



**Instytut Badań Systemowych
POLSKIEJ AKADEMII NAUK**

**Barbara Maźbic-Kulma
Anna Pogorzelec
Ewa Komorowska**

**LOKALIZACJA OBIEKTÓW
Wybrane modele,
algorytmy i zastosowania**



LOKALIZACJA OBIEKTÓW

Wybrane modele, algorytmy i zastosowania

INSTYTUT BADAŃ SYSTEMOWYCH • POLSKA AKADEMIA NAUK

Seria: BADANIA SYSTEMOWE

tom 39

Redaktor naukowy:

Prof. dr hab. inż. Jakub Gutenbaum

Warszawa 2005

**Barbara Maźbic-Kulma
Anna Pogorzelec
Ewa Komorowska**

**LOKALIZACJA OBIEKTÓW
Wybrane modele, algorytmy i zastosowania**

Publikację opiniowali do druku:

Prof. dr hab. Ireneusz Nykowski

Dr hab. Włodzimierz Ogryczak (prof. PW)

© Instytut Badań Systemowych PAN

Warszawa 2005

Wydawca: Instytut Badań Systemowych PAN
ul. Newelska 6, 01-447 Warszawa

Sekcja Informacji Naukowej i Wydawnictw
tel. 837-68-22

ISBN 83-85847-98-7

ISSN 0208-8029

1. WSTĘP

W ogólnym rozumieniu w zadaniach lokalizacyjno-transportowych stawiane jest następujące zasadnicze pytanie:

Gdzie należy zlokalizować obiekty, przy zadanym zbiorze możliwych (proponowanych) lokalizacji, aby zminimalizować koszty związane zarówno z lokalizacją jak i z transportem?

Zadanie lokalizacji, zwane też zadaniem rozmieszczenia, należy do klasy zadań optymalizacji dyskretnej. Z dyskretnym modelem decyzyjnym mamy do czynienia wówczas, gdy co najmniej jedna zmienna decyzyjna przyjmuje wartości z niespójnego (dyskretnego) zbioru punktów. Szczególnym przypadkiem modeli dyskretnych są modele całkowitoliczbowe, w których wszystkie zmienne decyzyjne przyjmują wartości całkowite. Modele dyskretne mogą być zarówno modelami liniowymi jak i nieliniowymi.

Problem lokalizacji można więc traktować w sposób podany przez Grabowskiego w [31] jako uogólnienie niezbilansowanego zadania transportowego, w którym rozpatruje się możliwość nowych lokalizacji zarówno wśród dostawców jak i odbiorców optymalnych z punktu widzenia ponoszenia określonych kosztów.

Za Grabowskim [31] problem ten będziemy formułować następująco:

Danych jest n odbiorców pewnego produktu zgłaszających zapotrzebowanie na ten produkt w ilościach odpowiednio: b_1, b_2, \dots, b_n . Produkt ten może być wytwarzany przez m istniejących lub potencjalnych wytwórców. Dla prostoty opisu przyjmuje się, że każdy z wytwórców jest potencjalnym dostawcą zakładając jednocześnie, iż wytwórcami są zakłady produkcyjne. Moc produkcyjna zakładu, który można wybudować w i -tym miejscu

($i = 1, 2, \dots, m$) oznaczymy symbolem a_i . Niech d_1, d_2, \dots, d_m oznaczają koszty lub części tych kosztów budowania poszczególnych zakładów, zaś c_1, c_2, \dots, c_m koszty wytworzenia jednostki produktu w tych zakładach. Natomiast macierz $C = [c_{ij}]$ o wymiarach $m \times n$ oznacza macierz jednostkowych kosztów transportu. Należy wyznaczyć plan przewozu produktu (a tym samym również lokalizacji zakładów) minimalizujący łączny koszt składający się z kosztów wybudowania zakładów, kosztów bieżącej produkcji i kosztów transportu. Wprowadzając macierz zmiennych decyzyjnych $X = [x_{ij}]$, gdzie x_{ij} oznacza ilość produktu jaka ma być przewieziona z i – tego zakładu do j – tego odbiorcy możemy rozpatrywany problem sformułować następująco:

