# ANALIZA SYSTEMOWA I ZARZĄDZANIE

Książka jubileuszowa
z okazji
50-lecia pracy naukowej

ROMANA KULIKOWSKIEGO

**ISBN 83-85847-34-0**

Druk: "ARGRAF" Agencja Poligraficzno-Wydawnicza, Warszawa
Skład: Barbara Kotuszewska

# PROCESY UCZENIA I METODA LOGICZNO-ALGEBRAICZNA W SYSTEMACH Z REPREZENTACJĄ WIEDZY

*Zdzisław Bubnicki*

*Instytut Sterowania i Techniki Systemów*
*Politechnika Wrocławska*

## 1. Wstęp

Problematyka systemów wspomagających podejmowanie decyzji jest obecnie jednym z podstawowych działów ogólnej analizy systemowej, a zagadnienia związane z komputerową realizacją takich systemów stanowią ważny obszar w dziedzinie problemowo-zorientowanych systemów informatycznych. Interesujące i niełatwe problemy w tym zakresie formułowane są w szczególności dla systemów podejmowania decyzji z reprezentacją wiedzy. Niniejsze opracowanie dotyczy pewnej klasy takich systemów, w których statyczny obiekt podejmowania decyzji opisywany jest przez reprezentację wiedzy w formie relacji (relacyjna reprezentacja wiedzy) lub w formie zbioru faktów, tj. formuł logicznych podanych przez eksperta (logiczna reprezentacja wiedzy). Są to często występujące formy w komputerowych systemach ekspertowych [2], a w szczególności w systemach ekspertowych na potrzeby zarządzania [3].

Dla obiektu opisywanego tradycyjnym modelem funkcjonalnym $y = \phi(x)$ problem decyzyjny może polegać na wyznaczeniu decyzji $\bar{x}$ takiej, że $\bar{y} = \phi(\bar{x})$ jest wymaganą wartością wyjścia. Dla obiektu opisywanego w formie rozpatrywanych tu reprezentacji wiedzy problem decyzyjny polega na wyznaczeniu **własności wejściowej** dotyczącej $x$, która implikuje wymaganą **własność wyjściową** dotyczącą $y$. Dla zadań analizy i podejmowania decyzji w systemach z logiczną reprezentacją wiedzy została opracowana tzw. **metoda logiczno-algebraiczna** [4÷9], której idea polega na zastąpieniu indywidualnych koncepcji rozumowania bazujących na regułach dowodzenia przez zunifikowane procedury algebraiczne bazujące na regułach algebry logiki. Rezultaty można traktować jak ujednolicenie i uogólnienie różnych indywidualnych algorytmów rozumowania dla rozpatrywanej klasy reprezentacji wiedzy. W pracach [10, 11, 12] przedstawiono koncepcje i algorytmy uczenia w różnych przypadkach z reprezentacją wiedzy zawierającą nieznane parametry. Ogólna idea polega tu na walidacji i uaktualnianiu wiedzy na podstawie bieżących obserwacji i może być traktowana jak rozszerzenie tradycyjnej koncepcji adaptacji z wykorzystaniem bieżących rezultatów identyfikacji (np. [1]) na rozpatrywane przypadki niekonwencjonalnej reprezentacji wiedzy.

Celem obecnego opracowania jest uzupełnienie, ujednolicenie i uogólnienie rozpatrywanych wcześniej przypadków oraz ich ogólna charakterystyka nawiązująca do tradycyjnych koncepcji procesów uczenia w systemach podejmowania decyzji.

## 2. System z relacyjną reprezentacją wiedzy

Rozważmy system statyczny (statyczny obiekt podejmowania decyzji), którego reprezentacja wiedzy ma formę relacji $R(x, y, c) \in X \times Y$, gdzie $x \in X$ jest wektorem wejściowym, $y \in Y$ – wektorem wyjściowym, $c \in C$ – wektorem parametrów. Relacja ta może mieć postać zestawu nierówności, w których występują składowe wektorów $x, y, c$. Na przykład, dla systemu z $k$ wejściami, jednym wyjściem i jednym parametrem

$$(x^{(1)})^2 + (x^{(2)})^2 + \ldots + (x^{(k)})^2 + y^2 \le c^2 \qquad (1)$$

gdzie $x = [x^{(1)}\ x^{(2)} \ldots x^{(k)}]^T$. Dla naszego systemu możemy sformułować następujący **problem podejmowania decyzji** (sterowania): Dla danego zbioru $D_y \subset Y$ należy wyznaczyć największy zbiór $D_x(c)$ taki, że spełniona jest implikacja

$$x \in D_x(c) \rightarrow y \in D_y$$

Własność $y \in D_y$ określa wymaganie użytkownika. Łatwo zauważyć, że

$$D_x(c) = \{x \in X:\ D_y(x,c) \subseteq D_y\} \qquad (2)$$

gdzie

$$D_y(x,c) = \{y \in Y:\ (x,y) \in R(x,y,c)\}$$

Załóżmy, że parametr $c$ w reprezentacji wiedzy ma wartość $c = \bar{c}$ i wartość ta jest nieznana. Przez analogię do znanych koncepcji dla obiektów opisywanych w formie tradycyjnych modeli funkcjonalnych można zaproponować następujące koncepcje procesów uczenia.

