XV Krajowa Konferencja Automatyki Tom II



Redaktorzy: Zdzisław Bubnicki Roman Kulikowski Janusz Kacprzyk

XV Krajowa Konferencja Automatyki Tom II



Redaktorzy: Zdzisław BUBNICKi Roman KULIKOWSKI Janusz KACPRZYK

 $\overline{}$

ORGANIZATOR Komitet Automatyki i Robotyki Polskiej Akademii Nauk Instytut Badań Systemowych Polskiej Akademii Nauk WSPÓŁORGANIZATORZY Politechnika Warszawska Przemysłowy Instytut Automatyki i Pomiarów Polskie Stowarzyszenie Pomiarów, Automatyki i Robotyki

ORGANIZATOR

Komitet Automatyki i Robotyki Polskiej Akademii Nauk Instytut Badań Systemowych Polskiej Akademii Nauk

WSPÓŁORGANIZATORZY

Politechnika Warszawska Przemysłowy Instytut Automatyki i Pomiarów Polskie Stowarzyszenie Pomiarów, Automatyki i Robotyki

KOMITET PROGRAMOWY

Przewodniczący Zastępca Przewodniczącego

Zdzisław BUBNICKI Roman KULIKOWSKI

CZŁONKOWIE

Stanisław BAŃKA Mikołaj BUSŁOWICZ **Ryszard GESSING** Jakub GUTENBAUM Stanisław KACZANOWSKI Janusz KACPRZYK Józef KORBICZ Krzysztof KOZŁOWSKI Krzysztof KUŹMIŃSKI Krzysztof MALINOWSKI Antoni NIEDERLIŃSKI Tadeusz PUCHAŁKA Stanisław SKOCZOWSKI Jerzy ŚWIĄTEK Ryszard TADEUSIEWICZ Krzysztof TCHOŃ Jan WEGLARZ

Michał BIAŁKO Władysław FINDEISEN Henryk GÓRECKI Jerzy JÓZEFCZYK Tadeusz KACZOREK Jerzy KLAMKA Zbigniew KOWALSKI Juliusz L. KULIKOWSKI Kazimierz MALANOWSKI Wojciech MITKOWSKI Władysław PEŁCZEWSKI Leszek RUTKOWSKI Roman SŁOWIŃSKI Andrzej ŚWIERNIAK Piotr TATJEWSKI Leszek TRYBUS Andrzej P. WIERZBICKI

KOMITET ORGANIZACYJNY

Przewodniczący Zastępcy Przewodniczącego

Członkowie

Sekretarze naukowi

Roman KULIKOWSKI Janusz KACPRZYK Stanisław KACZANOWSKI Tadeusz KACZOREK Krzysztof MALINOWSKI Roman OSTROWSKI Tadeusz PUCHAŁKA Dariusz WAGNER Jan STUDZIŃSKI Jan W. OWSIŃSKI

ISBN 83-89475-01-4

Copyright © Instytut Badań Systemowych Polskiej Akademii Nauk All rights reserved

Druk: ARGRAF, Warszawa

SYSTEMY STEROWANIA



OPTYMALNY UKŁAD STEROWANIA DO GENERACJI STREF CISZY W ŻĄDANYM POŁOŻENIU*

Marek PAWEŁCZYK

Instytut Automatyki Politechniki Śląskiej ul. Akademicka 16, 44-101 Gliwice, e-mail:mpawelczyk@ia.polsl.gliwice.pl

Streszczenie: W referacie zaprezentowano projekt układu sterowania do generacji stref ciszy w żądanym położeniu. Optymalny filtr sterujący uzyskano wykorzystując różne podejścia – wielomianowe (dwoma metodami), częstotliwościowe i korelacyjne. Pierwsze dwa wymagają faktoryzacji spektralnej gęstości widmowej hałasu oraz faktoryzacji nieminimalnofazowego i posiadającego opóźnienie modelu toru wirtualnego na część wewnętrzną i zewnętrzną. Trzecie podejście wymaga z kolei obliczenia macierzy i wektora korelacji sygnałów. Omówiono również metody poprawy warunków stabilności. Układ sterowania zweryfikowano implementując go do thumienia hałasu rzeczywistego i tonowego w aktywnym zagłówku fotela.

Słowa kluczowe: Sterowanie optymalne, filtracja, faktoryzacja, aktywne tłumienie hałasu.

