametrów ryzyka (rozmyta macierz ryzyka; ang. *Fuzzy Risk Matrix* – FRM).

Rozmyte wartości ryzyka awarii sieci wodociągowej przedstawiono za pomocą pięcioelementowego zbioru charakteryzującego poszczególne poziomy ryzyka w skali pięciostopniowej: $R = \{r_1, r_2, r_3, r_4, r_5\}$. Zmienne te opisano za pomocą przyjętych funkcji przynależności, dla których parametry przedstawiono w tab. 8.4 (Tchorzewska-Cieślak, 2011).

Tabela 8.4. Rozmyta charakterystyka ryzyka dla modelu Mamdaniego

Zbiór rozmyty r_k	Opis wartości r (lingwistyczny)	Typ funkcji przynależności	Parametry funkcji przynależności		
			a	b	c
r_1	ryzyko zaniechane	typ L	-	4,6	8,2
r_2	ryzyko tolerowane	Trójkątna	4,6	8,2	11,8
r_3	ryzyko kontrolowane	Trójkątna	8,2	11,8	15,4
r_4	ryzyko nietolerowane	Trójkątna	11,8	15,4	19
r_5	ryzyko nieakceptowane	typ γ	15,4	19	-

Wartości funkcji przynależności dla ryzyka można przedstawić za pomocą zależności:

dla $k = 1$ funkcja należy do klasy L i jest zdefiniowana jako:

$$\mu_{r1}(x) = \begin{cases} 1 & \text{dla } x \leq 4,6 \\ \frac{8,2-x}{3,6} & \text{dla } 4,6 < x < 8,2 \\ 0 & \text{dla } x \geq 8,2 \end{cases} \quad (8.30)$$

dla $k = 2, 3, 4$ funkcja należy do klasy t i jest zdefiniowana jako:

$$\mu_{r2,3,4}(x) = \begin{cases} 0 & \text{dla } x \leq 4,6 + (k-2) \cdot 3,6 \\ \frac{x - (4,6 + (k-2) \cdot 3,6)}{3,6} & \text{dla } 4,6 + (k-2) \cdot 3,6 < x < 4,6 + (k-1) \cdot 3,6 \\ \frac{(4,6 + k \cdot 3,6) - x}{3,6} & \text{dla } 4,6 + (k-1) \cdot 3,6 < x < 4,6 + k \cdot 3,6 \\ 0 & \text{dla } x \geq 4,6 + k \cdot 3,6 \end{cases} \quad (8.31)$$

dla $k = 5$ funkcja należy do klasy γ i jest zdefiniowana jako:

$$\mu_{r5}(x) = \begin{cases} 0 & \text{dla } x \leq 15,4 \\ \frac{x - 15,4}{3,6} & \text{dla } 15,4 < x < 19 \\ 1 & \text{dla } x \geq 19 \end{cases} \quad (8.32)$$

Parametrami wejściowymi do opracowanego modelu, zdefiniowanymi w postaci zbiorów rozmytych (określonych według danych z tab. 8.2 i 8.3) są (Tchórzewska-Cieślak, 2011):

- x_1 – zmienna charakteryzująca prawdopodobieństwo zajścia zdarzenia awaryjnego,
- x_2 – zmienna charakteryzująca straty poniesione w wyniku zajścia zdarzenia awaryjnego, z uwzględnieniem podatności na zagrożenie.

Wyjściem z modelu jest charakterystyka ryzyka: $y = r$. Macierz danych ryzyka przedstawia się następująco:

$$M_R = |r_{ij}| = \begin{vmatrix} r_{11} & r_{12} & r_{13} & r_{14} & r_{15} \\ r_{21} & r_{22} & r_{23} & r_{24} & r_{25} \\ r_{31} & r_{32} & r_{33} & r_{34} & r_{35} \\ r_{41} & r_{42} & r_{43} & r_{44} & r_{45} \\ r_{51} & r_{52} & r_{53} & r_{54} & r_{55} \end{vmatrix}.$$