### 2.1. Walidacja i uaktualnianie wiedzy o obiekcie w systemie otwartym

Idea polega na wykorzystaniu ciągu obserwacji

$$(x_1, y_1), (x_2, y_2), ..., (x_n, y_n), \bigwedge_{i} [(x_i, y_i) \in R(x, y, \bar{c})]$$

do estymacji nieznanego parametru $\bar{c}$. Po zakończeniu procesu obserwacji wyznacza się decyzję $D_x(c)$ na podstawie rezultatu estymacji. W cytowanej literaturze jako oszacowanie $\bar{c}$ zaproponowano brzeg $\Delta_c(n)$ zbioru

$$D_c(n) = \{c \in C : \bigwedge_{i} [(x_i, y_i) \in R(x, y, c)]\}$$

w przypadku, gdy $R(x, y, c)$ jest ciągłym i domkniętym obszarem w $X \times Y$.

W przykładzie (1) $D_c(n)=[c_{min}, \infty)$ i $\Delta_c(n)=\{c_{min}\}$, gdzie

$$c_{\min}^2 = \max_i (x_i^T x_i + y_i^2)$$

Jeśli punkty $(x_i, y_i)$ pojawiają się losowo z $R(x, y, \bar{c})$, to przy pewnych dodatkowych założeniach można udowodnić, że $\Delta_c(n)$ zdąża do $\{\bar{c}\}$ z prawdopodobieństwem 1 – dla $n \to \infty$. Oszacowanie $\Delta_c(n)$ można wyznaczać rekurencyjnie według algorytmu zawierającego dla kolejnych $n$ walidację wiedzy i ewentualne jej uaktualnienie. Walidacja polega na sprawdzeniu warunku

$$\bigwedge_{c \in D_c(n-1)} [(x_n, y_n) \in R(x, y, c)]$$

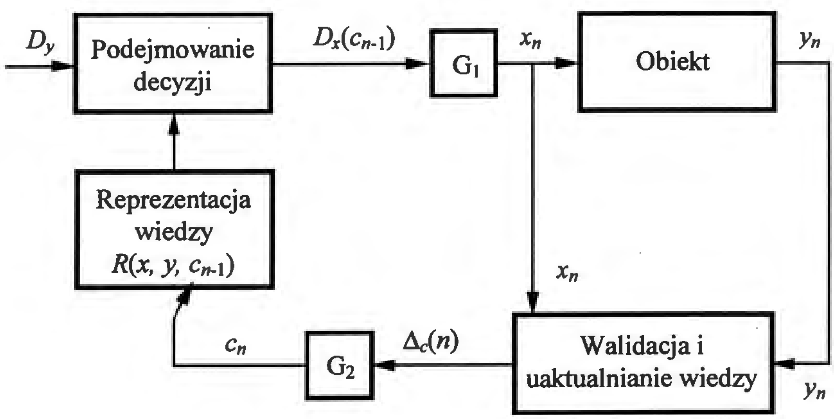
Jeśli warunek ten jest spełniony, to $D_c(n)=D_c(n-1)$ i $\Delta_c(n)=\Delta_c(n-1)$. W przeciwnym razie następuje uaktualnienie wiedzy, tj. wyznaczenie nowego zbioru

$$D_c(n) = \{c \in D_c(n-1) : \quad (x_n, y_n) \in R(x, y, c)\}$$

i wyznaczenie $\Delta_c(n)$ jako brzegu $D_c(n)$. Po zakończeniu procesu uaktualniania wartość $c_n$ może być wybrana losowo z $\Delta_c(n)$ i wstawiona w miejsce $\bar{c}$ do $R(x, y, \bar{c})$ lub wprost do $D_x(\bar{c})$.