1. WSTĘP

Zasadniczym celem aktywnego tłumienia hałasu jest redukcja poziomu niepożądanego dźwięku pierwotnego, zwanego hałasem, na drodze destruktywnej interferencji z dźwiękiem wtórnym generowanym przez algorytm sterowania. Klasyczne struktury sterowania opracowane do tego celu zapewniają jednak tłumienie wokół tzw. mikrofonów rzeczywistych mierzących efekt interferencji i stanowiących wyjście układu sterowania [3]. Powstałe strefy ciszy są zwykle niewielkich rozmiarów, rzędu 5 cm, i nie sięgają wówczas uszu użytkownika. Z kolei, ze względów ergonomicznych lub realizacyjnych umieszczenie monitorujących mikrofonów bezpośrednio przy uszach jest często niemożliwe. Istnieje zatem potrzeba opracowania algorytmu pozwalającego na przemieszczanie strefy ciszy w żądane położenie, a korzystającego z pomiaru efektu interferencji w innym dozwolonym miejscu [15]. Przykładem urządzenia, w którym spotykany jest taki problem jest wykorzystywany w niniejszych badaniach aktywny zagłówek fotela. Rozważany prototyp składa się z ramy, w której zabudowano cztery głośniki (o średnicy 12 cm) oraz dwa mikrofony rzeczywiste pomiędzy głośnikami każdego z kanałów. Mikrofony te leżą na tej samej płaszczyźnie, co uszy użytkownika i są od nich odległe o około 15 cm. Do parametryzacji algorytmu oraz do monitorowania efektów jego działania wykorzystuje się również dodatkowe mikrofony, które umieszczane są przy małżowinie usznej osoby zajmującej miejsce na fotelu. Nie są one jednak wykorzystywane podczas właściwej pracy układu sterowania, lecz ich sygnały są estymowane. Dlatego nazywane są one mikrofonami wirtualnymi. Zakłada się tu, że zakłócenie (hałas) jest identyczne w punkcie mikrofonu rzeczywistego i wirtualnego odpowiedniego kanału. Założenie takie jest uprawnione, gdy odległość obydwu punktów jest zdecydowanie mniejsza od najmniejszej długości fali akustycznej w widmie hałasu [14]. Warunek ten z pewnością zachodzi dla aktywnego zagłówka fotela i hałasów przemysłowych. Ponadto zakłada się, że zakłócenie to jest opisane, jako

$$d(i) = F(z)e(i), \qquad (1)$$

gdzie e(i) jest białym szumem, a F(z) jest tzw. filtrem kształtującym, który można wyznaczyć, jako przyczynowy minimalnofazowy filtr dokonując faktoryzacji gestości widmowej (PSD) zakłócenia [3]

$$S_{dd}(z) = F(z)F(z^{-1}).$$
 (2)

Przystępując do projektowania algorytmu sterowania należy wziąć pod uwagę, że tory elektro-akustyczne (zwłaszcza należące do grupy rozważanej w referacie) są nieminimalnofazowe i posiadają opóźnienie.

2. UKŁAD STEROWANIA Z MIKROFONEM WIRTUALNYM

Zaproponowaną strukturę sterowania dla jednego z kanałów przedstawia rys. 1. Sygnałem wejściowym filtru sterującego W jest ocena zakłócenia d(i), tym

lepsza, im lepszy jest model \hat{S}_r toru rzeczywistego S_r .



Rys. 1 Układ sterowania z mikrofonem wirtualnym.

[†]Praca została sfinansowana ze środków budżetowych na naukę w roku 2005.

Z kolei, przyjmując założenie o identyczności zakłócenia w punktach mikrofonu rzeczywistego (Er) i wirtualnego (Ev), można dokonać oceny sygnału residualnego

 $\hat{y}_{v}(i)$ w punkcie mikrofonu wirtualnego [13]. Z rys. 1 wynika, że

$$\hat{y}_{v}(i) = x(i) + W \hat{S}_{v} x(i),$$
 (2)

$$x(i) = \frac{1}{1 + W(\hat{S}_r - S_r)} d(i),$$
(3)

gdzie \hat{S}_{ν} jest modelem toru wirtualnego S_{ν} . Zatem sterowany estymowany sygnał w punkcie mikrofonu wirtualnego można wyrazić, jako

$$\hat{y}_{v}(i) = \frac{1 + W \hat{S}_{v}}{1 + W (\hat{S}_{r} - S_{r})} d(i)$$
(4)

Celem sterowania jest minimalizacja wartości średniokwadratowej tego sygnału

$$L = E\{\hat{y}_{v}^{2}(i)\}.$$
 (5)

