KIWIEL

POLSKA AKADEMIA NAUK
Instytut Badań Systemowych

WSPOMAGANIE DECYZJI
SYSTEMY EKSPERCKIE

pod redakcją
Romana Kulikowskiego i Lucyny Bogdan

Warszawa 1995

WSPOMAGANIE DECYZJI

SYSTEMY EKSPERCKIE

pod redakcją

Romana Kulikowskiego i Lucyny Bogdan

Warszawa 1995

Wydano z wykorzystaniem dotacji
KOMITETU BADAŃ NAUKOWYCH

Materiały konferencji: "Analiza Decyzyjna, Systemy Eksperckie, Zastosowania Systemów Komputerowych", Warszawa, 25-27 maja 1994r.

Komitet Programowy Konferencji:

Andrzej Ameljańczyk, Zdzisław Bubnicki, Wiesław Grudzewski, Olgierd Hryniewicz, Janusz Kacprzyk, Lech Kruś, Roman Kulikowski (przewodniczący), Kazimierz Mańczak, Ireneusz Nykowski, Zdzisław Pawlak, Roman Słowiński, Andrzej Straszak, Andrzej Weryński, Andrzej Wierzbicki.

Wykonano z oryginałów tekstowych dostarczonych przez autorów

ISBN 83-85847-85-5

KONCEPCJE ROZWIĄZAŃ W WIELOKRYTERIALNYCH GRACH KOOPERACYJNYCH BEZ WYPŁAT UBOCZNYCH

Lech Kruś, Piotr Bronisz
Instytut Badań Systemowych, PAN
Newelska 6, 01-447 Warszawa

Streszczenie

Praca dotyczy gier kooperacyjnych bez wypłat ubocznych w przypadku wielokryterialnych wypłat graczy. Formułuje się i analizuje koncepcje rozwiązań tych gier, które mogą być przydatne w zagadnieniach wspomagania decyzji w negocjacjach.

Słowa kluczowe: metody wspomagania decyzji wielokryterialnych, teoria gier kooperacyjnych.

1. WPROWADZENIE

Klasyczna teoria gier kooperacyjnych była intensywnie rozwijana w szczególności w przypadku gier z wypłatami ubocznymi - np. prace: Shapley (1953), Schmeidler (1969), Aumann, Maschler (1964), a także bez wypłat ubocznych - Aumann (1961), Peleg (1963), Stearns (1964), Kalai (1975). Teoria ta była rozwijana przy ogólnym założeniu, że wypłaty graczy są mierzone przez daną skalarną funkcję użyteczności. W zadaniach praktycznych decyzje podejmowane są zwykle przy uwzględnieniu wielu kryteriów, a funkcje użyteczności nie są dane jawnie. Prace dotyczące gier kooperacyjnych w przypadku wielokryterialnych wypłat są rzadkie. Należy wymienić artykuł: Bergstressen, Yu (1977), w którym wykorzystuje się struktury dominacji wprowadzone przez Yu do określenia i analizy gier kooperacyjnych z wypłatami ubocznymi.

W niniejszej pracy rozwija się teorię wielokryterialnych gier kooperacyjnych bez wypłat ubocznych, przy czym nie zakłada się istnienia jawnie danych funkcji użyteczności graczy. Proponowana idea polega na zastosowaniu podejścia analogicznego do stosowanego w przypadku zadań wielokryterialnego wspomagania decyzji w przypadku jednego decydenta (por. prace Wierzbicki 1982,1986). Rozwiązań poszukuje się w pewnej interakcyjnej procedurze uczącej, w której decydent może generować pewną liczbę rozwiązań, analizować je i wybierać zgodnie ze swoimi preferencjami. W tej pracy poszukuje się rozwiązań, które spełniając określone warunki, mogłyby być wykorzystane w takiej procedurze w przypadku gry kooperacyjnej bez wypłat ubocznych. Praca stanowi kontynuację badań prowadzonych przez autorów w zakresie wielokryterialnego problemu targu Kruś, Bronisz (1993), Kruś, Bronisz, Łopuch (1991). Proponowane koncepcje rozwiązań mogą być rozpatrywane jako rozwinięcie na przypadek wielokryterialny koncepcji zaproponowanych przez Kalai (1975) w przypadku jednokryterialnych wypłat graczy.

