

BULLETIN INTERNATIONAL
DE L'ACADÉMIE DES SCIENCES DE CRACOVIE.
CLASSE DES SCIENCES MATHÉMATIQUES ET NATURELLES.

N° 1.

Janvier

1904.

- Sommaire:** 1. M. LADISLAS NATANSON. Sur une particularité de la double réfraction accidentelle dans les liquides pouvant servir à la détermination de leur temps de relaxation.
2. M. Ed de JANCZEWSKI. Hybrides des groseillers II. (Ribes).
3. MM. L. WACHHOLZ et S. HOROSZKIEWICZ. Etudes expérimentales sur le mécanisme physio-pathologique de la submersion.
4. M. CH. DZIEWONSKI. Synthèse d'un nouvel hydrocarbure aromatique: phénylacénaphthylméthane.
5. M. I. MOŚCICKI. Etudes sur la résistance des diélectriques.
6. MM. I. MOŚCICKI et M. ALTENBERG. Sur les pertes diélectriques dans les condensateurs soumis à l'action des courants alternatifs.
7. M. CONSTANTIN ZAKRZEWSKI. Sur la position des axes optiques dans les liquides déformés.

Séance du lundi 11 Janvier 1904.

PRÉSIDENTE DE M. E. GODLEWSKI.

1. M. LADISLAS NATANSON m. t. **O pewnej właściwości podwójnego załamania światła w cieczach odkształcanych, mogącej posłużyć do wyznaczenia ich czasu zluźniania.** (*Sur une particularité de la double réfraction accidentelle dans les liquides pouvant servir à la détermination de leur temps de relaxation*).

On se sert habituellement de la méthode suivante pour étudier la double réfraction accidentelle dans les liquides. Imaginons un cylindre qui peut être mis en rotation autour de son axe. A une distance assez faible de sa surface, imaginons une paroi cylindrique immobile, centrée sur le même axe. L'espace annulaire limité par la surface du cylindre et la paroi immobile est rempli du liquide que l'on désire étudier. Un faisceau de lumière, se dirigeant parallèlement à l'axe de rotation, traverse le liquide et sert à étudier la double réfraction qui se produit dans les conditions précédentes. Tel, en peu de mots, est le principe de l'expérience imaginée par Maxwell¹⁾; le même principe a été adopté ensuite par Kundt²⁾

¹⁾ Proceedings Roy. Soc., Nr. 148 (1873), Scientific Papers, Vol. II, p. 379.

²⁾ Wiedemann's Annalen, Bd. XIII, S. 110 (1881).

ainsi que par la majorité des savants qui ont exécuté des expériences précises sur la double réfraction accidentelle dans les liquides¹⁾.

Au cours des études auxquelles nous venons de faire allusion, Kundt a découvert un phénomène extrêmement remarquable. Soit

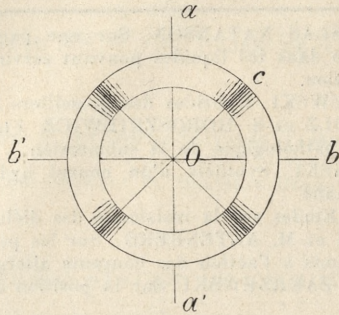


Fig. 1.

aa' (Fig. 1) le plan des vibrations du polariseur, bb' le plan des vibrations de l'analyseur qui sert à l'expérience. Pour certains liquides, par exemple l'huile d'olive, l'huile de lin, les mélanges d'huile d'olive avec le pétrole, les maxima d'obscurité observables étaient

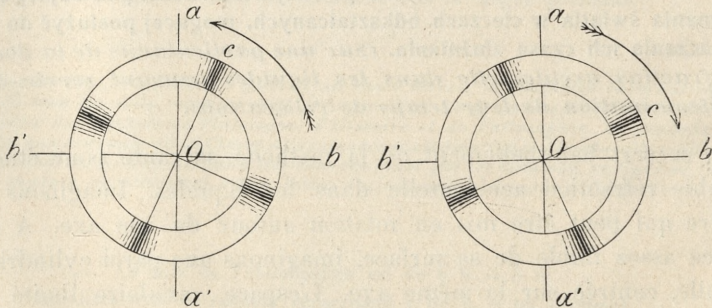


Fig. 2.

Fig. 3.

situés comme l'indique la fig. 1; on voyait le rayon Oc correspondant au maximum c du quadrant bOa faire un angle de 45° avec la demidroite Ob . Dans ce qui va suivre, nous désignerons par χ l'angle bOc ; nous dirons donc que, d'après les observations de Kundt, l'angle χ , pour certains liquides, est sensiblement égal

¹⁾ MM. G. de Metz, K. Umlauf, J. E. Almy, Bruce V. Hill (voir Bull. Int. de l'Acad. d. Sc. de Cracovie, Cl. d. Sc. Math. et Nat., pour 1901, p. 162.)

à 45° . Il en diffère dans le cas de certains autres liquides, par exemple le collodion et les solutions de gomme arabique. On peut résumer de la manière suivante les observations de Kundt relatives à ces liquides: à une rotation du cylindre intérieur s'effectuant ainsi que l'indique la fig. 2., correspond une valeur de l'angle χ supérieure à 45° ; à une rotation du cylindre intérieur ayant lieu dans le sens opposé (ainsi que l'indique la fig. 3.) correspond une valeur de l'angle χ inférieure à 45° . Pour le collodion, par exemple, la rotation ayant lieu comme l'indique la fig. 2., l'angle χ a été trouvé égal à environ 65° (voir à la page 123 du Mémoire cité).

L'explication du phénomène que nous venons de décrire a été donnée, en principe, par M. Th. Schwedoff¹⁾. Dans cette Communication nous nous proposons de déterminer par le calcul la valeur de l'angle χ . On verra par la suite que la détermination expérimentale, pour certains liquides, de la valeur exacte de cet angle pourrait jouer un rôle important dans l'étude du phénomène fondamental de la relaxation.

§ 1. Commençons par rappeler certains théorèmes se rapportant à la déformation homogène d'un milieu, théorèmes qui nous seront utiles dans la suite de ce travail. Soient A et B deux points matériels faisant partie du milieu. Nous rapporterons le milieu primitif ainsi que le milieu déformé à un système d'axes rectangulaires, d'orientation fixe, dont l'origine coïncide constamment avec la position occupée par le point A du milieu. Soit M la position du point B avant la déformation et x_M, y_M, z_M les coordonnées de la position M par rapport au système $Axyz$ que nous venons de définir; soit N la position du même point B après la déformation; appelons x_N, y_N, z_N les coordonnées de la position N , dans le même système d'axes $Axyz$. Imaginons que le milieu éprouve une déformation que définissent les formules

$$x_N = (1 + a_{xx})x_M + a_{xy}y_M \quad (1a)$$

$$y_N = a_{yx}x_M + (1 + a_{yy})y_M \quad (1b)$$

$$z_N = z_M, \quad (1c)$$

les coefficients a étant des constantes. Nous pourrions supposer, sans que la généralité du raisonnement en souffre, que les positions occupées par le point B se trouvent toujours dans le plan Axy .

¹⁾ Journal de Physique (3) Vol. I., p. 49. 1892.

A l'effet d'éviter toute ambiguïté, supposons qu'un observateur ayant les pieds en A et la tête en z , voie le mouvement de rotation qui, dans le quadrant Axy , se dirige de l'axe des x vers celui des y , s'effectuer dans le sens opposé à celui des aiguilles d'une montre. La déformation précédente (1) une fois effectuée, imaginons que l'on imprime au milieu une rotation d'ensemble autour de l'axe Az ; les axes Ax et Ay ne participent pas à cette rotation. Soit α l'angle de rotation; pour sens positif de cet angle nous prendrons le sens opposé à celui dans lequel tournent les aiguilles d'une montre pour un observateur ayant les pieds en A et la tête en z . Appelons P la position en laquelle la rotation amène le point B du milieu; nous aurons

$$(2a) \quad x_P = (1 + b_{xx})x_N + b_{xy}y_N$$

$$(2b) \quad y_P = b_{yx}x_N + (1 + b_{yy})y_N$$

et

$$(3) \quad \begin{cases} 1 + b_{xx} = \cos \alpha; & b_{xy} = -\sin \alpha \\ b_{yx} = \sin \alpha; & 1 + b_{yy} = \cos \alpha. \end{cases}$$

La composition des deux déformations consécutives (1) et (2) s'effectue au moyen des formules

$$(4a) \quad x_P = (1 + c_{xx})x_M + c_{xy}y_M$$

$$(4b) \quad y_P = c_{yx}x_M + (1 + c_{yy})y_M,$$

où l'on a

$$(5a) \quad 1 + c_{xx} = (1 + a_{xx})(1 + b_{xx}) + a_{yx}b_{xy}$$

$$(5b) \quad c_{xy} = a_{xy}(1 + b_{xx}) + (1 + a_{yy})b_{xy}$$

$$(5c) \quad c_{yx} = (1 + a_{xx})b_{yx} + a_{yx}(1 + b_{yy})$$

$$(5d) \quad 1 + c_{yy} = (1 + a_{yy})(1 + b_{yy}) + a_{xy}b_{yx}.$$

Introduisons maintenant, à côté du système d'axes $Axyz$ dont les directions sont fixes, un second système d'axes de coordonnées $A\xi\eta\zeta$ et imaginons que le système $A\xi\eta\zeta$ participe à la rotation du milieu. Nous supposerons que l'axe $A\xi$ coïncide constamment avec l'axe Az et que la disposition des axes $A\xi$ et $A\eta$ par rapport à $A\xi$ est identique à celle que nous avons attribuée aux axes Ax et Ay par rapport à Az . Soit φ l'angle que fait, à une certaine époque t , l'axe $A\xi$ avec l'axe Ax ; nous prendrons pour sens positif de cet angle le sens opposé à celui dans lequel tournent les

aiguilles d'une montre pour un observateur ayant les pieds en A et la tête en z . Soient ξ_M, η_M les coordonnées de la position M par rapport au système $A\xi\eta$; nous aurons:

$$\xi_M = x_M \cos \varphi + y_M \sin \varphi \quad (6a); \quad x_M = \xi_M \cos \varphi - \eta_M \sin \varphi \quad (7a)$$

$$\eta_M = -x_M \sin \varphi + y_M \cos \varphi \quad (6b); \quad y_M = \xi_M \sin \varphi + \eta_M \cos \varphi. \quad (7b)$$

Les axes $A\xi$ et $A\eta$ participent à la rotation du milieu; désignons donc par $A\xi'$ et $A\eta'$ les directions que prennent ces axes à une époque t' postérieure à t et soit φ' l'angle (compté comme l'angle φ) que fait la direction $A\xi'$ avec l'axe Ax ; nous aurons:

$$\xi'_P = x_P \cos \varphi' + y_P \sin \varphi' \quad (8a); \quad x_P = \xi'_P \cos \varphi' - \eta'_P \sin \varphi' \quad (9a)$$

$$\eta'_P = -x_P \sin \varphi' + y_P \cos \varphi' \quad (8b); \quad y_P = \xi'_P \sin \varphi' + \eta'_P \cos \varphi' \quad (9b)$$

et

$$\varphi' - \varphi = \alpha. \quad (10)$$

Posons

$$\xi'_P = (1 + a_{\xi\xi}) \xi_M + a_{\xi\eta} \eta_M \quad (11a)$$

$$\eta'_P = a_{\eta\xi} \xi_M + (1 + a_{\eta\eta}) \eta_M; \quad (11b)$$

les coefficients $a_{\xi\xi}$ etc. pourront se calculer au moyen des formules suivantes qui se déduisent sans peine des équations (8), (4), (7) et (11):

$$1 + a_{\xi\xi} = (1 + c_{xx}) \cos \varphi \cos \varphi' + c_{xy} \sin \varphi \cos \varphi' + c_{yx} \cos \varphi \sin \varphi' + (1 + c_{yy}) \sin \varphi \sin \varphi' \quad (12a)$$

$$a_{\xi\eta} = -(1 + c_{xx}) \sin \varphi \cos \varphi' + c_{xy} \cos \varphi \cos \varphi' - c_{yx} \sin \varphi \sin \varphi' + (1 + c_{yy}) \cos \varphi \sin \varphi' \quad (12b)$$

$$a_{\eta\xi} = -(1 + c_{xx}) \cos \varphi \sin \varphi' - c_{xy} \sin \varphi \sin \varphi' + c_{yx} \cos \varphi \cos \varphi' + (1 + c_{yy}) \sin \varphi \cos \varphi' \quad (12c)$$

$$1 + a_{\eta\eta} = (1 + c_{xx}) \sin \varphi \sin \varphi' - c_{xy} \cos \varphi \sin \varphi' - c_{yx} \sin \varphi \cos \varphi' + (1 + c_{yy}) \cos \varphi \cos \varphi'. \quad (12d)$$

Des équations (3) et (10) il résulte

$$\left. \begin{aligned} 1 + b_{xx} &= 1 + b_{yy} = \cos \varphi \cos \varphi' + \sin \varphi \sin \varphi' \\ b_{yx} &= -b_{xy} = -\sin \varphi \cos \varphi' + \cos \varphi \sin \varphi' \end{aligned} \right\} \quad (13)$$

Dans les équations (12) portons les valeurs des coefficients $1 + c_{xx}$ etc. que l'on tire des équations (5) et (13); nous trouverons:

$$(14a) \quad 1 + a_{\xi\xi} = (1 + a_{xx}) \cos^2 \varphi + (a_{xy} + a_{yx}) \sin \varphi \cos \varphi + (1 + a_{yy}) \sin^2 \varphi$$

$$(14b) \quad a_{\xi\eta} = -(1 + a_{xx}) \sin \varphi \cos \varphi + a_{xy} \cos^2 \varphi - a_{yx} \sin^2 \varphi \\ + (1 + a_{yy}) \sin \varphi \cos \varphi$$

$$(14c) \quad a_{\eta\xi} = -(1 + a_{xx}) \sin \varphi \cos \varphi - a_{xy} \sin^2 \varphi + a_{yx} \cos^2 \varphi \\ + (1 + a_{yy}) \sin \varphi \cos \varphi$$

$$(14d) \quad 1 + a_{\eta\eta} = (1 + a_{xx}) \sin^2 \varphi - (a_{xy} + a_{yx}) \sin \varphi \cos \varphi + (1 + a_{yy}) \cos^2 \varphi$$

On voit que les équations (14) se déduisent des équations (12) en posant $\alpha = 0$; il était aisé de prévoir a priori que cela devrait arriver.

Les équations (5) et (3) permettent de vérifier facilement que l'on a:

$$(15) \quad (1 + a_{xx})^2 + a_{yx}^2 = (1 + c_{xx})^2 + c_{yx}^2;$$

par conséquent nous pouvons poser

$$(16a) \quad (1 + a_{xx})^2 + a_{yx}^2 - 1 = (1 + c_{xx})^2 + c_{yx}^2 - 1 = 2 \varepsilon_x^*$$

et de même

$$(16b) \quad a_{xy}^2 + (1 + a_{yy})^2 - 1 = c_{xy}^2 + (1 + c_{yy})^2 - 1 = 2 \varepsilon_y^*$$

$$(16c) \quad (1 + a_{xx}) a_{xy} + a_{yx} (1 + a_{yy}) = (1 + c_{xx}) c_{xy} + c_{yx} (1 + c_{yy}) = \gamma_{xy}^{**}.$$

Avec ces notations, les équations

$$(17) \quad \overline{AN}^2 = x_N^2 + y_N^2, \quad \overline{AP}^2 = x_P^2 + y_P^2$$

deviennent [voir (1) et (4)]

$$(18) \quad \overline{AN}^2 = \overline{AP}^2 = \overline{AM}^2 \{ 1 + 2(\varepsilon_x^* l^2 + \varepsilon_y^* m^2 + \gamma_{xy}^{**} lm) \},$$

où l'on désigne par l et m les cosinus des angles que fait avec les axes des x et des y la direction AM . Si l'on pose

$$(19a) \quad (1 + a_{\xi\xi})^2 + a_{\eta\xi}^2 - 1 = 2 \varepsilon_{\xi}^*$$

$$(19b) \quad a_{\xi\eta}^2 + (1 + a_{\eta\eta})^2 - 1 = 2 \varepsilon_{\eta}^*$$

$$(19c) \quad (1 + a_{\xi\xi}) a_{\xi\eta} + a_{\eta\xi} (1 + a_{\eta\eta}) = \gamma_{\xi\eta}^{**}$$

et si l'on désigne par λ et μ les cosinus des angles que fait la direction AM avec les axes $A\xi$ et $A\eta$, on trouve également

$$(20) \quad \overline{AN}^2 = \overline{AP}^2 = \overline{AM}^2 \{ 1 + 2(\varepsilon_{\xi}^* \lambda^2 + \varepsilon_{\eta}^* \mu^2 + \gamma_{\xi\eta}^{**} \lambda \mu) \};$$

c'est ce que l'on vérifie aisément en s'appuyant sur les équations (11). Nous dirons que les quantités ε_x^* , ε_y^* , γ_{xy}^{**} sont les composantes

de la déformation du milieu rapportée aux axes fixes Axy et que les quantités ε_{ξ}^* , ε_{η}^* , $\gamma_{\xi\eta}^*$ sont les composantes de la même déformation rapportée aux axes mobiles $A\xi\eta$.