Uwzględniając model zakłócenia, (1), rozważana funkcja kosztów przyjmie postać

$$L = E\left\{\left[\frac{F + W\hat{S}, F}{1 + W(\hat{S}, -S, e(i))}\right]^{2}\right\}.$$
 (6)

Obliczając pierwszą pochodną wyrażenia w nawiasie klamrowym i przyrównując ją do zera można podać zależność dla optymalnego filtru sterującego:

$$F + W_{out} \hat{S}_{v} F = 0.$$
 (7)

Optymalny filtr usuwający całkowicie wpływ zakłócenia na sterowane wyjście ma zatem postać

$$W_{opt}(z) = -\frac{1}{\hat{S}_{v}}$$
 (8)

Jednak, jeśli \hat{S}_{ν} jest nieminimalnofazowe i posiada opóźnienie, filtr taki jest niestabilny i nieprzyczynowy. Jednym z możliwych rozwiązań jest zmodyfikowanie funkcji kosztów przez uwzględnienie ważonego sygnału sterującego i rozważanie Ważonej Regulacji Minimalnowariancyjnej [10], [12]. Warto również zauważyć, że w równaniu (8) nie występuje sam obiekt lecz jego model. Można zatem próbować poszukiwać modelu minimalnofazowego bez opóźnienia dobrze opisującego obiekt dla interesujących częstotliwości. Zagadnienie takie jest jednak bardzo trudne w przypadku szerokopasmowego zakłócenia. Aby rozwiązać problem (7) dla

przypadku ogólnego, dokonano faktoryzacji S, na

część wewnętrzną (wszechprzepustową) i zewnętrzną (minimalnofazową) [3], [6], [16], [17]:

$$\hat{S}_{\nu}(z) = \hat{S}_{\nu}^{(l)}(z) \hat{S}_{\nu}^{(o)}(z) .$$
(9)

Podstawiając do równania (7), mnożąc go przez wyraz $[\hat{S}^{(l)}_{u}]^{*}$ nie zmieniający normy H_2 oraz uwzględniając, że

 $\hat{S}_{\nu}^{(l)}[\hat{S}_{\nu}^{(l)}]^{*} = 1$ (**' oznacza operator sprzężenia), otrzymuje się:

$$F[\hat{S}_{v}^{(l)}]^{*} + FW_{opt}\,\hat{S}_{v}^{(o)} = 0.$$
 (10)

Zatem przyczynowy sub-optymalny filtr sterujący, zwany również filtrem jednostronnym, ma postać (patrz również: [3], [4])

$$W_{opt+} = -\frac{1}{F \, \hat{S}_{\nu}^{(o)}} \left\{ \left[\hat{S}_{\nu}^{(l)} \right]^* F \right\}_{+} = -\frac{1}{F \, \hat{S}_{\nu}^{(o)}} \left\{ \frac{F}{\hat{S}_{\nu}^{(l)}} \right\}_{+}$$
(11)

Minimalna wartość funkcji kosztów wynosi wówczas

$$L_{\min} = E \left\{ \left[\frac{\left\{ \frac{F}{\hat{S}_{v}^{(l)}} \right\}_{-}}{1 - \frac{\hat{S}_{r} - S_{r}}{F \, \hat{S}_{v}^{(o)}} \left\{ \frac{F}{\hat{S}_{v}^{(i)}} \right\}_{+}} e(i) \right]^{2} \right\}.$$
 (12)

W równaniach (11) i (12) symbole $\{\cdot\}_{+}$ i $\{\cdot\}_{-}$ oznaczają odpowiednio przyczynową i nieprzyczynową część wyrażenia $\{\cdot\}_{-}$.

Implementacja optymalnego filtru (11) wymaga przeprowadzenia faktoryzacji transmitancji na część wewnętrzną i zewnętrzną oraz ekstrakcji części przyczynowej. Do tego zagadnienia można wykorzystać podejście zaproponowane przez Kučerę [7] bazujące na metodzie dopełniania kwadratów – 'completing the squares'. Prowadzi ona jednak do złożonych obliczeń. Bezpośrednie rozwiązanie problemu (7) można otrzymać adoptując do rozważanego zagadnienia metodę opracowaną przez Ahléna i Sternada wywodzącą się z rachunku wariacyjnego, a bazującą na równaniach Diofantycznych [1], [2]. Po wykonaniu odpowiednich przekształceń, otrzymuje się

$$W_{opt} = -\frac{Q}{F\hat{S}^{(o)}},\tag{13}$$

gdzie Q jest rozwiązaniem następującego równania Diofantycznego

$$S^*F^*F = Q[\hat{S}_v^{(o)}]^*F^* + zL^*.$$
(14)

Q i L są wielomianami zmiennej z o stopniach

$$\begin{cases} \dim Q = \dim F - k \\ \dim L^* = \dim F + \dim \hat{S}_v - 1 \end{cases}$$
(15)

gdzie k jest całkowitym czasem opóźnienia w modelu toru wirtualnego \hat{S}_{v} .