2. SFORMUŁOWANIE PROBLEMU

Niech $N=\{1,2,...,n\}$ będzie skończonym zbiorem graczy, a $\aleph$ zbiorem wszystkich niepustych podzbiorów zbioru N.

Dla każdej koalicji $S \in \aleph$:

$E^S = \bigtimes_{i \in S} E_i$ jest daną przestrzenią decyzji graczy w koalicji S, gdzie E_i jest przestrzenią decyzji gracza i.

$G^S = \bigtimes_{i \in S} G_i$ jest daną przestrzenią wielokryterialnych wypłat graczy w koalicji S, gdzie G_i jest k_i wymiarową przestrzenią Euklidesową wypłat gracza i.

Dla uproszczenia notacji przyjmujemy, że każdy gracz stara się maksymalizować swoje wszystkie kryteria. Kryteria każdego gracza mogą być w ogólnym przypadku różne i różna może być ich liczba. Przyjmujemy, że dla dowolnego wektora $x = (x_i)_{i \in N} \in G^N$ $x^S = (x_i)_{i \in S}$ oznacza wypłaty graczy w koalicji S, gdzie $x_i = (x_{i1}, x_{i2}, \ldots, x_{ik_i}) \in G_i = R^{k_i}$.

Współpraca graczy może być określona przez kolekcję zbiorów V^S, $V^S \in G^S$ dla $s \in \aleph$ oznaczoną jako $\{V^S\}_{S \in \aleph}$, definiującą zbiory osiągalnych, wielokryterialnych wypłat graczy we wszystkich koalicjach.

Definicja 1.

Wielokryterialna n-osobowa gra kooperacyjna bez wypłat ubocznych opisana jest przez kolekcję $V = \{V^S\}_{S \in \aleph}$ zbiorów V^S spełniającą następujące warunki:

1. V^S jest domkniętym i niepustym podzbiorem zbioru G^S.
2. V^S ograniczony od góry, to znaczy, że istnieje $x^S \in G^S$ takie, że

$$V^S \in \{y^S \in G^S : y^S \le x^S\}$$

3. dla dowolnego $x^S \in V^S$, $y^S \in G^S$, jeśli $y^S < x^S$, to $y^S \in V^S$..
4. dla każdych dwóch koalicji $S, T \in \aleph$, takich, że $S \cap T = \varnothing$, spełnione jest $V^S \times V^T \subset V^{S \cup T}$.

3. KONCEPCJE ROZWIĄZAŃ

Oznaczmy przez Ω klasę n-osobowych gier MCC. **Koncepcją rozwiązania** nazywamy funkcję $F: \Omega \to G^N$, która przypisuje każdej grze $V \in \Omega$ zbiór wypłat $F(V) \in V^N$.

Definicja 2.

Rdzeniem gry V nazywamy zbiór

core(V)=$\{x \in V^N$: dla każdej koalicji S nie istnieje $y^S \in V^S$ taki, że $y_i > x_i$ dla każdego $i \in S\}$

Wypłata należy do rdzenia, jeżeli dla dowolnej koalicji nie istnieje wypłata poprawiająca przynajmniej jedno kryterium gracza z tej koalicji.

Definicja 3.

Funkcję $l_S : G^N \times \Omega \to R$ nazywamy **funkcją nadwyżki** dla koalicji S jeżeli spełnia następujące warunki:

1. Jeżeli $x, y \in G^N$ spełniają $x_i = y_i$ dla każdego $i \in S$, to dla każdej gry V,
$$l_S(x,V) = l_S(y,V).$$
2. Jeżeli $x, y \in G^N$ spełniają $x_i > y_i$ dla każdego $i \in S$, to dla każdej gry V,
$$l_S(x,V) < l_S(y,V).$$
3. Dla dowolnej gry V, jeżeli
$$x^S \in boundary(V^S) = \{z^S \in V^S : \text{nie istnieje } y^S \in V^S \text{ takie, że } y_i >> z_i \text{ dla każdego } i \in S\},$$
to $l_S(x,V) = 0$.
4. Funkcja $l_S(x,V)$ jest ciągła ze względu na x i V.