## 2.2. Walidacja i uaktualnianie wiedzy o obiekcie w systemie zamkniętym

Szacowanie $\bar{c}$ może się odbywać na bieżąco dla kolejnych $n$ w zamkniętym uczącym się systemie podejmowania decyzji (uczącym się systemie sterowania). Obecnie kolejne wartości $x_n$ nie są losowane jak poprzednio, ale są wyznaczane jako decyzje na podstawie aktualnych wyników szacowania $\bar{c}$. W efekcie algorytm podejmowania decyzji jest następujący: Dla kolejnego $n$ należy przeprowadzić walidację i ewentualnie uaktualnienie wiedzy oraz wyznaczyć $\Delta_c(n)$ jak poprzednio, następnie wartość $c_n$ wybraną losowo z $\Delta_c(n)$ wstawić do $D_x(c)$, ze zbioru $D_x(c_n)$ wybrać losowo decyzję $x_{n+1}$, którą należy podać na wejście obiektu. Para $(x_{n+1}, y_{n+1})$ traktowana jest jako kolejny wynik obserwacji, dla którego wyznacza się następne oszacowanie. Schemat blokowy rozpatrywanego systemu decyzyjnego przedstawia rys. 1, na którym $G_1$ i $G_2$ oznaczają generatory liczb losowych. Dla konkretnego algorytmu należy zaproponować rozkłady prawdopodobieństwa, według których losuje się wartości $c_n$ ze zbioru $\Delta_c(n)$ oraz $x_{n+1}$ ze zbioru $D_x(c_n)$.




Rys. 1

## 2.3. Walidacja i uaktualnianie wiedzy o podejmowaniu decyzji w systemie otwartym z nauczycielem

Realizacja tej koncepcji wymaga tzw. nauczyciela, który dla kolejnych wartości $x_n$ stwierdza, czy $x_n \in D_x(\bar{c})$, tzn. czy dla decyzji $x_n$ spełnione jest wymaganie $y \in D_y$. Problem szacowania $\bar{c}$ można zatem rozważać jak problem rozpoznawania dla dwóch klas. Punkt $x_{n+1}$ powinien być sklasyfikowany do klasy $j=1$ jeśli $x \in D_x(\bar{c})$ lub do klasy $j=2$ jeśli $x \notin D_x(\bar{c})$ – na podstawie ciągu uczącego

$$(x_1, j_1), (x_2, j_2), \dots, (x_n, j_n) \overset{\Delta}{=} S_n \tag{3}$$

gdzie $j_i \in \{1,2\}$ jest rezultatem poprawnej klasyfikacji podanej przez nauczyciela. W pracy [11] jako oszacowanie $\bar{c}$ zaproponowano zbiór

$$\overline{\Delta}_c(n) = \overline{D}_c(n) \cap \hat{D}_c(n)$$

gdzie

$$\overline{D}_c(n) = \{c \in C: \quad \bar{x}_i \in D_x(c) \text{ dla każdego } \bar{x}_i \text{ w } S_n\}$$

$$\hat{D}_c(n) = \{c \in C: \quad \hat{x}_i \in X - D_x(c) \text{ dla każdego } \hat{x}_i \text{ w } S_n\}$$

przez $\bar{x}_i$ i $\hat{x}_i$ oznaczono $x_i$ w $S_n$, dla którego odpowiednio $j=1$ i $j=2$. Przy pewnych założeniach dotyczących rozkładu prawdopodobieństwa według którego losowo wybierane są wartości $x_i$ z $X$ można wykazać, że $\overline{\Delta}_c(n)$ zdąża do $\{\bar{c}\}$ z prawdopodobieństwem 1. Na przykład dla $D_x(c)$ określonego nierównością

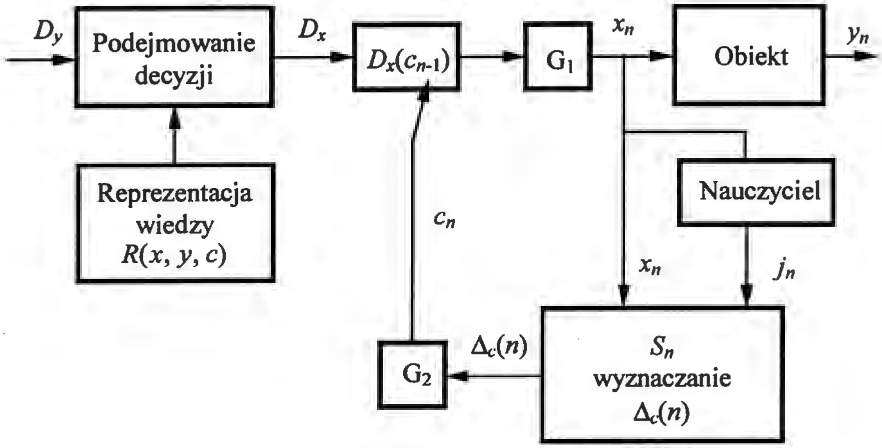
$$x^T x \le \bar{c}^2$$

$$\overline{D}_c(n) = [c_{\min}, \infty), \quad \hat{D}_c(n) = [0, c_{\max}), \quad \Delta_c(n) = [c_{\min}, c_{\max})$$

