

3.10. — akustyka i ultradźwięki
3.10.8. — akustyczne własności
materiałów

J. Motylewski, T. Zmierczak

KOMORY FOTOAKUSTYCZNE
DO BADANIA CIAŁ STAŁYCH I GAZÓW
— TEORIA I PRZYKŁADY ROZWIĄZAŃ

39/1994

P.269



WARSZAWA 1994

<http://rcin.org.pl>

Praca wpłynęła do Redakcji dnia 28 grudnia 1994 r.



56610



Na prawach rękopisu

Instytut Podstawowych Problemów Techniki PAN

Nakład 100 egz. Ark. wyd. 1,75 Ark. druk. 2,0

Oddano do drukarni w grudniu 1994 r.

Wydawnictwo Spółdzielcze sp. z o.o.

Warszawa, ul. Jasna 1

Jerzy Motylewski
Tomasz Zmierczak

Zakład Akustyki Cybernetycznej
Pracownia Miernictwa Akustycznego

KOMORY FOTOAKUSTYCZNE
DO BADANIA CIAŁ STAŁYCH I GAZÓW
- TEORIA I PRZYKŁADY ROZWIĄZAŃ

S t r e s z c z e n i e

W pracy przedstawiono przykłady teoretycznych modeli funkcjonowania komór fotoakustycznych przeznaczonych do pracy w układach do analizy fizykochemicznych właściwości ciał stałych i gazów metodą spektroskopii fotoakustycznej (PAS). Analiza teoretyczna dotyczyła w szczególności wpływu wymiarów komory i badanej próbki oraz częstotliwości modulacji światła wzbudzającego na amplitudę sygnału fotoakustycznego, oraz sposobów uwzględniania strat energii w układzie detektora fotoakustycznego. Zwrócono uwagę na możliwość obniżenia wpływu zakłóceń akustycznych przenikających do komór przeznaczonych do badania właściwości gazów, poprzez zastosowanie filtrów akustycznych. Przedstawiono przykłady opracowanych i wykonanych komór fotoakustycznych do badania ciał stałych i gazów.

Wstęp

Spektroskopia fotoakustyczna jest metodą oceny fizykochemicznych właściwości materiałów polegającą na badaniu sygnału akustycznego generowanego przez próbkę poddaną oddziaływaniu modulowanego strumienia świetlnego. W wyniku przemian energetycznych zachodzących podczas interakcji foton-fonon uzyskuje się tą metodą m. in. widmo absorpcji badanego materiału. Zasadniczym elementem układu detekcji sygnału akustycznego generowanego przez próbkę badanej substancji jest komora fotoakustyczna, w której następuje przemiana energii świetlnej zaabsorbowanej przez umieszczoną w tej komorze badaną próbkę na energię akustyczną. Ponieważ amplituda generowanego w tych warunkach sygnału akustycznego ma zwykle niewielką wartość, optymalizacja parametrów komory fotoakustycznej w kierunku maksymalizacji efektywności przemiany energii świetlnej w energię fali akustycznej ma istotny wpływ na globalną dokładność i rozdzielczość omawianej metody badawczej.

1. Komory fotoakustyczne do badania ciał stałych

W warunkach naświetlania próbki ciała stałego w komorze wypełnionej gazem amplituda składowej zmiennej ciśnienia w gazie zależy od natężenia światła wzbudzającego, właściwości cieplnych badanej próbki oraz gazu, a także od pewnych szczegółów procesów termodyfuzji odpowiedzialnych za przepływ ciepła do gazu. W przypadku ustalonej wartości natężenia światła zmiany amplitudy

ciśnienia zależą od fizycznych rozmiarów komory i próbki poprzez procesy dyfuzji. W ogólnym przypadku amplituda składowej zmiennej ciśnienia rośnie przy zmniejszaniu wymiarów komory.

Na rys. 1.1 przedstawiono geometrię komory w odniesieniu do mechanizmu generacji sygnału fotoakustycznego [2,3]. Po absorpcji zmodulowanego światła wzbudzającego przez próbkę (#3) następuje termodyfuzja w tej próbce, w gazie (#2) oraz w podłożu (#4). Wzięto również pod uwagę termodyfuzję w okienku wejściowym (#1).