Funkcja nadwyżki $l_S(x,V)$ odzwierciedla "postawę" koalicji S względem wypłaty x. Warunek 1 oznacza, że funkcja nadwyżki nie zależy od pozostałych graczy w N. Warunek 2 zapewnia, że jeżeli przynajmniej jedno kryterium każdego gracza w wypłacie zostanie poprawione, to wartość funkcji nadwyżki zmaleje. Warunek 3 dzieli wypłaty na dwie kategorie: osiągalne dla danej koalicji S - gdy $l_S(x,V) \geq 0$ i nieosiągalne - gdy $l_S(x,V) < 0$. Z warunku 2 i 4 otrzymujemy, że jeżeli $x, y \in G^N$ spełniają $x_i \geq y_i$ dla każdego $i \in S$, to dla każdej gry V, $l_S(x,V) \leq l_S(y,V)$.

Proponowane warunki są uogólnieniem warunków nakładanych na funkcję nadwyżki dla klasycznych kooperacyjnych gier bez wypłat ubocznych (patrz Kalai, 1975).

Definicja 4.

Wypłatę $x \in V$ nazywamy **indywidualnie racjonalną** jeżeli należy do zbioru

$$IR(V) = \{x \in V^N : \text{dla każdego } i \in N \text{ nie istnieje } y \in V^{\{i\}} \text{ spełniający } y_i > x_i\}.$$

Wypłatę $x \in V$ nazywamy **grupowo racjonalną** jeżeli należy do zbioru

$$GR(V) = \{x \in V^N : \text{nie istnieje } y \in V^N \text{ spełniający } y_i > x_i \text{ dla każdego } i \in N\}.$$

Indywidualna racjonalność oznacza, że żaden gracz nie zgodzi się na wypłatę "gorszą" niż wynikającą z działalności indywidualnej. Grupowa racjonalność oznacza, że gracze chcą maksymalizować swoje wypłaty.

Twierdzenie 1.

Dla dowolnego zbioru funkcji nadwyżki $\{l_S\}_{S \in \aleph}$, dla każdej gry V

$$\mathbf{core}(V) = \{x \in GR(V) : l_S(x,V) \leq 0, \text{ dla każdego } S \in \aleph \setminus \{N\}\}.$$

Definicja 5.

Niech $\Theta(x)$ będzie wektorem w $R^{|\aleph|-1}$ otrzymanym poprzez uporządkowanie w sposób nierosnący wartości funkcji nadwyżki $l_S(x,V)$ wszystkich koalicji S w $\aleph$, $S \neq N$. **Nucleolus** jest zdefiniowany przez

$$N(V) = \{x \in IR(V) : \Theta(x) \leq_{lex.} \Theta(y) \text{ dla każdego } y \in IR(V)\}.$$

Dla dowolnych wektorów $x, y \in R^m$, $x \leq_{lex.} y$ oznacza, że $x = y$, lub istnieje liczba całkowita k, $1 \leq k \leq m$, taka, że $x_i = y_i$ dla $1 \leq i < k$ oraz, że $x_k < y_k$.

Twierdzenie 2.

Dla dowolnego zbioru funkcji nadwyżki $\{l_S\}_{S \in \aleph}$, dla każdej gry V, nucleolus $N(V)$ jest niepusty. Ponadto, jeżeli rdzeń gry jest niepusty to zachodzi

$$N(V) \subset \mathbf{core}(V).$$

4. PROPONOWANE ROZWIĄZANIE I JEGO WŁASNOŚCI

Niech $\underline{x} = (\underline{x}_1, \underline{x}_2, \ldots, \underline{x}_n) \in G^N$ i $\overline{x} = (\overline{x}_1, \overline{x}_2, \ldots, \overline{x}_n) \in G^N$ będą danymi punktami spełniającymi $\underline{x} \in IR(V)$, $\underline{x}_i \in V^{\{i\}}$ i $\overline{x} >> \underline{x}$. Punkt $\underline{x}$ może być traktowany jako preferowane wypłaty graczy działających indywidualnie, a $\overline{x}$ jako wypłata określająca "poziomy aspiracji" graczy.

