INSTYTUT BADAŃ SYSTEMOWYCH
POLSKIEJ AKADEMII NAUK

ANALIZA SYSTEMOWA W FINANSACH I ZARZĄDZANIU

Wybrane problemy
Tom 4

Pod redakcją
Jerzego HOŁUBCA

Warszawa 2002

INSTYTUT BADAŃ SYSTEMOWYCH
POLSKIEJ AKADEMII NAUK

ANALIZA SYSTEMOWA W FINANSACH I ZARZĄDZANIU

Wybrane problemy

Tom 4

Pod redakcją
Jerzego HOŁUBCA

Warszawa 2002

Wykaz opiniodawców artykułów zamieszczonych w tomie:

doc. dr hab. Mieczysław KŁOPOTEK

prof. dr hab. Stanisław PIASECKI

prof. dr Elżbieta RAKUS-ANDERSON

prof. dr hab. Andrzej STRASZAK

doc. dr hab. Sławomir WIERZCHOŃ

dr Sławomir ZADROŻNY

Publikacja dofinansowana przez
Agencję Wydawniczo-Poligraficzną "ARGRAF", Warszawa

ISBN 83-85847-74-X

Wydawca: INSTYTUT BADAŃ SYSTEMOWYCH PAN
ul. Newelska 6 01-447 Warszawa

Redakcja: Dział Informacji Naukowej i Wydawnictw
Barbara Kotuszewska, Joanna Runowska, tel. 837-68-22
Druk: Agencja Wydawniczo-Poligraficzna "ARGRAF", Warszawa
Nakład 200 egz., 15 ark.wyd.; 12,8 .ark. druk.

ROZMYTY ŚWIAT – MOŻLIWOŚCI ZASTOSOWAŃ ZBIORÓW ROZMYTYCH

Leszek Zakrzewski
Zaoczne Studia Doktoranckie IBS PAN

This work reveals some possibilities of applications of fuzzy sets in the modern world. In the daily life we seldom meet the situations determined as absolutely precise. Instead, we often describe some occurrences that we encounter by using such expressions as good enough, not very high, more than four and so on. To interpret these imprecise events we apply the fuzzy technique as a useful tool which yields the development in technical subjects, medicine as well as in soft sciences. The last ones can be mentioned as: pedagogics or detailed didactics like e.g., didactics of informatics. The soft science belongs to the branches which are expected to be rapidly expanded. Up to now the utilization of fuzzy sets has been the least within the soft sciences but we are able to note some efforts leading to the constant progress in this field.

Keywords: fuzzy logic, fuzzy sets, medicine, pedagogic, didactics of informatics

1. Życie nie jest dwuwartościowe

W życiu dość rzadko spotykamy sytuacje "dwudzielne". Nikt nie jest wyłącznie dobry ani wyłącznie zły. Nic nie jest wyłącznie czarne ani wyłącznie białe. Nawet w badaniach naukowych czy w technice mamy najczęściej do czynienia z pewną nieokreślonością, związaną zresztą często z nieuniknionymi błędami pomiarowymi; jeśli na przykład czujnik ciśnienia ma zareagować na ciśnienie półtorej atmosfery, a dokładność pomiaru wynosi 0.1 atmosfery, to w przedziale 1.4-1.6 atm mamy właśnie niepewność, nie wiemy w gruncie rzeczy nic o poprawności zachowania się urządzenia. Może się zdarzyć tak, że czujnik stwierdzi ciśnienie 1.51 atm i zareaguje, podczas gdy w rzeczywistości będzie 1.45 atm i reakcja okaże się przedwczesna. Oceny szkolne też nie są ostre. Jakże często mówimy: umiesz na więcej niż 4 lub troszeczkę brakuje ci do piątki.

W ogóle niezmiernie często używamy pojęć przybliżonych [4]. Ileż razy mówimy, że ktoś ma "około 180 cm wzrostu", albo, że coś tam waży "pewno ze dwa kilogramy". Właśnie w takich przypadkach używamy - intuicyjnie i nie zdając sobie z tego sprawy - pojęcia zbioru rozmytego. Zbiór rozmyty - aby troszkę uściślić to intuicyjne określenie - to właśnie taki, w okolicy "krańców", którego niezupełnie wiadomo, czy dane elementy do niego należą, czy też nie. Można go sobie wyobrazić jako zwykły zbiór z czymś w rodzaju mgły zamiast brzegu.