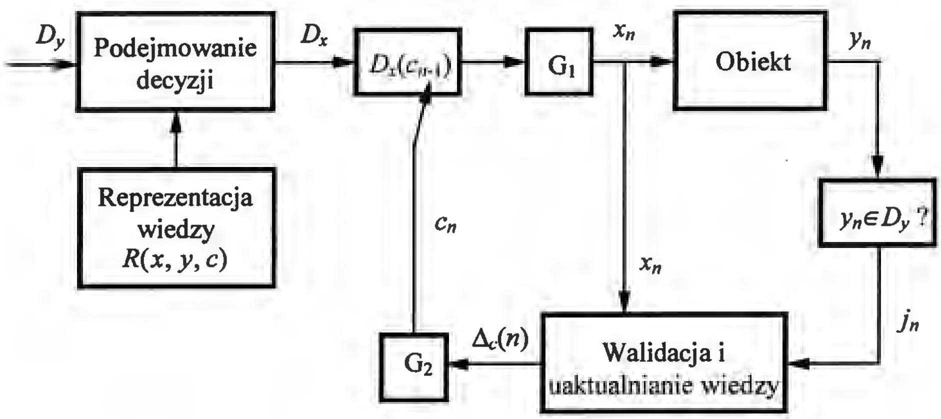
W odróżnieniu od koncepcji A – obecnie walidacji i ewentualnemu uaktualnianiu podlega wiedza o sposobie podejmowania decyzji, czyli zbiór $D_x(c)$. Algorytm rekurencyjny wyznaczania $\overline{D}_c(n)$ i $\hat{D}_c(n)$ jest analogiczny do algorytmu w przypadku A, w którym zamiast pary $(x_n, y_n)$ występuje $\bar{x}_n$ jeśli $j=1$ lub $\hat{x}_n$ jeśli $j=2$ i zamiast zbioru $R(x, y, c)$ w $X \times Y$ występuje zbiór $D_x(c)$ w $X$. Po zakończeniu procesu uczenia z końcowego zbioru $\overline{\Delta}_c(n)$ należy wylosować $c_n$ i wykorzystać do wyznaczania decyzji jak w przypadku A.

### 2.4. Walidacja i uaktualnianie wiedzy o podejmowaniu decyzji w systemie zamkniętym z nauczycielem

Jest to koncepcja analogiczna do przypadku B. Obecnie kolejne wartości $x_{n+1}$ są wyznaczane jako decyzje na podstawie aktualnych wyników szacowania $\bar{c}$, czyli są losowane ze zbioru $D_x(c_n)$ dla aktualnej wartości $c_n$ (rys. 2).




Rys. 2




Rys. 3

### 2.5. Walidacja i uaktualnianie wiedzy o podejmowaniu decyzji w systemie otwartym i zamkniętym bez nauczyciela

Koncepcje te można zrealizować wówczas, gdy możliwe jest testowanie własności $y_i \in D_y$. Dla stwierdzenia, czy $x_i$ jest poprawną decyzją (tj. czy $j_i=1$) należy podać $x_i$ na wejście obiektu i stwierdzić, czy $y_i \in D_y$. Obiekt generujący $y_i$ wraz z weryfikatorem własności $y_i \in D_y$ zastępują tu nauczyciela podającego wartości $j_i$ dla kolejnych $x_i$ w ciągu uczącym (3). Algorytmy w systemie otwartym i zamkniętym są tu takie, jak w przypadkach C i D z własnościami $y_n \in D_y$ i $y_n \notin D_y$ w miejsce bezpośrednio podawanych przez nauczyciela wartości $j_n=1$ i $j_n=2$. Schemat blokowy systemu zamkniętego ilustruje rys. 3.

## 3. System z logiczną reprezentacją wiedzy

Dla systemu z relacyjną reprezentacją wiedzy w formie układu równości i nierówności wyznaczenie obszaru $D_x(c)$ może być bardzo trudne i nie można tu sformułować uniwersalnego algorytmu. Algorytm taki może być sformułowany dla klasy systemów z tzw. relacyjną reprezentacją wiedzy w postaci zestawu faktów (formuł logicznych w logice 2-wartościowej) dotyczących $x$, $y$, $c$ i ewentualnie wielkości pomocniczych. Wprowadzimy następujące oznaczenia:

$\alpha_{xi}(x,c)$ – formuła elementarna (elementarna własność) dotycząca $x$ i $c$;
$i=1, 2, ..., n_1$, np. $\alpha_{x1}(x, c) = "x^T x \le c^T c"$.