Zgodnie z podejściem funkcji aspiracji graczy (Wierzbicki 1982, 1986), wypłaty $\underline{x}$ i $\overline{x}$ określają pożądany kierunek poprawy wypłat graczy. Kierunek poprawy (zakładając normalizację wartości pomiędzy graczami) może być przedstawiony przez:

$$w(\underline{x},\overline{x}) \in G^N, \quad w(\underline{x},\overline{x}) = (w_1(\underline{x},\overline{x}), \ldots, w_n(\underline{x},\overline{x})),$$

$$w_i(\underline{x},\overline{x}) \in G_i = R^{k_i}, \quad w_i(\underline{x},\overline{x}) = (w_{i1}(\underline{x},\overline{x}), \ldots, w_{ik_i}(\underline{x},\overline{x}))\text{ , dla } i \in N,$$

$$w_{ij}(\underline{x},\overline{x}) = \frac{\overline{x}_{ij} - \underline{x}_{ij}}{\sum_{j=1}^{k_i} (\overline{x}_{ij} - \underline{x}_{ij})}.$$

Łatwo zauważyć, że dla każdego $i \in N$,

$$\sum_{j=1}^{k_i} w_{ij}(\underline{x},\overline{x}) = 1 .$$

Niech $w^S(\underline{x},\overline{x}) = (w_i(\underline{x},\overline{x}))_{i \in S} \in G^S$

W naszym podejściu, szukamy koncepcji rozwiązania gry, która będzie zależała od preferencji graczy. Przyjmujemy, że preferencje graczy są wyrażone przez punkty $\underline{x}$ i $\overline{x}$. Normalizacja wag zapewnia nam anonimowość graczy.

Dla danych punktów $\underline{x}$ i $\overline{x}$, proponujemy następującą postać funkcji l_S :

$$l_S(x,V) = h_S(x,V,\underline{x},\overline{x}) = \sup\{t \in R: x^S + t \cdot \frac{t^S(\underline{x},\overline{x})}{s} \circ w^S(\underline{x},\overline{x}) \in V^S\},$$

gdzie

s oznacza liczbę graczy w S,

$t(\underline{x},\overline{x}) = (t_1(\underline{x},\overline{x}), \ldots, t_n(\underline{x},\overline{x})) \in R^n, \quad t^S(\underline{x},\overline{x}) = (t_i(\underline{x},\overline{x}))_{i \in S}$,

$t_i(\underline{x},\overline{x}) = \sup\{t \in R: (\underline{x}_i + t \cdot w_i(\underline{x},\overline{x})) \in P^{\{i\}}(V^N)\}$,

$P^S: G^N \to G^S$ jest projekcją G^N na G^S, tzn. $P^S(V^N) = \{x^S : x \in V^N\}$,

$t(\underline{x},\overline{x}) \circ w(\underline{x},\overline{x}) = (t_1 \cdot w_1(\underline{x},\overline{x}), \ldots, t_n \cdot w_n(\underline{x},\overline{x})) \in G^N$,

$$t^S(\underline{x},\bar{x}) \circ w^S(\underline{x},\bar{x}) = (t_i \cdot w_i(\underline{x},\bar{x}))_{i\in S} \in G^S .$$

Lemat 1.

Dla danych punktów $\underline{x}$ i $\bar{x}$, funkcja $h_S(x,V,\underline{x},\bar{x})$ jest funkcją nadwyżki gry MCC.

Definicja 6.

Wypłata $u(\underline{x},\bar{x}) = (u_i(\underline{x},\bar{x}))_{i\in N} \in G^N$ jest **wypłatą utopijną** względem $\underline{x}$ i $\bar{x}$ jeżeli dla każdego $i\in N$

$$u_i(\underline{x},\bar{x}) = \sup\{x_i \in P^{(i)}(V^N): x_i = \underline{x_i} + t\cdot(\bar{x_i} - \underline{x_i}) \text{ dla pewnego } t\in R\}.$$

Inaczej mówiąc, $u_i(\underline{x},\bar{x})$ jest maksymalną wypłatą gracza *i* w koalicji *N*, wypłata $(\underline{x_1},\underline{x_2},\ldots,\underline{x_{i-1}},u_i(\underline{x},\bar{x}),\underline{x_{i+1}},\ldots,\underline{x_n}) \in GR(V)$.

Funkcje nadwyżki $h_S(x,V,\underline{x},\bar{x})$ (a zatem nucleolus $N(V,\underline{x},\bar{x})$) zależą tylko od $\underline{x}$ i od kierunku poprawy *w* generowanego przez $\bar{x}$, a nie zależy od wartości $\bar{x}$. Łatwo można sprawdzić, że:

$$u(\underline{x},\bar{x}) = \underline{x} + t(\underline{x},\bar{x}) \circ w(\underline{x},\bar{x}),$$

$$h_S(x,V,\underline{x},\bar{x}) = h_S(x,V,\underline{x},u(\underline{x},\bar{x})),$$

dla dowolnego $z \in G^N$ spełniającego $z = \underline{x} + t\cdot w(\underline{x},\bar{x})$ dla pewnego $t\in R$, $t > 0$,

$$h_S(x,V,\underline{x},\bar{x}) = h_S(x,V,\underline{x},z).$$

Gracz *i* w *N* jest ważony proporcjonalnie do odległości $u_i - \underline{x_i}$ i wynosi $t_i(\underline{x},\bar{x})$. Odległość ta określa "siłę przetargową" gracza w grze MCC.