$$\min \left(\sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n (c_i + c_{ij}) x_{ij} + \sum_{i=1}^m d_i \operatorname{sign} \left(\sum_{j=1}^n x_{ij} \right) \right) \quad (1.1)$$

$$\sum_{j=1}^n x_{ij} \leq a_i \quad \text{dla } i = 1, 2, \dots, m, \quad (1.2)$$

$$\sum_{i=1}^m x_{ij} \leq b_j \quad \text{dla } j = 1, 2, \dots, n, \quad (1.3)$$

$$x_{ij} \geq 0 \quad \text{dla } i = 1, 2, \dots, m, \quad j = 1, 2, \dots, n. \quad (1.4)$$

Jak łatwo zauważyć problem ten różni się od uogólnionego zadania transportowego tylko występowaniem drugiego składnika funkcji celu., a tak sformułowane zadanie należy do klasy zagadnień programowania wklęsłego. Powyżej sformułowane zadanie można również zapisać jako problem programowania całkowitoliczbowego a mówiąc dokładniej programowania zero-jedynkowego. Wówczas nasze zadanie będzie postaci:

$$\min \left(\sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n (c_i + c_{ij}) x_{ij} + \sum_{i=1}^m d_i y_i \right) \quad (1.5)$$

$$\sum_{j=1}^n x_{ij} \leq a_i y_i \quad \text{dla } i = 1, 2, \dots, m, \quad (1.6)$$

$$\sum_{i=1}^m x_{ij} \leq b_j \quad \text{dla } j = 1, 2, \dots, n, \quad (1.7)$$

$$x_{ij} \geq 0 \quad \text{dla } i = 1, 2, \dots, m, \quad j = 1, 2, \dots, n. \quad (1.8)$$

$$0 \leq y_i \leq 1 \quad \text{dla } i = 1, 2, \dots, m, \quad (1.9)$$

$$y_i - \text{całkowite} \quad \text{dla } i = 1, 2, \dots, m. \quad (1.10)$$

W tym przypadku $y_i = 1$ można interpretować jako decyzję zbudowania i – tego zakładu.

Jak to wspomniano przedstawiony powyżej problem jest uogólnieniem zadania transportowego. Uogólnienie to polega na tym, iż zamiast dostawców (zakładów produkcyjnych) już istniejących rozpatruje się dodatkowo (bądź tylko) potencjalnych dostawców. Wówczas rozwiązanie tego zadania daje nam odpowiedź na pytanie którego z

dostawców wybudować (bądź rozbudować) aby zminimalizować wszystkie poniesione koszty. W ogromnej literaturze przedmiotu, którą prześledzimy w rozdziale drugim rozpatruje się między innymi kilka następujących sytuacji dotyczących lokalizacji nowych dostawców:

- nowe lokalizacje mają uzupełnić grupę już istniejących lokalizacji z określonymi zasobami.
- nowe lokalizacje mają uzupełnić grupę już istniejących lokalizacji z określonymi zasobami i jednocześnie wśród istniejących dostawców istnieje podgrupa dostawców których zasoby możemy powiększyć
- nowe lokalizacje dotyczą wszystkich dostawców.

Innym istotnym elementem przedstawionych w książce modeli lokalizacyjnych są założenia o możliwościach dostaw nowych dostawców. Z reguły przyjmuje się, że są one ustalone lub zmieniają się skokowo. Są jednak przypadki kiedy zakłada się nieograniczone możliwości dostaw. Mamy wówczas do czynienia z problemami w których istotną rolę będą odgrywały koszty transportu lub czasu dotarcia towaru od dostawców do odbiorców.

Zauważmy ponadto, że w zadaniu transportowym uczestniczą dwie strony umowy zwane dostawcami i odbiorcami. Jednak w niektórych sytuacjach dostawy od dostawców zanim trafią do odbiorców muszą przejść przez tak zwane magazyny pośrednie. Stąd też w niniejszej książce wyróżniono następujące dwa warianty problemów lokalizacyjnych wśród dostawców:

1. zadania lokalizacji jednopoziomowej dostawców:
 - nowe lokalizacje są rozpatrywane tylko wśród dostawców,
 - nowe lokalizacje są rozpatrywane tylko wśród magazynów pośrednich,
2. zadania lokalizacji dwupoziomowej dostawców:
 - nowe lokalizacje są rozpatrywane zarówno wśród dostawców jak i magazynów pośrednich.

