
DÉVELOPPEMENT

DE LA

FONCTION PERTURBATRICE

Bulletin astronomique, t. 15, p. 70-71 (février 1898).

Dans le numéro de décembre 1897 je me suis occupé du développement de la fonction perturbatrice et j'ai étudié les coefficients de ce développement dans le cas où les excentricités sont nulles et les inclinaisons notables.

J'ai montré que ces coefficients peuvent, à l'aide de certaines relations de récurrence, se déduire de quelques-uns d'entre eux dont le nombre est *au plus* égal à cinq.

J'ai montré, en outre, qu'ils satisfont à des équations différentielles linéaires dont l'ordre est *au plus* égal à cinq.

Mais on peut aller plus loin.

Nous emploierons les mêmes notations que dans le travail auquel je renvoie.

Nous observerons que F ne contient que des termes d'ordre pair en x et y , de telle sorte que

$$F(x, y) = F(-x, -y).$$

Il résulte de là que les coefficients $A(\alpha, \beta, s)$ sont nuls si $\alpha + \beta$ est impair.

Il suffira donc d'envisager les intégrales de la forme

$$\iint HF^s \frac{dx dy}{xy},$$

où H est un polynôme de degré m satisfaisant non seulement aux conditions

$$H(x, y) = H(y, x) = H\left(\frac{1}{x}, \frac{1}{y}\right),$$

mais, en outre, à la condition

$$H(x, y) = H(-x, -y).$$

Le polynome H contient alors

$$\frac{(m+1)(m+2)}{2}$$

coefficients arbitraires.

Nous sommes conduits de même à supposer que les polynomes P et Q satisfont non seulement aux conditions

$$P(x, y) = -P\left(\frac{1}{x}, \frac{1}{y}\right) = Q(y, x),$$

mais à la condition

$$P(x, y) = P(-x, -y),$$

Il est clair, en effet, que, si P satisfait à cette condition, il en est de même de Q et de H.

Un polynome P, assujéti à ces conditions et de degré $m-1$, contient alors

$$m^2 - m$$

coefficients arbitraires.

Enfin l'identité

$$QF^{s+1} \frac{dx}{x} - PF^{s+1} \frac{dy}{y} = d(SF^{s+2})$$

nous montre que

$$S(x, y) = S(-x, -y).$$

Un polynome S, de degré $m-2$, satisfaisant aux conditions

$$S(x, y) = -S(y, x) = S\left(\frac{1}{x}, \frac{1}{y}\right) = S(-x, -y),$$

contient

$$\frac{(m-2)(m-3)}{2}$$

coefficients arbitraires.

Le nombre des expressions de la forme (1) qui restent indépendantes est donc

$$\frac{(m+1)(m+2)}{2} + \frac{(m-2)(m-3)}{2} - (m^2 - m) = 4.$$

Donc tous les coefficients du développement peuvent se déduire de quatre d'entre eux seulement.

Chacun d'eux satisfait à une équation différentielle linéaire du quatrième ordre.

