

XV Krajowa Konferencja Automatyki

Tom I



**Redaktorzy:
Zdzisław Bubnicki
Roman Kulikowski
Janusz Kacprzyk**

XV Krajowa Konferencja Automatyki Tom I



Redaktorzy:
Zdzisław BUBNICKI
Roman KULIKOWSKI
Janusz KACPRZYK

ORGANIZATOR

Komitet Automatyki i Robotyki Polskiej Akademii Nauk
Instytut Badań Systemowych Polskiej Akademii Nauk

WSPÓŁORGANIZATORZY

Politechnika Warszawska

Przemysłowy Instytut Automatyki i Pomiarów

Polskie Stowarzyszenie Pomiarów, Automatyki i Robotyki

ORGANIZATOR

Komitet Automatyki i Robotyki Polskiej Akademii Nauk
Instytut Badań Systemowych Polskiej Akademii Nauk

WSPÓLORGANIZATORZY

Politechnika Warszawska
Przemysłowy Instytut Automatyki i Pomiarów
Polskie Stowarzyszenie Pomiarów, Automatyki i Robotyki

KOMITET PROGRAMOWY

Przewodniczący
Zastępca Przewodniczącego

Zdzisław BUBNICKI
Roman KULIKOWSKI

CZŁONKOWIE

Stanisław BAŃKA
Mikołaj BUSŁOWICZ
Ryszard GESSING
Jakub GUTENBAUM
Stanisław KACZANOWSKI
Janusz KACPRZYK
Józef KORBICZ
Krzysztof KOZŁOWSKI
Krzysztof KUŹMIŃSKI
Krzysztof MALINOWSKI
Antoni NIEDERLIŃSKI
Tadeusz PUCHAŁKA
Stanisław SKOCZOWSKI
Jerzy ŚWIĄTEK
Ryszard TADEUSIEWICZ
Krzysztof TCHOŃ
Jan WĘGLARZ

Michał BIAŁKO
Władysław FINDEISEN
Henryk GÓRECKI
Jerzy JÓZEFczyk
Tadeusz KACZOREK
Jerzy KLAMKA
Zbigniew KOWALSKI
Juliusz L. KULIKOWSKI
Kazimierz MALANOWSKI
Wojciech MITKOWSKI
Władysław PEŁCZEWSKI
Leszek RUTKOWSKI
Roman SŁOWIŃSKI
Andrzej ŚWIERNIAK
Piotr TATJIEWSKI
Leszek TRYBUS
Andrzej P. WIERZBICKI

KOMITET ORGANIZACYJNY

Przewodniczący
Zastępcy Przewodniczącego

Roman KULIKOWSKI
Janusz KACPRZYK
Stanisław KACZANOWSKI
Tadeusz KACZOREK
Krzysztof MALINOWSKI
Roman OSTROWSKI
Tadeusz PUCHAŁKA
Dariusz WAGNER
Jan STUDZIŃSKI
Jan W. OWSIŃSKI

Członkowie

Sekretarze naukowci

ISBN 83-89475-00-6

Copyright © Instytut Badań Systemowych Polskiej Akademii Nauk
All rights reserved

Druk: ARGRAF, Warszawa

IDENTYFIKACJA I ROZPOZNAWANIE

IDENTYFIKOWALNOŚĆ ELEMENTARNYCH MODELI BILINIOWYCH

Ewa BIELIŃSKA

Politechnika Śląska, Wydział Automatyki Elektrotechniki i Informatyki
ul. Akademicka 16, 44-101 Gliwice, e-mail: ebielinska@ia.polsl.gliwice.pl

Streszczenie: Artykuł dotyczy problemów identyfikowalności elementarnych biliniowych ciągów czasowych, stosowanych do modelowania procesów o naturze biliniowej i o wejściach niedostępnych pomiarowo.

Słowa kluczowe: biliniowe modele ciągów czasowych, identyfikowalność.

1. WPROWADZENIE

Dla szerokiej klasy procesów naturalnymi modelami dynamicznymi są modele biliniowe. Człony biliniowe występują w równaniach bilansujących udział danego składnika w procesie, najczęściej w formie iloczynu odpowiedników przepływu i stężenia, jak to ma miejsce w modelach procesów chemicznych czy biologicznych. Jednym ze sposobów ogólnego opisu obiektu biliniowego jest równanie zachowania,

$$\frac{dx_i(t)}{dt} = a_i x_i(t) + \sum_{k=1}^m b_k u_k(t) + \sum_{p=1}^n c_p u_p(t) x_p(t) \quad (1)$$

lub dyskretne równanie stanu,

$$\mathbf{x}(i+1) = \mathbf{A}\mathbf{x}(i) + \mathbf{B}\mathbf{u}(i) + \mathbf{C}\mathbf{u}(i)\mathbf{x}(i) \quad (2)$$

W biliniowych systemach dynamicznych zakłócenia, pochodzące z różnych źródeł i przenoszone na wyjście systemu, mają również charakter biliniowy. Model systemu tworzony jest w zależności od jego przeznaczenia i dostępnej informacji o systemie.