Dans les équations (19) portons les valeurs des quantités $1 + a_{\xi\xi}$ etc. données par les équations (12); nous aurons, en tenant compte des égalités (16):

$$\varepsilon_{\xi}^* = \varepsilon_x^* \cos^2 \varphi + \varepsilon_y^* \sin^2 \varphi + \gamma_{xy}^* \sin \varphi \cos \varphi \quad (21a)$$

$$\varepsilon_{\eta}^* = \varepsilon_x^* \sin^2 \varphi + \varepsilon_y^* \cos^2 \varphi - \gamma_{xy}^* \sin \varphi \cos \varphi \quad (21b)$$

$$\gamma_{\xi\eta}^* = -(\varepsilon_x^* - \varepsilon_y^*) \sin 2\varphi + \gamma_{xy}^* \cos 2\varphi. \quad (21c)$$

Les équations (21) peuvent d'ailleurs s'écrire de la façon suivante:

$$\varepsilon_x^* = \varepsilon_{\xi}^* \cos^2 \varphi + \varepsilon_{\eta}^* \sin^2 \varphi - \gamma_{\xi\eta}^* \sin \varphi \cos \varphi \quad (22a)$$

$$\varepsilon_y^* = \varepsilon_{\xi}^* \sin^2 \varphi + \varepsilon_{\eta}^* \cos^2 \varphi + \gamma_{\xi\eta}^* \sin \varphi \cos \varphi \quad (22b)$$

$$\gamma_{xy}^* = (\varepsilon_{\xi}^* - \varepsilon_{\eta}^*) \sin 2\varphi + \gamma_{\xi\eta}^* \cos 2\varphi. \quad (22c)$$

§ 2. Nous sommes maintenant en mesure d'étudier le phénomène observé par Kundt et décrit dans l'introduction. Convenons de prendre pour axe des z l'axe de rotation des cylindres; supposons qu'un observateur, ayant les pieds en O et la tête en z , voie le mouvement de rotation qui dans le quadrant Oxy se dirige de l'axe des x vers celui des y , s'effectuer dans le sens opposé à celui des aiguilles d'une montre. Dans la suite, nous aurons à introduire, à côté du système xyz , des systèmes différents d'axes de coordonnées; désignons-les, d'une façon générale, par $\xi\eta\zeta$. Nous supposerons toujours, dans de pareils cas, que l'axe des ζ coïncide avec l'axe des z ou lui est parallèle, que le plan $\xi\eta$ coïncide avec le plan xy et que la disposition des axes des ξ et des η par rapport à l'axe des ζ est la même que la disposition des axes des x et des y par rapport à l'axe des z .

Nous adopterons les hypothèses suivantes au sujet du mouvement que la rotation des cylindres, supposée uniforme, communique aux particules du liquide: chaque particule décrit une trajectoire circulaire dont le plan est perpendiculaire à l'axe des z et dont le centre se trouve sur cet axe; la vitesse d'une particule ne dépend que du rayon du cercle sur lequel elle se déplace; elle ne dépend pas du temps t ; nous dirons donc que le mouvement du liquide est permanent. Pour déterminer le sens de la rotation du liquide par rapport aux axes, nous admettrons, une fois pour toutes, qu'un

observateur, ayant les pieds en O et la tête en z , voit les particules se déplacer dans le sens opposé à celui des aiguilles d'une montre. La rotation du liquide, dans le quadrant Oxy , se dirigera donc toujours de l'axe Ox vers l'axe Oy .

Nous admettrons¹⁾ l'hypothèse que nous avons énoncée (en 1901) à savoir: les phénomènes de la double réfraction accidentelle, dans les liquides, doivent être attribués à la déformation que nous avons appelée la déformation véritable. Imaginons que l'on ait construit, en chaque point du liquide soumis à l'expérience, les axes principaux de la déformation véritable et proposons-nous de déterminer la position des maxima d'obscurité dans le cas des figures 2. et 3. de l'introduction. Il est clair que ces maxima coïncident nécessairement avec les points du liquide pour lesquels les axes principaux de la déformation véritable se dirigent parallèlement aux droites $b'b$, $a'a$ de ces figures. Nous conformant aux conventions précédemment arrêtées nous disposerons les axes des x et des y de la façon suivante:

$$(1a) \quad Ox = Ob, \quad Oy = Oa \quad \text{dans le cas de la fig. 2.}$$

$$(1b) \quad Ox = Oa, \quad Oy = Ob \quad \text{dans le cas de la fig. 3.}$$

Soit A la position du maximum d'obscurité que l'on observe dans le quadrant Oba ; nous pouvons supposer que le point A se trouve dans le plan Oxy . Désignons par r la distance du point A à l'axe de rotation comptée à partir de cet axe; par AX et AY désignons les directions des axes principaux de la déformation véritable issus du point A . Il est clair que l'axe AZ est parallèle à l'axe des z . Si l'on se reporte à ce qui a été dit plus haut sur la disposition des axes, dans le cas actuel des axes AX et AY par rapport à AZ , et si l'on se souvient du critérium qui détermine la position des maxima d'obscurité, on verra sans peine que l'angle χ (défini dans l'introduction) est égal à

$$(2a) \quad \chi = \psi \quad \text{dans le cas de la fig. 2.}$$

$$(2b) \quad \chi = 90^\circ - \psi \quad \text{dans le cas de la fig. 3.,}$$

en désignant par ψ l'angle que fait la direction du rayon r avec

¹⁾ Dans ce qui suit, nous ferons abstraction des effets de polarisation rotatoire que pourrait présenter le liquide soumis à l'expérience de Maxwell et de Kundt.

l'axe AX ; cet angle sera compté positivement ou négativement d'après la règle adoptée plus haut, au § 1. Par le point considéré A , faisons passer un axe Aq dont la direction est celle de la vitesse de la particule du liquide qui, à l'époque donnée, occupe la position A . Considérons le système Ar, Aq comme un nouveau système d'axes de coordonnées auquel nous rapporterons la déformation véritable du liquide au point considéré. Si l'on se rapporte aux conventions précédentes, on s'assure aisément que le système Arq vérifie les conditions requises, en supposant que l'axe des r corresponde à celui des x et l'axe des q à l'axe des y . Soient ε_r^* , ε_q^* et γ_{rq}^* les composantes de la déformation véritable au point considéré, rapportée au système Arq d'axes de coordonnées; soient ε_x^* , ε_y^* les deux composantes de la même déformation, rapportée aux axes principaux AX, AY ; on verra aisément avec un peu d'attention que les formules (21) du § 1. sont applicables dans le cas actuel; les quantités ε_x^* , ε_y^* et 0 se transforment, au passage du système AXY au système Arq , suivant une loi identique à celle suivant laquelle se transforment, d'après les formules citées, les quantités ε_x^* , ε_y^* , γ_{xy}^* au passage du système Axy au système $A\xi\eta$. Par conséquent nous aurons:

$$\varepsilon_r^* = \varepsilon_x^* \cos^2 \psi + \varepsilon_y^* \sin^2 \psi \quad (3a)$$

$$\varepsilon_q^* = \varepsilon_x^* \sin^2 \psi + \varepsilon_y^* \cos^2 \psi \quad (3b)$$

$$\gamma_{rq}^* = -(\varepsilon_x^* - \varepsilon_y^*) \sin 2\psi. \quad (3c)$$

Ces équations nous donnent

$$\cotg 2\psi = -\frac{\varepsilon_r^* - \varepsilon_q^*}{\gamma_{rq}^*}; \quad (4)$$

par conséquent les relations (2) permettent d'écrire

$$\cotg 2\chi = \mp \frac{\varepsilon_r^* - \varepsilon_q^*}{\gamma_{rq}^*} \quad (5)$$

en convenant de choisir le signe supérieur dans le cas du mouvement du liquide que représente la fig. 2. et le signe inférieur dans le cas que représente la fig. 3. de l'introduction. L'équation 5) est celle que nous nous proposons d'établir dans ce paragraphe.

§ 3. On peut arriver au même résultat en suivant une voie différente; nous l'indiquerons ici rapidement. Désignons par ϑ l'angle que fait la direction AX avec l'axe des x et convenons d'attribuer

à cet angle une valeur positive ou négative en nous conformant à la règle adoptée au § 1. Au passage du système AXY au système Axy les composantes ε_x^* , ε_y^* , γ_{xy}^* de la déformation se transforment suivant une loi identique à celle suivant laquelle, d'après les formules (22) du § 1., se transforment les composantes ε_ξ^* , ε_η^* , $\gamma_{\xi\eta}^*$ au passage du système $A\xi\eta$ au système Axy . Les formules (22) du § 1. deviennent donc dans ce cas

$$(1a) \quad \varepsilon_x^* = \varepsilon_x^* \cos^2 \vartheta + \varepsilon_y^* \sin^2 \vartheta$$

$$(1b) \quad \varepsilon_y^* = \varepsilon_x^* \sin^2 \vartheta + \varepsilon_y^* \cos^2 \vartheta$$

$$(1c) \quad \gamma_{xy}^* = (\varepsilon_x^* - \varepsilon_y^*) \sin 2\vartheta,$$

d'où l'on tire

$$(2) \quad \cotg 2\vartheta = \frac{\varepsilon_x^* - \varepsilon_y^*}{\gamma_{xy}^*}.$$

Soit θ l'angle que fait le rayon r avec l'axe Ox ; nous donnerons à cet angle des valeurs positives ou négatives d'après la règle adoptée plus haut. On aura

$$(3a) \quad \chi = \theta - \vartheta \quad \text{dans le cas de la fig. 2.}$$

$$(3b) \quad \chi = 90^\circ - (\theta - \vartheta) \quad \text{dans le cas de la fig. 3.}$$

et

$$(4) \quad \cotg 2\chi = \pm \cotg 2(\theta - \vartheta)$$

en convenant de choisir le signe supérieur dans le cas du mouvement du liquide indiqué dans la fig. 2. et le signe inférieur dans le cas représenté dans la fig. 3. Jointe à l'équation (2), l'équation (4) permet d'écrire

$$(5) \quad \cotg 2\chi = \pm \frac{(\varepsilon_x^* - \varepsilon_y^*) \cos 2\theta + \gamma_{xy}^* \sin 2\theta}{(\varepsilon_x^* - \varepsilon_y^*) \sin 2\theta - \gamma_{xy}^* \cos 2\theta};$$

le signe du second membre de cette équation doit être déterminé de la façon précisée plus haut.

Imaginons que l'on passe du système Arq au système Axy d'axes de coordonnées. En nous appuyant sur les formules (22) du § 1, nous trouverons

$$(6a) \quad \varepsilon_x^* = \varepsilon_r^* \cos^2 \theta + \varepsilon_q^* \sin^2 \theta - \gamma_{rq}^* \sin \theta \cos \theta$$

$$(6b) \quad \varepsilon_y^* = \varepsilon_r^* \sin^2 \theta + \varepsilon_q^* \cos^2 \theta + \gamma_{rq}^* \sin \theta \cos \theta$$

$$(6c) \quad \gamma_{xy}^* = (\varepsilon_r^* - \varepsilon_q^*) \sin 2\theta + \gamma_{rq}^* \cos 2\theta.$$

De là on déduit

$$(\varepsilon_x^* - \varepsilon_y^*) \cos 2\theta + \gamma_{xy}^* \sin 2\theta = \varepsilon_r^* - \varepsilon_q^* \quad (7a)$$

$$(\varepsilon_x^* - \varepsilon_y^*) \sin 2\theta - \gamma_{xy}^* \cos 2\theta = -\gamma_{rq}^* ; \quad (7b)$$

si, dans l'équation (5), on porte ces valeurs du numérateur et du dénominateur du second membre, on retombe immédiatement sur le résultat qui a été établi au paragraphe précédent par une voie plus directe.

§ 4. Conservons aux lettres q et θ la signification que nous leur avons attribuée et désignons par u et v les composantes, parallèles aux axes Ox et Oy , de la vitesse q . Nous aurons

$$u = -q \sin \theta \quad (1a)$$

$$v = +q \cos \theta ; \quad (1b)$$

ces équations seront vraies dans les deux cas opposés qui peuvent se présenter. Soit F une fonction quelconque des variables r , θ ; on s'assure sans peine que l'on a

$$\frac{\partial F}{\partial x} = \cos \theta \frac{\partial F}{\partial r} - \frac{\sin \theta}{r} \frac{\partial F}{\partial \theta} \quad (2a)$$

$$\frac{\partial F}{\partial y} = \sin \theta \frac{\partial F}{\partial r} + \frac{\cos \theta}{r} \frac{\partial F}{\partial \theta} . \quad (2b)$$

Jointes aux équations (1), les équations (2) permettent de calculer les composantes (rapportées aux axes des x et des y) de la vitesse apparente de déformation. Elles ont les valeurs suivantes:

$$e_x = \frac{\partial u}{\partial x} = -\frac{1}{2} \left(\frac{dq}{dr} - \frac{q}{r} \right) \sin 2\theta \quad (3a)$$

$$e_y = \frac{\partial v}{\partial y} = +\frac{1}{2} \left(\frac{dq}{dr} - \frac{q}{r} \right) \sin 2\theta \quad (3b)$$

$$c_{xy} = \frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y} = \left(\frac{dq}{dr} - \frac{q}{r} \right) \cos 2\theta ; \quad (3c)$$

ces valeurs, rappelons-le, ont été obtenues en supposant que la vitesse d'une particule du liquide ne dépende que de sa distance à l'axe de rotation.

Prenons dans le liquide un point quelconque A de coordonnées x , y et imaginons une région infiniment petite de liquide Ω entourant ce point. Soit M un second point appartenant à la même

région infiniment petite Ω ; nous pouvons supposer que les points A et M se trouvent tous les deux constamment dans le plan Oxy . Considérons la portion du liquide occupant la région Ω à l'époque t ; cette portion, à l'époque $t + dt$, prend une nouvelle forme et une nouvelle position Ω' entourant un point A' . Nous savons que l'on peut passer de Ω à Ω' en faisant subir à Ω une translation (AA'), une certaine déformation (pure) et enfin une rotation élémentaire; cette rotation, on le voit, s'effectue autour d'un axe Az , dans notre cas actuel, axe issu du point A et parallèle à l'axe de rotation des cylindres; elle peut être obtenue en faisant tourner la portion Ω d'un angle

$$(4) \quad \frac{1}{2} \left(\frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial y} \right) dt$$

autour de l'axe Az ; le sens positif de cette rotation est opposé à celui dans lequel se déplacent les aiguilles d'une montre pour un observateur ayant les pieds en A et la tête en z . Nous désignerons par s_{xy} le quotient de la quantité précédente (4) par dt et nous l'appellerons la vitesse angulaire de rotation autour du point A . Sa valeur se calcule aisément en s'appuyant sur les formules (1) et (2); elle est la suivante:

$$(5) \quad s_{xy} = \frac{1}{2} \left(\frac{dq}{dr} + \frac{q}{r} \right).$$

Désignons par Aj la direction AM et par Ak une direction faisant des angles droits avec Aj et Az ; nous supposerons que la disposition des axes Aj et Ak par rapport à Az est identique à celle que nous attribuons aux axes Ax et Ay par rapport à Az . Soient β et α les angles que fait la direction Aj avec les axes Ax et Az respectivement; ces angles seront comptés positivement ou négativement suivant la règle générale adoptée plus haut. Nous aurons d'après ces définitions:

$$(6) \quad \alpha = \beta - \theta,$$

$$(7) \quad \frac{d\beta}{dt} = s_{xy}; \quad \frac{d\theta}{dt} = \frac{q}{r},$$

par conséquent

$$(8) \quad \frac{d\alpha}{dt} = \frac{1}{2} \left(\frac{dq}{dr} - \frac{q}{r} \right).$$