Dostrzegamy tutaj, że teoria zbiorów rozmytych musi w jakiś sposób wchodzić w kolizję z klasyczną logiką, która jest przecież oparta właśnie na dychotomii tak-nie: zdanie w tej logice może być prawdziwe albo fałszywe, przedmiot może należeć do zbioru albo nie. Tertium non datur, trzeciego wyjścia nie ma - powiada prawo tej klasycznej logiki, znane jako prawo wyłączonego środka. Tymczasem w przypadku zbioru rozmytego owo trzecie wyjście jest: przedmiot może należeć do zbioru w pewnym tylko stopniu (a tym samym jednocześnie w określonym stopniu doń nie należeć - jest to przedmiotem badań w teorii intuicjonistycznych zbiorów rozmytych); zdanie może być - jednocześnie - częściowo prawdziwe i częściowo fałszywe.

"Rozmytość" zbioru czasami interpretuje się w kategoriach prawdopodobieństwa, wiążąc stopień rozmycia zbioru z prawdopodobieństwem przynależności doń określonego elementu. W klasycznej teorii zbiorów rozmytych nie o to jednak chodzi. Zdanie "prawdopodobieństwo chłodu w dniu 1 marca 2002 roku wynosi 60%" – prawdopodobieństwo to zostało określone na postawie obserwacji temperatury dziennej dla dnia 1 marca na przestrzeni wielu lat - znaczy co innego niż stwierdzenie "dziś jest w 60 % chłodno"; w tym drugim przypadku chcemy powiedzieć, że odczuwamy istniejące rzeczywiste warunki atmosferyczne jako, w określonym stopniu, raczej zimno niż ciepło. I tym drugim sensem zajmuje się właśnie teoria zbiorów rozmytych.

Teoria zbiorów rozmytych, zainaugurowana w 1965 roku artykułem Fuzzy Sets[1], autorstwa matematyka amerykańskiego (z pochodzenia Irańczyka), Lotfiego A. Zadeha, dziś emerytowanego profesora Uniwersytetu Columbia w Nowym Jorku i profesora w Berkeley w Kalifornii, jest obecnie rozwijana bardzo intensywnie i odgrywa rosnącą i bezpośrednią rolę w zastosowaniach informatycznych matematyki, w tym także w zastosowaniach użytkowo-technicznych. Jeszcze raz potwierdza się,

[1] Zadeh, L.A. (1965) *Fuzzy Sets*, Inform. Contr., 8, 338-353

że najbardziej abstrakcyjne pomysły miewają nadspodziewanie praktyczne zastosowania.

2. Logika rozmyta, zbiory rozmyte

Wnioskowanie oparte na dwuwartościowej logice Arystotelesa oraz klasycznie pojmowanych zbiorach nie jest w stanie rozwiązać wielu sprzeczności i niejednoznaczności, jakie występują przy przetwarzaniu danych rzeczywistych.

Jako osobę, która położyła podwaliny pod to, co obecnie rozumiemy jako logikę rozmytą, powinniśmy uważać Platona, który wskazywał ma trzeci obszar (coś pomiędzy prawdą a fałszem). Nowożytni filozofowie również próbowali uwzględniać szarą strefę pomiędzy białym (prawda) i czarnym (fałsz). W głównej mierze byli to Hegel, ale też Marks i Engels. Ale dopiero Profesor Jan Łukasiewicz jako pierwszy zaproponował jakąś systematyczną alternatywę dla dwuwartościowe logiki Arystotelesa.

W początku dwudziestego wieku Łukasiewicz przedstawił logikę trójwartościową wraz z wynikającą z niej matematyką. Trzecia wartość jest rozumiana jako *możliwy* i ma przypisaną wartość numeryczną pomiędzy *prawdą* i *fałszem*. Równocześnie zaproponował całościową notację oraz system aksjomatów, który mógł pozwolić na wyprowadzenie nowoczesnej matematyki. Później zajmował się logikami wielowartościowymi i nie widział przeszkód w zbudowaniu zasad logiki o nieskończonej liczbie wartości.

Zaproponowana przez Zadeha logika rozmyta (ang. *fuzzy logic*) (wywodząca się z wielowartościowej logiki Łukasiewicza [5]) wraz z opartym na niej systemem wnioskowania okazała się niezwykle przydatna w zastosowaniach inżynierskich i znalazła sobie trwałe miejsce we współczesnych naukach technicznych. Systemy logiki rozmytej charakteryzują się dużą prostotą i elastycznością struktury przy jednoczesnym zachowaniu wysokiej skuteczności. Są one oparte na bazie reguł IF-THEN, a tworzenie bazy reguł jest proste i naturalne. Ze względu na swoją efektywność w przetwarzaniu danych rzeczywistych, wnioskowanie rozmyte wykorzystywane jest w różnego rodzaju systemach ekspertowych i decyzyjnych.