W przedstawionym artykule zakłada się, że nie ma dostępu pomiarowego do sygnału wejściowego, $u(t)$ a jedyną dostępną informacją o systemie jest zbiór pomiarów sygnału stanowiącego wyjście badanego systemu. Wszelkie zmiany wielkości wejściowych czy zakłóceń są obserwowane pośrednio, poprzez skutki jakie wywołują w sygnale wyjściowym. Przykładem może być zapis elektrokardiogramu. Model procesu zbudowany jedynie na dostępnym sygnale wyjściowym, (ciągu czasowym) z uwzględnieniem składnika losowego nazywany jest stochastycznym modelem ciągu czasowego. Najczęściej stosowanym liniowym stochastycznym modelem ciągu czasowego jest model filtracyjny o postaci

$$A(D)x_i = C(D)e_i \quad (3)$$

gdzie $A(D)$ i $C(D)$ są wielomianami względem operatora opóźnienia D , a e_i jest nieskorelowanym procesem stochastycznym o zerowej wartości oczekiwanej i dowolnym rozkładzie. W szczególności, gdy e_i jest gaussowskim białym szumem, x_i jest gaussowskim procesem stochastycznym.

Biliniowe stochastyczne modele ciągów czasowych mają postać

$$A(D)x_i = C(D)e_i + \sum_{k=1}^P \sum_{l=1}^Q \beta_{k,l} e_{i-k} x_{i-l} \quad (4)$$

Model biliniowy redukuje się do modelu *ARMA* gdy $\beta_{k,l} = 0$ dla każdej wartości k i l .

W [2] zaproponowano do modelowania sygnałów pochodzących z procesów biliniowych następujący model,

$$A(D)x_i = \eta_i \quad (5)$$

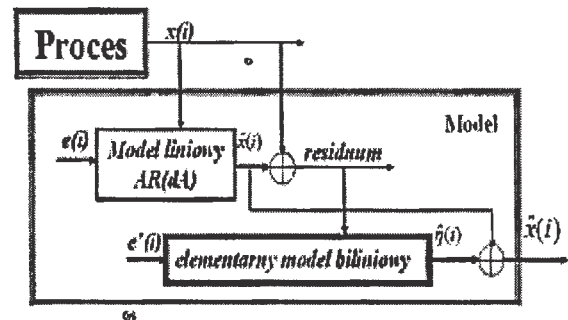
gdzie:

x_i jest sygnałem pochodzącym z badanego procesu

η_i jest elementarnym ciągiem biliniowym, nieskorelowanym o zerowej wartości oczekiwanej.

$$\eta_i = e_i + \beta_{kl} e_{i-k} \eta_{i-l} \quad (6)$$

β_{kl} jest stałym współczynnikiem liczbowym, k i l są parametrami strukturalnymi ciągu, e_i jest niezależnym białym szumem o zerowej wartości oczekiwanej i wariancji λ^2 .



Rysunek 1. Model liniowo-biliniowy

Wartość użyteczną modelu ocenia się na podstawie różnych kryteriów ale jednymi z najważniejszych są

- przydatność modelu dla celu, dla którego został on zbudowany,
- możliwości identyfikacji modelu

Artykuł odnosi się do drugiego z wymienionych kryteriów.

Metody identyfikacji zarówno struktury jak i parametrów modeli liniowych podane przez Boxa i Jenkinsa, [4] są od lat z powodzeniem stosowane.

Zasadniczą trudnością w identyfikacji modelu biliniowego (4) jest identyfikacja jego struktury. Zakładając znajomość struktury, parametry można wyznaczyć na jeden ze sposobów opisanych w [1], [5], [6] przy czym w [5] zwrócono uwagę na niejednoznaczność wyników identyfikacji parametrów modelu metodą największej wiarygodności.

