

iBS PAN

**POLSKA AKADEMIA NAUK**  
**Instytut Badań Systemowych**

---

**MODELE OPÓŹNIENÍ**  
**W SYSTEMACH EKONOMICZNYCH**

**Jan Gadomski**

**Warszawa 2015**

MODELE OPÓŹNIENÍ W SYSTEMACH EKONOMICZNYCH - Jan Gadomski



**POLSKA AKADEMIA NAUK  
INSTYTUT BADAŃ SYSTEMOWYCH**

**Seria: BADANIA SYSTEMOWE  
Tom 74**

---

---

**Redaktor naukowy:  
Prof. dr hab. inż. Jakub Gutenbaum**

**Warszawa 2015**

## Rada redakcyjna serii: BADANIA SYSTEMOWE

Prof. Olgierd Hryniewicz - przewodniczący

Prof. Jakub Gutenbaum – redaktor naczelny

Prof. Janusz Kacprzyk

Prof. Tadeusz Kaczorek

Prof. Roman Kulikowski

Prof. Marek Libura

Prof. Krzysztof Malinowski

Prof. Zbigniew Nahorski

Prof. Marek Niezgódka

Prof. Roman Słowiński

Prof. Jan Studziński

Prof. Stanisław Walukiewicz

Prof. Andrzej Weryński
------------------------

Prof. Antoni Żochowski



**POLSKA AKADEMIA NAUK  
INSTYTUT BADAŃ SYSTEMOWYCH**

---

---

**Jan Gadomski**

**MODELE OPÓŹNIEŃ  
W SYSTEMACH EKONOMICZNYCH**

**Warszawa 2015**

**Copyright © by Instytut Badań Systemowych PAN  
Warszawa 2015**

**Autor:**

**Jan Gadomski,**  
Instytut Badań Systemowych Polskiej Akademii Nauk  
Jan.Gadomski@ibspan.waw.pl

**Recenzent:**

....  
....

**Wydawca:**

**Instytut Badań Systemowych  
Polskiej Akademii Nauk**  
Newelska 6, 01-447 Warszawa  
www.ibspan.waw.pl

**ISSN 0208-8029  
ISBN 83-894-7559-6**

# SPIS TREŚCI

WSTĘP.....	7
------------	---

## CZĘŚĆ I

<b>Wprowadzenie .....</b>	<b>13</b>
1.1. Podstawowe pojęcia .....	13
1.2. Rozkład opóźnienia .....	18
1.3. Wynikowy rozkład opóźnienia.....	21
1.4. Wybrane własności dynamiczne .....	25
1.5. Mierzenie opóźnienia .....	30
1.6. Średnia rozkładu opóźnienia wynikowego $M(U_t)$ jako miara opóźnienia (1).....	41
1.7. Średnia rozkładu opóźnienia wynikowego $M(U_t)$ jako miara opóźnienia (2).....	44
1.8. Wielomian operatorowy i funkcja tworząca .....	49
1.9. Podstawowe stałe struktury/rozkłady opóźnienia rozłożonego.....	53
1.9.1. <i>Skończone struktury/rozkłady opóźnienia</i> .....	53
1.9.1.1. <i>Liniowa struktura opóźnienia</i> .....	53
1.9.1.2. <i>Model Almon</i> .....	55
1.9.2. <i>Niekończone struktury/rozkłady opóźnienia</i> .....	57
1.9.2.1. <i>Rozkład Pascala-Solowa</i> .....	57
1.9.2.2. <i>Model Tsurumi</i> .....	59
1.9.2.3. <i>Model z rozkładem Poissona</i> .....	60
1.9.2.4. <i>Model Jorgensena</i> .....	60
1.10. Źródła zmienności struktur opóźnienia .....	63
Podsumowanie Części I .....	73

## CZĘŚĆ II

<b>Złożone struktury modeli opóźnienia rozłożonego.....</b>	<b>75</b>
2.1. Suma modeli opóźnienia rozłożonego .....	76
2.2. Superpozycja modeli opóźnienia rozłożonego .....	79
Podsumowanie Części II .....	87

**CZĘŚĆ III**

<b>Modele opóźnienia w systemach przepływów.....</b>	<b>89</b>
3.1. Sformułowanie problemu.....	89
3.2. Modele opóźnienia w systemach przepływów ze stałym rozkładem opóźnienia.....	98
3.3. Modele opóźnień w systemach przepływów ze zmiennymi rozkładami opóźnień.....	105
3.3.1. <i>Model z dwoma parametrami</i> .....	105
3.3.1.1. <i>Model populacji</i> .....	112
3.3.1.2. <i>Model zmiennej sprawności procesów inwestowania w Polsce przed 1989r. Model transmisji ceny</i> .....	117
3.3.1.3. <i>Model transmisji ceny</i> .....	119
3.3.1.4. <i>Model kredytu</i> .....	120
Podsumowanie Części III.....	123
<b>DODATEK.....</b>	<b>125</b>
<b>BIBLIOGRAFIA.....</b>	<b>151</b>

Praca jest poświęcona modelom opóźnienia rozłożonego, stosowanym w modelowaniu zjawisk ekonomicznych. Część pierwsza pracy zawiera wprowadzenie, przedstawiające znane z literatury sposoby formułowania modeli opóźnienia, ich podstawowe własności i sposoby analizy, a ponadto sposoby pomiaru wielkości ogólnie nazywanej przeciętnym opóźnieniem. Część ta zawiera również przegląd spotykanych w literaturze modeli opóźnienia. Część druga opisuje własności modeli opóźnienia rozłożonego, utworzonych za pomocą operacji sumowania (łączenia równoległego) oraz superpozycji (łączenia szeregowego). Część trzecia jest poświęcona odrębnej podkategorii modeli opóźnienia rozłożonego, opisującej systemy przepływów. W Dodatku zamieszczone zostały dowody własności, których względna zawiałość mogłaby przeszkadzać w lekturze głównej części pracy.

W monografii przedstawiono następujące nowe elementy. Po pierwsze: próbę uogólnienia własności modeli opóźnienia rozłożonego ze zmiennymi współczynnikami. Po drugie: propozycję zmiany podejścia do problemu oceny tzw. przeciętnego opóźnienia. Rzecz polega na odróżnieniu opóźnienia, będącego wynikiem mechanizmu opóźnienia, od opóźnienia rzeczywistego, uwzględniającego dynamikę zmiennej niezależnej. To drugie jest ujęte w rozkładzie nazwanym wynikowym rozkładem opóźnienia. Kolejną nowością jest analiza złożonych modeli opóźnienia rozłożonego, powstałych przez łączenie równoległe lub szeregowe skończonej liczby  $n$  składowych modeli opóźnienia rozłożonego. I wreszcie, nowością jest wyodrębnienie podkategorii modeli opóźnienia rozłożonego w systemach przepływów oraz analiza ich własności. W literaturze ekonomicznej do tej pory tego podejścia nie można było spotykać, chociaż do tej podkategorii modeli opóźnienia rozłożonego należy wiele modeli (niekoniecznie skupionych w przestrzeni).

ISSN 0208-8029  
ISBN 83-894-7559-6

---

**INSTYTUT BADAŃ SYSTEMOWYCH  
POLSKIEJ AKADEMII NAUK**  
tel.: (+48) 22 3810246 / 22 3810277 / 22 3810241 / 22 3810273  
e-mail: [biblioteka@ibspan.waw.pl](mailto:biblioteka@ibspan.waw.pl)