W obszarach 1 i 4 temperatura określona jest przy pomocy równania przenoszenia ciepła:

$$\alpha_i \nabla^2 T_i - \frac{\partial T_i}{\partial t} = 0 \quad (1.1)$$

gdzie α_i jest przewodnością cieplną w obszarze i . Zakładając przypadek jednowymiarowy, rozwiązania równania (1) mają postać $T_i = \exp(k_i x)$, gdzie $k_i = (j\omega/\alpha_i)^{1/2}$, jeżeli T_i zmienia się harmonicznie w funkcji czasu. Dlatego możemy napisać

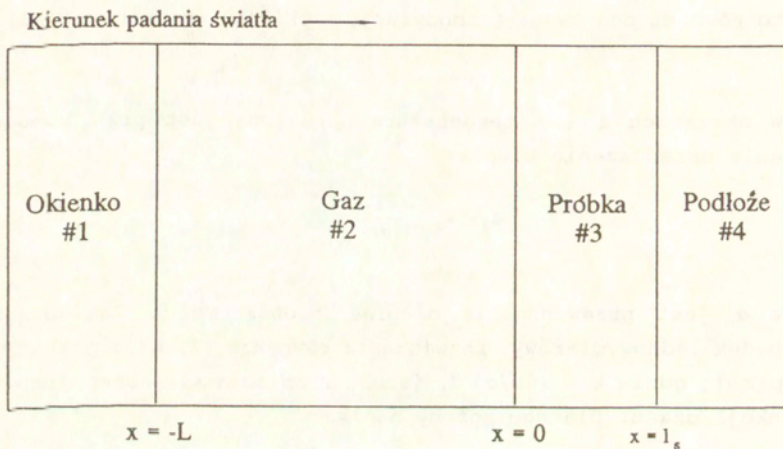
$$T_1 = T_{10} \exp[k_w(L+x)] \quad (x < -L; k_w = k_1) \quad (1.2)$$

$$T_4 = T_{40} \exp[k_b(l_s - x)] \quad (x \geq l_s; k_b = k_4) \quad (1.3)$$

Zakładając, że lepkość gazu jest pomijalna, równanie transportu cieplnego, wg Parkera [3], ma następującą postać:

$$j(k_g/\omega) \nabla^4 T_g + [C_{pg} + j(\gamma k_g/\omega) k_0^2] \nabla^2 T_g + k_0^2 C_{pg} T_g = 0 \quad (1.4)$$

gdzie γ jest ilorazem ciepła właściwych, k_g - przewodnością cieplną, C_{pg} - pojemnością cieplną gazu, $k_0 = \omega/c_0$, c_0 - prędkością dźwięku.



Rys. 1.1. Schematyczna ilustracja głównych obszarów tworzących komorę fotoakustyczną do badania ciał stałych

Rozwiązanie równania (1.4) można zapisać w postaci

$$T_g = T_{20} + T_{21}, \quad (1.5)$$

gdzie T_{20} i T_{21} spełniają równania

$$\nabla^2 T_{20} + k_0^2 T_{20} = 0, \quad (1.6)$$

$$\nabla^2 T_{21} + k_g^2 T_{21} = 0, \quad (1.7)$$

oraz

$$k_g = \sqrt{\frac{j\omega C_{pg}}{\kappa_g}} \quad (1.8)$$

Składowa zmienna ciśnienia jest równa

$$p_e(x) = d_0 T_{20} + d_1 T_{21}, \quad (1.9)$$

gdzie

$$d_0 = C_{pg} \quad (1.10)$$

oraz

$$d_1 = -j(\gamma - 1) \frac{\omega \kappa_g}{C_0^2}. \quad (1.11)$$

Ponownie, jeżeli założymy przypadek jednowymiarowy, temperaturę gazu można wyrazić przy pomocy zależności

$$T_g = E \cos(k_0 x) + F \sin(k_0 x) + G \cosh(k_g x) + H \sinh(k_g x) \quad (1.12)$$

gdzie E , F , G i H są stałymi określonymi przez warunki brzegowe. Wewnątrz próbki temperatura jest określona przez równanie transportu ciepłego

$$\alpha_1 \nabla^2 T_s - \frac{\partial T_s}{\partial t} = \frac{H_s(x)}{C_{ps}}, \quad (1.13)$$

gdzie C_{ps} jest pojemnością cieplną próbki (J/cm^3), natomiast H_s - gęstością doprowadzanego ciepła (W/cm^3) [1].

Próbka absorbuje światło w sposób wykładniczy. Jeżeli $I = I_0 \exp(-\beta x)$ jest energią świetlną w próbce o współczynniku pochłaniania optycznego β , wtedy prędkość obniżania się wartości energii dla jednostkowej głębokości wnikania wynosi

$$\frac{\partial I}{\partial x} = -\beta I, \quad (1.14)$$

oraz $H_s = \alpha(x)\beta I$, gdzie $\alpha(x)$ jest częścią energii świetlnej przekształconą na ciepło. Kiedy α jest niezależne od x , $H_s = \alpha\beta I$.