Postać modelu (5) sugeruje sposób jego identyfikacji. Ponieważ η_i jest sygnałem nieskorelowanym, w pierwszym etapie do identyfikacji liniowej części modelu można wykorzystać metody identyczne jak dla modeli liniowych. W drugim etapie dokonuje się identyfikacji elementarnego modelu biliniowego dla residuum. Sposób identyfikacji struktury elementarnego modelu biliniowego podano w [2]. W artykule rozważany jest problem identyfikowalności zaproponowanego nieliniowego modelu dla residuum.

2. IDENTYFIKOWALNOŚĆ MODELI CIĄGÓW CZASOWYCH

Identyfikowalność systemu jest zasadniczym problemem w zagadnieniach identyfikacji, [10]. Możliwość identyfikacji systemu zależy od rodzaju przyjętego modelu, zastosowanej metody identyfikacji oraz warunków prowadzenia eksperymentu. Dla systemów z jawnym wejściem, w tym również dla systemów nieliniowych proponowane są efektywne metody badania identyfikowalności, np. [14], [11], [9]. Identyfikowalność systemów autonomicznych jest znacznie mniej rozpoznana. Metody badania identyfikowalności modeli autonomicznych, opisanych równaniami stanu proponowane są w [7, 8]. Brak jest ogólnych metod badania identyfikowalności modeli ciągów czasowych, w tym modeli nieliniowych.

Badanie identyfikowalności systemu polega na stwierdzeniu, czy zastosowana procedura identyfikacyjna dostarczy jednoznacznego wektora parametrów modelu i czy znaleziony model odpowiada identyfikowanemu systemowi. Mogą zachodzić tutaj dwa przypadki.

- Przypadek pierwszy, w którym na podstawie rozpatrywanego zbioru danych można znaleźć jeden lub więcej typów modeli opisujących badany system. Dla systemów identyfikowalnych rozpatrywany zbiór danych powinien zawierać informacje pozwalające wybrać właściwy typ modelu ze zbioru

modeli możliwych. Taka właściwość nazywa się *identyfikowalnością systemową*

- Przypadek drugi, w którym istnieją modele wybranego typu lecz o różnych parametrach, które tak samo dobrze opisują badany system. Wśród tych modeli istnieje model o parametrach równych w przybliżeniu parametrom systemu. Zbiór danych zawiera informacje pozwalające wybrać parametry modelu odpowiadające parametrom systemu. Mówimy wówczas o *identyfikowalności parametrycznej*.

Zagadnienie identyfikowalności zilustrowane zostanie prostym przykładem systemu

$$y_i = e_i + 2e_{i-1} \quad (7)$$

gdzie

$$e_i = N(0, 1).$$

Parametrami tego systemu są $c = 2$ i $\lambda^2 = 1$.

Założmy, że ograniczamy badania do klasy modeli liniowych.

Identyfikowalność systemowa Analiza zbioru danych generowanych przez ten system, wykonana metodą Boxa, Jenkinsa, [4] z wykorzystaniem empirycznej funkcji autokorelacji i korelacji cząstkowej pozwala określić nie tylko typ modelu: MA ale również jego rząd, $dC = 1$. Obiekt (7) jest więc identyfikowalny systemowo.

Identyfikowalność parametryczna Ciąg danych pochodzących z systemu (7) charakteryzuje się zmiennością, opisaną funkcją tworzącą autokowariancji

$$\Gamma(z^{-1}) = \lambda^2 C(z) C(z^{-1}) = \lambda^2 (1 + 2z)(1 + 2z^{-1}) \quad (8)$$

skąd bezpośrednio wynika, że

$$\sigma_y^2 = 5$$

$$\gamma_1 = 2$$

Istnieją więc co najmniej dwa modele tego samego typu opisujące zmienność danych

- $\hat{y}_i = e_i + 2e_{i-1}$, który jest modelem przyczynowym lecz nie odwracalnym
- $\hat{y}_i = e_i + 2e_{i+1}$, który nie jest modelem przyczynowym, więc jako taki leży poza zakresem zainteresowań

Ponadto warto zauważyć, że tę samą funkcję tworzącą autokowariancji ma inna para modeli

$$\Gamma(z^{-1}) = 4\lambda^2 (1 + 0.5z)(1 + 0.5z^{-1}) \quad (9)$$

- $\hat{y}_i = e'_i + 0.5e'_{i-1}$, który jest modelem przyczynowym i odwracalnym,
- $\hat{y}_i = e'_i + 0.5e'_{i+1}$, który nie jest modelem przyczynowym.

Reasumując, istnieją dwa modele przyczynowe, dające taką samą funkcję autokowariancji, tym samym system (7) jest nieidentyfikowalny parametrycznie.