Optymalny przyczynowy filtr sterujący można także otrzymać w dziedzinie częstotliwości dyskretnej stosując podejście zaprezentowane w [3] i [5]:

$$W_{opl+}(n) = -\frac{1}{F(n)\hat{S}_{\nu}^{(o)}(n)} \left\{ \frac{F(n)}{\hat{S}_{\nu}^{(l)}(n)} \right\}_{+},$$
 (16)

gdzie *n* jest numerem binu częstotliwości. Część przyczynową wyrażenia w klamrze można wyznaczyć, jako

$$\left\{\frac{F(n)}{S_1^{(i)}(n)}\right\}_+ = FFT\left[\ell(n) \cdot IFFT\left(\frac{F(n)}{S_1^{(i)}(n)}\right)\right], \quad (17)$$

gdzie

$$\ell(n) = \begin{cases} 1 & n \ge 0\\ 0 & n < 0 \end{cases},$$
 (18)

pod warunkiem, że liczba binów, *N*, jest wystarczająco duża, aby uniknąć zjawiska cyrkulacji przy obliczaniu odwrotnej transformaty Fouriera. Podobnie można przeprowadzić faktoryzację spektralną zakłócenia oraz faktoryzację modelu toru wirtualnego na część wewnętrzną i zewnętrzną korzystając z metody cepstralnej [7], [11]:

$$F(n) = \exp\left\{FFT\left[\ell_0(n) \cdot IFFT\left(\ln\left(S_{dd}(n)\right)\right)\right]\right\}, (19)$$

$$\hat{S}_{\nu}^{(o)}(n) = \exp\left\{FFT\left[2\ell_0(n) \cdot IFFT\left(\ln\left(\left|\hat{S}_{\nu}(n)\right|\right)\right)\right]\right\},(20)$$

gdzie

$$\ell_0(n) = \begin{cases} 1 & n > 0 \\ 1/2 & n = 0 \\ 0 & n < 0 \end{cases}$$
(21)

Parametry filtru o odpowiedzi częstotliwościowej odpowiadającej (16) można następnie wyznaczyć korzystając na przykład z przeszukiwania iteracyjnego minimalizującego ważoną sumę kwadratów błędów aktualnej i żądanej odpowiedzi częstotliwościowej, dostępną w pakiecie Matlab (funkcja *invfreqz()*).

Optymalny przyczynowy filtr sterujący zaprojektowany z wykorzystaniem podejścia wielomianowego lub w dziedzinie częstotliwości jest filtrem o nieskończonej odpowiedzi impulsowej. Jeśli zachodzi taka potrzeba, to można go aproksymować filtrem o skończonej odpowiedzi impulsowej. Filtr taki można również otrzymać bezpośrednio, wykorzystując do projektowania podejście korelacyjne (sygnałowe) [7], [8], [12]:

$$\underline{w}_{opi+} = -E\left\{\underline{\hat{r}}(i)\underline{\hat{r}}^{T}(i)\right\}^{-1} E\left\{\underline{\hat{r}}(i)d(i)\right\}, \qquad (22)$$

$$\hat{r}(i) = \underline{\hat{s}}_{y}^{T} \underline{d}(i), \qquad (23)$$

gdzie wprowadzono następujące wektory:

$$\underline{w}_{opt+} = \begin{bmatrix} w_0, w_1, \dots, w_{N-1} \end{bmatrix}_{opt+}^T,$$
(24)

$$\hat{\underline{s}}_{\nu} = \left[\hat{s}_{\nu 0}, \hat{s}_{\nu 1}, ..., \hat{s}_{\nu, M-1}\right]^{T}, \qquad (25)$$

$$\hat{\underline{r}}(i) = \left[\hat{r}(i), \hat{r}(i-1), \dots, \hat{r}(i-N+1)\right]^{T},$$
(26)

$$\underline{d}(i) = [d(i), d(i-1), ..., d(i-M+1)]^{T}.$$
 (27)

W wektorach tych N oznacza liczbę parametrów odpowiedzi impulsowej dla filtru sterującego, a M – dla modelu toru wirtualnego. Optymalny filtr, (23), jest zatem wyrażony w funkcji odwrotnej macierzy autokorelacji zakłócenia filtrowanego przez model toru wirtualnego oraz wektora korelacji wzajemnej pomiędzy tak utworzonym sygnałem, a zakłóceniem. W implementacji zaleca się estymację korelacji własnych i wzajemnych odpowiednio z własnej oraz wzajemnej gęstości widmowej mocy, z eliminacją efektu cyrkulacji lub za pomocą algorytmu Levinsona.