Definicja 7.

Mówimy, że koncepcja rozwiązania *F(V)* jest **niezmiennicza ze względu na dodatnie afiniczne przekształcenia kryteriów** jeżeli

$$F(TV)=TF(V).$$

Wniosek 1.

Dla danych $\underline{x}$ i $\bar{x}$, nucleolus $N(V,\underline{x},\bar{x})$ generowany przez funkcje $h_S(x,V,\underline{x},\bar{x})$ jest niezmienniczy ze względu na dodatnie afiniczne przekształcenia kryteriów, tzn.

$$N(TV,T\underline{x},T\bar{x}) = TN(V,\underline{x},\bar{x}).$$

Można łatwo sprawdzić, że nucleolus generowany przez funkcje h_S jest uogólnieniem nucleolusa jednokryterialnych gier kooperacyjnych z wypłatami ubocznymi oryginalnie zdefiniowanymi w Schmeidler (1969) do gier MCC.

Niech gra V jest taka, że wszystkie podkoalicje zawierające więcej niż jednego i miej niż n graczy są trywialne, tzn. jeżeli $|S| \neq 1$, $|S|| \neq N$ to

$$V^S = \bigtimes_{i \in S} V^{\{i\}} .$$

Niech $(V^N, \underline{x})$ będzie n-osobowym wielokryterialnym problemem targu (problem MCB) zdefiniowanym tak jak w Bronisz, Kruś (1988), Kruś, Bronisz (1993). Jeżeli koncepcja rozwiązania $f^R(V^N, \underline{x}, u)$ proponowana w Bronisz, Kruś (1988) dla problemu MCB $(V^N, \underline{x})$ jest Pareto optymalna w V^N to można pokazać, że

$$N(V, \underline{x}, \overline{x}) = f^R(V^N, \underline{x}, u(\underline{x}, \overline{x})) .$$

Rozwiązanie $f^R(V^N, \underline{x}, u)$ jest uogólnieniem (patrz Bronisz, Kruś 1988) rozwiązania Raiffa-Kalai-Smorodinsky oryginalnie zdefiniowanego dla jednokryterialnego problemu targu (tzn. jeżeli $k_i = 1$ dla każdego $i \in N$) w Raiffa (1953), Kalai, Smorodinsky (1975), Thomson (1980).

W przypadku jednokryterialnym (tzn. gdy $k_i = 1$ dla każdego $i \in N$), jeżeli podkoalicje są trywialne, proponowany nucleolus pokrywa się z oryginalnym rozwiązaniem Imai problemu targu (Imai 1983). Rozwiązanie Imai leksykograficznie poprawia rozwiązanie Raiffa-Kalai-Smorodinsky jeżeli nie jest ono Pareto optymalne.

5. UWAGI KOŃCOWE

W pracy rozwinięta została teoria wielokryterialnych gier kooperacyjnych bez wypłat ubocznych. Ważniejsze uzyskane wyniki obejmują:

- sformułowanie gier wielokryterialnych bez wypłat ubocznych
- sformułowanie koncepcji rozwiązań takich jak jądro (core), nucleolus stanowiących uogólnienie koncepcji klasycznych,
- podanie nowej propozycji funkcji nadwyżki i generowanego przez tę funkcję nucleolusa - zależnych od punktów odniesienia (kierunków poprawy kryteriów) przyjmowanych przez graczy,

Przeprowadzono analizę własności tej koncepcji rozwiązania i pokazano, że:
- nucleolus jest niezależny od afinicznych przekształceń kryteriów graczy
- nucleolus stanowi uogólnienie nucleolusa klasycznych gier kooperacyjnych bez wypłat ubocznych zaproponowanego przez Schmeidlera,

- podana koncepcja jest uogólnieniem koncepcji rozwiązania wielokryterialnego problemu targu zaproponowanego przez (Kruś, Bronisz) i klasycznego problemu targu (Raiffa - Kalai, Smorodinsky) na przypadek gier kooperacyjnych bez wypłat ubocznych.