3. IDENTYFIKOWALNOŚĆ ELEMENTARNEGO CIĄGU BILINIOWEGO

Problemy z identyfikacją modeli biliniowych bywają wzmiankowane w literaturze. A. Brunner i G. Hess w [5] pokazują wykresy funkcji wiarygodności, która dla pewnych parametrów modelu biliniowego ma dwa minima. Przytoczone wyniki identyfikacji odbiegają od parametrów identyfikowanego systemu. Wielokrotnie bywa wzmiankowane, że rozpatrywana metoda identyfikacji pozwala znaleźć model systemu, o ile w danych nie występują duże odchylenia wartości chwilowych od wartości średniej sygnału, a takie zachowanie jest charakterystyczne dla systemów biliniowych. Dalej podjęta zostanie próba określenia identyfikowalności procesów $EB(k, l)$.

3.1. Identyfikowalność systemowa

Identyfikowalność systemowa oznacza, że ciąg danych pochodzących z elementarnego procesu biliniowego niesie w sobie informacje o rodzaju i strukturze tego procesu i istnieje metoda, która potrafi te informacje z ciągu danych wydobyć.

Dla ciągu danych pochodzących z procesu $EB(k, l)$,

$$y_i = e_i + \beta_{kl} e_{i-k} y_{i-l} \quad (10)$$

istnieją co najmniej dwa typy modeli odpowiednie do opisu wzajemnej zmienności danych generowanych przez proces (10):

- model liniowy typu biały szum,
- model biliniowy $EB(k, l)$.

Analiza Boxa, Jenkinsa oparta o własności statystyczne drugiego rzędu nie pozwala wskazać jednego z modeli jako właściwego kandydata do opisu systemu (10), należy więc wziąć pod uwagę właściwości wyższych rzędów. Dołączenie trzeciego momentu do zestawu informacyjnego (pierwszy moment – poziom zmienności; drugi moment – wzajemna zmienność liniowa; trzeci moment – wzajemna zmienność biliniowa) pozwala wybrać, z dwóch możliwych, właściwy typ modelu do opisu systemu (10). W tabeli(1) zamieszczono zależności opisujące pierwszy, drugi, trzeci i czwarty moment centralny dla rozważanego procesu i odpowiadającego mu procesu e_i . O ile, dla odpowiednio dobranych parametrów, oba

Tabela 1. Porównanie momentów centralnych

MOMENTY	e_i	$EB(k, l)$	Uwagi
$M^{(1)}$	0	0	
$M^{(2)}(0)$	λ^2	$\frac{\lambda^{*2}}{1-x}$	$x = \beta_{kl}^2 \lambda^{*2}$
$M^{(2)}(k)$	0	0	0
$M^{(3)}(0, 0)$	0	0	
$M^{(3)}(k, l)$	0	$\beta_{kl} \lambda^{*4}$	jak wyżej
$M^{(4)}(0, 0, 0)$	$3\lambda^4$	$\frac{3\lambda^{*4}(1+x)}{(1-x)(1-3x^2)}$	jak wyżej

typy modeli dają takie same pierwsze i drugie momenty, to trzeci moment jest wyraźnym czynnikiem rozróżniającym modele, gdyż dla procesów MA trzeci moment jest zawsze równy zeru, a dla procesów $EB(k, l)$ niezerowe wartości momentu występują dla $M^{(3)}(k, l)$ i $M^{(3)}(l, k)$. Tym samym proces (10) jest identyfikowalny systemowo na podstawie trzech momentów centralnych.

3.2. Identyfikowalność parametryczna

Identyfikowalność parametryczna elementarnego systemu biliniowego $EB(k, l)$ zależy między innymi od sposobu przeprowadzenia eksperymentu identyfikacyjnego. Ponieważ w przypadku modeli ciągów czasowych nie możemy decydować o sygnale pobudzającym, jedynym czynnikiem, na który można wpływać planując eksperyment identyfikacji jest wybór metody identyfikacji.