Kolejnym etapem postępowania jest klasyfikacja wartości ryzyka do poszczególnych zbiorów, które charakteryzują ryzyko w przyjętej pięciostopniowej skali. Zaproponowano następującą klasyfikację do poszczególnych poziomów ryzyka:

- r_1 (ryzyko zaniedbywane) = $\{r_{11}, r_{12}, r_{21}\}$,
- r_2 (ryzyko tolerowane) = $\{r_{13}, r_{14}, r_{22}, r_{23}, r_{24}\}$,
- r_3 (ryzyko kontrolowane) = $\{r_{15}, r_{25}, r_{31}, r_{32}, r_{33}, r_{34}, r_{41}, r_{42}, r_{43}\}$,
- r_4 (ryzyko nietolerowane) = $\{r_{35}, r_{44}, r_{51}, r_{52}, r_{53}\}$,
- r_5 (ryzyko nieakceptowane) = $\{r_{45}, r_{54}, r_{55}\}$.

Tego typu klasyfikacja wartości ryzyka ma charakter ekspercki i powinna być przeprowadzona indywidualnie dla konkretnego SZZW. Klasyfikację przeprowadza się na podstawie analizy danych o zdarzeniach niepożądanych, jakie wystąpiły w przeszłości, i wielkości strat, jakie wywołały, a także ich wpływu na bezpieczeństwo konsumentów wody. Należy zwrócić uwagę, że wartości skrajne zbiorów r_2 , r_3 , r_4 można przypisać do różnych poziomów ryzyka. Tę niejednoznaczność uwzględnia przyjęta w modelu trójkątna funkcja przynależności. Umożliwia to założenie kryteriów oraz zdefiniowanie wstępnej bazy reguł potrzebnej do przeprowadzenia wnioskowania rozmytego (Kluska, Rak, Wieczysty, 1999; Tchórzewska-Cieślak, 2011).

Proces ten przeprowadza się z wykorzystaniem wiedzy ekspertów. W przypadku braku wiedzy nt. zależności przyczynowo-skutkowych zdarzeń niepożądanych można połączyć model rozmyty z siecią neuronową, która umożliwi proces adaptacji przyjętych reguł (na podstawie danych uczących) i dopasuje model do warunków rzeczywistych. Zaproponowaną bazę reguł przedstawiono w tab. 8.5 (Tchórzewska-Cieślak, 2011).

Ogólna postać reguł przedstawia się następująco:

Jeśli x_1 jest P_i i x_2 jest C_j , to $y = r_{ij}$.

Tabela 8.5. Baza reguł dla analizy ryzyka awarii sieci wodociągowej.

Nr reguły	Opis
1	Jeśli x_1 jest P_1 i x_2 jest C_1 , to ryzyko jest r_1
2	Jeśli x_1 jest P_1 i x_2 jest C_2 , to ryzyko jest r_1
3	Jeśli x_1 jest P_1 i x_2 jest C_3 , to ryzyko jest r_2
4	Jeśli x_1 jest P_1 i x_2 jest C_4 , to ryzyko jest r_2
5	Jeśli x_1 jest P_1 i x_2 jest C_5 , to ryzyko jest r_3
6	Jeśli x_1 jest P_2 i x_2 jest C_1 , to ryzyko jest r_1
7	Jeśli x_1 jest P_2 i x_2 jest C_2 , to ryzyko jest r_2
8	Jeśli x_1 jest P_2 i x_2 jest C_3 , to ryzyko jest r_2
9	Jeśli x_1 jest P_2 i x_2 jest C_4 , to ryzyko jest r_2
10	Jeśli x_1 jest P_2 i x_2 jest C_5 , to ryzyko jest r_3
11	Jeśli x_1 jest P_3 i x_2 jest C_1 , to ryzyko jest r_3
12	Jeśli x_1 jest P_3 i x_2 jest C_2 , to ryzyko jest r_3
13	Jeśli x_1 jest P_3 i x_2 jest C_3 , to ryzyko jest r_3
14	Jeśli x_1 jest P_3 i x_2 jest C_4 , to ryzyko jest r_3
15	Jeśli x_1 jest P_3 i x_2 jest C_5 , to ryzyko jest r_4
16	Jeśli x_1 jest P_4 i x_2 jest C_1 , to ryzyko jest r_3
17	Jeśli x_1 jest P_4 i x_2 jest C_2 , to ryzyko jest r_3
18	Jeśli x_1 jest P_4 i x_2 jest C_3 , to ryzyko jest r_3
19	Jeśli x_1 jest P_4 i x_2 jest C_4 , to ryzyko jest r_4
20	Jeśli x_1 jest P_4 i x_2 jest C_5 , to ryzyko jest r_5
21	Jeśli x_1 jest P_5 i x_2 jest C_1 , to ryzyko jest r_4
22	Jeśli x_1 jest P_5 i x_2 jest C_2 , to ryzyko jest r_4
23	Jeśli x_1 jest P_5 i x_2 jest C_3 , to ryzyko jest r_4
24	Jeśli x_1 jest P_5 i x_2 jest C_4 , to ryzyko jest r_5
25	Jeśli x_1 jest P_5 i x_2 jest C_5 , to ryzyko jest r_5