6. LITERATURA

Aumann, R. J. (1961), The Core of Cooperative Games without Side Payments. *Trans. Amer. Math. Soc.* Vol. 98,, pp. 539-552.

Aumann, R. J. (1967) A Survey of Games without Sidepayments. *Essays in Mathematical Economics,* M. Shubik, ed., Princeton University Press, pp.3-27.

Aumann, R.J. and Maschler, M. (1964) , The Bargaining Set for Cooperative Games, in *Advances in Game Theory* (M. Dreshler, L. S. Shapley and A. W. Tucker, eds.), *Annals of Mathematics Studies,* No. 52, Princeton University Press, Princeton, New Jersey.

Bergstresser, K., P.L. Yu (1977), Domination Structures and Multicriteria Problems in N-person Games. *Theory and Decision,* Vol. 8, pp. 5-48.

Bronisz, P., L. Kruś (1988), Application of Generalized Raiffa Solution to Multicriteria Bargaining Support. *System Modeling and Optimization,* (M. Iri, K. Yajima eds.), *Lecture Notes in Control and Information Sciences,* Vol. 113, Springer-Verlag, pp. 207-211.

Chankong V., Y. Y. Haimes (1983) Multiobjective Decision Making. North Holland.

Gembicki, F., Y. Y. Haimes (1975), Approach to Performance and Multiojective Sensitive Optimization: the Goal Attainement Method. *IEEE Automatic Control* AC-20, No. 6.

Imai, H. (1983) Individual Monotonicity and Lexicographic Maxmin Solution. *Econometrica*, Vol. 51, pp. 389-401.

Kalai, E. (1975), Excess Functions for Cooperative Games without Sidepayments. *SIAM J. Appl. Math.* Vol.29, No. 1, pp.60-71.

Kalai, E., M. Smorodinsky (1975), Other Solutions to Nash's Bargaining Problem. *Econometrica,* Vol.43, pp. 513-518.

Kruś L., P. Bronisz (1993), Some New Results in Interactive Approach to Multicriteria Bargaining. *User-Oriented Methodology and Techniques of Decision Analysis and Support,* (J. Wessels, A.P. Wierzbicki eds.), *Lecture Notes in Economics and Mathematical Systems,* Vol. 397, Springer-Verlag, pp. 21-35.

Luce, R. D., H. Raiffa (1957), Games and Decisions. New York, John Wiley.

Peleg, B. (1963), Solutions to Cooperative Games without Side Payments. *Trans. Amer. Math. Soc.* Vol. 106,, pp.280-292.

Schmeidler, D. (1969), The Nucleolus of a Characteristic Function Game. *SIAM J. Appl. Math.* Vol. 17. No. 6, pp.1163-1170.

Raiffa, H. (1953), Arbitration Schemes for Generalized Two-Person Games. *Annals of Mathematics Studies,* No.28, pp. 361-387, Princeton University Press, Princeton, New Jersey.

Shapley, L. S. (1953), Value for n-Person Games, in *Contributions to the Theory of Games,* Vol. II, (H. W. Kuhn and A. W. Tucker, eds.) , *Annals of Mathematics Studies,* No.28, Princeton University Press, Princeton, New Jersey.

Stearns, R. (1964), On the Axioms for a Cooperative Game without Side Payments. *Proc. Amer. Math. Soc.* Vol. 15, pp. 82-86.

Thomson, W. (1980), Two Characterization of the Raiffa Solution. *Economic Letters,* Vol.6, pp. 225-231.

von Neumann, J., O. Morgenstern (1953), Theory of Games and Economic Behaviour, Princeton, New Jersey, Princeton Univ. Press.

Wierzbicki, A. P. (1982), A Mathematical Basis for Satisficing Decison Making. *Mathematical ModellingI, Vol. 3, pp. 391-405.*

Wierzbicki, A.P. (1986), On the Completeness and Constructiveness of Parametric Characterization to Vector Optimization Problems. *OR-Spectrum,* Vol. 8, pp.

ISBN 83-85847-85-5

W celu uzyskania bliższych informacji i zakupu dodatkowych egzemplarzy prosimy o kontakt

z Instytutem Badań Systemowych PAN
ul. Newelska 6, 01-447 Warszawa
tel. 36-19-01 w. 241 e-mail: kotuszew@ibspan.waw.pl