Zasadniczym celem omawianego algorytmu jest redukcja średniego poziomu ciśnienia akustycznego w punkcie mikrofonu wirtualnego. Tłumienie to, w funkcji częstotliwości można wyrazić (w dB), jako [11]

$$J_{\nu}(\omega) = -10\log_{10}\left(\frac{S_{\nu,\nu,\nu}(e^{j\omega T_s})}{S_{dd}(e^{j\omega T_s})}\right) = -20\log_{10}\left(\left|V_{\nu}(e^{j\omega T_s})\right|\right)$$
(28)

gdzie V_{ν} jest wskaźnikiem regulacji (funkcją czułości) dla wyjścia wirtualnego, wyrażającym wpływ zakłócenia na to wyjście. Na podstawie rys. 1 można wyprowadzić

$$y_{\nu}(i) = \frac{1 + W(\hat{S}_r - S_r + S_{\nu})}{1 + W(\hat{S}_r - S_r)} d(i) = V_{\nu} d(i).$$
(29)

Zależność podobna do (28) obowiązuje także dla sygnału w punkcie mikrofonu rzeczywistego, dla którego sygnał w punkcie mikrofonu rzeczywistego wynosi

$$y_{r}(i) = \frac{1 + W\hat{S}_{r}}{1 + W(\hat{S}_{r} - S_{r})} d(i) = V_{r}d(i),$$
(30)

a V_r jest wskaźnikiem regulacji (funkcją czułości) dla wyjścia rzeczywistego, wyrażającym wpływ zakłócenia na to wyjście. Korzystając z zależności (29) i (30), można zapisać

$$V_{v} = V_{c} (1 + \delta V), \qquad (31)$$

$$\delta V = \frac{(S_v - S_r)W}{1 + \hat{S}_r W} = -\frac{\Delta S W}{1 + \hat{S}_r W}.$$
 (32)

W powyższych równaniach δV jest więc multiplikatywną zmianą wskaźnika regulacji dla wyjścia rzeczywistego w związku ze zmianą położenia analizowanego punktu w przestrzeni. Uwzględniając (28), zachodzi zatem

$$J_{v}(\omega) = -20\log_{10}\left(\left|V_{r}(e^{j\omega T_{r}})\right| \cdot \left|1 + \delta V(e^{j\omega T_{r}})\right|\right)$$
, (33)
$$= J_{r}(\omega) - 20\log_{10}\left(\left|1 + \delta V(e^{j\omega T_{r}})\right|\right)$$

a wyrażenie $-20 \log_{10} \left(1 + \delta V(e^{j \omega \tau_s}) \right)$ można interpretować, jako przestrzenny gradient tłumienia.

3. TŁUMIENIE DŹWIĘKÓW OKRESOWYCH

Poprawnie próbkowany sygnał okresowy można wyrazić, jako skończoną sumę składowych harmonicznych częstotliwości podstawowej. W szczególnym przypadku sygnał okresowy może być pojedynczą sinusoidą (dźwięk tonowy) lub sumą kilku niezwiązanych ze sobą składowych sinusoidalnych. Sygnały takie można zapisać

$$d(i) = \sum_{l=1}^{P} D_l \sin(\omega_l T_s i + \psi_l), \qquad (34)$$

gdzie P, ω_l , D_l , ψ_l są kolejno: numerem składowej, pulsacją, amplitudą i fazą. Optymalny przyczynowy filtr minimalizujący funkcję (6) powinien zatem spełniać

$$\forall_{e\{1,2,\dots,P\}} 1 + W_{opt+}(e^{j\omega_{1}T_{s}}) \hat{S}_{v}(e^{j\omega_{1}T_{s}}) = 0,$$
 (35)

niezależnie od amplitudy i fazy składowych sinusoidalnych. Wyrażając zespolone wartości odpowiedzi często-

tliwościowych W_{opr+} i \hat{S}_{v} w formie modułu i fazy, otrzymuje się

$$\bigvee_{i \in \{1, 2, \dots, P\}} 1 + \left| W_{opl+}(e^{j\omega_l T_s}) \right| e^{j\varphi_l} \left| \hat{S}_{\nu}(e^{j\omega_l T_s}) \right| e^{j\theta_l} = 0 \quad (36)$$