Portons encore une fois notre attention sur l'élément du liquide qui, à l'époque t , occupe la région infiniment petite Ω autour du point A . Rapportons aux axes Ajk la déformation que cet élément éprouve pendant l'intervalle de temps de t à $t + dt$. Si la rotation de l'élément est incluse dans cette déformation, nous prendrons pour point de départ les équations (12) du § 1; nous nous adresserons, au contraire, aux équations (14) du même paragraphe dans le cas où la rotation a été explicitement exclue du calcul de la déformation. Dans l'un cas comme dans l'autre, nous trouverons

$$e_j = e_x \cos^2 \beta + e_y \sin^2 \beta + c_{xy} \sin \beta \cos \beta \quad (9a)$$

$$e_k = e_x \sin^2 \beta + e_y \cos^2 \beta - c_{xy} \sin \beta \cos \beta \quad (9b)$$

$$c_{jk} = -(e_x - e_y) \sin 2\beta + c_{xy} \cos 2\beta. \quad (9c)$$

Ces équations deviennent, en vertu des équations (3) et (6),

$$e_j = +\frac{1}{2} \left(\frac{dq}{dr} - \frac{q}{r} \right) \sin 2\alpha \quad (10a)$$

$$e_k = -\frac{1}{2} \left(\frac{dq}{dr} - \frac{q}{r} \right) \sin 2\alpha \quad (10b)$$

$$c_{jk} = \left(\frac{dq}{dr} - \frac{q}{r} \right) \cos 2\alpha; \quad (10c)$$

il est donc aisé de vérifier que l'on a

$$e_j \cos^2 \alpha + e_k \sin^2 \alpha - c_{jk} \sin \alpha \cos \alpha = 0. \quad (11)$$

§ 5. Écrivons les équations exprimant la loi de la relaxation à laquelle, suivant nos hypothèses fondamentales, la déformation véritable d'un fluide est constamment soumise. A l'effet d'éviter toute difficulté, rapportons cette déformation aux axes Ajk qui participent à la rotation instantanée de l'élément entourant le point considéré A . Nous aurons

$$\frac{d\varepsilon_j^*}{dt} = e_j - \frac{\varepsilon_j^* - \frac{1}{3} \Theta^*}{T} \quad (1a)$$

$$\frac{d\varepsilon_k^*}{dt} = e_k - \frac{\varepsilon_k^* - \frac{1}{3} \Theta^*}{T} \quad (1b)$$

$$\frac{d\gamma_{jk}^*}{dt} = c_j - \frac{\gamma_{jk}^*}{T} \quad (1c)$$

Les symboles ε_j^* , ε_k^* , γ_{jk}^* dans ces équations, représentent les composantes de la déformation véritable du liquide autour du point A , rapportée aux axes Ajk ; T est le temps de relaxation du liquide; Θ^* désigne, d'une façon générale, la somme

$$(2a) \quad \Theta^* = \varepsilon_j^* + \varepsilon_k^* + \varepsilon_z^*$$

$$(2b) \quad = \varepsilon_x^* + \varepsilon_y^* + \varepsilon_z^*$$

$$(2c) \quad = \varepsilon_r^* + \varepsilon_q^* + \varepsilon_s^* ;$$

mais dans le cas actuel, on peut prendre:

$$(3a) \quad \frac{1}{3} \Theta^* = \frac{1}{2} (\varepsilon_j^* + \varepsilon_k^*)$$

$$(3b) \quad = \frac{1}{2} (\varepsilon_x^* + \varepsilon_y^*)$$

$$(3c) \quad = \frac{1}{2} (\varepsilon_r^* + \varepsilon_q^*) ;$$

enfin le symbole d/dt est défini par la convention suivante:

$$(4) \quad \frac{d}{dt} = \frac{\partial}{\partial t} + u \frac{\partial}{\partial x} + v \frac{\partial}{\partial y} + w \frac{\partial}{\partial z}$$

ce qui, dans le cas qui nous occupe, se réduit à

$$(5) \quad \frac{d}{dt} = u \frac{\partial}{\partial x} + v \frac{\partial}{\partial y}$$

ou encore, en vertu des équations (1) et (2) du § 4., à

$$(6) \quad \frac{d}{dt} = \frac{q}{r} \frac{\partial}{\partial \theta}.$$

Les équations (22) du § 1. nous permettent d'écrire

$$(7a) \quad \varepsilon_r^* = \varepsilon_j^* \cos^2 \alpha + \varepsilon_k^* \sin^2 \alpha - \gamma_{jk}^* \sin \alpha \cos \alpha$$

$$(7b) \quad \varepsilon_q^* = \varepsilon_j^* \sin^2 \alpha + \varepsilon_k^* \cos^2 \alpha + \gamma_{jk}^* \sin \alpha \cos \alpha$$

$$(7c) \quad \gamma_{rq}^* = (\varepsilon_j^* - \varepsilon_k^*) \sin 2\alpha + \gamma_{jk}^* \cos 2\alpha .$$

Calculons la valeur de la dérivée $d\varepsilon_r^*/dt$ en partant de l'équation (7a); nous trouverons, en tenant compte de (7c),

$$(8a) \quad \begin{aligned} & \frac{d\varepsilon_r^*}{dt} = \\ & = \frac{d\varepsilon_j^*}{dt} \cos^2 \alpha + \frac{d\varepsilon_k^*}{dt} \sin^2 \alpha - \frac{d\gamma_{jk}^*}{dt} \sin \alpha \cos \alpha - \gamma_{rq}^* \frac{d\alpha}{dt} . \end{aligned}$$

Or la dérivée $d\varepsilon_r^*/dt$ est évidemment égale à zéro; on a donc, en vertu des équations (1) de ce paragraphe,

$$\left(e_j - \frac{\varepsilon_j^* - \frac{1}{3} \Theta^*}{T} \right) \cos^2 \alpha + \left(e_k - \frac{\varepsilon_k^* - \frac{1}{3} \Theta^*}{T} \right) \sin^2 \alpha - \left(c_{jk} - \frac{\gamma_{jk}^*}{T} \right) \sin \alpha \cos \alpha = \\ = \gamma_{rq}^* \frac{d\alpha}{dt}. \quad (9)$$

Les équations (11) et (8) du § 4., ainsi que l'équation (7a) de ce paragraphe permettent de transformer l'équation (9); elle devient

$$\varepsilon_r^* - \frac{1}{3} \Theta^* = -\frac{1}{2} T \gamma_{rq}^* \left(\frac{dq}{dr} - \frac{q}{r} \right). \quad (10)$$

Cependant l'équation (3c) nous montre que l'on a

$$\varepsilon_r^* - \varepsilon_q^* = 2 \left(\varepsilon_r^* - \frac{1}{3} \Theta^* \right); \quad (11)$$

nous aurons donc

$$\frac{\varepsilon_r^* - \varepsilon_q^*}{\gamma_{rq}^*} = -T \left(\frac{dq}{dr} - \frac{q}{r} \right). \quad (12)$$

Jointe à l'équation (5) du § 2., l'équation (12) nous permet d'écrire

$$\cotg 2\chi = \pm T \left(\frac{dq}{dr} - \frac{q}{r} \right) \quad (13)$$

où il faut choisir le signe supérieur dans le cas du mouvement du liquide dont le sens est indiqué dans la fig. 2. et le signe inférieur dans le cas opposé.

L'équation (13) est l'équation fondamentale du phénomène découvert par Kundt et décrit dans l'introduction.

§ 6. Il nous reste à calculer la valeur de la quantité

$$\frac{dq}{dr} - \frac{q}{r} \quad (1)$$

au second membre de l'équation (13) du précédent paragraphe. Pour effectuer ce calcul, acceptons tout d'abord la théorie du mouvement d'un liquide entre deux cylindres concentriques donnée par Sir G. G. Stokes en 1845¹⁾ et fondée sur les équations classiques du mouvement d'un fluide visqueux. Nous aurons alors²⁾

$$\frac{d^2q}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{dq}{dr} - \frac{q}{r^2} = 0, \quad (2)$$

¹⁾ Cambr. Phil. Soc. Trans., VIII. 1845. Math. and phys. Papers, Vol. I, p. 102.

²⁾ Voir Bull. Int. de l'Ac. d. Sc. de Cracovie pour 1901, p. 168.

par conséquent

$$(3) \quad q = \frac{A}{r} + Br, \quad \frac{dq}{dr} - \frac{q}{r} = -\frac{2A}{r^2},$$

où l'on désigne par A et B deux constantes arbitraires. Désignons par σ_a et σ_b les vitesses angulaires de la paroi intérieure ($r=a$) et de la paroi extérieure ($r=b$). Nous poserons

$$(4) \quad q(a) = a \sigma_a; \quad q(b) = b \sigma_b;$$

ces équations permettent de déterminer A et B . On trouve

$$(5) \quad \frac{dq}{dr} - \frac{q}{r} = -\frac{2b^2 a^2 (\sigma_a - \sigma_b)}{r^2 (b^2 - a^2)}.$$

Si l'on adopte la théorie de la viscosité fondée sur l'hypothèse de la relaxation, on peut considérer les équations précédentes (3) et (5) comme des relations exactes approximativement. Pour mettre ce point en évidence examinons, par exemple, les résultats auxquels est arrivé M. Zaremba dans sa deuxième¹⁾ Communication relative au problème qui nous occupe. La quantité (1) dont nous désirons calculer la valeur est identique à la quantité $r d\varphi/dr$ de M. Zaremba; par conséquent l'équation (7), page 612, du Mémoire cité de M. Zaremba permettra aisément de déterminer la valeur de la quantité (1). On s'assure, en effectuant ce calcul, que l'expression exacte que l'on obtient pourra et devra²⁾ être remplacée par la formule approchée que voici:

$$(6) \quad \frac{dq}{dr} - \frac{q}{r} = \frac{C}{r^2},$$

C désignant une constante arbitraire; or l'équation (6) est équivalente à la seconde équation du système (3).

Les équations (1) du § 5. conduisent aux mêmes résultats. Pour le prouver observons tout d'abord que les deux premières équations du système (1), § 5, donnent évidemment

$$(7) \quad \frac{d\Theta^*}{dt} = 0.$$

Cette équation est le résultat des hypothèses faites sur la nature

¹⁾ Bull. Int. de l'Acad. d. Sc. de Cracovie pour 1903, p. 611.

²⁾ Voir en particulier les remarques faites par M. Zaremba à la page 613, à l'occasion d'un calcul analogue.

du mouvement considéré; elle n'implique nullement l'hypothèse de l'incompressibilité intrinsèque du liquide.

Plaçons-nous maintenant dans l'hypothèse que nous avons proposée en 1901¹⁾ et qui consiste à admettre, pour les corps fluides, la validité de la loi de Hooke, à la condition, bien entendu, de l'appliquer non point aux composantes de la déformation apparente (comme on le fait habituellement pour les solides parfaitement élastiques) mais bien à celles de la déformation véritable. Nous aurons alors, au point considéré,

$$p_{xx} - p_0 = -2n \varepsilon_x^* - (k - \frac{2}{3}n) \Theta^* \quad (8a)$$

$$p_{yy} - p_0 = -2n \varepsilon_y^* - (k - \frac{2}{3}n) \Theta^* \quad (8b)$$

$$p_{xy} = -n\gamma_{xy}^* \quad (8c)$$

où k désigne le module de compressibilité, n le module de rigidité du fluide, p_0 une constante convenablement choisie. Convenons de représenter par $[f]$ la limite vers laquelle tend une quantité quelconque f par l'effet de la relaxation. Nous aurons

$$[p_{xx}] = [p_{yy}] = p \quad \text{et} \quad (9)$$

$$[\varepsilon_x^*] = [\varepsilon_y^*] = [\frac{1}{3}\Theta^*]; \quad (10)$$

de là nous concluons que l'on a

$$p = p_0 - k[\Theta^*] \quad (11)$$

ce qui, en vertu de l'équation (7), peut se mettre sous la forme

$$p = p_0 - k \Theta^* . \quad (12)$$

Ecrivons maintenant les équations (8) de ce paragraphe en les rapportant aux axes Ajk définis plus haut au § 4. Nous aurons

$$p_{jj} - p_0 = -2n \varepsilon_j^* - (k - \frac{2}{3}n) \Theta^* \quad (13a)$$

$$p_{kk} - p_0 = -2n \varepsilon_k^* - (k - \frac{2}{3}n) \Theta^* \quad (13b)$$

$$p_{jk} = -n\gamma_{jk}^* \quad (13c)$$

et les équations (1) du § 5. prendront la forme suivante

$$\frac{dp_{jj}}{dt} = -2n e_j - \frac{p_{jj} - p}{T} \quad (14a)$$

¹⁾ Bull. Int. de l'Acad. d. Sc. de Cracovie pour 1901, p. 104.

$$(14b) \quad \frac{dp_{kk}}{dt} = -2n e_k - \frac{p_{kk}}{T} p$$

$$(14c) \quad \frac{dp_{jk}}{dt} = -n c_{jk} - \frac{p_{jk}}{T} ;$$

c'est ce qu'on vérifie sans peine en tenant compte de l'équation (12).

Observons maintenant que des équations (7) du § 5. on déduit:

$$(15a) \quad p_{rr} - p_0 = (p_{jj} - p_0) \cos^2 \alpha + (p_{kk} - p_0) \sin^2 \alpha - p_{jk} \sin 2\alpha$$

$$(15b) \quad p_{qa} - p_0 = (p_{jj} - p_0) \sin^2 \alpha + (p_{kk} - p_0) \cos^2 \alpha + p_{jk} \sin 2\alpha$$

$$(15c) \quad p_{ra} = \frac{1}{2} (p_{jj} - p_{kk}) \sin 2\alpha + p_{jk} \cos 2\alpha.$$

Calculons la valeur des dérivées dp_{rr}/dt , dp_{qa}/dt , dp_{ra}/dt en partant de ces équations. Chacune d'elles est évidemment égale à zéro; un calcul facile, dans lequel il faut tenir compte des relations

$$(16a) \quad e_j \cos^2 \alpha + e_k \sin^2 \alpha - \frac{1}{2} c_{jk} \sin 2\alpha = 0$$

$$(16b) \quad e_j \sin^2 \alpha + e_k \cos^2 \alpha + \frac{1}{2} c_{jk} \sin 2\alpha = 0$$

$$(16c) \quad (e_j - e_k) \sin 2\alpha + c_{jk} \cos 2\alpha = \frac{dq}{dr} - \frac{q}{r},$$

nous permettra donc de prouver que l'on a

$$(17a) \quad + p_{rr} - p + 2 p_{ra} T \frac{d\alpha}{dt} = 0$$

$$(17b) \quad - p_{qa} + p + 2 p_{ra} T \frac{d\alpha}{dt} = 0$$

$$(17c) \quad - n T \left(\frac{dq}{dr} - \frac{q}{r} \right) - p_{ra} + (p_{rr} - p_{qa}) T \frac{d\alpha}{dt} = 0 .$$

Jointes à l'égalité (8) du § 4., les équations (17) donnent

$$(18) \quad - p_{ra} = \frac{n T \left(\frac{dq}{dr} - \frac{q}{r} \right)}{1 + T^2 \left(\frac{dq}{dr} - \frac{q}{r} \right)^2}$$

Ces équations sont conformes aux résultats donnés à la page 612 du Travail cité plus haut de M. Zaremba¹⁾ et elles conduisent aux mêmes conclusions.

¹⁾ Elles ne s'accordent pas, au contraire, avec les résultats donnés à la page 413 et 415 de la première Communication de M. Zaremba relative au pro-

§ 7. Nous adopterons donc désormais l'équation (5) du paragraphe précédent dont le degré d'approximation est, sans aucun doute, suffisant pour l'application que nous avons en vue. De cette équation et de l'équation fondamentale (13) du § 5. il résulte

$$\cotg 2\chi = \mp \frac{2b^2 a^2}{r^2 (b^2 - a^2)} T(\sigma_a - \sigma_b); \quad (1)$$

dans cette équation, le second membre prend le signe négatif dans le cas du mouvement du liquide représenté dans la fig. 2 de l'introduction et le signe positif dans le cas opposé (fig. 3). La formule (1) est évidemment l'équation d'une certaine courbe; cette courbe est le lieu géométrique des points d'obscurité maxima. Elle s'étend de la paroi intérieure ($r = a$) à la paroi extérieure ($r = b$) en passant par les points, situés sur ces parois, que déterminent les équations

$$\cotg 2\chi_a = \mp \frac{2b^2}{b^2 - a^2} T(\sigma_a - \sigma_b) \quad (2a)$$

$$\cotg 2\chi_b = \mp \frac{2a^2}{b^2 - a^2} T(\sigma_a - \sigma_b). \quad (2b)$$

Si l'on voulait se rendre compte, d'une façon générale, de la forme de la courbe à laquelle nous venons de faire allusion, on pourrait procéder de la manière suivante. Soient ξ et η les coordonnées d'un maximum d'obscurité rapporté aux axes Ob et Oa de la fig. 1 de l'introduction. Nous prendrons la demidroite Ob pour axe des ξ et la demidroite Oa pour axe des η ; l'orientation des axes $O\xi$, $O\eta$ sera donc indépendante du sens de la rotation imprimée au liquide. Le coefficient angulaire de la courbe en question aura pour valeur

$$\frac{d\eta}{d\xi} = \frac{\tg\chi + r \frac{d\chi}{dr}}{1 - r \tg\chi \frac{d\chi}{dr}}. \quad (3)$$

La valeur de la dérivée $d^2\eta/d\xi^2$ est la suivante:

blème qui nous occupe (Bulletin Int. de l'Acad. d. Sc. de Cracovie, Juin 1903); ces résultats qui sont erronés doivent être rejetés, ainsi que nous l'expliquerons dans une prochaine Communication.

$$(4) \quad \frac{d^2\eta}{d\xi^2} = \frac{2 \frac{d\chi}{dr} + r^2 \left(\frac{d\chi}{dr}\right)^3 + r \frac{d^2\chi}{dr^2}}{\left(\cos \chi - r \sin \chi \frac{d\chi}{dr}\right)^3};$$

les valeurs de ces dérivées peuvent donc se calculer au moyen de l'équation (1) de ce paragraphe. Nous croyons cependant qu'il n'y aura aucun intérêt à poursuivre le calcul que nous venons d'indiquer tant que l'étude expérimentale du phénomène qui nous a occupés ne sera pas plus avancée qu'elle ne l'est actuellement.