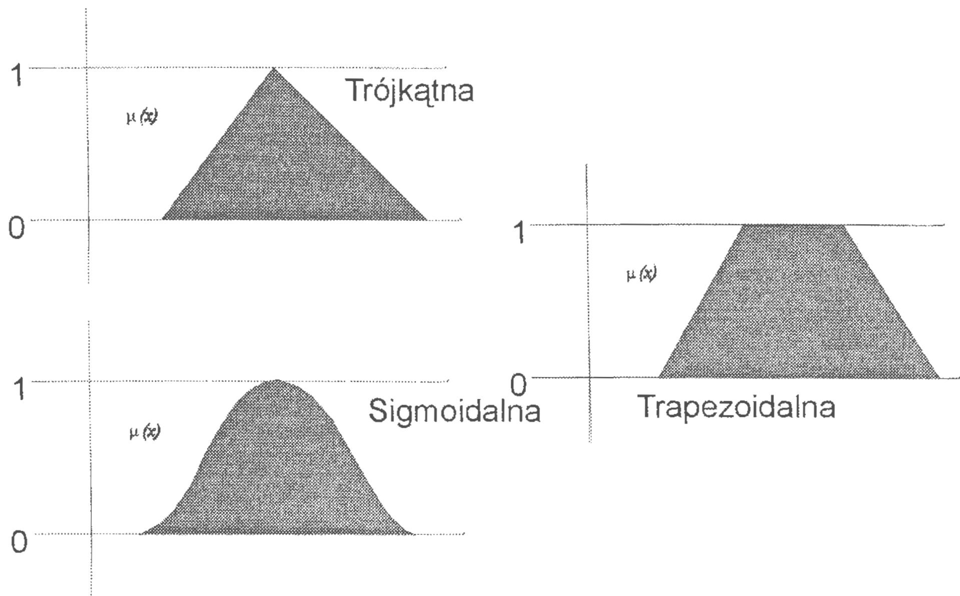
Teoria zbiorów rozmytych to zupełnie nowe, inne podejście w porównaniu do klasycznej teorii zbiorów. Klasyczna, kantorowska teoria zbiorów zakłada, że dowolny element *należy* lub *nie należy* do danego zbioru. Natomiast w teorii zbiorów rozmytych element może częściowo należeć do pewnego zbioru, a przynależność tę można wyrazić przy pomocy liczby rzeczywistej z przedziału [0,1].

Zatem *funkcja przynależności* $\mu_{X_1}(x): X_1 \subset X \to [0,1]$ jest zdefiniowana następująco:

$$\underset{x \in X_1}{\forall} \mu_{X_1}(x) = \begin{cases} f(x), & x \in X_1 \\ 0, & x \notin X_1 \end{cases} \tag{1}$$

gdzie *f*(*x*) jest funkcją zwracającą wartość - stopień przynależności - z zakresu [0,1].

Funkcje te mogą mieć kształt trapezu, trójkąta lub też inny np. sigmoidalny.



Rys. 1. Kształty funkcji $\mu(x)$

Zbiory z określoną funkcją przynależności jak w powyższym wzorze są nazywane *zbiorami rozmytymi*. Dwa zbiory rozmyte $X_1, X_2 \subset X$ są równe, gdy spełniona jest równość:

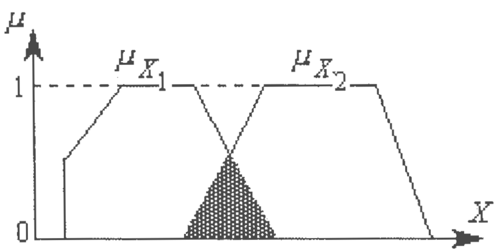
$$\underset{x \in X}{\forall} \mu_{X_1}(x) = \mu_{X_2}(x) \tag{2}$$

Funkcje przynależności zazwyczaj są przedstawiane w postaci graficznej, mogą to być dowolne funkcje ciągłe z wartościami należącymi do przedziału [0,1]. Często stosuje się trapezoidalną funkcję $\mu(x)$, której wykres przedstawiono na rysunkach 2,3 i 4 ilustrujących również podstawowe pojęcia związane z teorią zbiorów rozmytych.