3.2.1 Metoda wykorzystująca momenty

Wyniki identyfikacji zależą od liczby momentów, na podstawie których dokonuje się identyfikacji. Nieskończenie wiele różnych modeli o strukturze $EB(k, l)$ i parametrach β_{kl} i λ^{*2} ma taki sam drugi moment $M^{(2)}(k)$, tym samym proces $EB(k, l)$ nie jest identyfikowalny parametrycznie na podstawie drugiego momentu. Uwzględniając czwarty moment, definiujemy następujący wskaźnik,

$$w = \frac{(M^{(2)}(0))^2}{M^{(4)}(0, 0, 0)} = \frac{1-3x^2}{3(1-x^2)} \quad (11)$$

można określić jednoznacznie parametr x^2 modelu $EB(k, l)$, jako,

$$x^2 = \frac{3w-1}{3(w-1)} \quad (12)$$

Znając x^2 , wartości liczbowe współczynników β_{kl} i λ^{*2} można wyznaczyć na podstawie wariancji,

$$\sigma_y^2 = \frac{\lambda^{*2}}{1-\beta_{kl}^2 \lambda^{*2}} \quad (13)$$

a znak współczynnika β_{kl} wyznaczyć w oparciu o trzeci moment badanego sygnału. Tym samym, na podstawie czterech momentów można zidentyfikować parametry procesu $EB(k, l)$.

Należy jednak zwrócić uwagę, że powyższy wynik uzyskany został przy założeniu, że dla badanego procesu istnieją cztery momenty, co jest równoważne następującym warunkom,

- Proces $EB(kl)$ ma skończoną wariancję gdy

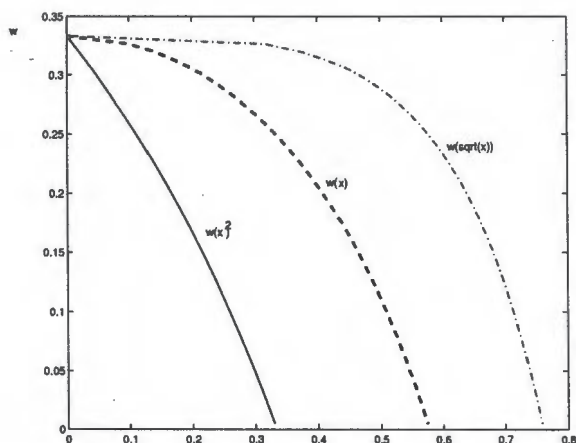
$$0 < x = \beta_{kl}^2 \lambda^{*2} < 1,$$

- Czwarty moment istnieje jeśli

$$x^2 = \beta_{kl}^4 \lambda^{*4} < \frac{1}{3},$$

Wynika stąd, warunkiem identyfikowalności systemu $EB(k, l)$ jest

$$w < \frac{1}{3}$$



Rysunek 2. Graficzna interpretacja identyfikowalności

Na rys.(2) pokazano graficznie zależność wskaźnika (11) od wartości $x^2 = \beta_{kl}^4 \lambda^4$, $x = \beta_{kl}^2 \lambda^2$ i $\sqrt{x} = \beta_{kl} \lambda$. Nachylenie zależności $w(x^2)$ pozwala wprawdzie wyznaczyć dla danego w , odpowiadającą mu wartość x^2 , lecz bezpośrednia zależność wskaźnika od parametrów modelu β_{kl} i λ jest dla szerokiego zakresu parametrów płaska, co praktycznie powoduje, że tą metodą model $EB(kl)$ jest nieidentyfikowalny parametrycznie.

3.3. Metoda minimalizacji błędu predykcji

Modele sygnałów znajdują głównie zastosowanie w prognozowaniu i sterowaniu procesów, stąd szereg metod identyfikacji wyznacza parametry modelu tak, by założona funkcja błędu predykcji, dokonanej w oparciu o znaleziony model, była minimalna. Funkcję przyporządkowującą ciągowi błędów predykcji wielkość skalarną można wybrać na szereg sposobów. T.Södreström i P.Stoica w [12] pokazują, że wiele metod identyfikacji, w tym metoda najmniejszej sumy kwadratów, rozszerzona metoda najmniejszej sumy kwadratów i metoda największej wiarygodności są szczególnymi przypadkami metody błędu predykcji. Dla rozważanego modelu $EB(k, l)$ błędem predykcji jest

$$\varepsilon(i) = y(i) - \beta_{kl}\varepsilon(i-k)y(i-l) \quad (14)$$

Jedynym, naturalnym ograniczeniem stosowania metody błędu predykcji do identyfikacji modeli, w tym – modeli nieliniowych, jest by w ramach modelu, na podstawie dostępnych danych, możliwe było obliczenie ciągu błędów predykcji. Znaczy to, że ciąg

$$\hat{y}(i) = \beta_{kl}\varepsilon(i-k)y(i-l) \quad (15)$$

musi być zbieżny.