Następnym etapem rozmytej analizy ryzyka jest wykonanie działań implikacji przesłanek dla poszczególnych reguł. W tym celu wykorzystano operator T -normy w postaci iloczynu algebraicznego (wzór (8.7)). Przykładowo, dla reguły pierwszej działanie to ma postać:

przesłanka reguły to: Jeśli x_1 jest P_1 i x_2 jest $C_1 \Rightarrow \mu_{P_1}(x_1) \cdot \mu_{C_1}(x_2)$.

Proces agregacji reguł polega na łączeniu reguł o takiej samej konkluzji za pomocą spójnika lub. W ten sposób można wyróżnić pięć grup reguł postaci:

- r_1 : Jeśli x_1 jest P_1 i x_2 jest C_1 lub x_1 jest P_1 i x_2 jest C_2 lub x_1 jest P_2 i x_2 jest C_1 , to ryzyko jest zaniebdywane,

- r_2 : Jeśli x_1 jest P_1 i x_2 jest C_3 lub x_1 jest P_1 i x_2 jest C_4 lub x_1 jest P_2 i x_2 jest C_2 lub x_1 jest P_2 i x_2 jest C_3 lub x_1 jest P_2 i x_2 jest C_4 , to ryzyko jest tolerowane,
- r_3 : Jeśli x_1 jest P_1 i x_2 jest C_5 lub x_1 jest P_2 i x_2 jest C_5 lub x_1 jest P_3 i x_2 jest C_1 lub x_1 jest P_3 i x_2 jest C_2 lub x_1 jest P_3 i x_2 jest C_3 lub x_1 jest P_3 i x_2 jest C_4 lub x_1 jest P_4 i x_2 jest C_1 lub x_1 jest P_4 i x_2 jest C_2 lub x_1 jest P_4 i x_2 jest C_3 , to ryzyko jest kontrolowane,
- r_4 : Jeśli x_1 jest P_3 i x_2 jest C_5 lub x_1 jest P_4 i x_2 jest C_4 lub x_1 jest P_5 i x_2 jest C_1 lub x_1 jest P_5 i x_2 jest C_2 lub x_1 jest P_5 i x_2 jest C_3 , to ryzyko jest nietolerowane,
- r_5 : Jeśli x_1 jest P_4 i x_2 jest C_5 lub x_1 jest P_5 i x_2 jest C_4 lub x_1 jest P_5 i x_2 jest C_5 , to ryzyko jest nieakceptowane.

Wnioskowanie rozmyte wymaga dokonania oceny stopnia przynależności poszczególnych przesłanek. Im wyższy stopień spełnienia przesłanki (wyższy stopień przynależności), tym wyższy jest udział danej reguły w wyznaczeniu końcowego wniosku na podstawie bazy reguł.