Essayons de comparer les conclusions qui découlent de l'équation (1) avec le peu que l'on sait au sujet du phénomène qui fait l'objet de ce Travail. Pour ce qui est des liquides pour lesquels l'expérience fournit, pour l'angle χ , une valeur sensiblement égale à 45° , la seule explication de la manière dont ils se comportent consiste à admettre que leur temps de relaxation est de *très* faible durée. En le supposant on conçoit que les mesures de Kundt, d'ailleurs fort peu exactes, aient été impuissantes à déceler le fait que, pour ces liquides, l'angle χ n'est pas rigoureusement égal à 45° . En effet, l'équation (1) donne

$$\chi = 45^\circ \text{ pour } T = 0.$$

Dans le cas du collodion et des solutions de gomme arabique, les expériences de Kundt semblent s'accorder, au moins qualitativement, avec l'équation (1); en particulier, les résultats relatifs au signe de la différence $\chi - 45^\circ$ sont conformes à ceux que l'on déduit de l'équation (1) en y posant $\sigma_0 = 0$, conformément aux conditions expérimentales dans lesquelles Kundt s'est placé. Nulle part dans le mémoire de Kundt, on ne trouve une indication explicite sur la forme de la courbe des maxima d'obscurité; les figures qu'il donne semblent impliquer que cette courbe est une droite dont la direction est celle du rayon. Cela revient à dire que l'angle χ est indépendant du rayon r . Dans un passage de son mémoire, Kundt dit avoir observé que l'angle χ ne changeait pas lorsqu'on variait l'épaisseur de la couche liquide soumise à l'expérience. Cette observation, si elle se confirmait, se trouverait évidemment en désaccord avec la formule que nous avons donnée.

La conclusion qui se dégage de cette discussion est qu'une étude expérimentale approfondie du phénomène qui nous a occupés dans ce Mémoire, promet de fournir des résultats du plus haut

intérêt. Elle pourrait enrichir la Science d'une méthode, simple et élégante, qui permettrait de déterminer cette constante fondamentale: le temps de relaxation, tout au moins pour une certaine classe de liquides¹⁾.

§ 8. Il importe d'observer que le phénomène, découvert par Kundt, dont nous avons essayé de donner la théorie, ne peut pas être expliqué en partant de la Théorie Classique de la Viscosité. Il est aisé de se rendre compte de la justesse de cette importante remarque. Acceptons, en effet, les équations de la Théorie Classique; elles sont les suivantes

$$p_{xx} - p = -2\mu e_x - \lambda \omega \quad (1a)$$

$$p_{yy} - p = -2\mu e_y - \lambda \omega \quad (1b)$$

$$p_{xy} = -\mu c_{xy} \quad , \quad (1c)$$

en désignant par λ et μ les deux coefficients de viscosité, par e_x, e_y, c_{xy} les composantes de la vitesse apparente de déformation, composantes définies au moyen des équations (3) du § 4 et enfin par ω la somme $e_x + e_y$ qui d'ailleurs est égale à zéro. A ces expressions des quantités $p_{xx} - p$, $p_{yy} - p$ et p_{xy} , comparons les valeurs des mêmes quantités données par les équations (8) du § 6; nous aurons

$$\varepsilon_x^* - \varepsilon_y^* = \frac{\mu}{n} (e_x - e_y) \quad (2a)$$

$$\gamma_{xy}^* = \frac{\mu}{n} c_{xy} \quad (2b)$$

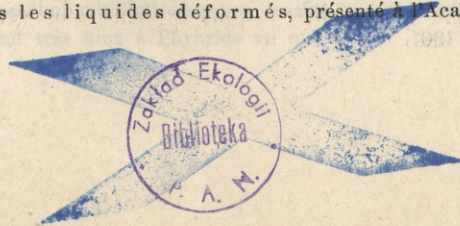
De là on déduit, en tenant compte des équations (7) du § 3.,

$$\varepsilon_r^* - \varepsilon_q^* = \frac{\mu}{n} \{ (e_x - e_y) \cos 2\theta + c_{xy} \sin 2\theta \} \quad (3a)$$

$$-\gamma_{rq}^* = \frac{\mu}{n} \{ (e_x - e_y) \sin 2\theta - c_{xy} \cos 2\theta \} \quad (3b)$$

Mais les équations (3) du § 4. montrent immédiatement que l'on a

¹⁾ Voir le Mémoire de M. Const. Zakrzewski: Sur la position des axes optiques dans les liquides déformés, présenté à l'Académie dans la séance d'aujourd'hui.



$$4a) \quad (e_x - e_y) \cos 2\theta + c_{xy} \sin 2\theta = 0$$

$$4b) \quad (e_x - e_y) \sin 2\theta - c_{xy} \cos 2\theta = - \left(\frac{dq}{dr} - \frac{q}{r} \right) ;$$

on a donc, en général,

$$(5) \quad \frac{\varepsilon_r^* - \varepsilon_a^*}{\gamma_{ra}^*} = 0 ; \quad \cotg 2\chi = 0 ; \quad \chi = 45^\circ .$$

C'est le résultat que nous avons annoncé et que nous désirions mettre nettement en évidence. Il faut en conclure qu'il existe au moins un phénomène bien défini que la Théorie Classique est impuissante à expliquer; on aperçoit ainsi la nécessité où l'on est d'adopter une théorie de la Viscosité fondée sur l'hypothèse de la relaxation.

2. ED. de JANCZEWSKI m. t. **Mieszance porzeczek (Ribes L.) II. (Hybrides des groseillers. II. [Ribes]).**

Dans une note antérieure¹⁾ nous avons fait connaître quelques hybrides des groseillers à grappes (*Ribesia*), cultivés dans nos jardins, et nous avons démontré que cette origine nuit rarement à leur productivité et souvent même l'augmente, fait si désiré par les horticulteurs.

Parmi les groseillers, il y a encore un certain nombre d'hybrides connus ou inconnus, provenant presque toujours de semis accidentels et propagés comme plantes d'ornement ou comme curiosités. Quelques-uns sont stériles ou à peu près: ce sont des hybrides issus d'un croisement d'espèces éloignées au point de vue de leur affinité, voire même appartenant à deux sous-genres; les autres, issus d'un croisement moins illégitime, peuvent être bien plus fertiles que leurs parents, lorsque ceux-ci sont transportés de leurs stations naturelles dans nos cultures.

Ayant cultivé presque tous ces hybrides, pour étudier les rapports avec leurs parents, le degré de leur fécondité et les caractères de leur postérité, nous sommes en droit et en état de donner

¹⁾ Hybrides des groseillers à grappes. Bulletin de l'Acad. des sciences de Cracovie. Juillet 1901.

aujourd'hui leur liste complète, accompagnée de quelques observations sur les formes déjà connues, et de la description de celles qui n'ont pas été encore signalées ou dont la connaissance laissait beaucoup à désirer.

1. *Ribes Houghtonianum* nob.

(*vulgare* Lamarck \times *rubrum* Linne).

Ce groseiller à grappes, cultivé dans nos jardins sous le nom de Groseiller Houghton Castle et dont l'origine nous est inconnue, fut déjà décrit et figuré dans notre note précédente¹⁾. Sa deuxième génération est uniforme jusqu'à présent; les plantes sont encore trop jeunes pour fleurir.

2. *Ribes Gonduini* nob.

(*vulgare* Lamarck \times *petraeum* Wulfen).

Les jeunes plantes, issues des semis de cet hybride qui fut obtenu par Gondouin à Saint-Cloud, décrit et figuré par Ed. Morren²⁾ ainsi que dans notre note³⁾ et est connu sous le nom de Groseiller rouge de Gondouin, portent bien le cachet du *R. petraeum* et leurs feuilles sont encore pourvues de soies à la deuxième année.

3. *Ribes futurum* nob.

(♀ *vulgare macrocarpum* nob. \times ♂ *Warszewiczii* nob.)

Les graines issues du croisement opéré en 1903, viennent de germer.

4. *Ribes pallidum* Otto et Dietrich⁴⁾

(*petraeum* Wulfen \times *rubrum* L.)

Ce groseiller connu depuis la fin du XVIII-me siècle, désigné généralement sous le nom de Rouge de Hollande, et réputé le

¹⁾ l. c. pag. 296, fig. 1.

²⁾ Annales de la Soc. d'Agriculture et de Botanique 1848. IV. 439. Belgique horticole 1851. I. Pl. 10.

³⁾ l. c. pag. 298, fig. 2.

⁴⁾ Allgemeine Gartenzeitung 1842. X. 268. M. Hedlund est, nous croyons, le premier qui a identifié le groseiller Rouge de Hollande à la plante de ces auteurs, qui n'en ont pas vu, malheureusement, ses fruits. Sous tout autre rapport, leur diagnose correspond très bien à l'hybride en question.

meilleur pour les pays septentrionaux, rappelle, dans sa deuxième génération, sa forme-mère; ses feuilles perdent leurs soies, comme nous l'avons déjà dit¹⁾, dans la deuxième, la troisième et même dans la quatrième année.

Le *R. Kitaibelii* Dörfler (*R. ciliatum* Kitaibel) spontané près du village „Mieders in Stubai“, dans les bois riverains du „Bachleiten“, en Tirol, et transplanté dans quelques jardins villageois²⁾ nous paraît être à tout égard semblable au groseiller Rouge de Hollande. Si sa grappe est plus courte et moins lâche, cela peut bien venir des conditions extérieures (lumière, température, humidité) qui influent beaucoup sur l'aspect de cet organe, comme nous l'avons constaté en observant le même pied du *R. petraeum* pendant quatre ans de suite.

5. *Ribes holosericeum* Otto et Dietrich³⁾

(*petraeum* Wulfen \times *rubrum* L.).

Le groseiller Velouté possédant un très mauvais pollen, comme nous l'avons constaté ailleurs⁴⁾, il fallait s'attendre à ce que sa fécondation en plein air fût plutôt produite par le pollen des espèces poussant à proximité, que par le sien. En effet, sa deuxième génération ne ressemble pas du tout par ses feuilles à la forme mère, mais soit au *R. rubrum*, soit au *R. Warszewiczii*.

6. *Ribes urceolatum* Tausch⁵⁾

(*multiflorum* Kitaibel \times *petraeum* Wulfen).

Tausch considérait cette plante comme une espèce distincte; Maximowicz l'incorpora au *R. multiflorum*, à titre de variété, bien qu'il la sût seulement cultivée⁶⁾.

Arbrisseau robuste, à scions raides, trapus, à bourgeons plus gros que dans d'autres groseillers à grappes, sauf le *R. multiflorum*.

¹⁾ l. c. pag. 301, fig. 3.

²⁾ Herbarium normale, editum ab I. Dörfler, N° 4264.

³⁾ Allgemeine Gartenzeitung 1842. X. 266.

⁴⁾ l. c. pag. 300.

⁵⁾ Flora. 1838, pag. 720.

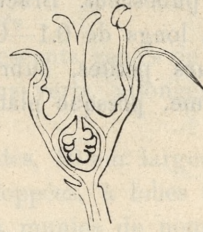
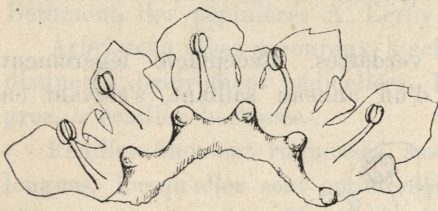
⁶⁾ Diagnoses pl. nov. Japoniae et Mandsh. Bull. de l'Acad. de Pétersbourg 1874, pag. 258.

Feuilles grandes, lobées, planes, subglabres en dessus, presque tomenteuses en dessous.

Pétioles tomenteux, souvent lavés de rouge.

Grappes longues jusqu'à 12 cm., portant jusqu'à 40 fleurs. Rachis raide, épais, légèrement tomenteux. Bractées très petites, arrondies. Pédicelles de longueur double ou égale à celle des bractées.

Fleurs petites d'un jaune verdâtre, lavées de rouge. Réceptacle turbiné, un peu bombé au-dessous des étamines, muni de 5 mamelons distincts, souvent lavés de rouge, situés au dessous des pétales et reliés entre eux par un léger pli (fig. 1, 2). Sépales obovales, larges, souvent ciliés, lavés de rouge sur les bords, recourbés ou presque réfléchis. Pétales cunéiformes, lavés de rouge sur les bords, recourbés. Filets assez longs, souvent lavés de rouge, plus ou moins



R. urceolatum.

Fig. 1. Fleur débarrassée de son pistil et étalée. Gr. 8.

Fig. 2. Coupe médiane de la fleur. Gr. 8.

courbes dans la partie inférieure (fig. 2). Anthères blanches, petites; pollen mixte, avec environ 50% de grains stériles. Ovaire avec la voûte conique; style bifide.

Fruits assez gros, ronds, pourpre-foncé comme une griotte, acides, mûrissant très tard. Graines grandes, fertiles. Jeunes fruits d'un vert bleuâtre. Fertilité infiniment supérieure à celle du *R. multiflorum* cultivé, qui ne donne que rarement quelques fruits dans nos jardins; elle peut être considérée comme supérieure à celle du *R. petraeum* cultivé, qui donne de fruits peu nombreux dans nos jardins, mais surtout parce que ses graines y sont stériles.

Bien que les organes de végétation, les grappes et les fruits de ce groseiller soient fort semblables au *R. multiflorum*, son origine hybride est trahie par la forme, la structure et la couleur des fleurs, intermédiaires entre les parents, et entièrement confirmée par la qualité de son pollen.

7. *Ribes Koehneanum* nob.

(*multiflorum* Kitaibel \times *vulgare* Lamarck).

Nous ne connaissons cet hybride que par les échantillons d'herbier, communiqués par M. Koehne, et assez bien conservés pour qu'on puisse y reconnaître ses principaux caractères. M. Koehne les récolta au Jardin botanique de Berlin, où il était cultivé sous le nom de *R. caucasicum*.

Feuilles assez grandes, à lobes subobtus, peu développés, à base subcordée, légèrement pubescentes.

Pétioles pubescents.

Grappes longues jusqu'à 10 cm., lâches, portant jusqu'à 35 fleurs. Rachis pubescent. Bractées très petites, arrondies. Pédicelles subglabres, longs de 0.1—0.3 cm.

Fleurs petites, subtrocées, verdâtres. Réceptacle légèrement pelviforme, presque plat, muni d'un anneau saillant, s'élevant en



R. Koehneanum.

Fig. 3. Fleur étalée, sans l'ovaire. Gr. 8.

5 gros mamelons au devant des pétales (fig. 3). Sépales arrondis, d'abord plus larges que longs, s'allongeant ensuite par leur base. Pétales cunéiformes, n'atteignant pas la mi-longueur des sépales. Filets assez longs, droits. Anthères très larges, aplaties, semblables à celles du *R. vulgare* et prenant souvent la forme papillonnée après l'anthèse. Pollen un peu mixte, avec environ 10% de grains stériles. Ovaire pyriforme; style bifide. Fruits inconnus.

Hybride presque intermédiaire entre les parents, un peu plus proche du *R. vulgare* qu'il rappelle surtout par la forme si caractéristique des anthères et la forme de la fleur.

8. *Ribes Gordonianum* Lemaire ¹⁾(*sanguineum* Pursh \times *aureum* Pursh).

Produit en Angleterre et quelquefois nommé *R. Beatonii*, cet hybride est souvent cultivé dans les jardins d'agrément pour ses jolies fleurs et sa floraison abondante; il tient le milieu entre les deux parents. Son pollen est entièrement stérile; ses nombreux ovules, d'apparence normale, ne contiennent pas de sac embryonnaire et sont également stériles.

9. *Ribes Bethmontii* nob.(*malvaceum* Smith \times ? *sanguineum* Pursh),

Cultivé chez M. Daniel Bethmont, au château de Ruffec, sous le nom de *R. malvaceum*, et provenant, d'après une lettre de M. Bethmont, des pépinières A. Leroy à Angers.