Ponieważ faktycznie dostępnym zbiorem danych jest ciąg pomiarów $\{y(i)\}$ równanie (15) wyrażone przez ciąg $\{y(i)\}$ tworzy ciąg

$$\hat{y}(i) = \beta_{kl}y_{i-k}y_{i-l} - \beta_{kl}^2y_{i-2k}y_{i-l}y_{i-k-l} + \beta_{kl}^3y_{i-3k}y_{i-l}y_{i-k-l}y_{i-2k-l} + \dots \quad (16)$$

Szereg funkcyjny (16) jest zbieżny w badanym przedziale, jeżeli bezwzględne wartości wyrazów tego szeregu są

dla każdej wartości i z tego przedziału nie większe od wyrazów szeregu liczbowego zbieżnego.

Przy założeniu, że ciąg y_i jest ograniczony – $y_i < y_{max}$, co zachodzi w praktyce dla większości procesów, to n -ty wyraz szeregu (16) spełnia nierówność,

$$a_n < \beta_{kl}^{n-1} y_{max}^n \quad (17)$$

Szereg liczbowy,

$$y_{max} - \beta_{kl}y_{max}^2 + \beta_{kl}^2y_{max}^3 - \dots + \beta_{kl}^ny_{max}^{n+1} \quad (18)$$

jest zbieżny, gdy spełniony jest warunek,

$$|\beta_{kl}y_{max}| < 1. \quad (19)$$

Zgrubnego oszacowania wartości y_{max} można dokonać w następujący sposób:

$$|y_{max}| \leq |e_{max}| + |\beta_{kl}e_{max}y_{max}| \quad (20)$$

Zakładając, że dla pobudzenie modelu e_i pochodzi z obciętego rozkładu normalnego $|e_{max}| = 2\lambda$ otrzymamy warunek,

$$|y_{max}|(1 - |\beta_{kl}\lambda|) \leq 2\lambda \quad (21)$$

Uwzględniając (19) uzyskamy warunek

$$\frac{|2\beta_{kl}\lambda|}{1 - |\beta_{kl}\lambda|} \leq 1 \quad (22)$$

i w rezultacie

$$|\beta_{kl}\lambda| \leq \frac{1}{4} \quad (23)$$

Warunek (23) wskazuje, że metodą błędu predykcji można identyfikować jedynie ograniczony podzbiór stabilnych procesów biliniowych.

3.4. Przykłady

Przykład 1: Z zakresu parametrów z obszaru identyfikowalności modeli $EB(kl)$ metodą momentów,

$$x = \beta_{kl}\lambda \in (0.35, 0.75)$$

wybrano parametry $\beta_{kl} = 0.7$ i $\lambda^2 = 1$. Wykonano 100 razy identyfikację modelu $EB(kl)$ dla sygnałów o długości 5000 próbek, a następnie powtórzono eksperyment dla sygnałów o długości 100 próbek każdy. Wyniki w postaci wartości średniej parametru i umieszczonej w nawiasach wariancji zebrane są w tabeli(2) i (3).

Przykład pokazuje, że identyfikację modeli biliniowych metodą momentów należy przeprowadzać na długich zbiorach danych, gdyż w przeciwnym wypadku uzyskane wyniki są obciążone i mają dużą wariancję. Identyfikowane parametry modelu leżą poza zakresem parametrów identyfikowalnych metodą ELMS, co objawia się niepoprawnymi wynikami, uzyskanymi tą metodą identyfikacji.

Przebieg eksperymentu dla długich próbek i metody momentów ilustruje rys.(3). Pozycja górna pokazuje zidentyfikowane w kolejnych 100 eksperymentach wartości β , pozycja środkowa – wartości λ^2 , natomiast pozycja

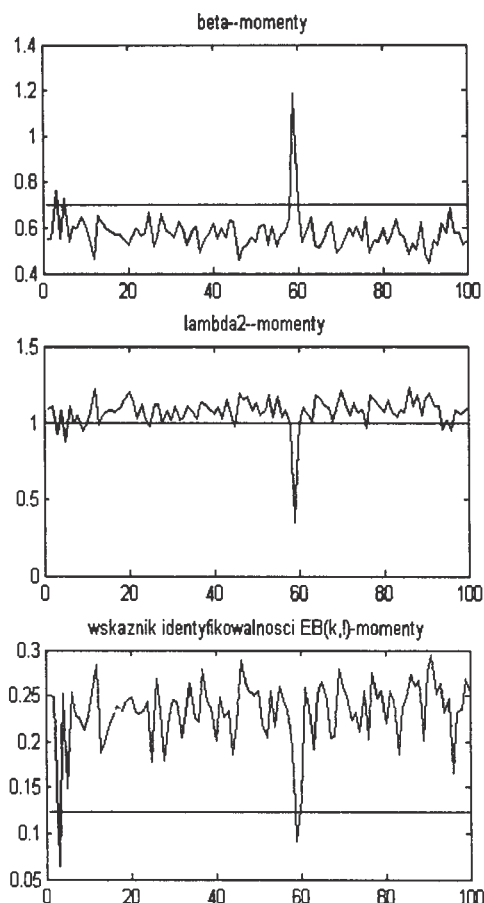
Tabela 2. Wyniki identyfikacji dla długich próbek