Zauważmy także, iż lokalizować (dokonywać wyboru lokalizacji) możemy nie tylko dostawców ale i odbiorców. I choć w literaturze nie często spotyka się takie prace to są problemy reprezentujące realne sytuacje.

Zadania lokalizacyjne mają wiele praktycznych zastosowań. W rozdziale drugim niniejszej książki autorki starają się przedstawić wielorakość takich problemów, poczynając od prac twórcy tej teorii Alfreda Webera aż po najbardziej skomplikowane modele lokalizacji. Dokonany przegląd literatury światowej z tej dziedziny pozwolił na prezentację ważniejszych klasyfikacji zagadnień lokalizacyjnych. Stanowi on także, w połączeniu z doświadczeniem autorek w modelowaniu matematycznym, punkt wyjścia do stworzenia nowej klasyfikacji, której głównym parametrem jest czas. Opisana w punkcie 2.4 klasyfikacja dzieli zadania lokalizacyjne na trzy następujące grupy:

- zadania statyczne,
- zadania semidynamiczne,
- zadania dynamiczne.

Dla każdej z wyżej wymienionych grup zadań podana została definicja, a także przedstawiony został odpowiedni model matematyczny.

Druga część książki - rozdział trzeci dotyczy opracowania metod rozwiązywania konkretnych zagadnień. I tak, w kolejności przedstawiono:

- metodę rozwiązywania zadań lokalizacji jednopoziomowej,
- metodę rozwiązywania zadań lokalizacji jednopoziomowej z uwzględnieniem ograniczeń czasowych,
- metodę rozwiązywania zadań lokalizacji dwupoziomowej
- metodę rozwiązywania zadań lokalizacji dwupoziomowej z uwzględnieniem ograniczeń pojemnościowych,
- metody rozwiązywania zadań lokalizacji liniowej dla zagadnień sieciowych.

W punkcie 3.1 przedstawiono model lokalizacji jednopoziomowej w postaci ogólnej. W zaproponowanej tutaj metodzie rozwiązania wykorzystano lemat i twierdzenie Czerenina [16]. Pozwoliło to na opracowanie algorytmu w którym nieperspektywiczne warianty lokalizacji nie są rozpatrywane. W zakończeniu tego punktu przedstawiono przykład rzeczywisty zastosowania prezentowanej metody.

W punkcie 3.2 przedstawiono metodę rozwiązywania zadań sklasyfikowanych przez autorki jako semidynamiczne - a więc takie, w których parametr czasu występuje jedynie jako indeks w ograniczeniach.

W punkcie 3.3 przedstawiono model lokalizacji dwupoziomowej. W przyjętej metodzie rozwiązania wykorzystano algorytm Kaufmana, Eedego i Hansena [42]. W ogólnym przypadku algorytm ten daje jedynie rozwiązania suboptymalne. Klasa zadań dla których ten algorytm prowadzi do rozwiązania optymalnego jest wąska i nie obejmuje wielu istotnych problemów wynikających z praktycznych zastosowań. Stąd też wynikała potrzeba opracowania bardziej uniwersalnego algorytmu. Został on przedstawiony w zakończeniu tego punktu.

W punkcie 3.4 autorki opisały ogólny model matematyczny dla zadania lokalizacji dwupoziomowej z ograniczonymi pojemnościami. Przytoczono dwa rzeczywiste, zaczerpnięte z literatury, przykłady wykorzystania takich modeli. Następnie przedstawiono własny model dla wspólnej grupy rzeczywistych przykładów i zaproponowano wstępną wersję algorytmu rozwiązującego.

W następnym punkcie (3.5) wprowadzono i zdefiniowano pojęcie lokalizacji liniowej. Zadania te mają wiele praktycznych zastosowań. W ramach prowadzonych badań przeanalizowano 5 rzeczywistych przykładów. Dla każdego z tych przykładów podano opis modelu matematycznego oraz zaproponowano algorytm.