Arbrisseau assez vigoureux, à scions pubescents, semés de glandes distinctes, brièvement pédicellées. Bourgeons verts, allongés, assez gros, à écailles herbacées.

Feuilles finement rugueuses, assez grandes, 10 cm. larges, 9 cm. longues, lorsqu'elles sont entièrement développées, à lobes ovoïdes, obtus, à base cordée. Les deux faces sont munies de nombreuses glandes visqueuses, brièvement pédicellées; l'inférieure, en outre, pubescente. Pétioles longs de 6,5 cm., pubescents, munis de nombreuses glandes pédicellées, avec quelques soies poilues à la base (gaine).

Grappes longues de 4 cm., portant jusqu'à 18 fleurs, assez serrées. Rachis amplement lavé de rouge, pubescent et glanduleux. Bractées rose-carmin, obovales-oblongues, longues de 0,6 cm., larges de 0,2 cm. creusées en cuiller, glanduleuses. Pédicelles verts, très courts. Bractéoles carminées, ligulées, glanduleuses, égalant l'ovaire aux fleurs inférieures, nulles aux supérieures.

Fleurs roses carminées, pubescentes et glanduleuses à l'extérieur. Réceptacle subsphérique, aussi large que haut (fig. 4), pubescent à l'intérieur et jaune-vert dans le fond. Sépales étalés, ellipsoïdes 1,5 fois plus longs que larges, un peu concaves aux sommets. Pétales, blancs, plus tard rose-foncé, spatulés, n'atteignant pas la mi-longueur des sépales. Etamines plus courtes que les pétales. Filets blancs ou

¹⁾ Flore des serres et des jardins 1846. II. pl. 165.

rouges, très-courts; anthères étroites, à connectif pubescent, à loges oblitérées, dépassées par la pointe du connectif, entièrement vides (fig. 5). Ovaire pubescent et glanduleux, à voûte conique, contenant des ovules. Style blanc, pubescent, dépassant beaucoup les pétales, bifurqué au sommet. Ovules développés, mais n'ayant pas l'air d'être fertiles.

Le *R. Bethmontii* trahit son origine hybride par la stérilité complète de ses anthères et rappelle beaucoup, par la rugosité des feuilles

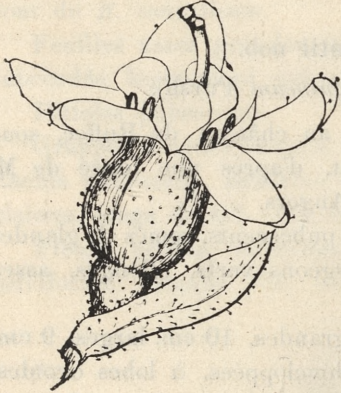


Fig. 4. Fleur avec bractée. Un pétale manque. Gr. 8.

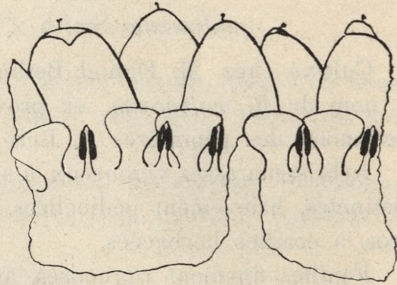


Fig. 5. Fleur débarrassée de son pistil et étalée. Gr. 8.

R. Bethmontii.

et la pubescence de l'ovaire, du style et de l'intérieur du réceptacle le *R. malvaceum*, inconnu dans nos jardins. Mais tous ces caractères sont moins accentués, et les soies glanduleuses manquent à la face supérieure des feuilles qui sont assez grandes; il est donc juste de présumer que l'autre espèce, ayant participé au croisement, portait des caractères contraires, et que ce fut le *R. sanguineum*.

10. **Ribes Schneideri** Maurer ¹⁾

(*grossularia* L. \times *nigrum* L.).

M. Koehne qui a décrit avec tant de précision cette plante curieuse, vient de nous communiquer que l'hybride en question se

¹⁾ Koehne. *Ribes Grossularia* \times *nigrum* (*R. Schneideri* Maurer in litt) — *Gartenflora* 51-e année.

produisit accidentellement en Angleterre, avant de se produire en Allemagne, y fut nommé *R. Culverwelli* et mentionné plus d'une fois¹⁾. De notre part, nous pouvons ajouter aux observations de M. Koehne, que le pollen est entièrement stérile dans ses anthères, les grappes portent jusqu'à 5 fleurs, la fleur basale de la grappe peut être remplacée, comme dans le *R. nigrum*, par une minuscule grappe secondaire, biflore, les bourgeons sont ovoïdes-pointus, avec écailles extérieures brunâtres, papyracées, comme dans le *R. Grosularia*, et que dans nos cultures, les glandes huileuses ne sont pas du tout très rares à la face inférieure des feuilles.

11. *Ribes intermedium* Carrière²⁾

(♀ *albidum* Paxton × ♂ *nigrum* L.).

Cet hybride fut obtenu par Billiard à Fontenay près Paris.

Plante robuste, n'ayant pas l'odeur désagréable du cassis. Scions longs, gros, raides, brièvement pubescents et blanchâtres à la première jeunesse, ensuite jaune-bronzé. Bourgeons gros, allongés, à écailles herbacées, vertes, un peu lavées de rouge.

Feuilles assez grandes, les adultes 11 cm. longues, 12 cm. larges, lobées, cordées à la base, souvent asymétriques, à lobe médian pour la plupart aussi prédominant que dans le *R. nigrum*. Face inférieure semée de toutes petites glandes sessiles, pubescente aux nervures. Pétioles longs de 6 cm., pubescents, avec soies poilues à la base (gaine).

Grappe à peine moyenne et lâche, contenant une dizaine, rarement une quinzaine de fleurs, rouge avant leur épanouissement. Rachis tomenteux. Bractées pâles, liguleuses, longues de 0.4—0.5 cm., tomenteuses. Pédicelles courts, de 0.2—0.3 cm., tomenteux. Bractéoles lancéolées, petites, pubescentes.

Fleurs presque moyennes, carnées, tomenteuses et glanduleuses

¹⁾ I. W. Culverwell in Gard. Chron. II. 19. 635 (1883).

II. M. T. Masters in Gard. Chron. III. 12. 277 fig. 46 (1892).

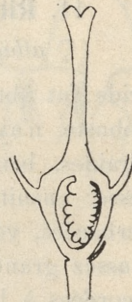
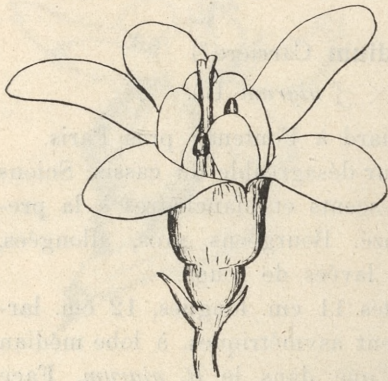
III. J. M. Macfarlane in Transact. Roy. Soc. Edinburgh 37. 203, w. plate (1892).

IV. J. H. Wilson in Journ. Roy. Hort. Soc. London 24. 168 fig. 78—88 (1900).

V. J. M. Macfarlane in Gard. Chron. III. 28. 7 (1900).

²⁾ Revue horticole 1867, pag. 125.

à l'extérieur (fig. 6). Réceptacle cupuliforme, 1.5—2.0 fois plus large que haut. Sépales étalés, oblongs, 2.0—2.5 fois plus longs que larges, 2.0 fois plus longs que la hauteur du réceptacle. Pétales d'un blanc crémeux, obovales, un peu spatulés, de la mi-longueur des sépales ou un peu plus. Etamines n'égalant pas les pétales. Anthères assez petites, presque ovoïdes, avec petit pore (dépression) au sommet du connectif. Pollen assez mauvais, mais contenant 10—15% de grains apparemment bons. Ovaire pubescent, semé de glandes minuscules, subinfère. Voûte soulevée en cône bas, calleux comme dans le *R. nigrum* (fig. 7). Style dépassant les pétales, fendu



R. intermedium.

Fig. 6. Fleur entière. Gr. 8.

Fig. 7. Coupe médiane du pistil. Gr. 8.

seulement entre les stigmates, au sommet même. Ovules peu nombreux. Fruits semblables à ceux du *R. albidum*, d'après Carrière.

Le *R. intermedium* est réellement intermédiaire entre les deux parents, se rapprochant du *R. nigrum* par les organes sexuels, pistil et anthères, du *R. sanguineum* ou *R. glutinosum* par les scions, bourgeons, grappes et fleurs. La mère, *R. albidum*, est généralement considérée comme une variété du *R. sanguineum*; à notre avis, elle tient plus du *R. glutinosum* Benthams, espèce souvent confondue avec le *R. sanguineum*, mais plus robuste et à fleurs plus pâles.

12. *Ribes Spachii* nob.

(*cereum* Douglas \times *inebrians* Lindley).

Arbrisseau d'origine inconnue, cultivé chez M. L. Späth à Berlin, sous le nom de *R. cereum*.

Les deux espèces qui ont donné naissance à cet hybride, se ressemblent tellement par leur port, feuillage, grappes corymbiformes et fleurs tubuleuses, blanches, qu'elles sont bien faciles à confondre. Cependant, leurs différences ont été jadis parfaitement décrites par Ed. Spach¹⁾, sauf le seul détail que le style est glabre dans le *R. inebrians*²⁾, pubescent dans le *R. cereum*.

La plante en question est un peu plus proche du *R. cereum*, mais possède aussi quelques caractères du *R. inebrians*. Ses feuilles sont un peu incrustées d'une substance blanche, cireuse, ou plutôt résineuse. Ses bractées sont largement cunéiformes, à peine dentelées sur le bord supérieur. Son style, glabre comme celui du *R. inebrians*, dépasse bien la fleur, comme dans le *R. cereum*. Ses étamines sont insérées aussi haut que dans le *R. inebrians*, soit au $\frac{4}{5}$ de la longueur du réceptacle tubuleux; leurs anthères, plus petites que celles des parents, contiennent un pollen mixte, avec environ 25% de grains bien conformées.

Les fruits nous sont inconnus.

3. MM. L. WACHHOLZ et S. HOROSZKIEWICZ. **O fizyo-patologicznym mechanizmie utopienia.** (*Etudes expérimentales sur le mécanisme physio-pathologique de la submersion*). Mémoire présenté par M. N. Cybulski m. t.

MM. Wachholz et Horoszkiewicz ont cherché à résoudre expérimentalement et d'une manière décisive les problèmes suivants: quels sont les phénomènes inhérents à la submersion, à quelles phases l'eau pénètre-t-elle dans les voies respiratoires chez les noyés; et quelles sont les causes dont dépend la quantité, plus ou moins grande, d'eau aspirée.

La première série d'expériences en comprend douze, faites de telle sorte que les animaux sur lesquels ils expérimentaient, étaient si brusquement immergés, les uns dans de l'eau froide, les autres

¹⁾ Spach. Histoire naturelle d. vég. phanérog. 1838, VI. p. 153. 154.

²⁾ Le *R. Späthianum* Koehne est un synonyme du *R. inebrians*, dont nous avons examiné des échantillons déterminés par Spach (herb. Webb). La diagnose primitive de Lindley (Botanical Register 1831. XVII, tab. 1471) contient quelques inexactitudes, corrigées ensuite par Spach.

dans de l'eau à la température de 37° centigrades, qu'ils ne pouvaient remonter à la surface. Dans un certain nombre de ces expériences, les observateurs ont hermétiquement comprimé la trachée des animaux avant l'apparition de leurs derniers soupirs.

On a déterminé le nombre des globules sanguins, ainsi que la densité (celle-ci à l'aide de l'aéromètre Hammerschlag) et le point cryoscopique du sang d'abord sur du sang tiré de la carotide, sur ces animaux, puis du coeur gauche quarante minutes après leur mort.

Ces expériences ont démontré que les poumons de tous ces animaux, que ceux-ci aient eu ou non la trachée comprimée, étaient à un égal degré remplis d'eau. Il en était de même pour le degré de dilution du sang. Cependant, ce dernier (qui était manifesté par la diminution du nombre des globules sanguins et de la densité du sang, ainsi que par l'augmentation du point cryoscopique) était beaucoup plus considérable chez les animaux qui avaient été noyés dans de l'eau chaude que chez ceux qui l'avaient été dans de l'eau froide. Cette plus grande dilution du sang prouve donc que les animaux qui se noient dans de l'eau chaude en aspirent davantage dans les poumons, parce que l'eau chaude irrite moins les voies aériennes que l'eau froide, dans les premiers moments de la submersion.

Les observateurs ont déjà pu, de ce premier groupe d'expériences, tirer la conclusion suivante: le noyé aspire la plus grande quantité d'eau dans le temps qui précède la phase des derniers soupirs.

Le second groupe comporte dix-huit expériences faites sur des chiens et des chats qui aspiraient, par la canule trachéale, l'eau contenue dans un récipient gradué, pendant qu'un appareil enregistreur, disposé à cet effet, notait la quantité d'eau aspirée ainsi que le moment où se produisait cette aspiration.

Ces expériences ont démontré l'exactitude du schème divisé en cinq phases, des expérimentateurs Brouardel et Loye. Les animaux aspiraient dans la troisième phase le maximum d'eau de la quantité totale qu'ils aspiraient durant toute la durée de l'expérience jusqu'à leur mort, tandis que dans la cinquième phase, où bien l'eau aspirée au moment des derniers soupirs était aussitôt expirée, ou bien une certaine quantité de l'eau aspirée dans la troisième phase était rendue dans les dernières expirations, y compris la quantité d'eau aspirée au moment des derniers soupirs; ou bien enfin, les animaux

aspiraient et retenaient dans la cinquième phase une quantité d'eau si minime que celle-ci représentait $\frac{1}{15}$ en moyenne, $\frac{1}{7}$ au maximum et $\frac{1}{32}$ au minimum de la quantité totale aspirée pendant toute la durée de l'expérience.

Dans l'une de ces expériences, les observateurs ont empêché le passage de l'eau dans la trachée avant l'apparition des derniers soupirs, et malgré cela, la quantité totale de l'eau aspirée dans les poumons n'était pas moindre (par kgr. de chair vive) chez cet animal que chez ceux qui avaient pu librement aspirer l'eau pendant la phase des derniers soupirs. Cette obturation du passage de l'eau dans la trachée n'influa pas davantage sur le point cryoscopique du sang.

MM. Wachholz et Horoszkiewicz ont constaté en outre que quelques-uns de ces animaux, préalablement narcotisés, de même que ceux qui avaient été noyés dans de l'eau à la température de 37° centigrade, aspiraient 8.4 ccm. d'eau de plus par kilogramme de chair vive, que les animaux non narcotisés et noyés dans de l'eau froide.

Le point cryoscopique du sang, pris d'abord chez ces animaux vivants, puis après leur mort, marquait une différence plus sensible, proportionnellement à la quantité d'eau aspirée, chez les animaux noyés dans de l'eau chaude que chez ceux qui l'avaient été dans de l'eau froide, ainsi que chez ceux qui avaient été noyés dans de l'eau froide après avoir été narcotisés.

Les expérimentateurs n'ont pas observé chez les animaux narcotisés, les phénomènes des deux premières phases; en revanche, ils ont constaté dans la cinquième, un nombre beaucoup plus important de derniers soupirs que chez les animaux qui n'avaient pas été soumis à l'anesthésie chloroformique.

Les animaux narcotisés vivaient beaucoup plus longtemps durant les expérimentations, que ceux qui ne l'étaient point et de plus, les battements du coeur persistaient chez eux pendant quelque temps après l'arrêt de la respiration.

Deux chiens ayant été noyés dans des conditions identiques, mais dont l'un avait été préalablement narcotisé, les observateurs ont constaté chez ce dernier une moindre dilution du sang que chez l'autre, malgré une plus grande quantité d'eau aspirée, relativement à un kilogramme de chair vive. Mais, tandis que la dilution du sang (déterminé par le point cryoscopique) était apparente dans le

coeur droit du chien narcotisé, elle était tout-à-fait nulle dans cet organe chez le chien non narcotisé.

MM. Wachholz et Horoszkiewicz concluent de ces expériences que la diminution de la dilution du sang constatée dans le coeur gauche chez les animaux narcotisés, provient du mélange du sang du coeur gauche, dilué au commencement des expériences, avec celui du coeur droit. La cause de ce mélange résulterait de la persistance des fonctions cardiaques au moment de l'arrêt des fonctions respiratoires, et par conséquent de la suspension des facultés d'absorption des alvéoles pulmonaires.

Le troisième groupe comprend deux expériences, que les expérimentateurs ont faites dans le but de démontrer que la trachéotomie que l'on pratique sur un animal avant de le submerger, n'a d'influence ni sur la succession des phénomènes, ni sur la quantité d'eau aspirée, ni même sur le temps de l'aspiration, ainsi que cela avait été mis en doute par M. Strassmann à propos des expériences de MM. Brouardel et Loye.