gdzie φ_i i θ_i są odpowiednio fazami optymalnego przyczynowego filtru sterującego i modelu toru wirtualnego dla pulsacji ω_i . Jeśli rząd filtru sterującego jest odpowiednio wysoki rozwiązanie powyższego problemu zawsze istnieje i przyjmuje postać:

$$\bigvee_{l \in \{1,2,\dots,P\}} \begin{cases} W_{opt+}(e^{j\omega_l T_s}) = \left| \hat{S}_{\nu}(e^{j\omega_l T_s}) \right|^{-1}, \quad (37) \\ \varphi_l = \theta_l + \pi + p_l \cdot (2\pi) \end{cases}$$

gdzie p_l (dla $l \in \{1, 3, ..., P\}$) są liczbami całkowitymi (niejednoznacznymi). Ze względu na to, że warunek (37) ma być spełniony tylko dla pulsacji składowych sinusoidalnych, parametry p_l można zawsze tak dobrać, aby otrzymać przyczynowy filtr sterujący nawet wówczas, gdy model toru wirtualnego jest nieminimalnofazowy i posiada istotne opóźnienie.

4. STABILNOŚĆ

Optymalny filtr sterujący minimalizujący funkcję kosztów (5) i (6) nie zależy od błędów modelowania. Błędy te mają jednak istotny wpływ na kształt funkcji kosztów w okolicy jej minimum oraz na stabilność całego układu sterowania. Omawiany układ sterowania jest stabilny, jeśli równanie charakterystyczne,

$$1 + W(\hat{S}_r - S_r) = 0, \qquad (38)$$

nie posiada niestabilnych zer lub też odpowiedź często-

tliwościowa pętli otwartej $W(\hat{S}_r - S_r)$ nie obejmuje punktu Nyquista. Warto również zwrócić uwagę, że w przypadku niewielkich błędów modelowania układ ten zmierza do stabilnego układu kompensacji.

Ograniczenie parametrów filtru i poprawę stabilności można uzyskać na kilka sposobów. Jednym z nich, najchętniej stosowanym, jest uwzględnienie w funkcji kosztów kary za nadmierny wzrost tych parametrów [3], [8]

$$L = E\left\{\hat{y}_{\nu}^{2}(i)\right\} + \beta \underline{w}^{T} \underline{w}.$$
 (39)

Wówczas równania na optymalny filtr w podejściu wielomianowym, (11), i częstotliwościowym, (16), pozostaną w niezmienionej formie, z wyjątkiem tego, że faktoryzację spektralną PSD zakłócenia należy przeprowadzić, odpowiednio [3]

$$F(z)F(z^{-1}) = S_{dd}(z) + \frac{\beta}{\hat{S}_{-}(z)\hat{S}_{-}(z^{-1})}, \qquad (40)$$

$$\exp\left\{FFT\left[\ell_{0}(n) \cdot IFFT\left(\ln\left(S_{dd}(n) + \beta / \left|\hat{S}_{v}(n)\right|^{2}\right)\right)\right]\right\}$$
(41)

Z kolei w podejściu korelacyjnym, z (22) otrzymuje się

$$\underline{w}_{opt+} = -\left[E\left\{\underline{\hat{r}}(i)\underline{\hat{r}}^{T}(i)\right\} + \beta \mathbf{I}_{N}\right]^{-1}E\left\{\underline{\hat{r}}(i)d(i)\right\}, \quad (42)$$

gdzie I_N jest macierzą jednostkową o wymiarze *N*. Widać więc, że nawet, gdy sygnał jest zbyt słabo pobudzający i macierz $E\left\{\frac{\hat{r}(i)\hat{r}^{T}(i)}{\hat{r}}\right\}$ jest singularna, można zaprojektować optymalny filtr.

Innym sposobem zapewnienia stabilności w przypadku wystąpienia błędu modelowania jest uwzględnienie przy projektowaniu modelu (na przykład multiplikatywnego) niepewności obiektu, jeśli jest on znany, [9]