$\alpha_{wr}(x, y, w, c)$ – formuła elementarna dotycząca $x, y, w, c$; $r=1,2, ..., n_2$, $w$ jest wektorem pomocniczych wielkości w reprezentacji wiedzy.

$\alpha_{ys}(y, c)$ – formuła elementarna dotycząca $y$ i $c$; $s=1, 2, ..., n_3$.

$\alpha_x = (\alpha_{x1}, ..., \alpha_{xn_1})$, $\alpha_w = (\alpha_{w1}, ..., \alpha_{wn_2})$, $\alpha_y = (\alpha_{y1}, ..., \alpha_{yn_3})$.

$\alpha = (\alpha_x, \alpha_w, \alpha_y)$ – ciąg wszystkich formuł elementarnych.

$F_j(\alpha)$ – $j$-ty fakt podany przez eksperta. Jest to formuła logiczna utworzona z podciągu formuł elementarnych za pomocą operacji logicznych: $\vee, \wedge, \neg, \rightarrow$; $j=1, 2, ..., k$. Na przykład $F_1 = \alpha_1 \wedge \alpha_2 \rightarrow \alpha_4$, $F_2 = \alpha_3 \vee \alpha_2$, gdzie $\alpha_1 = "x^T x \le c^T c"$, $\alpha_2 =$ „temperatura jest mała lub $y^T y \le 3$", $\alpha_3 =$ „$y^T y = w^T x + c^T c$", $\alpha_4 =$ „$y^T y \ge 2c^T c$".

$F(\alpha) = F_1(\alpha) \wedge F_2(\alpha) \wedge ... \wedge F_k(\alpha)$.

$F_x(\alpha_x)$ – własność wejściowa, tj. formuła utworzona z $\alpha_x$.

$F_y(\alpha_y)$ – własność wyjściowa.

$a_m \in \{0, 1\}$ – wartość logiczna $\alpha_m$, $m=1, 2, ..., n$, $n=n_1+n_2+n_3$.

$a = (a_1, a_2, ..., a_n)$.

$F(a)$ – wartość logiczna $F(\alpha)$. Zakładamy prawdziwość faktów, tj. $F(a)=1$.

$\langle \alpha, F(\alpha) \rangle = RW$ (reprezentacja wiedzy w formie logicznej).

Logiczna reprezentacja wiedzy jest w istocie specyficzną formą relacyjnej reprezentacji wiedzy, w której faktom $F_i$ odpowiadają relacje

$$R_i(x,y,w,c) = \{(x,y,w) \in X \times Y \times W\colon \; F_i(a) = 1\}, \quad i \in \overline{1,k}$$

$$R(x,y,c) = \{(x,y) \in X \times Y\colon \bigvee_{w \in W} [(x,y,w) \in \bigcap_{i=1}^{k} R_i]\}$$

natomiast własność wejściową i wyjściową można przedstawić w postaci

$$x \in D_x(c), \quad y \in D_y(c)$$

gdzie

$$D_x(c) = \{x \in X: \; F_x(a_x) = 1\}, \quad D_y(c) = \{y \in Y: \; F_y(a_y) = 1\} \tag{4}$$

**Problem podejmowania decyzji** można zatem sformułować następująco: Dla danej wymaganej przez użytkownika własności wyjściowej $F_y(\alpha_y)$ należy wyznaczyć najlepszą własność wejściową $F_x(\alpha_x)$, dla której spełniona jest implikacja $F_x \rightarrow F_y$. Przez najlepszą własność $F_x$ rozumiemy taką, która jest implikowana przez każdą inną $F_x$ implikującą $F_y$ (odpowiada jej największy zbiór $D_x$). Można pokazać [7, 8], że wyznaczenie $F_x$ sprowadza się do rozwiązania względem $a_x$ dwóch układów równań

$$\left.\begin{array}{r} F(a_x, a_w, a_y) = 1 \\ F_y(a_y) = 1 \end{array}\right\}, \qquad \left.\begin{array}{r} F(a_x, a_w, a_y) = 1 \\ F_y(a_y) = 0 \end{array}\right\} \tag{5}$$

Jeśli $S_{x1}$, $S_{x2}$ oznaczają odpowiednio zbiory rozwiązań pierwszego i drugiego równania, to $F_x$ jest zdeterminowane przez $S_x = S_{x1} - S_{x2}$ w taki sposób, że $a_x \in S_x \leftrightarrow F_x(a_x) = 1$; np. jeśli $\alpha_x = (\alpha_{x1}, \alpha_{x2}, \alpha_{x3})$ i $S_x = \{(1, 0, 1), (0, 1, 1)\}$, to

$$F_x(\alpha_x) = (\alpha_{x1} \wedge \neg\alpha_{x2} \wedge \alpha_{x3}) \vee (\neg\alpha_{x1} \wedge \alpha_{x2} \wedge \alpha_{x3})$$