A cet effet, ils coiffèrent un chat et un lapin d'un masque en caoutchouc, qui communiquait avec un récipient gradué rempli d'eau et avec un appareil enregistreur qui notait la quantité d'eau aspirée.

Ces expériences ont donné des résultats absolument identiques à ceux du deuxième groupe.

Le quatrième groupe comprend dix-sept expériences.

Dans l'une d'elles, les observateurs ont noyé un chien dans un bassin plein d'eau teinte de telle façon que l'animal puisse nager librement jusqu'à ce que ces forces l'eussent complètement abandonné. Les poumons de cet animal étaient remplis d'eau à un égal degré et la dilution (celle-ci a été déterminée par le calcul des globules sanguins, par la densité et le point cryoscopique) de son sang était la même que chez les animaux brusquement submergés du premier groupe. Or, puisqu'on observe chez un animal lentement submergé les mêmes altérations que chez celui qui l'a été brusquement il s'ensuit, selon MM. Wachholz et Horoszkiewicz, que la submersion prolongée consiste tout simplement en une natation d'abord libre qui est suivie d'une submersion subite, dès l'instant où celle-là cesse.

Ceci explique donc, d'une manière péremptoire, pourquoi la submersion prolongée n'entraîne pas une aspiration d'eau plus considérable.

Dans seize expériences, les chiens aspiraient de l'eau par la canule trachéale dès le début, tantôt au moment de l'inspiration, tantôt au moment de l'expiration.

Quelques-uns de ces animaux avaient été préalablement narcotisés, d'autres avaient aspiré de l'eau chaude, d'autres enfin de l'eau froide.

Ces expériences ont démontré que les animaux submergés dans des conditions identiques, mais après l'expiration, aspirent en moyenne 6 ccm. d'eau de plus (par kilogramme de chair vive) que les animaux submergés après l'inspiration.

L'influence de l'eau chaude ainsi que celle de l'anesthésie qui précédait les expériences, sont également évidentes dans ce groupe.

La capacité vitale des poumons aurait d'après les observateurs, la plus grande influence sur la quantité d'eau aspirée par celui qui se noie.

MM. Wachholz et Horoszkiewicz démontrent aussi en se basant sur les expériences du deuxième et du quatrième groupe, que le poids du corps et le sexe ont une influence manifeste sur la capacité vitale des poumons et par là, sur la quantité d'eau aspirée pendant la submersion.

Les animaux d'un poids assez grand aspiraient (dans des conditions égales et par kilogramme de chair vive) 27.9 ccm. d'eau de moins que les animaux d'un poids inférieur. Les femelles aspiraient 13 ccm d'eau de moins que les mâles, par kilogramme de chair vive.

D'où il résulte que dans le premier cas et chez les femelles, la quantité d'eau aspirée est moindre.

L'ensemble de ces expériences a conduit MM. Wachholz et Horoszkiewicz aux conclusions suivantes:

1-o. Les phénomènes de la submersion se composent de cinq phases, à l'exclusion des deux premières chez les animaux fortement narcotisés avant les expériences;

2-o. Celui qui se noie aspire la plus grande quantité de l'eau totale aspirée dans les voies aériennes, pendant la troisième phase et non pendant la cinquième;

3-o. La quantité totale d'eau aspirée (par kilogramme de chair vive) le volume de l'eau contenue dans les poumons, et le degré de dilution générale du sang chez les noyés sont d'autant plus grands:

- a) que la capacité vitale des poumons est plus grande;
 - b) que l'eau dans laquelle l'individu se noie est plus chaude.
- Il en est de même:
- c) si l'individu qui se noie est troublé, sans connaissance ou anesthésié;
 - d) si l'eau a pénétré dans les voies aériennes après l'expiration et non après l'inspiration;
 - e) enfin, si le nombre et l'amplitude des derniers soupirs sont considérables, et si les dernières inspirations surpassent en intensité les dernières expirations.

L'influence des derniers soupirs sur la quantité totale de l'eau aspirée n'a qu'une importance secondaire, si l'on considère que dans les expériences de MM. Wachholz et Horoszkiewicz, la quantité d'eau aspirée durant cette phase, se montait à peine à 3 ccm. par kilogramme de chair vive.

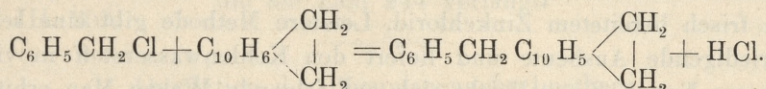
3. M. CH. DZIEWOŃSKI. **O fenylacenaftyłmetanie, nowym węglowodorze aromatycznym.** (*Über Phenylacenaptylmethan, einen neuen aromatischen Kohlenwasserstoff*). (*Synthèse d'un nouvel hydrocarbure aromatique: phénylacénaphtylméthane*). Mémoire présenté par M. S. Niementowski m. c.

Die sehr befriedigenden Dehydrogenisationsresultate, die ich durch Schmelzen von Acenaphten mit Schwefel¹⁾ erzielt habe, veranlassten mich die Synthese eines neuen Derivates derselben vorzunehmen, um dadurch einen mehr als zwei Methenseitengruppen enthaltenden Kohlenwasserstoff zu gewinnen. Ein solches Derivat des Acenaphtens, welches sich besonders für weitere Dehydrogenisationsversuche eignen sollte, habe ich zusammen mit Herrn Eligio Dotta durch Einwirkung von Benzylchlorid auf Acenaphten dargestellt. Diese Reaktion vollzieht sich sehr günstig, indem man beide genannten Körper in Gegenwart von Zinkstaub oder Zinkchlorid zusammen erhitzt.

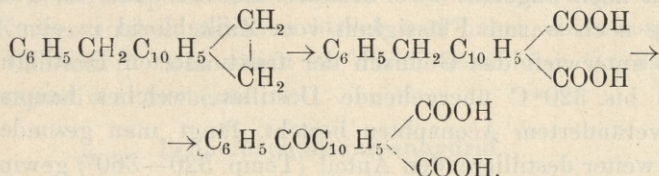
Wie unsere unten angegebenen Versuche beweisen, wirkt Benzylchlorid auf Acenaphten in der Weise ein, dass die Benzyl-

¹⁾ Bull. de l'Académie des sciences de Cracovie. Février 1903. S. 77.

gruppe an den Naphtylenring desselben Kohlenwasserstoffes angeknüpft wird:



Der entstandene Kohlenwasserstoff, dem die Formel eines Benzylacenaphtens oder richtiger eines Phenylacenaphtylmethans zukommt, lässt sich vorzüglich oxydieren, wobei er zwei Oxydationsprodukte liefert: die Benzylnaphtalsäure und die Benzoylnaphtalsäure, Körper, welche die stufenweise Oxydation des Kohlenwasserstoffes vorstellen können:



Die von uns dargestellte Benzoylnaphtalsäure hat einige Eigenschaften, welche denen der von Graebe und Haas auf ganz anderem Wege erhaltenen α -Benzoylnaphtalsäure ähnlich sind.

Da jedoch ein gewisser Unterschied zwischen den Eigenschaften der Oximderivate beider dieselbe empirische Zusammensetzung besitzenden Körper vorkommt, können wir gegenwärtig noch kein Urteil darüber aussprechen, ob hier isomere oder identische Körper vorliegen.

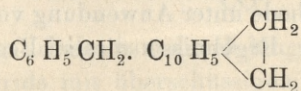
Eine Dehydrogenisationsprobe mit dem auf die oben angegebene Weise dargestellten Kohlenwasserstoff hat uns sehr zufriedenstellende Ergebnisse geliefert. Durch Einwirkung von Schwefel auf Phenylacenaphtylmethan erhalten wir zwei neue Körper: eine rote Thioverbindung und einen gelben hochschmelzenden Kohlenwasserstoff. Diese Körper lassen uns eine Analogie mit den von uns durch Einwirkung von Schwefel auf Acenaphten erhaltenen Körpern vermuten.

Es wird über dieselbe bald ausführlicher berichtet.

Experimenteller Teil.

In Gemeinschaft mit Herrn Eligio Dotta.

Phenylacenaphtylmethan (Benzylacenaphten).



Der Kohlenwasserstoff bildet sich bei der Einwirkung von Benzylchlorid auf Acenaphten in Gegenwart von Zinkstaub oder besser von frisch bereitetem Zinkchlorid. Letztere Methode gibt eine sehr befriedigende Ausbeute und liefert den Kohlenwasserstoff in viel reinerer Form. Sie vollzieht sich auf folgende Weise: Man erhitzt 5 Teile Acenaphten zusammen mit 3 Teilen Benzylchlorid und 3 Teilen frisch geschmolzenen und pulverisierten Zinkchlorid auf dem Ölbad bis 125°.

Es tritt eine starke Reaktion ein, indem Salzsäure entweicht. Nachdem die Gasentwicklung nachgelassen hat, erhitzt man das Gemisch noch ungefähr zwei Stunden auf 150—180° C. Dann gießt man die noch warme Flüssigkeit vom Zinkchlorid in eine Retorte ab und unterwirft das Gemisch der fraktionierten Destillation.

Das bis 320° C übergehende Destillat, welches hauptsächlich aus unverändertem Acenaphten besteht, fängt man gesondert auf; in dem weiter destillierenden Anteil (Temp. 320—360°) gewinnt man ein Produkt, das grösstenteils den neuen Kohlenwasserstoff enthält. Dasselbe wird ein bis zweimal fraktioniert, wobei man das bei 330—350° C übergehende Destillat gesondert auffängt.

Dieses Destillat bildet ein schweres Öl, welches gleich erstarrt und nach zweimaligem Umkristallisieren aus heissem Alkohol reinen Kohlenwasserstoff in Form von glänzenden, weissen Nadeln ergibt. Die Ausbeute beträgt circa 30% des an der Reaktion beteiligten Acenaphtens. Phenylacenaphtylmethan schmilzt bei 112—113° C und siedet bei 340—245° C. Es löst sich leicht in kochendem Alkohol, Essigsäure, Benzol u. s. w. Löslich in kalter Schwefelsäure mit goldgelber Farbe.

Mit viel überschüssiger Pikrinsäure bildet es eine sich ausserordentlich leicht zersetzende, rote Verbindung, die rein zu isolieren uns unmöglich war.

Die Analyse:

Gefunden:

I. 93, 46% C 6, 66% H.

II. 93, 56% C 6, 34% H.

Berechnet für C₁₉ H₁₆

93, 44% C 6, 55%

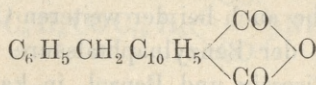
Die Molekulargrösse des Kohlenwasserstoffes wurde mittels der ebullioskopischen Methode unter Anwendung von Benzol als Lösungsmittel bestimmt. Die Ergebnisse dieser Bestimmung waren folgende:

- I. 243. Sie stimmen für die Formel $C_{19}H_{16}$
 II. 255. die die Zahl 244 verlangt.
 III. 255.

Oxydation des Phenylacenaphtylmethans.

Durch Oxydation des Kohlenwasserstoffes mittels Natriumbichromat in essigsaurer Lösung erhält man eine Mischung zweier Produkte, die sich durch Extraktion mit kochendem Alkohol leicht trennen lassen, indem der eine Körper, die Benzylnaphtalsäure, in diesem Lösungsmittel ziemlich leicht löslich ist, der andere dagegen, das Benzoylnaphtalsäureanhydrid als Rückstand ungelöst bleibt. Beide Körper sind in Alkalien löslich und haben einen ausgeprägt sauren Charakter. Man erhält sie durch vorsichtige Oxydation in fast quantitativer Ausbeute.

Benzylnaphtalsäureanhydrid.



Das Produkt, welches in kochendem Alkohol löslich ist, kristallisiert aus solchen Lösungen in Form prächtiger, seideglänzender, weisser Nadeln. Es schmilzt bei $160-163^\circ C$; löst sich ziemlich leicht in Alkalien und in kalter, konzentrierter Schwefelsäure auf. Es stellt eine Mischung der Säure und deren Anhydrid vor, die durch Erhitzen bis zu $150-160^\circ C$ und Kristallisieren aus kochendem Eisessig in reines Anhydrid übergeführt wird.

Benzylnaphtalsäureanhydrid schmilzt bei $175^\circ C$.

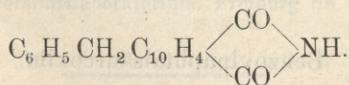
Analyse:

Berechnet für $C_{19}H_{12}O_3$

I. 78.93% C. II. 78.93% C. III. 79.09% C. 79.16% C.
 4.29% H. 4.22% H. 4.41% H. 4.16% C.

Die Bildung des Imids beweist, dass es eine zweibasische Säure ist.

Benzylnaphtalsäureimid

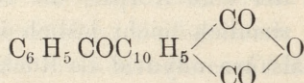


Diese Verbindung erhält man durch längeres Erhitzen des Benzylnaphtalsäureanhydrids mit überschüssigem konz. Ammoniak auf

dem Wasserbade, wobei sie sich als voluminöser, weisser Niederschlag bildet. Löslich in Alkohol und Essigsäure. Sie kristallisiert in weissen Nadelchen vom Schmp. 227° C.

Analyse:	Berechnet für $C_{19}H_{13}O_2N$:
Gef. I. 79·77% C.	79·45% C.
4·54% H.	4·53% H.
II. 5·01% N.	4·88% N.

Benzoylnaphtalsäureanhydrid



bildet sich bei direkter Oxydation von Phenylacenaphtylmethan neben der Benzoylnaphtalsäure, von der es durch Extraktion mittels heissem Alkohol getrennt wird, indem es als ein in diesem Lösungsmittel unlöslicher Rückstand auf dem Filter zurückbleibt.

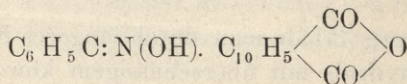
Man erhält dasselbe auch bei der weiteren Oxydation des ersten Oxydationsproduktes, der Benzoylnaphtalsäure. Dieser Körper löst sich in kochendem Eisessig und Benzol, in kalter konz. Schwefelsäure und in verdünnten Alkalien. Er schmilzt bei 196° C. Unter Einwirkung von Hydroxylamin bildet er das Oxim, mit Ammoniak erhitzt geht er in das Imid über. Diese Verbindung stellt also eine zweibasische Ketosäure vor.

Analyse:	Berechnet für $C_{19}H_{10}O_4$
I. 75·76% C.	75·49% C.
3·48% H.	3·31% H.
II. 75·57% C.	
3·26% H.	

Die Analyse und das Verhalten des Körpers beweisen, dass es ein Benzoylnaphtalsäureanhydrid ist.

Die Eigenschaften dieser Verbindung sind ziemlich mit denen der α -Benzoylnaphtalsäure, die von Graebe u. Haas durch Oxydation des α -Benzoylacenaphtens erhalten war, übereinstimmend. Es zeigt sich nur ein gewisser Unterschied in den Eigenschaften der Oximderivate dieser Körper und diese lässt uns noch nicht die Frage beantworten, ob isomere oder identische Verbindungen vorliegen.

Benzoylnaphtalsäureoxim.

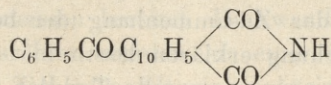


1 gr. Säure erhitzt man in alkoholischer Lösung mit 8 Mol. Natriumhydroxyd und 3 Mol. salzsauren Hydroxylamin 18—20 Stunden auf dem Wasserbade. Durch Zusatz von Salzsäure wird ein hellgelber, kristallinischer Niederschlag gefällt. Diesen kristallisiert man einige Male aus Alkohol und Eisessig, wobei man einen Körper in Form kleiner, gelber Prismen vom Schmp. 242°C (unter Zersetzung) erhält.

Er unterscheidet sich wesentlich von dem α -Benzoylnaphtalensäureoxim, indem jener in braungelben Nadeln kristallisiert und bei 198°C schmilzt.

Analyse:	Berechnet für $\text{C}_{19}\text{H}_{11}\text{O}_4\text{N}$.
Gefunden I. $4\cdot57\%$ N.	$4\cdot31\%$ N.
II. $4\cdot27\%$ N.	

Benzoylnaphtalsäureimid



Diesen Körper erhält man durch längeres Kochen des fein pulverisierten Benzoylnaphtalsäureanhydrids mit überschüssigem konz. Ammoniak. Er stellt einen voluminösen, weissen Niederschlag dar, der in kochendem Alkohol schwer, dagegen in kochendem Eisessig und Benzol leicht löslich ist. Derselbe kristallisiert in kleinen schwach gelblichen Nadelchen, deren Schmelzpunkt bei 252°C liegt.

Analyse:	Ber. für $\text{C}_{19}\text{H}_{11}\text{O}_3\text{N}$:
I. $75\cdot65\%$ C.	$75\cdot75\%$ C.
$3\cdot93\%$ H.	$3\cdot65\%$ H.
II. $4\cdot70\%$ N.	$4\cdot65\%$ N.