Metoda	$\hat{\beta}_{kl}$	$\hat{\lambda}^2$
Momentów	0.58 (0.007)	1.07 (0.01)
ELMS	0.27 (0.04)	1.35 (0.02)

Tabela 3. Wyniki identyfikacji dla krótkich próbek

Metoda	$\hat{\beta}_{kl}$	$\hat{\lambda}^2$
Momentów	0.17 (0.13)	2.36 (79.0)
ELMS	0.21 (0.07)	1.55 (2.22)

dolna przedstawia wyliczony dla każdego ze 100 eksperymentów wskaźnik identyfikowalności, w . Na każdym z rysunków zaznaczono wartości odpowiadające założonemu modelowi. Zwraca uwagę, że ze względu na silny udział losowości w modelu, wskaźnik w dla konkretnych realizacji odbiega od wartości wyliczonej z modelu, generującego te realizacje, co niewątpliwie jest przyczyną rozbieżności wyników modelu i obiektu.



Rysunek 3. Przebieg identyfikacji

Przykład 2: Eksperyment z przykładu 1 został powtórzony dla systemów o parametrach

$$x = \beta_{kl}\lambda \in (0.0, 0.20)$$

Parametry z tego zakresu wyraźnie lepiej estymowane były metodą *ELMS* niż metodą momentów. Zaobserwowano, że dla parametrów

$$x = \beta_{kl}\lambda < 0.1$$

pojawiają się błędy estymacji struktury, na które bardziej wrażliwa jest metoda *ELMS*.

Przykład 3: Źródłem sygnału był elementarny system biliniowy,

$$y_i = e_i + \beta_{kl}e_{i-1}y_{i-2}$$

pobudzany sygnałem losowym pochodzącym z rozkładu normalnego, obciętego do przedziału $(-2\lambda, 2\lambda)$. Dla założonych wartości λ generowano po 100 realizacji o liczebności 500 próbek każda. Identyfikowano strukturę i parametry β_{kl} i λ^2 systemu biliniowego stosując metodę momentów i zmodyfikowaną metodę *ELMS*, [6]. Uzyskane wyniki zamieszczono w tabeli(4).

Tabela 4. Wyniki identyfikacji dla długich próbek

Metoda	β_{kl}	λ	$\hat{\beta}_{kl}$	$\hat{\lambda}^2$
Momentów	0.1	1	0.31 (0.0006)	0.85 (0.0004)
ELMS	0.1	1	0.1 (0.0002)	0.92 (0.0004)
Momentów	0.2	1	0.42 (0.0002)	0.81 (0.0001)
ELMS	0.2	1	0.19 (0.0001)	0.91 (0.0001)

Tabela 5. Wyniki identyfikacji metodą *ELMS*

$ \beta_{kl}\lambda $	β_{kl}	λ^2	$\hat{\beta}_{kl}$	$\hat{\lambda}^2$
0.05	0.05	1	0.05 (0.05)	0.95 (0.007)
0.10	0.1	1	0.07 (0.04)	0.96 (0.007)
0.15	0.5	0.09	0.35 (0.08)	0.09 (0.009)
0.20	0.5	0.16	0.36 (0.06)	0.16 (0.0001)
0.25	0.5	0.25	0.39 (0.02)	0.25 (0.0002)
0.30	0.5	0.36	0.40 (0.03)	0.36 (0.0007)
0.40	0.5	0.64	0.38 (0.002)	0.66 (0.002)
0.50	0.5	1.0	0.36 (0.02)	1.06 (0.01)
0.60	0.6	1.0	0.37 (0.03)	1.26 (0.04)
0.70	0.7	1.0	0.42 (0.05)	1.44 (0.2)

Dla małych wartości iloczynu $|\beta_{kl}\lambda|$ oceny parametrów modelu biliniowego zbliżone są do wartości tych parametrów. Wzrost iloczynu objawia się pojawianiem w sygnale losowych wartości o amplitudach tym większych, im większa jest wartość iloczynu. Ograniczenie na błąd, zastosowane w metodzie *ELMS* zapobiega rozbieżności metody, ale jednocześnie, obniża ocenę parametru β_{kl} i zawyża ocenę parametru λ^2 . Z drugiej strony, małe wartości iloczynu $|\beta_{kl}\lambda|$ powodują, że sygnał niewiele różni się od białego szumu i wzrasta częstość błędnej oceny struktury modelu.