Należy podkreślić fakt, iż każdy rzeczywisty przypadek zadania lokalizacji jest indywidualny i wprawdzie funkcje celu, wiążące zmienne przydziału oraz lokalizacji, zapisują się tą samą formułą to ograniczenia różnią między sobą poszczególne modele w sposób zasadniczy. Ograniczenia odzwierciedlają indywidualność rozwiązywanego problemu i mają daleko idące konsekwencje podczas konstrukcji algorytmu rozwiązującego. Matematyczne sformułowanie zadań lokalizacyjnych klasyfikuje je do mieszanego problemu całkowitoliczbowego. Na ogół algorytm rozwiązujący jeden typ problemów lokalizacyjnych jest nieprzydatny dla innego zadania. Projektanci algorytmów opracowują heurystyczne algorytmy dające suboptymalne rozwiązania. Należy jednak zauważyć, że nie sposób stwierdzić, który z następujących czynników ma większy wpływ na dokładność rozwiązania:

- heurystyka algorytmu wynikająca z trudności w skonstruowaniu dokładnego algorytmu,
- kompromis podejmowany przy tworzeniu skończonego matematycznego modelu dla układu otwartego jakim jest rzeczywistość.

Ostateczna decyzja o lokalizacji podejmowana jest przy wzięciu pod uwagę dodatkowych poza matematycznych uwarunkowań np. socjologicznych czy ekologicznych. Algorytmy lokalizacyjne stanowią tu jedynie narzędzie wspomagające proces decyzyjny na drodze do wyboru najkorzystniejszego rozwiązania.

Prace nad książką trwały kilka lat. Przyczynkiem do powstania wszystkich zaprezentowanych w niej modeli i algorytmów była współpraca z Biurem Projektów NAFTOPROJEKT. Rozważany wówczas problem dystrybucji produktów naftowych był na tyle interesujący, że w latach następnych prace nad zagadnieniem lokalizacji były przez nas rozwijane w ramach prac statutowych Instytutu Badań Systemowych PAN a także w ramach projektu badawczego (grantu) nr 3 P403 03104 KBN..

Pragniemy zwrócić uwagę, że książka nie wyczerpuje wszystkich aspektów problemów lokalizacyjnych omawianych w bardzo bogatej literaturze przedmiotu. Przykładowo, nie zaprezentowano szerzej wielokryterialnych modeli oraz metod ich rozwiązywania. Nie zostały omówione liczne prace z zakresu zadań lokalizacyjnych korzystających z takich pojęć jak p -centrum i p -mediana grafu. Skoncentrowaliśmy się na modelach i algorytmach, które były przedmiotem naszych badań.

Mamy nadzieję, że książka będzie pomocna tym wszystkim Czytelnikom którzy pragną bądź zaznajomić się z tematyką lokalizacji obiektów, bądź nawet rozwiązać własne zadanie lokalizacyjne.

Na koniec zostawiliśmy sobie miły obowiązek podziękowania tym wszystkim naszym koleżankom i kolegom z IBS PAN, którzy brali udział w opracowywaniu bądź oprogramowaniu przedstawionych w książce modeli i algorytmów.

Książka dotyczy zagadnień lokalizacyjno-transportowych. Zadania te należą do klasy zadań optymalizacji dyskretnej. W pierwszej części książki przedstawiono różne klasyfikacje takich zadań poczynając od prac twórcy tej teorii – Alfreda Webera, a kończąc na najbardziej skomplikowanych modelach. Zadania lokalizacji mają wiele praktycznych zastosowań. I tak w drugiej części książki przedstawiono kilka przykładów konkretnych zagadnień wraz z metodami ich rozwiązania.

ISSN 0208-8029

ISBN 83-85847-98-7

W celu uzyskania bliższych informacji i zakupu dodatkowych egzemplarzy prosimy o kontakt z Instytutem Badań Systemowych PAN
ul. Newelska 6, 01-447 Warszawa
tel. 837-35-78 w. 241 e-mail: biblioteka@ibspan.waw.pl