Über die Konstitution der hier beschriebenen Körper wird in der nächsten Mitteilung noch näheres angegeben. Wir möchten uns daher das Recht der weiteren Bearbeitung des hier besprochenen Themas vorbehalten.

II. Chemisches Universitätslaboratorium, Freiburg (in der Schweiz)

5. M. I. MOŚCICKI. *Badania nad wytrzymałością dielektryków. (Studien über die Durchbruchfestigkeit der Dielektrica). (Etudes sur la résistance des diélectriques)*. Mémoire présenté par M. A. Witkowski m. t.

Durch meine Arbeiten über die Konstruktion technischer Hochspannungskondensatoren veranlasst, habe ich eine grosse Reihe von Versuchen ausgeführt, durch welche ich mich überzeugt habe, dass die Dielektrica eine viel grössere Spannung in der Mitte der belegten Flächen aushalten als am Rande. So hielt eine Glasröhre von 0.3 mm Dicke in der Mitte bis 40.000 Volt aus, während sie am Rande schon bei 8.000 Volt durchgeschlagen wurde.

Ich stellte denn genaue Untersuchungen darüber an, in welcher Weise der Durchbruch am Rande des Belages oder im Innern von belegten Flächen bei verschiedenen Dielektrics und bei verschiedenen Dicken desselben von der angewandten Spannung abhängt und wodurch sich der Zusammenhang der beiden verschiedenen Arten der Beanspruchung erklären lässt.

Der nachstehende, experimentelle Teil der Arbeit ist gemeinsam mit Herrn Konrad Kasprowiez ausgeführt worden.

Erstens wurden Versuche angestellt zur Bestimmung der Durchbruchsspannung am Rande. Als Dielektrica wurden 3 Sorten Glas (gewöhnliches Alkaliglas, alkalifreies Glas v. Schott & Genossen in Jena 477^{III} u. Borsilikat = Thermometerglas von derselben Firma Nr. 59^{III}) und Ebonit angewendet, alle in Form von Röhren, welche nach Böttgers Methode von aussen versilbert, von innen mit Quecksilber gefüllt waren. Die Versuche wurden in der Weise ausgeführt, dass die Spannung im Stromkreise langsam und kontinuierlich durch einen elektrolytischen Widerstand variiert wurde. Der Stromkreis war immer nur solange geschlossen, bis die Spannung abgelesen wurde; dann wurde er unterbrochen, die Spannung erhöht, der Stromkreis geschlossen, die Spannung abgelesen u. s. w., bis der Durchbruch stattfand. Die Röhren waren während der Versuche in Isolationsöl getaucht.

Es wurden von der 1. Glassorte Röhren von 0.2 mm bis 2.7 mm Wandstärke untersucht, wobei die Durchschlagsspannung von 6.400 Volt auf 27.150 stieg. Bei der 2. Glassorte entsprachen den Grenz wandstärken von 0.2 mm und 1.24 mm Spannungen von 6.950 bis 18.750 Volt. Bei der 3. Glassorte waren die untersuchten Röhren von 0.19 mm bis 1.2 mm dick, die Spannungen stiegen von 7.540

bis 20340 Volt. Bei den Ebonitröhren von einer Wandstärke von 0.2 mm bis 1.1 mm stieg die Durchschlagsspannung von 4800 bis 14.600 Volt. Die Diagramme zeigen, dass die Wandstärken viel schneller wachsen als die Durchbruchsspannungen. dagegen ist zwischen der Wandstärke und dem Quadrat der Spannung Proportionalität vorhanden.

Die folgende Reihe der Versuche galt der Bestimmung der Durchbruchsspannung in der Mitte von belegten Flächen. Es handelte sich vor allem darum, Röhren herzustellen, die am Rande nicht durchgeschlagen werden sollten, bevor sie in der Mitte platzten. Das geschah nun durch entsprechende Verstärkung des Randes, wobei aber auf Feinheit des Überganges und darauf zu achten war, dass das Material, welches zur Verstärkung diente, eine nicht viel geringere Dielektrizitätskonstante haben darf als das verstärkende Dielektricum. Es wurden nun die Röhren zu diesen Versuchen folgendermassen bereitet. Dickwandige, an einem Ende zugeschmolzene Glasröhren wurden an einer Stelle erwärmt und durch Aufblasen und Ziehen wurde eine sphärische Erweiterung geformt, deren Wände im Vergleich zur Wanddicke der übrigen Röhre sehr dünn waren. Der Rand des Belages, welcher durch Versilbern hergestellt wurde, kam auf den dickwandigen Röhrenteil, um einen Durchschlag durch den dünnen Mittelteil zu erzielen. Bei höheren Spannungen wurden die Röhren noch mit Isolationsmasse verstärkt.

Die Ebonitröhren, welche in diesen Versuchen gebraucht wurden, wurden aus dickwandigen Ebonitröhren hergestellt, indem man den mittleren Teil der Röhre durch Ausbohren verdünnte.

Die Versuche wurden alle in der Luft ausgeführt und ergaben sowohl für Glas, welches von einer Wandstärke von 0.05 mm bis 0.55 mm Spannungen von 6850 bis 74960 Volt aushielt, als auch für Ebonit, welches bei Wandstärken von 0.1 mm bis 0.41 mm Spannungen von 7864 bis 44625 Volt aushielt, vollkommene Proportionalität zwischen Wandstärke und Durchbruchsspannung in der Mitte der belegten Flächen.

Weitere Versuche mit dem Randdurchschlagen bei Wechselströmen von hoher Frequenz — 8000 bis 9000 Perioden in der Sekunde — ergaben, dass die Durchschlagsspannung in diesem Falle viel niedriger ist als bei der gewöhnlichen Frequenz von 50 Perioden per Sekunde; es ist dies nur $\frac{1}{3}$ — $\frac{1}{4}$ der vorigen Spannung.

Es wurden noch Spezialversuche ausgeführt mit einer Röhre mit verstärkten Rändern, auf deren Silberbelag eine Ritze gemacht wurde und die dann in Isolationsmasse getaucht wurde. Eine solche Röhre von 0.3 mm Wandstärke wurde bei einer Spannung von 8.743 Volt durchgeschlagen, und zwar an der Ritze. Eine ebensolche Röhre ohne Ritze wurde erst bei 24.270 Volt in der Mitte durchgeschlagen. Endlich wurde eine nicht versilberte Röhre, auf die ein Tropfen Isoliermasse auf die sphärische Erweiterung aufgegossen war, in einen Elektrolyten als äusseren Belag eingetaucht. Eine Spannung von 7.000 Volt durchbrach die Röhre am Rande des aufgetropften Fleckes, wo das Glas 0.25 mm dick war.

Die Versuchsergebnisse lassen sich in folgenden Hauptpunkten zusammenfassen:

1. Das Experiment beweist, dass es zwei unter sich völlig verschiedene Arten von Durchbruch gibt: Durchbruch am Rande einer Belegung und Durchbruch im Innern von belegten Flächen.

Es ist möglich diese beide Arten von Durchbruch getrennt und unabhängig von einander zu studieren.

2. Es ist für Glas und Ebonit experimentell bewiesen, dass der Durchbruch am Rande der Belegung bei viel niedrigerer Spannung stattfindet als bei gleicher Dicke des Dielektricum im Innern der belegten Flächen, sofern nicht Nebenumstände, wie z. B. Oberflächenleitung des Dielektricum die Belegung über den beabsichtigten Rand desselben erweitern. Als Beispiele der grossen Unterschiede in der Durchbruchsspannung beider Arten mögen angegeben werden, dass

Glas von 0.5 mm Dicke am Rande mit 11.700 Volt durchbrochen wurde			
„ „ 0.5 mm „ in der Mitte „	67.100	„	„
Ebonit v. 0.5 mm „ am Rande „	9.640	„	„
„ v. 0.41 mm „ in der Mitte „	44.600	„	„

3. Aus den Daten der Durchbruchresultate im Innern von Belegen in Glas und Ebonit erkennt man eine genaue Proportionalität zwischen Dicke des Dielektricum und der Durchbruchsspannung.

4. Beim Durchbruch am Rande findet eine Proportionalität zwischen der Dicke des Dielektricum und dem Quadrate der betreffenden Durchbruchsspannung statt.

5. Die zum Durchbruch nötige Spannung ist bedeutend niedriger bei hoher Frequenz.

Die angegebenen Ergebnisse lassen sich dahin erklären, dass in dem veränderlichen Felde, welches unter der Einwirkung von Wechselstrom im Dielektricum sich bildet, die Kraftlinien sich gegen den Rand zu verdichten und deshalb doch den Durchbruch erleichtern. Man kann den Durchbruch am Rande vermeiden durch Verdickung des Randes, wobei aber jede scharfe Kante zu vermeiden ist, was durch einen möglichst feinen Übergang erreicht wird. Je dicker das zu Grunde liegende Dielektricum in der Übergangsstelle ist und je kleiner das Verhältnis der Dielektrizitätskonstante des Dielektricum, welches verstärkt werden soll, zu der des zur Verstärkung benutzten ist, desto besser wird den Anforderungen eines „feinen Überganges“ entsprochen.

Aus dem 3. Punkte der Ergebnisse sieht man, dass man den Festigkeitskoeffizienten eines Dielektricum genau bestimmen kann, denn er wird nur von der Frequenz des Ladestromes und der Form der Spannungskurve abhängen. Für gewöhnliches Glas haben wir bei Wechselströmen von 50 P. p. Sek. und einer sinusoidalen Welle gefunden, dass der Durchbruch bei einem Potentialgefälle von annähernd $130 \cdot 10^4 \frac{V}{cm}$ stattfindet.

Dass die Dicke des Dielektricum schneller wächst als die zum Durchbruch am Rande nötige Spannung, erklärt sich dadurch, dass wir am Rande kein homogenes Feld haben, die Kraftlinien bezügl. Niveauflächen daselbst nicht parallel verlaufen; die Niveauflächen werden vielmehr zur Kante hin, welche der Rand des Belages bildet, zusammengedrängt; und so wächst auch das Potentialgefälle in den der Kante des Belages zunächst gelegenen Teilen des Dielektricum.

Aus Punkt 5 ersehen wir endlich, dass der Durchbruch nicht nur durch die Grösse des Potentialgefälles bedingt ist, sondern auch durch die Geschwindigkeit, mit welcher die dielektrische Verschiebung stattfindet.

Ausgeführt im physikalischen Laboratorium der Universität in Freiburg i. d. Schweiz.

6. M. M. I. MOŚCICKI et M. ALTENBERG. **O zatratach dyelektrycznych w kondensatorach pod wpływem działania prądów zmiennych.** (*Über dielektrische Verluste in Kondensatoren unter der Einwirkung von Wechselströmen*). (*Sur les pertes diélectriques dans les condensateurs soumis à l'action des courants alternatifs*). Mémoire présenté par M. A. Witkowski m. t

In dieser Arbeit wird eine neue Messmethode beschrieben, die zur Ermittlung der Verluste in Kondensatoren dient. Die Methode zeichnet sich durch grosse Genauigkeit, durch Anwendbarkeit hoher Potentialgefälle und durch Vermeidung komplizierender Nebenwirkungen wie z. B. Oberflächenleitung aus. Diese Vorzüge konnten durch Anwendung einer Spezialform des Kondensatorelementes erreicht werden.

Der Kondensator, der zu den Versuchen angewendet wurde, bestand aus einer breiteren dünnwandigen Glasröhre als Dielektricum, an welche am oberen Ende eine schmalere, aber dickwandige Röhre angeschmolzen war. Der äussere Belag, der durch Versilberung nach Böttgerscher Methode hergestellt war, erstreckte sich bis auf die dicke Röhre. Es hatte das zum Ziel, die Durchbruchfestigkeit des Dielektriums am Rande zu verstärken¹⁾. Als innerer Belag wurde Quecksilber verwendet. Der äussere Belag hatte zwei Stromabnahmen, eine oben und eine unten, die aus Kupferblechbändern mit angelöteten Kupferdrähten bestanden; nach innen wurde der Strom durch einen in Quecksilber eingetauchten Kupferdraht zugeführt. Vergl. Fig. 1. Die Versuche wurden an 3 Kondensatoren, deren Wände 0.29, 0.32 bzw. 0.48 mm dick waren, angestellt.

Die Messmethode beruhte auf der Temperaturmessung der Erwärmung, welche nach einer gewissen Zeit (3 bis 5 Minuten) des Durchganges eines Wechselstroms durch den Kondensator an einem im Quecksilber angebrachten Thermometer abgelesen wurde. Um nun auch genau zu wissen, was für Energie einer gewissen Wärmezunahme entspricht, wurde der Kondensator mit Gleichstrom in dieser Richtung hin kalibriert. Es wurde durch den äusseren Belag des Kondensators als Ohmschen Widerstand ein Gleichstrom von

¹⁾ Vergl. Mościcki, Studien über Durchbruchfestigkeit der Dielektrica (Bull. de l'Acad. des Sciences de Cracovie 1904, p. 42).

bekannter Stromstärke und Spannungsabfall durchgelassen (dazu dienten die 2 äusseren Stromabnahmen) und wieder nach 3 bis 5 Minuten die Temperaturerhöhung abgelesen. Die 2 Messungen geben bis auf minimale Unterschiede eine gleiche Temperaturerhöhung; und so konnte man auch die Energie genau feststellen, welche den Gesamtverlusten im Kondensator entspricht.

Die Ergebnisse, die wir mit den 3 geprüften Kondensatoren erhielten, indem wir sie der Wirkung von Wechselströmen mit 50 Perioden in der Sek. bei verschiedenen Spannungen (2.000—11.000 Volt) aussetzten, waren derart, dass die prozentuellen Verluste bei steigender Spannung selbst grösser wurden und dass bei derselben Spannung die prozentuellen Verluste um so kleiner waren, je dicker das Glas des Kondensators war, also zeigte die grössten Verluste der 1. Kondensator, die kleinsten der 3.

In einer weiteren Versuchsreihe wurde die Frequenz in Grenzen von 2.000 bis 9.000 Perioden in der Sekunde verändert und auch hier zeigte sich ein Ansteigen der prozentuellen Verluste mit der Frequenz und bei konstanter Frequenz eine Verminderung der Verluste mit wachsender Wanddicke.

Durch Anwendung von Gleichstrom einer Wimshurst'schen Influenzmaschine konnte man die Verluste feststellen, welche von der Leitung des Dielektricums herrühren; es zeigte sich, dass nur etwa 2% der Verluste auf die Leitung zurückzuführen sind. Die Hauptquelle der Verluste im Glase ist vielmehr in den Deformationen, denen das Innere des Dielektricums bei veränderlichem Felde unterworfen ist, zu erkennen. Da die Verluste auch von der Frequenz abhängen, so hat die Geschwindigkeit, mit welcher die dielektrischen Verschiebungen im Felde stattfinden, auch einen Einfluss auf die Grösse der Verluste.

Aus den Versuchen ersieht man, dass die Gesamtverluste in einem Glase, welches zu Probierröhren gebraucht wird, als Dielektricum angewendet bei Wechselstrom von 50 Perioden in der Sekunde und einem Potentialgefälle $\frac{V}{\delta} = 250.000$ (wo V die Spannung in Volt und δ die Glasdicke in cm vorstellt) kleiner sind als 1% der scheinbaren durch den Kondensator durchgeführten Energie.

Zur Erleichterung der Erklärung der Ergebnisse wenden wir die bekannte geometrische Vorstellungsweise an. Wir zerlegen das

homogene Feld durch parallele Kraftlinien und Niveauflächen in Zellen gleicher Energie. Die prozentuellen Verluste in den Dielektrica bei veränderlichem Felde kann man sich als proportional den Energieverlusten in einer Zelle vorstellen. Die Grösse solcher Zelle hängt von dem Potentialgefälle $\frac{V}{\delta}$ ab, es wird bei wachsendem $\frac{V}{\delta}$ jede Zelle für dieselbe im Felde enthaltene Energie ihren Kubikinhalte verkleinern, bei abnehmendem $\frac{V}{\delta}$ umgekehrt vergrössern. Die Versuche haben gezeigt, dass bei wachsendem $\frac{V}{\delta}$ die prozentuellen Verluste sich vergrössern; man kann das auch so ausdrücken, dass bei abnehmendem Kubikinhalte einer Zelle für dieselbe Energie die Verluste in dieser Zelle zunehmen.

Wenn man nun V und δ beide in demselben Verhältnisse so ändert, dass die Grösse $\frac{V}{\delta}$ konstant bleibt, so wird die Grösse einer Zelle für dieselbe Energie unverändert bleiben. Das hiesse aber nichts anderes, als dass bei konstantem $\frac{V}{\delta}$ die prozentuellen Verluste auch konstant sind. Die Versuchsergebnisse bestätigen diesen Schluss nicht vollkommen, was einerseits der ungenauen Messung der mittleren Dicke δ zuzuschreiben ist, andererseits aber den Differenzen in den Fabrikationsbedingungen des Glases, das bei gleicher chemischer Zusammensetzung verschiedene physikalische Eigenschaften haben kann.