Teoria zbiorów rozmytych wprowadza nowe definicje operacji na zbiorach. Niech $\mu_{X_1}(x)$ i $\mu_{X_2}(x)$ będą funkcjami przynależności do zbiorów X_1 i X_2. Wówczas operacje na tych zbiorach są zdefiniowane następująco:

- iloczyn logiczny AND:

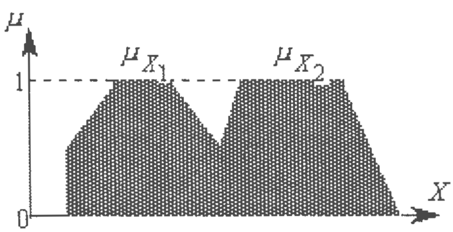
$$\mu_{X_1 \cap X_2}(x) = \underset{x \in X}{MIN}[\mu_{X_1}(x), \mu_{X_2}(x)] \tag{3}$$



Rys. 2. Iloczyn logiczny zbiorów rozmytych.

- suma logiczna OR:

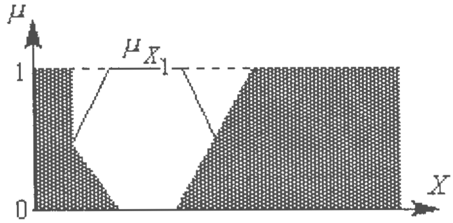
$$\mu_{X_1 \cup X_2}(x) = \underset{x \in X}{MAX}[\mu_{X_1}(x), \mu_{X_2}(x)] \tag{4}$$



Rys. 3. Suma logiczna zbiorów rozmytych.

- uzupełnienie logiczne NOT:

$$\mu_{\overline{X_1}}(x) = 1 - \mu_{X_1}(x) \tag{5}$$



Rys. 4. Uzupełnienie logiczne zbiorów rozmytych.

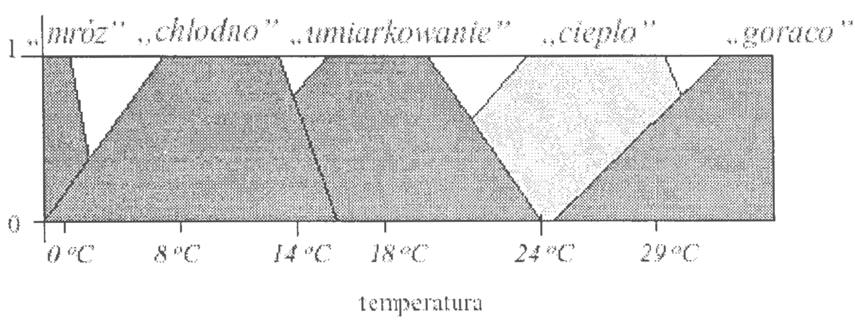
Praca systemu decyzyjnego opartego na logice rozmytej zależy od definicji reguł rozmytych w bazie reguł. Reguły te mają postać IF...AND...THEN. np.:

IF a **is** A_1 **AND** b **is** B_1 **THEN** c **is** C_1

IF a **is** A_2 **AND** b **is NOT** B_2 **THEN** c **is** C_2

gdzie: a, b, c są zmiennymi lingwistycznymi – to jest zmiennymi, które jako wartości przyjmują określenia języka naturalnego [2][4], można ustalić zbiór terminów tych zmiennych jako na przykład skończoną listę typu: *„zmienna lingwistyczna"= „częstotliwość" = {„nigdy", „prawie nigdy", „bardzo rzadko", „rzadko", „średnio", „bardzo często", „prawie zawsze", „zawsze"}*. Inny przykład listy to: *„zmienna lingwistyczna"= „stan temperatury" = {„mróz", „chlodno", „umiarkowanie", „cieplo", „gorąco"}*, A_1, ..., C_2 są podzbiorami rozmytymi reprezentującymi pojęcia występujące w listach rozmytych.

Zbiory rozmyte określone są w sposób nieostry i dlatego jest trudno jednoznacznie określić ich granice. Zakresy tych zbiorów mogą się częściowo pokrywać, co ilustruje poniższy rysunek:



Rys. 5. Zakresy wartości zmiennej lingwistycznej „temperatura".