Tak więc rozwiązanie naszego problemu sprowadza się do rozwiązania równań algebraicznych (5), gdzie $F$, $F_y$ są wyrażeniami algebraicznymi w algebrze logiki dwuwartościowej. Jest to podstawowa idea **metody logiczno-algebraicznej**, której istotnym składnikiem jest również zastosowanie dekompozycji w zbiorze faktów i w konsekwencji rekurencyjnej procedury wyznaczania $S_x$. Dekompozycja ta jest następująca:

$$F(a) = \overline{F}_1(\overline{a}_0, \overline{a}_1) \wedge \overline{F}_2(\overline{a}_1, \overline{a}_2) \wedge \ldots \wedge \overline{F}_p(\overline{a}_{p-1}, \overline{a}_p) \wedge \ldots \wedge \overline{F}_N(\overline{a}_{N-1}, \overline{a}_N)$$

gdzie $a = (a_x, a_w, a_y)$, $\overline{a}_0 = (a_x, a_y)$, $\overline{F}_p$ jest koniunkcją wszystkich faktów zawierających zmienne z ciągu $\overline{a}_{p-1}$, natomiast $\overline{a}_p$ jest ciągiem pozostałych zmiennych występujących w $\overline{F}_p$ $(p = 1, 2, \ldots, N)$. Wówczas zbiór $\overline{S}_0$ wszystkich rozwiązań $(a_x, a_y)$ równania $F(a_x, a_w, a_y) = 1$ można wyznaczyć według formuły rekurencyjnej

$$\overline{S}_{p-1} = \{\overline{a}_{p-1} \in S_{p-1} : \bigvee_{\overline{a}_p \in \overline{S}_p} [\overline{F}_p(\overline{a}_{p-1}, \overline{a}_p) = 1]\}$$

gdzie $S_p$ jest zbiorem wszystkich ciągów $\overline{a}_p$, $p = N, N-1, \ldots, 1$; $\overline{S}_N = S_N$. W konsekwencji

$$S_x = \{a_x : \bigvee_{a_y \in S_y} (a_x, a_y) \in \overline{S}_o\} - \{a_x : \bigvee_{a_y \notin S_y} (a_x, a_y) \in \overline{S}_o\}$$

gdzie

$$S_y = \{a_y : \; F_y(a_y) = 1\}$$

Dokładniejszy opis tej metody wraz z przykładami, różnymi wersjami algorytmów oraz dedukcyjną i systemową interpretacją dekompozycji znaleźć można w cytowanej literaturze. Obecnie zwróćmy jedynie uwagę na to, że metodę tę można połączyć z przedstawionymi poprzednio metodami i procesami uczenia w przypadku nieznanych parametrów $c$. Dotyczy to oczywiście przypadków C, D, i E, tj. walidacji i uaktualniania wiedzy o podejmowaniu decyzji. Algorytmy uczenia i podejmowania decyzji są takie same jak poprzednio, natomiast wyznaczanie $D_x(c)$ na podstawie (2) – trudne i wymagające indywidualnych specyficznych algorytmów dla konkretnych postaci $R$ – zastępuje się jednolitym uniwersalnym algorytmem wyznaczania $F_x$ (i w konsekwencji $D_x$), opartym na metodzie logiczno-algebraicznej. Z drugiej strony możliwości formułowania własności wejściowych i wyjściowych, czyli zbiorów $D_x$ i $D_y$ są tu ograniczone do takich, które mogą być sformułowane w postaci formuł logicznych $F_x$ i $F_y$ z użyciem formuł elementarnych $\alpha_x$ i $\alpha_y$ występujących w reprezentacji wiedzy.

## 4. Charakterystyka ogólna i uwagi końcowe

Zestawienie w jednolitych ramach podstawowych koncepcji procesów uczenia w systemach podejmowania decyzji z relacyjną i logiczną reprezentacją wiedzy pozwala na następującą ogólną charakterystykę dotyczącą związków z koncepcjami tradycyjnymi oraz porównania różnych koncepcji:

1. Niezależnie od stosowanej terminologii (systemy adaptacyjne, uczące się, inteligentne itp.), rozpatrywane w różnych okresach i przez różnych autorów tzw. procesy uczenia (lub uczenia się) w systemach podejmowania decyzji sprowadzają się do czterech podstawowych idei: pasywnego lub aktywnego uaktualniania wiedzy o obiekcie podejmowania decyzji lub o sposobie podejmowania decyzji.
W tradycyjnych systemach adaptacyjnych uaktualnianie wiedzy o obiekcie oznacza tradycyjnie rozumianą identyfikację obiektu. W przypadku pasywnym podejmowanie decyzji następuje po zakończeniu procesu identyfikacji na podstawie rezultatów tej identyfikacji. W przypadku aktywnym kolejne wejścia obiektu wyznaczane są na podstawie aktualnych wyników identyfikacji (adaptacja z bieżącą identyfikacją). Dla rozpatrywanych w tej pracy niekonwencjonalnych opisów obiektu w formie relacyjnej reprezentacji wiedzy są to przypadki 2.1 i 2.2 przedstawione w p. 2.
W systemach tradycyjnych sposób podejmowania decyzji oznacza regułę decyzyjną, a jego polepszanie w rozpatrywanym tu problemie parametrycznym oznacza odpowiednią zmianę parametrów tej reguły. Może się to odbywać z tzw. nauczycielem („uczenie na przykładach") lub z obiektem („uczenie na błędach"). W obu przypadkach możliwy jest sposób pasywny oraz aktywny (adaptacja poprzez strojenie reguły decyzyjnej). Dla rozpatrywanych w tej pracy obiektów są to odpowiednio przypadki 2.3 i 2.4 oraz przypadek 2.5 obejmujący dwie wersje: pasywną i aktywną.

2. Powyższe zestawienie pokazuje, że procesy uczenia w systemach podejmowania decyzji mogą być rozważane w sposób jednolity dla różnych form reprezentacji wiedzy o obiekcie lub o sposobie podejmowania decyzji. Rozpatrywaną tu relacyjną i logiczną reprezentację wiedzy można traktować jak uogólnienie przypadku klasycznego, w którym reprezentacja wiedzy ma postać tradycyjnego modelu funkcjonalnego. Różnym formom reprezentacji wiedzy muszą odpowiadać adekwatnie sformułowane zadania decyzyjne. Zestawione w pracy przypadki i dotyczące ich uwagi można łatwo rozszerzyć dla sytuacji w której wykorzystuje się wynik obserwacji dodatkowych wielkości wejściowych $z$. W przypadku tradycyjnym reprezentacja wiedzy jest modelem funkcjonalnym podającym zależność $y$ od $x$ i $z$. W przypadku relacyjnym jest to relacja pomiędzy $x,z,y$ natomiast wynikiem obserwacji jest zbiór $D_z$. Dla logicznej reprezentacji wiedzy własność zaobserwowaną $z \in D_z$ wyraża się w formie formuły logicznej $F_z(\alpha_z)$,

gdzie $\alpha_z$ oznacza ciąg formuł elementarnych dotyczących $z$, występujących w faktach, które składają się na reprezentację wiedzy. Wszystkie rozważania można uogólnić na przypadek dynamicznej reprezentacji wiedzy, w której relacje lub fakty dotyczą wyjścia, wejścia i stanu w kolejnych momentach [17].

3. Wyniki badań symulacyjnych pokazują na ogół wyższość wersji aktywnej nad pasywną (podobnie jak w przypadku tradycyjnym) przy odpowiednim sformułowaniu wskaźnika jakości dla ustalonego czasu trwania całej procedury. Komplikuje się natomiast problem zbieżności. W licznych badaniach symulacyjnych nie stwierdzono wprawdzie niezbieżności, ale nie udało się dotąd udowodnić zbieżności przy odpowiednich założeniach dotyczących rozkładów prawdopodobieństwa - podobnych do założeń w dowodach zbieżności dla wersji pasywnej.