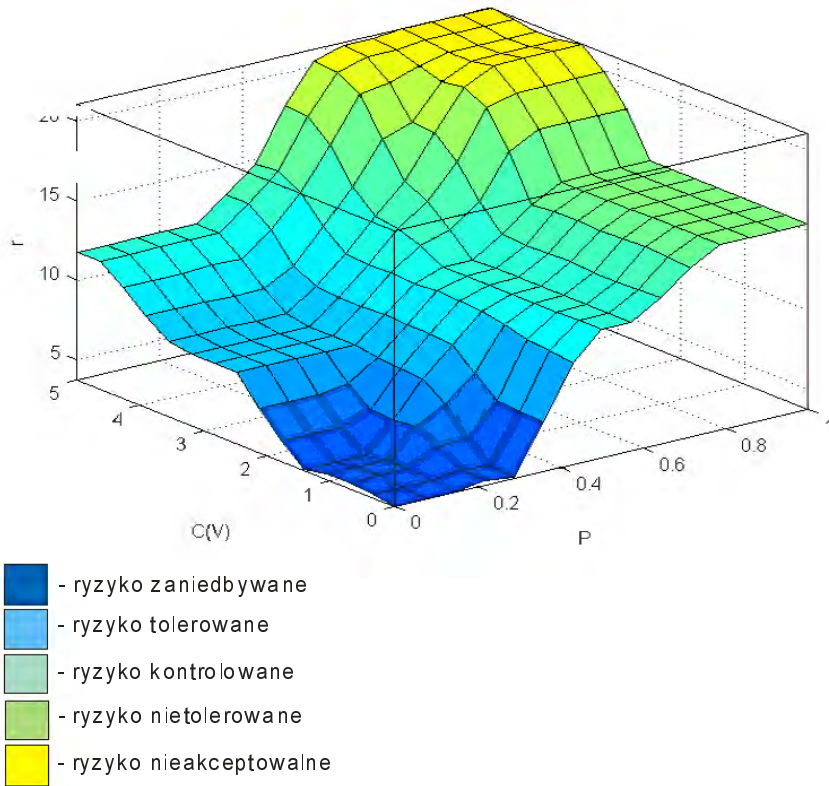
W celu wykonania działania dla każdej grupy reguł, spójnik „lub” zastąpiono operatorem S -normy typu \max (wzór (8.13)) (Tchórzewska-Cieślak, 2011):

- r_1 : $\max \{ \mu_{P_1}(x_1) \cdot \mu_{C_1}(x_2), \mu_{P_1}(x_1) \cdot \mu_{C_2}(x_2), \mu_{P_2}(x_1) \cdot \mu_{C_1}(x_2) \},$
- r_2 : $\max \{ \mu_{P_1}(x_1) \cdot \mu_{C_3}(x_2), \mu_{P_1}(x_1) \cdot \mu_{C_4}(x_2), \mu_{P_2}(x_1) \cdot \mu_{C_2}(x_2), \mu_{P_2}(x_1) \cdot \mu_{C_3}(x_2), \mu_{P_2}(x_1) \cdot \mu_{C_4}(x_2) \},$
- r_3 : $\max \{ \mu_{P_1}(x_1) \cdot \mu_{C_5}(x_2), \mu_{P_2}(x_1) \cdot \mu_{C_5}(x_2), \mu_{P_3}(x_1) \cdot \mu_{C_1}(x_2), \mu_{P_3}(x_1) \cdot \mu_{C_2}(x_2), \mu_{P_3}(x_1) \cdot \mu_{C_3}(x_2), \mu_{P_3}(x_1) \cdot \mu_{C_4}(x_2), \mu_{P_4}(x_1) \cdot \mu_{C_1}(x_2), \mu_{P_4}(x_1) \cdot \mu_{C_2}(x_2), \mu_{P_4}(x_1) \cdot \mu_{C_3}(x_2) \},$
- r_4 : $\max \{ \mu_{P_3}(x_1) \cdot \mu_{C_5}(x_2), \mu_{P_4}(x_1) \cdot \mu_{C_4}(x_2), \mu_{P_5}(x_1) \cdot \mu_{C_1}(x_2), \mu_{P_5}(x_1) \cdot \mu_{C_2}(x_2), \mu_{P_5}(x_1) \cdot \mu_{C_3}(x_2) \},$
- r_5 : $\max \{ \mu_{P_4}(x_1) \cdot \mu_{C_5}(x_2), \mu_{P_5}(x_1) \cdot \mu_{C_4}(x_2), \mu_{P_5}(x_1) \cdot \mu_{C_5}(x_2) \}.$