3. Zbiory rozmyte w praktyce

Teoria zbiorów i liczb rozmytych, znalazła bardzo szybko zastosowanie w informatyce i to tej najbardziej praktycznej, inżynierskiej; tak szybko, że właściwie dziś można mówić o wzajemnej i bezpośredniej inspiracji. Logika rozmyta jest jedną z metod sztucznej inteligencji, jedną z propozycji jak sprawić, aby komputer zrobił to, co trzeba, nie mówiąc mu dokładnie jak to zrobić [8].

Działem informatyki najściślej związanym z "rozmytymi" pojęciami jest teoria i praktyka systemów ekspertowych (inaczej: doradczych) a także teoria i praktyka systemów czasu rzeczywistego, niezbędnych dziś w sterowaniu wieloma procesami technologicznymi. Bez trudu można sobie też wyobrazić zastosowanie "rozmytej" aparatury pojęciowej w naukach biologicznych, medycynie czy w językoznawstwie. Pewno nieco trudniej myśleć o zastosowaniach tej a aratury w naukach społecznych. Jednak stosuje się te metody w ekonomii jako środek przetwarzania informacji niepewnej. Tak jak stosuje się zbiory rozmyte w medycynie w celu podjęcia diagnozy [2][3][6] można je zastosować w celu zdiagnozowania procesu nauczania technologii informacyjnej (informatyki) w szkołach różnych typów i na różnych etapach kształcenia.

4. Technologia Informacyjna i jej nauczanie

Nauczanie przedmiotów związanych z technologią informacyjną odbywa się w Polsce na różnych etapach kształcenia.

Po reformie edukacji w systemie szkolnym istnieją następujące typy szkół i etapy edukacyjne:

1. **Szkoła podstawowa**
   a. **Klasy 1-3 – nauczanie zintegrowane**
   b. **Klasy 4-6**
2. **Gimnazjum – klasy 1-3**
3. **Szkoły ponadgimnazjalne – Licea 3 letnie, technika**
4. **Szkoły policealne – 2 letnie szkoły zawodowe po liceum**
5. **Szkoły wyższe**
   a. **3-3,5 letnie – licencjat, inżynierskie + 2 lata magisterskie**
   b. **jednolite 5 letnie magisterskie**

Funkcjonują również klasy w liceach wg. systemu 4 – letniego sprzed reformy.

W ilości obowiązkowych godzin przedmiotów informatycznych panuje dość duża rozpiętość związana z systemem godzin obowiązkowych ujętych w minimach określonych przez Ministerstwo Edukacji Narodowej i Sportu oraz godziny do dyspozycji dyrektora szkoły, które może przeznaczyć na zwiększenie ilości godzin dydaktycznych z różnych przedmiotów.

W związku z tym powstaje zróżnicowanie, co do ilości godzin zajęć informatycznych w poszczególnych szkołach na tym samym etapie edukacji.

Reforma edukacji wprowadziła duża dowolność, co do wyboru programu nauczania na danym etapie edukacji (program nauczania obejmuje jeden etap edukacji np. klasy IV-VI szkoły podstawowej) – funkcjonuje od kilku do kilkudziesięciu różnych programów nauczania obejmujących podstawę programową, oraz inne treści – różne w różnych programach.

W szkole podstawowej, gimnazjum oraz w szkole ponadgimnazjalnej wyboru programu nauczania ogólnego dla zajęć edukacyjnych dla danego oddziału ujętych w szkolnym planie nauczania, o którym mowa w przepisach w sprawie ramowych planów nauczania w szkołach publicznych, dokonuje nauczyciel prowadzący te zajęcia, uwzględniając możliwości i zainteresowania uczniów oraz wyposażenie szkoły.

Czynniki, które mogą mieć wpływ na efektywność nauczania przedmiotów związanych z technologia informacyjną:

- wielkość szkoły
- wyposażenie pracowni szkolnej
- poziom wykształcenia i umiejętności nauczyciela
- ilość godzin zajęć w cyklu nauczania
- rodzaj wykorzystywanego programu nauczania
- stosowane podręczniki i inne pomoce naukowe
- poziom wiedzy i umiejętności uczniów z poprzedniego etapu kształcenia
- metody prowadzenia zajęć
- uczęszczanie przez uczniów na zajęcia dodatkowe
- posiadanie przez ucznia komputera w domu
- dostęp do Internetu (oraz szybkość i jakość łącza)

Zdiagnozowanie problemu, jakim jest efektywność nauczania przedmiotów związanych z technologią informacyjną jest, więc zagadnieniem złożonym związane jest to z ilością składników mających wpływ na rozpatrywane zagadnienie oraz ich stopniem niepewności. Dlatego też próba zastosowania do opisu i rozwiązania tego zagadnienia teorii zbiorów rozmytych wydaje się być zasadne.