4. PODSUMOWANIE

W artykule przedstawiono zagadnienie identyfikowalności elementarnych biliniowych ciągów czasowych. Stwierdzono, że strukturę ciągu $EB(kl)$ można poprawnie zidentyfikować na podstawie drugiego i trzeciego momentu centralnego ciągu. W praktyce, elementarne systemy biliniowe o parametrach $|\beta_{kl}\lambda| < 0.1$ generują sygnały bardzo zbliżone do niezależnego białego szumu i identyfikacja struktury w oparciu o momenty może być błędna.

Identyfikacja parametryczna systemów $EB_{k,l}$ jest kłopotliwa. Nie można wskazać jednej metody pozwalającej na identyfikację systemów w pełnym zakresie dopuszczalnych parametrów.

Przeprowadzone badania wykazały, że pewną wskazówką może być wskaźnik zdefiniowany jako stosunek kwadratu wariancji do czwartego momentu centralnego. Dla wartości wskaźnika około 0.33 system jest metodą momentów nieidentyfikowalny. Drugi i czwarty moment pozostają względem siebie w relacji takiej jak dla gaussowskiego białego szumu. Można próbować zastosować do identyfikacji modelu biliniowego metodę *ELMS* lub inną minimalizującą błąd predykcji. Dla niższych wartości wskaźnika można stosować metodę momentów.

ELEMENTARY BILINEAR TIME SERIES MODEL IDENTIFIABILITY

Abstract: Article concerns a problem of identifiability of an elementary bilinear time series model. Elementary bilinear time series is an input to a linear model. Such a mixed, linear-bilinear structure is used for modelling signals coming from bilinear systems. In the article problem of structural and parametrical identifiability was discussed.

Literatura

- [1] Bielinska E., Nabagło I.(1993) Modyfikacja metody ELS dla identyfikacji biliniowych modeli ciągów czasowych. ZN Politechniki Śląskiej seria Automatyka, 108, 7-24.
- [2] Bielinska E.(2004) Mixed linear-bilinear diagonal model identification. Proceedings of the 15th Intern. Conf. on Systems Science 2004, Wrocław, 333-341
- [3] Bohlin T.(1991). Interactive System Identification: Prospects and Pitfalls. Springer-Verlag, Berlin.
- [4] Box G.E.P, Jenkins G.M.(1983). Analiza szeregów czasowych. PWN, Warszawa.
- [5] A. Brunner, G.D. Hess (1995). Potential problems in estimating bilinear time-series models. Journal of Economic Dynamics & Control, 19, 663-681.
- [6] Dai H., Sinha N.K. (1988). Robust recursive output error method for bilinear system identification. Proceedings of IFAC/IFORS 1988, 1141-1146.

- [7] Denis-Vidal L., Joly-Blanchard G., Noiret C. (2001). Some effective approaches to check the identifiability of uncontrolled nonlinear systems. Mathematics and computer simulation, 57, 35-44.
- [8] Denis-Vidal L., Joly-Blanchard G. (2004). Equivalence and identifiability analysis of uncontrolled nonlinear dynamical systems. Automatica, 40, 287-292.
- [9] Joly-Blanchard G., Denis-Vidal L. (1998). Some remarks about an identifiability result of nonlinear systems. Automatica, 34, 1151-1152.
- [10] Ljung L. (1987). System Identification. Theory for the users. Prentice Hall.
- [11] Saccomani M.P., Audoly S., D'Angio L. (2003). Parameter identifiability of nonlinear systems: the role of initial conditions. Automatica, 39, 619-632.
- [12] Söderström T., Stoica P. (1997). Identyfikacja systemów. PWN, Warszawa.
- [13] Therrien C.W.(1992). Discrete random signals and statistical signal processing. Prentice Hall International Editions.
- [14] Walter E., Pronzato L. (1996). On the identifiability and distinguishability of nonlinear parametric models. Mathematics and computers in simulation, 42, 125-134.
- [15] Wu Berlin, Shu-Lin Hung(1999). A fuzzy identification procedure for nonlinear time series: With example on ARCH and bilinear models. Fuzzy sets and systems, 108, 275-287.



**Instytut Badań Systemowych
Polskiej Akademii Nauk**

ISBN 83-89475-02-2