Zum Schlusse sei auf Grund unserer Versuchsergebnisse eine allgemeine Formel aufgestellt, welche zur Berechnung der prozentuellen Verluste in den Kondensatoren dienen könnte. Es wären die prozentuellen Verluste $100 \cos \varphi$

$$(1) \quad 100 \cos \varphi = k \left(\frac{V}{\delta} \right)^\alpha f^\beta,$$

wo k ein Proportionalitätsfaktor, f die Frequenz, $\frac{V}{\delta}$ das Potentialgefälle bedeutet, α u. β sind Exponenten, von denen man nicht

sagen kann, ob sie bei variablem $\frac{V}{\delta}$ konstant bleiben; so viel haben die Versuche festgestellt, dass sowohl $0 < \alpha < 1$ als auch $0 < \beta < 1$ ¹⁾.

Um eine Formel für die Gesamtverluste in den Kondensatoren

$$W = 2\pi f V^2 C \cos \varphi \quad (2)$$

aufzustellen, genügt es in (2) folgende Substitutionen zu machen:

$$C = \frac{k_1 S}{4\pi\delta}$$

(Formel der Kapazität eines Kondensators von einer Fläche S und Dicke δ , dessen Dielektricum die Dielektrizitätskonstante k hat) Ferner von (1)

$$\cos \varphi = \frac{k}{100} \left(\frac{V}{\delta}\right)^\alpha f^\beta$$

Das in (2) eingesetzt, gibt

$$W = K \delta \left(\frac{V}{\delta}\right)^{2+\alpha} f^{1+\beta} \quad (3)$$

wo $K = \frac{k_1 k S}{200}$, $0 < \alpha < 1$, $0 < \beta < 1$ ganz dieselben Werte, wie oben.

Diese Formel ist ein wenig von der von Steinmetz aufgestellten verschieden. Steinmetz findet²⁾.

$$W = K \cdot V^2 \cdot J \quad (4)$$

woraus folgt, dass die prozentuellen Verluste für ein und dasselbe Dielektricum konstant bleiben müssten ohne Rücksicht auf Veränderungen im Potential und der Frequenz. Unsere Versuche haben aber dank einer genaueren Messmethode wenigstens für Glas er wiesen, dass die prozentuellen Verluste sowohl bei wachsendem Potentialgefälle als auch bei wachsender Frequenz selbst wachsen.

¹⁾ Die genaue Feststellung der Grössen α , β , k wie auch die Bestätigung der ausgesprochenen Hypothese über die Konstanz der prozentuellen Verluste bei konstantem $\frac{V}{\delta}$ bildet das Thema einer neuen Arbeit, die schon im Gange ist.

²⁾ Steinmetz, Theorie u. Berechnung der Wechselstromerscheinungen (deutsche Übers.) S. 161.

Ausgeführt im physikalischen Laboratorium der Universität in Freiburg i. d. Schweiz.

7. M. CONSTANTIN ZAKRZEWSKI. O położeniu osi optycznych w cieczach odkształczanych. (*Sur la position des axes optiques dans les liquides déformés*). Mémoire présentée par M. A. Witkowski m. t.

La théorie développée par M. L. d. Natanson dans son mémoire¹⁾ intitulé: „Sur une particularité de la double réfraction accidentelle dans les liquides, pouvant servir à la détermination de leur temps de relaxation“ permet de déterminer la position des axes optiques dans les liquides déformés. Dans le cas d'un liquide placé entre deux parois cylindriques concentriques et déformé par la rotation uniforme des cylindres, les maxima d'obscurité observables entre deux nicols croisés doivent, d'après cette théorie, coïncider avec les points, définis par l'équation suivante:

$$(1) \quad \cotg 2\chi = \pm T \left[\frac{dq}{dr} - \frac{q}{r} \right]$$

où χ représente l'angle (compté dans le sens opposé à celui dans lequel tournent les aiguilles d'une montre) que fait le rayon r mené par le point considéré du liquide et la section principale de l'analyseur; q — la vitesse de la particule liquide considérée et T la durée du temps de relaxation qui est une constante caractéristique du liquide. Dans l'équation 1) il faut prendre le signe $+$ si la rotation s'effectue dans le sens contraire à celui dans lequel tournent les aiguilles d'une montre et le signe $-$ dans le cas opposé. Pour déterminer la valeur du terme $\left[\frac{dq}{dr} - \frac{q}{r} \right]$, il suffit en première approximation de s'appuyer sur la théorie classique de la viscosité qui donne:

$$(2) \quad \frac{dq}{dr} - \frac{q}{r} = - \frac{2 a^2 b^2 [\sigma_a - \sigma_b]}{r^2 (b^2 - a^2)},$$

où a et b représentent les rayons des cylindres et σ_a , σ_b leurs vitesses angulaires. Dans le cas où le cylindre intérieur seul exécute un mouvement de rotation, les équations 1) et 2) donnent:

$$(3) \quad \cotg 2\chi = \mp \frac{2 T a^2 b^2 \sigma_a}{r^2 [b^2 - a^2]}$$

Lorsque la distance entre les cylindres est petite par rapport à leurs rayons, le second membre de cette équation possède pour tous les

¹⁾ Bulletin Int. de l'Acad. d. Sc. de Cracovie pour 1904, p. 1.

points sur un même rayon approximativement la même valeur. Nous apercevons alors dans le champ de la vision une croix noire, formant avec les sections principales des nicols un angle qui diffère en général de 45° .

Les expériences effectuées par Kundt¹⁾ confirment dans une certaine mesure les résultats de cette théorie. Kundt a observé en effet la croix noire à laquelle il a été fait allusion, dans tous les liquides biréfringents; il a trouvé au surplus que l'angle formé par cette croix avec les sections principales des nicols différait de 45° dans le cas du collodion, de la gomme arabique et des solutions de la gélatine; dans d'autres liquides, il était égal à 45° . Kundt n'a pas donné de données numériques suffisantes pour vérifier le degré d'exactitude de l'équation 3) et pour calculer, au moyen de cette équation, la durée du temps de relaxation; il ne s'était pas non plus posé la question de savoir si la position de la croix dépend, oui ou non, de la vitesse de rotation du cylindre. La répétition de ces expériences était donc nécessaire.

J'ai apporté certaines modifications à la méthode de Kundt, dans le but de faciliter les observations. Au lieu d'observer tout

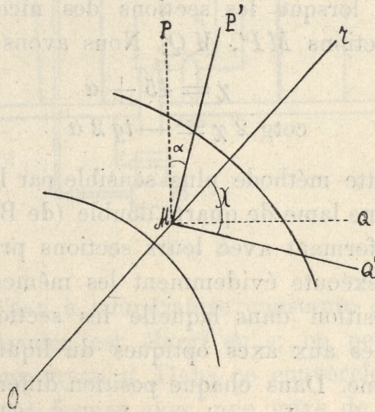


Fig. 1.

l'espace compris entre les cylindres, j'ai limité le champ de vision à une petite partie de cet espace et j'ai recherché dans cette partie la position des axes optiques. La méthode dont j'ai fait usage est représentée d'une façon schématique dans la figure 1. Considé-

¹⁾ Wied. Annalen, Bd. XIII, page 110, 1881.

rons le point M entre les deux cylindres et fixons de quelque manière que ce soit les directions MP , MQ formant un angle de 45° avec le rayon r . D'après la théorie précédente, les axes optiques du liquide MP' , MQ' doivent être situés comme l'indique la figure, si le sens de la rotation du cylindre intérieur est contraire à celui dans lequel tournent les aiguilles d'une montre.

Nous aménageons l'expérience de manière qu'il fût possible de tourner les deux nicols croisés autour d'un axe mené par le centre du champ de vision. Au commencement de l'expérience, lorsque le liquide est encore en repos, nous plaçons les sections principales des nicols parallèlement aux directions MP , MQ . Le champ de vision, noir au commencement, s'éclaircit par suite de la rotation du liquide. En tournant les nicols, dans le sens contraire à celui du mouvement, d'un angle plus petit que 45° , on peut rétablir l'obscurité du champ de vision. Soit α cet angle PMP' . L'angle α mesure la déviation des axes optiques de la position MP , MQ , c'est-à-dire de la position qui fait un angle de 45° avec le rayon r . La connaissance de l'angle α suffit pour calculer l'angle χ dans l'équation 3). Dans la méthode de Kundt le point M est un maximum d'obscurité lorsque les sections des nicols immobiles sont parallèles aux directions MP' , MQ' . Nous avons donc :

$$(4) \quad \begin{aligned} \chi &= 45 + \alpha \\ \cotg 2\chi &= -\tg 2\alpha \end{aligned}$$

On peut rendre cette méthode plus sensible par l'interposition entre les deux nicols d'une lame de quartz double (de Bravais) solidaire avec les nicols et formant avec leurs sections principales un angle de 45° . La lame exécute évidemment les mêmes rotations que les nicols. Dans la position dans laquelle les sections principales des nicols sont parallèles aux axes optiques du liquide, la couleur de la lame est uniforme. Dans chaque position différente, elle présente deux teintes différentes. Lorsqu'on opère avec la lumière blanche et lorsque le liquide est incolore, la teinte de passage de la lame est violette. On peut alors déterminer la position des axes optiques du liquide avec une exactitude d'un degré environ. Dans le cas des liquides colorés, l'exactitude n'est pas aussi grande. D'ailleurs l'introduction de la lame ne modifie nullement la signification de l'angle α .

L'appareil que nous avons construit pour faire ces observations

ressemble au modèle décrit par M. Umlauf¹⁾. Deux cylindres concentriques en laiton oxydé (*A*, *B*, fig. 2) ont une position verticale. Le cylindre intérieur *A* est massif; il peut être mis en rotation autour des axes *a*, *b*; le cylindre extérieur *B* est immobile. L'axe *a* est invariablement attaché à l'aide de vis à un échaffaudage solide, l'autre *b* passe par la base *F*, par le fond d'un cylindre *C*

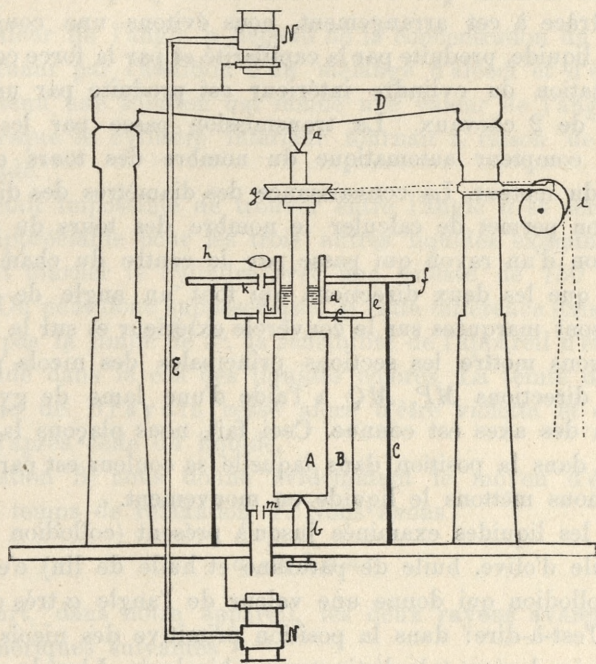


Fig. 2.

qui renferme de l'eau à température constante et par le fond d'un cylindre *B*. Ce dernier est élargi en *e*; on peut y placer le couvercle *e*, muni d'un tuyau *d*. Dans ce couvercle se trouve la petite fenêtre *l* qu'on peut fermer avec une vitre de verre. Une fenêtre pareille est placée vis-à-vis de la première, dans le fond du cylindre extérieur. Par ces fenêtres, on peut voir l'espace entre les cylindres presque tout entier. Les deux nicols *N* sont fixés vis-à-vis des fenêtres. On peut les faire tourner tous les deux autour de l'axe du champ de vision à l'aide de la liaison rigide *E*. On

¹⁾ Wied. Annalen, Bd. XLV, p. 306. 1892.

peut aussi tourner chaque nicol à part autour du même axe. La dernière rotation sert à croiser les nicols et la première à placer leurs sections principales parallèlement aux axes cherchés du liquide; l'angle de cette rotation peut être mesuré sur une échelle angulaire fixée à *D*. La lame de Bravais est placée sur le support *h*, fixé à la liaison *E*. Nous remplissons le cylindre *B* du liquide examiné de manière que son niveau monte jusqu'à la moitié du tube *d*. Grâce à cet arrangement, nous évitons une courbure du niveau du liquide, produite par la capillarité et par la force centrifuge.

La rotation du cylindre intérieur est produite par un moteur électrique de 2 chevaux. La transmission passe par les disques *g*, *i*. Un compteur automatique du nombre des tours est placé sur l'axe du moteur. La connaissance des diamètres des disques de transmission permet de calculer le nombre des tours du cylindre. La direction d'un rayon qui passe par le centre du champ de vision ainsi que les deux directions qui font un angle de 45° avec le rayon sont marquées sur le couvercle extérieur et sur la fenêtre *l*. Nous pouvons mettre les sections principales des nicols parallèlement aux directions *MP*, *MQ* à l'aide d'une lame de gypse dont la position des axes est connue. Ceci fait, nous plaçons la lame de Bravais dans la position dans laquelle sa couleur est partout uniforme et nous mettons le liquide en mouvement.

Parmi les liquides examinés jusqu'à présent (collodion du commerce, huile d'olive, huile de paraffine et huile de lin) c'est seulement le collodion qui donne une valeur de l'angle α très différente de zéro. C'est-à-dire: dans la position primitive des nicols la lame de Bravais devient très distinctement bicolorée. L'angle α qui mesure la rotation des nicols nécessaire pour rétablir l'uniformité de la coloration, dépend de la vitesse de la rotation. En désignant par *n* le nombre de tours du cylindre intérieur par seconde, on a obtenu les résultats suivants:

<i>n</i>	α	$\left(\frac{\text{tg } 2\alpha}{n}\right)$
23.9	28.5 ⁰	0.064
36.5	32	0.056
70.3	38.5	0.062

pour la température 20.6° C.

D'après les équations 3) et 4) le rapport $\left(\frac{\text{tg } 2\alpha}{n}\right)$ doit être constant; c'est ce qui se vérifie suffisamment, ainsi que l'indique la troisième colonne du tableau. Les petites différences entre les différentes valeurs résultent probablement de ce que la température n'était pas suffisamment constante et la vitesse de rotation pas assez uniforme.

La valeur de l'angle α dépend de la concentration du collodion. En le diluant par l'addition d'un mélange d'alcool et d'éther nous avons obtenu une solution qui donne une valeur de l'angle α égale à 29° lorsque le cylindre intérieur tournait à raison de 70 tours par seconde.

Il m'était impossible de trouver entre l'angle α et zéro une différence appréciable pour les trois autres liquides examinés, même en faisant tourner le cylindre avec une vitesse de 150 tours par seconde. On peut donc supposer que, si cette différence existe, elle ne surpasse pas la limite de 2° , la sensibilité de l'appareil n'étant guère plus grande dans le cas des liquides colorés. La teinte de passage de la lame de Bravais cesse alors d'être violette et change sa couleur d'après celle du liquide.

L'équation 3) nous donne évidemment le moyen d'évaluer la durée du temps de relaxation T . Nous avons

$$\sigma_a = 2\pi n;$$

d'autre part, dans notre appareil, les deux rayons avaient les valeurs numériques suivantes

$$a = 2.06 \text{ cm.}$$

$$b = 2.65 \text{ cm.,}$$

par conséquent nous trouvons pour le collodion à la température de 20.6°C . la valeur suivante

$$T = 0.002 \text{ sec.}$$

En admettant que pour les trois autres liquides on ait $\alpha < 2^\circ$, nous obtenons pour ces liquides la limite supérieure que voici:

$$T < 0.00001 \text{ sec.};$$

la valeur de T est probablement beaucoup moindre que cette limite. Après avoir effectué les expériences décrites dans cette commu-

nication, j'ai été obligé d'interrompre ce travail, mais j'espère pouvoir bientôt le reprendre.

Je dois, en terminant, exprimer ma profonde reconnaissance à M. le professeur Witkowski pour avoir mis à ma disposition les ressources de son laboratoire.

Laboratoire de physique de l'Université de Cracovie.

Nakładem Akademii Umiejętności.

Pod redakcją

Członka delegowanego Wydziału matem.-przyr., Dra Leona Marchlewskiego.

Kraków, 1904. — Drukarnia Uniwersytetu Jagiellońskiego, pod zarządem J. Filipowskiego.

8 Lutego 1904.