F(m) -

$$S_r(e^{j\omega T_s}) = S_{ro}(e^{j\omega T_s}) \Big[1 + \delta S_r(e^{j\omega T_s}) \Big] , \qquad (43)$$

gdzie Sro oznacza nominalny tor rzeczywisty, a

$$\forall \overline{\delta S_r}(e^{\omega T_s}) \ge \delta S_r(e^{j\omega T_s})$$
 (44)

jest górnym ograniczeniem niepewności (perturbacji) toru rzeczywistego. Wówczas konieczny i wystarczający warunek na odporną stabilność układu sterowania ma postać [9]

$$T_{ro}(e^{j\omega T_s})\overline{\delta S_r}(e^{\omega T_s})\Big|_{\infty} < 1,$$
(45)

gdzie T_o jest wskaźnikiem nadążania w warunkach nominalnych. Warunek ten można traktować, jako ograniczenie przy minimalizacji funkcji (5). Prowadzi to do tak zwanego problemu H_2/H_{∞} , który można rozwiązać korzystając na przykład z algorytmu 'sequential quadratic programming – SQP' zaimplementowanego w funkcji *constr()* pakietu Matlab [9]. Innym sposobem zwiększenia odporności układu jest filtracja dolnoprzepustowa optymalnego filtru rozwiązującego problem H_2 , (5) [9].

5. WIELOKANAŁOWE UKŁADY STEROWANIA

Prezentowane filtry sterujące można zrealizować niezależnie dla każdego z kanałów, mając na uwadze, że nieuwzględniona obecność sprzeżeń między kanałami będzie miała wpływ na stabilność oraz efekty tłumienia. Problem sterowania zdecentralizowanego jest szczegółowo rozpatrywany w [9]. Można również wyrazić optymalne rozwiązanie w wersji wielowymiarowej, uwzględniającej te sprzężenia, co prowadzi do równań odpowiednich do tych prezentowanych w referacie. Należy jednak mieć na uwadze, że w przypadku sterowania wielowymiarowego, oprócz kompromisu pomiędzy wysokim tłumieniem, a stabilnością istotny jest również kompromis pomiędzy tłumieniem poszczególnych składowych wektorowego sygnału wyjściowego. Na stabilność, oprócz dyskutowanych problemów, ma także wpływ wzajemne skorelowanie sygnałów oraz parametry wszystkich torów elektro-akustycznych.

6. BADANIA EKSPERYMENTALNE

Badania eksperymentalne przeprowadzono wykorzystując dostępny w Instytucie Automatyki Politechniki Śląskiej prototyp aktywnego zagłówka fotela. W referowanych badaniach wykorzystywano dwa zabudowane w modelu zagłówka głośniki oraz dwa umieszczone poniżej mikrofony rzeczywiste. Każdemu z mikrofonów rzeczywistych odpowiadał jeden mikrofon wirtualny umieszczony w okolicach uszu użytkownika.

Na wstępie należy przeanalizować odpowiedzi częstotliwościowe wszystkich torów obiektu, uwzględniając obecność wzmacniaczy, filtrów analogowych i przetworników związanych z próbkowaniem sygnału z przyjętą częstotliwością 2 kHz i jego rekonstrukcją. Rodzinę charakterystyk głównych (od głośnika do mikrofonu w tym samym kanale) torów rzeczywistych przedstawia rys. 2. Podobnie szerokie zmiany dotyczą torów skrośnych rzeczywistych oraz torów głównych i skrośnych wirtualnych. Na podstawie analizy częstotliwościowej można stwierdzić, że wzajemne (skrośne) oddziaływanie lewego i prawego kanału zagłówka jest na poziomie około 3-4 krotnie mniejszym, niż oddziaływanie bezpośrednie. Może mieć ono jednak wpływ na uzyskiwane efekty tłumienia oraz stabilność układu. Dalsza analiza tych torów prowadzi do wniosku, że są one nieminimalnofazowe i posiadają istotne czasy opóźnienia (w warunkach nominalnych: tory bezpośrednie rzeczywiste - 3 próbki, tory bezpośrednie wirtualne - 4 próbki, tory skrośne - 5 próbek).



Rys. 2 Odpowiedzi częstotliwościowe torów głównych rzeczywistych (tor nominalny – pogrubiona linia).

Rys. 3 przedstawia oceny PSD hałasu rzeczywistego oraz residualnego uzyskanego przy prawym uchu użytkownika. Rys. 4 i 5 ilustrują wartości całkowitego tłumienia, odpowiednio hałasu rzeczywistego i tonowego o częstotliwości 250 Hz, uzyskane dla różnych położeń głowy. Potwierdzają one poprawne lokowanie stref ciszy w żądanym położeniu.



Rys. 3 Ocena PSD hałasu rzeczywistego (przerywana) oraz residualnego (ciągła) przy mikrofonie wirtualnym.