Na tym etapie przedstawione wartości charakteryzują ryzyko awarii sieci wodociągowej w sposób rozmyty. Aby otrzymać konkretną wartość ryzyka, należy przeprowadzić proces wyostrzania polegający na zamianie wartości rozmytych w wartość zdeterminowaną. Transformację zbioru rozmytego w wartość nierozmytą (zdeterminowaną) można wykonać różnymi metodami. Dla proponowanego modelu wykorzystano tzw. metodę singletonów, według równania (Kluska, Rak, Wieczysty, 1999; Tchórzewska-Cieślak, 2011):

$$r = \frac{\sum_{k=1}^5 r_k \cdot \mu_K(r_k)}{\sum_{k=1}^5 \mu_K(r_k)} \tag{8.33}$$

gdzie: $\mu_K(r_k)$ – wartość funkcji przynależności danej wartości ryzyka r_k do zbioru rozmytego K , K – zbiór rozmyty charakteryzujący ryzyko w przyjętej skali ($k = 1, 2, 3, 4, 5$), r_k – wartość ryzyka dla każdego poziomu, przyjęta jako wartość środkowa z przedziału.



Rys. 8.3. Charakterystyka ryzyka dla modelu Mamdaniego (ang. *Mamdani Fuzzy Risk Matrix – MFRM*).

Opracowany model opiera się na tzw. modelowaniu Mamdaniego. W celu wykorzystania go do analizy ryzyka awarii sieci wodociągowej dla konkretnego

SZZW, zaproponowany model wprowadzono do programu Matlab (*Fuzzy Toolbox*). Na rysunku 8.3 przedstawiono wykres przestrzenny wyników wartości ryzyka dla opracowanego modelu. Dla modelu MFRM wartości ryzyka odpowiadają przyjętej, pięciostopniowej skali, którą przedstawiono w tab. 8.6 (Tchórzewska-Cieślak, 2011).

Tabela 8.6. Kryteria wartościowania ryzyka dla modelu MFRM

Wartość ryzyka	Opis poziomów ryzyka
1,0÷2,0	ryzyko zaniechane
3÷5	ryzyko tolerowane
6÷15	ryzyko kontrolowane
16÷20	ryzyko nietolerowane
21÷25	ryzyko nieakceptowane

Alternatywą dla modelu Mamdaniego jest model wnioskowania Takagi-Sugeno-Kanga (TSK), który nie wymaga przeprowadzania procesu wyostrzania. W modelu tym funkcja następnika jest zdefiniowana nie w sposób rozmyty, lecz ostry (zdeterminowany) (Tchórzewska-Cieślak, 2011). Wyjściem z modelu ($y = r$) jest najczęściej funkcja w postaci wielomianu:

$$y = p_0 + \sum_{i=1}^N p_i \cdot x_i \tag{8.34}$$

gdzie: p_0, p_1, \dots, p_N – wagi liczbowe ($p_i = 0$ dla $i > 0$).