Badania społeczne w zakresie dydaktyki informatyki przy zastosowaniu zbiorów rozmytych powinny dać dobre wyniki i wskazać sposoby poprawy efektywności nauczania przedmiotów związanych z technologią informacyjną.

5. Zakończenie

Klasycznym już dziś zastosowaniem - z pełnym sukcesem! - omawianej teorii jest sterowanie metrem w japońskim mieście Sendai. Otóż zarządzające niegdyś ruchem tej kolei urządzenia działały "ostro": gdy pociąg był 100 m od peronów, automaty włączały hamulce z tą samą siłą na każdej stacji, nie uwzględniając nawet tego, czy podjeżdżał on po spadku czy po wzniesieniu, nie mówiąc już o innych parametrach. W rezultacie występowały niemiłe szarpnięcia i w ogóle brak płynności ruchu; objawy te występowały także wówczas, gdy pociąg był sterowany całkowicie ręcznie. W połowie lat osiemdziesiątych inżynierowie firmy Hitachi opracowali dla tej kolei sterowniki, wykorzystujące teorię zbiorów rozmytych; efekt przeszedł wszelkie oczekiwania. Nie tylko poprawiła się wyraźnie płynność ruchu, ale uległy skróceniu średnie czasy przejazdu między stacjami i o 10% zmniejszył się pobór mocy. Dziś system ten stosowany jest również w Tokio.

Sterowanie rozmyte mamy również coraz częściej w domach (choć pewno nawet jego użytkownicy wcale o tym nie wiedzą): zastosowano je choćby w nowoczesnych pralkach czy zmywarkach naczyń, które - jak należało się spodziewać - są daleko wydajniejsze i oszczędniejsze od klasycznych. Dobrym przykładem urządzenia wykorzystującego ten rodzaj sterowania może być też wypuszczony na rynek w roku 1990 kamkorder (czyli po prostu kamera wideo) Canon H800, ustalający precyzyjnie ostrość obrazu na podstawie analizy 13 rozmytych reguł. Jeszcze więcej reguł rozmytych wykorzystują najnowsze kamkordery, które dzięki nim potrafią nawet wyeliminować wpływ drgania ręki operatora na jakość obrazu. Sterowanie rozmyte jest stosowane w najnowocześniejszych samochodach, w konstrukcjach lotniczych, w przetwarzaniu informacji (np. informatyczne systemy doradcze w medycynie) [1][7].

Prawidłowo zastosowane metody oparte na teorii zbiorów rozmytych stanowić mogą niezwykle efektywne narzędzie rozwiązywania problemów. Jednym z takich problemów jest problem efektywności nauczania przedmiotów związanych z technologią informacyjną.

Literatura

Fuzzy WWW resorce list, *http://www.abo.fi/~rfuller/fuzs.html*

Gerstenkorn, T., Kurnatowska A., Rakus E. (1989) Zastosowania teorii zbiorów rozmytych w diagnostyce i leczeniu stanów zapalnych narządów płciowych i układu moczowego kobiet, *Wiadomości Parazytologiczne*, 5-6 /90.

Gerstenkorn, T., Rakus, E. (1993) On modeling membership function values in diagnostic decisions, *Listy Biometryczne – Biometical Letters,* 1, 3-12.

Novak, V. (1990) Fuzzy set theory as a theory of vagueness, Kacprzyk J., Fedrizzi M., *Multiperson Decision Making Using Fuzzy Sets and Posibility Theory*, Kluwer Academic Publishers, 28-42.

Rakus-Andersson, E. (2002) Fuzzy Probabilities and Functions in Decision Making, *Materiały seminaryjne dla Studium Doktoranckiego IBS PAN*, Warszawa.

Szczepaniak, P., Lisboa, P., Kacprzyk, J. (2000) *Fuzzy Systems in Medicine*, Physica-Verlag, Heidelberg.

Zadeh, A.L. (1999) From Computing with Numbers to Computing with Words – From Manipulation of Measurements to Manipulation of Perceptions. *IEEE Trans. Fuzzy Syst.: Theory and Applications*, 45, 105-119.

Zakrzewski, L. (2001) Metody sztucznej inteligencji i ich wykorzystanie, Hołubiec J., *Analiza Systemowa w Finansach i Zarządzaniu,* Tom 3,IBS PAN, 215-230.

ISBN 83-85847-74-X