4. W rozpatrywanych przykładach stwierdzono wyższość koncepcji walidacji i uaktualniania wiedzy o podejmowaniu decyzji (przypadki 2.3, 2.4 i 2.5) nad odpowiednimi przypadkami dotyczącymi wiedzy o obiekcie. Jest to dość oczywista ogólna prawidłowość w sytuacji, gdy sposób podejmowania decyzji został uzyskany na podstawie znanej formy reprezentacji wiedzy o obiekcie. Wówczas niepełna informacja o obiekcie (w naszym przypadku nieznany parametr $c$) "przenosi się" do reprezentacji wiedzy o sposobie podejmowania decyzji (w naszym przypadku $D_x(c)$). Inne podejście polega na przyjęciu pewnej standardowej formy reprezentacji wiedzy o podejmowaniu decyzji bez sformułowania wiedzy o obiekcie. Nie ma wówczas podstaw do ogólnych stwierdzeń dotyczących porównania z podejściami wymienionymi poprzednio. Typowe rozwiązanie tego typu dla przypadku tradycyjnego polega na zastosowaniu sieci neuronalnej w adaptacyjnym systemie sterowania (np. [18]).
Metoda logiczno-algebraiczna została wykorzystana do opracowania i realizacji dwóch systemów ekspertowych ogólnego przeznaczenia: CONTROL-LOG i CLASS-LOG. Rozważania przedstawione w pracy pokazują w jaki sposób rozbudować można te systemy przez dodanie podprogramów uczenia dla zadania podejmowania decyzji przy nieznanych parametrach w reprezentacji wiedzy. Zauważmy na koniec, że w rozpatrywanych przypadkach zakładaliśmy brak informacji apriorycznej o nieznanych parametrach. W pracach [12+16] przedstawiono koncepcję tzw. **zmiennej niepewnej** określonej zbiorem wartości i rozkładem pewności podanym przez eksperta oraz zastosowanie tego formalizmu w systemach podejmowania decyzji z relacyjną i logiczną reprezentacją wiedzy. Interesujące i pożyteczne wydaje się opracowanie metod i algorytmów uczenia przy założeniu, że nieznane parametry są wartościami zmiennych niepewnych i dana jest informacja aprioryczna w postaci rozkładów pewności dla tych parametrów.

## Literatura


1. BUBNICKI Z.: *Identification of Control Plants*. Elsevier; New York, Oxford, Amsterdam, 1980.
2. BUBNICKI Z.: *Wstęp do systemów ekspertowych*. PWN, Warszawa, 1990.
3. BUBNICKI Z.: *Podstawy informatycznych systemów zarządzania*. WPWr, Wrocław, 1993.
4. BUBNICKI Z.: *Algebraic approach to some class of reasoning problems*. Proc. of IFIP Workshop on Automated Reasoning, Beijing, 1992, s. 12-16.
5. BUBNICKI Z.: *Decomposition of a system described by logical model*. W: *Cybernetics and Systems Research*, Vol. 1, World Scientific, London, New Jersey, 1992, s. 121-128.
6. BUBNICKI Z.: *Rekurencyjne algorytmy rozwiązywania zadań z reprezentacją wiedzy w systemie ekspertowym*. Archiwum Informatyki Teoretycznej i Stosowanej, T. 3, z. 1-4, 1991, s. 133-145.
7. BUBNICKI Z.: *Logic-algebraic foundations of a class of knowledge based control systems.* Proc. of the II World Automation Congress, Vol. 4, TSI Press, Montpellier, 1996, s. 89-94.
8. BUBNICKI Z.: *Logic-algebraic method for a class of knowledge based systems.* W: *Computer Adied Systems Theory*. Lecture Notes in Computer Science, Springer Verlag, 1997, s. 420-427.
9. BUBNICKI Z.: *Logic-algebraic method for knowledge-based relation systems*, W: *Systems Analysis, Modelling and Simulation,* 1998 (w druku).
10. BUBNICKI Z.: *Knowledge updating in a class of knowledge-based learning control systems*. Systems Science, Vol. 23, nr 4, 1997, s. 19–36.
11. BUBNICKI Z.: *Learning processes and logic-algebraic method in knowledge-based control systems*. W: *Progress in System and Robot Analysis and Control Design*, Springer Verlag 1998 (w druku).
12. BUBNICKI Z.: *Uncertain variables and learning algorithms in knowledge-based control systems*. Arificial Life and Robotics, Vol. 3, Japan, 1998 (w druku).
13. BUBNICKI Z.: *Logic-algebraic approach to a class of knowledge based fuzzy control systems*. Proc. of European Control Conference ECC 97, Vol. 1, Brussels, 1997.
14. BUBNICKI Z.: *Uncertain variables and logic-algebraic method in knowledge based systems*. Proc. of International Conference on Intelligent Systems and Control, Halifax, Acta Press, 1998, s. 135-139.
15. BUBNICKI Z.: *Uncertain variables and their applications in uncertain control systems*. W: *Modelling, Identification and Control*, Acta Press, Zurich, 1998, s. 305-308.

16. BUBNICKI Z.: *Uncertain logics, variables and systems*. Proc. of The Third Workshop of The International Insitute for General Systems Studies, Tianjin People's Publishing House, Beidaihe, Qinhuangdao, China, 1998, s. 7-14.

17. BUBNICKI Z.: *Logic-algebraic approach for a class of dynamical knowledge-based systems*. Proc. of IMACS Congress, vol. 4, Berlin, 1997, s. 101–106.

18. BUBNICKI Z.: *Adaptive control of operation systems using neural networks*. Proc. of XI Int. Conf. on Systems Engineering, USA, Nevada State University, Las Vegas, 1996, s. 945–951.

ISBN 83-85847