Przy wielu (M) regułach wnioskowania wyjście z modelu jest określone jako średnia ważona poszczególnych reguł w postaci:

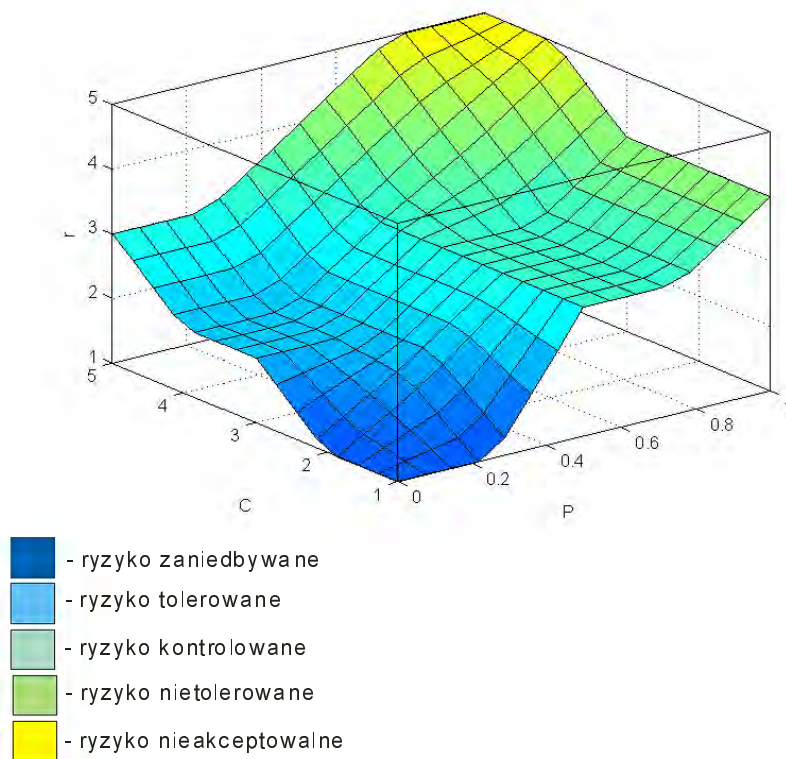
$$y = \frac{\sum_{i=1}^5 \sum_{j=1}^5 w_{ij} r_{ij}}{\sum_{i=1}^5 \sum_{j=1}^5 w_{ij}} \tag{8.35}$$

gdzie: w_{ij} – waga przypisana każdej regule wnioskującej:

$$w_{ij} = \mu_{p_i}(x_1) T \mu_{c_j}(x_1) \tag{8.36}$$

T – operator T-normy.

Rysunek 8.4 przedstawia charakterystykę ryzyka w modelu TSK wygenerowanym z programu Matlab (Tchórzewska-Cieślak, 2011).



Rys. 8.4. Charakterystyka ryzyka dla modelu TSK (ang. *Sugeno Fuzzy Risk Matrix – SFRM*)

Dla modelu SFRM wartości ryzyka odpowiadają przyjętej, pięciostopniowej skali, którą przedstawiono w tab. 8.7.

Tabela 8.7. Kryteria wartościowania ryzyka dla modelu SFRM

Wartość ryzyka	Opis poziomów ryzyka
1,0÷1,8	ryzyko zaniedbywane
1,8÷2,6	ryzyko tolerowane
2,6÷3,4	ryzyko kontrolowane
3,4÷4,2	ryzyko nietolerowanie
4,2÷5,0	ryzyko nieakceptowane

Opracowany w monografii dwuwariantowy model rozmytej analizy ryzyka przedstawiono na przykładzie sieci wodociągowej, ale może być on zaadaptowany dla każdego elementu SZZW, jak i dla całego systemu. Wariant wykorzystujący modelowanie TSK nie wymaga procesu wyostrzania, co w pewien sposób upraszcza modelowanie, choć z drugiej strony wymaga znajomości (lub przyjęcia) postaci funkcyjnej wartości wyjściowej z modelu. Wybór wariantu FRA powinien być każdorazowo analizowany dla konkretnego SZZW (Tchórzewska-Cieślak, 2011).

IBS PAN *Serw*

47323

Bibl. podręczna

ISSN 0208-8029
ISBN 83-894-7549-9

**INSTYTUT BADAŃ SYSTEMOWYCH
POLSKIEJ AKADEMII NAUK**

tel.: (+48) 22 3810246 / 22 3810277 / 22 3810241 / 22 3810273

e-mail: biblioteka@ibspan.waw.pl