Strefy ciszy są niewielkich rozmiarów. Jednak dzięki obecności przeszkody akustycznej, jaką jest głowa, przy jej powierzchni występuje zerowy gradient ciśnienia akustycznego, co powoduje 'spłaszczenie' pola akustycznego i w konsekwencji zwiększenie rozmiarów stref ciszy [15]. Z rys. 4 i 5 widać również, że tłumienie hałasu rzeczywistego jest znacznie mniejsze, niż tonowego, co jest wynikiem nieminimalnofazowości i dużego opóźnienia torów elektro-akustycznych. Konsekwencją dużego tłumienia hałasu tonowego jest również duży przestrzenny gradient tłumienia.

	3L ·	2L	1L	0	1R	2R	3R
f	0.5	1.0	1.7	0.9	1.5	1.0	0.2
e	0.5	1.3	1.9	1.4	2.3	1.0	0.4
d	1.3	1.5	2.3	2.0	2.6	1.4	1.2
c	1.4	2.0	2.3	2.5	2.6	1.4	1.4
b	2.0	2.3	2.5	2.6	2.5	1.9	1.6
a	1.5	2.4	2.6	1.4	1.1	1.5	0.6
1	-	0				0	-
	G1	ST1				Er	G2

Rys. 4 Thumienie hałasu rzeczywistego (patrz: rys. 3).



Rys. 5 Tłumienie hałasu tonowego 250 Hz.

OPTIMAL CONTROL SYSTEM FOR GENERATING ZONES OF QUIET AT DESIRED LOCATIONS

Abstract: A control system capable to generate zones of quiet at desired locations has been designed. Optimal control filter has been derived with polynomial (using two methods), frequency-domain and correlation-based approaches. First two of them have required factorisation of power spectral density of the noise to be attenuated, and inner-outer factorisation of a non-minimum phase delayed model of the virtual path. The latter approach requires, in turn, calculating a matrix and vector of correlations. Methods for improving stability conditions have also been presented. The control system has been verified in controlling a real and tonal noise in the active headrest system.

Literatura

- [1] Ahlen A., Sternad M. (1989) Optimal Deconvolution based on polynomial methods. *IEEE Trans. Acoustics, Speech and Signal Proc.*, 37(2), 217-226.
- [2] Ahlen A., Sternad M. (1991) Wiener filter design using polynomial equations. *IEEE Trans. Signal Proc.*, 39(11), 2387-2399.
- [3] Elliott S.J. (2001) Signal Processing for Active Control. Academic Press, London.
- [4] Fraanje R., Verhaegen M., Doelman N. (2003) Convergence analysis of the Filtered-U LMS algorithm for active noise control in case perfect cancellation is not possible, *Signal Processing*, 83, 1239-1254.
- [5] Haykin S. (1988) Adaptive Filter Theory. 3rd ed., Prentice Hall, New Jersey.
- [6] Ionescu V., Oară C. (1996) Spectral and innerouter factorizations for discrete-time systems. *IE-EE Trans. Autom. Control*, 41, 1840-1845.
- [7] Kučera V. (1979) Discrete Linear Control. The Polynomial Equation Approach. Wiley, Chichester.
- [8] Kuo S.M., Morgan D.R. (1996) Active Noise Control Systems. Algorithms and DSP Implementations, J. Wiley&Sons, New York.
- [9] Morari M., Zafiriou E (1989). Robust Process Control. Prentice-Hall, New Jersey.
- [10] Niederlinski A., Mościński J., Ogonowski Z. (1995) Regulacja adaptacyjna. WNT, Warszawa.
- [11] Oppenheim A.V., Shafer R.W. (1975) Digital Signal Processing. Prentice Hall.
- [12] Pawelczyk M. (1999) Active Noise Control for Compact Acoustic Plants. Jacek Skalmierski Computer Studio, Gliwice.
- [13] Pawełczyk M. (2003) Multiple input-multiple output adaptive feedback control strategies for the active headrest system: design and real-time implementation. *International Journal of Adaptive Control and Signal Processing*, 17(10), 785-800.
- [14] B. Rafaely (1997) Feedback Control of Sound. PhD thesis. University of Southampton.
- [15] Rafaely B., Elliott S.J., Garcia-Bonito J. (1999) Broadband performance of an active headrest., Journal of the Acoustical Society of America, 106(2), 787-793.
- [16] Vidyasagar M. (1985) Control Systems Synthesis. A Factorization Approach. MIT Press, Cambridge.
- [17] Zhang Z., Freudenberg J.S. (1992) Formulas for minimum-phase / all-pass factorization of discrete-time transfer functions. *Control Theory and Advanced Technology*, 8, 743-754.



1

t

1-12

Instytut Badań Systemowych Polskiej Akademii Nauk

ISBN 83-89475-01-4