Jeżeli I (a stąd również T) jest harmoniczne w funkcji czasu, równanie (1.13) można zapisać - w przypadku jednowymiarowym - w postaci

$$\alpha_s \frac{\partial^2 T_s}{\partial x^2} - j\omega T_s = \frac{\alpha\beta I_0}{C_{ps}} \exp(-\beta x). \quad (1.15)$$

Wykładniczą zależność I można wyeliminować, definiując

$$T_s = u \exp(-\beta x). \quad (1.16)$$

Równanie (1.15) przyjmuje wtedy postać

$$\alpha_s \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} - 2\beta \frac{\partial u}{\partial x} + \beta^2 u \right) - j\omega u = \frac{\alpha\beta I_0}{C_{ps}}, \quad (1.17)$$

która posiada rozwiązanie szczególne $u = \alpha\beta I_0 / (\beta_2 - k_s^2) k_s$, oraz rozwiązanie jednorodne $u = \exp[(\beta \pm k_s)x]$, gdzie $k_s = (j\omega/\alpha_s)^{1/2}$.

Tak więc temperaturę próbki T_s , można zapisać w postaci

$$T_s = M \cosh(k_g x) + N \sinh(k_g x) + T_0, \quad (1.18)$$

przy czym

$$T_0 = \frac{\alpha \beta I_0 \exp(-\beta x)}{(\beta^2 - k_g^2) \kappa_s} \quad (1.19)$$

Na każdej granicy ośrodków temperatury muszą spełniać warunki

$$\kappa_i \frac{\partial T_i}{\partial x} = \kappa_j \frac{\partial T_j}{\partial x}, \quad (1.20)$$

$$T_i = T_j, \quad (1.21)$$

gdzie i i j oznaczają dwa sąsiadujące ze sobą obszary. Stosując ten warunek dla $x = -L$ oraz dla $x = l_s$, otrzymujemy z równań (1.2) i (1.3)

$$\kappa_w \kappa_g T_g(-L) = \kappa_g \frac{\partial T_g(-L)}{\partial x}, \quad (1.22)$$

$$\kappa_b \kappa_s T_s(l_s) = \kappa_s \frac{\partial T_s(l_s)}{\partial x}. \quad (1.23)$$

Również dla $x = 0$,

$$T_s(0) = T_g(0) \quad (1.24)$$

$$\kappa_s \frac{\partial T_s(0)}{\partial x} = \kappa_g \frac{\partial T_g(0)}{\partial x}. \quad (1.25)$$

Dalsze warunki brzegowe wynikają stąd, że prędkość gazu $v = (j/\omega \rho_0) (\partial p_e / \partial x)$ znika dla $x = 0$ i dla $x = -L$, tak więc

$$\left(\frac{\partial p_e}{\partial x} \right)_{x=-L} = \left(\frac{\partial p_e}{\partial x} \right)_{x=0} = 0. \quad (1.26)$$

Otrzymujemy wtedy

$$d_0 \frac{\partial T_{20}(-L)}{\partial x} + d_1 \frac{\partial T_{21}(-L)}{\partial x} = 0, \quad (1.27)$$

$$d_0 \frac{\partial T_{20}(0)}{\partial x} + d_1 \frac{\partial T_{21}(0)}{\partial x} = 0. \quad (1.28)$$

Podstawiając równości (1.12) i (1.13) do równości (1.22) + (1.28), otrzymuje się sześć równań równoczesnych zawierających E, F, G, H, M, N oraz $T_0(0)$, $T_0(1)$, $\partial T_0(0)/\partial x$ i $\partial T_0(1)/\partial x$.

Rozwiązując te równania względem E, F, G i H oraz podstawiając te wartości do równości (1.9), otrzymujemy

$$S_{PAS} \propto P_e(-L) = Ag \quad (1.29)$$

gdzie

$$A = \frac{\alpha \beta I_0 [k_s - \beta \Gamma - Q(k_s - \beta \xi) \exp(-\beta l_s)]}{k_s \kappa_s (\beta^2 - k_s^2)}, \quad (1.30)$$

oraz

$$g = \frac{(d_0 - d_1) [C_2 - C_1 + D(S_2 + \eta S_1)]}{2(C_2 C_1 - 1) + \epsilon S_2 S_1 (1 - \epsilon^{-2} + BD\Gamma q^2) + q(D + B\Gamma) (\epsilon S_1 C_2 + S_2 C_1)} \quad (1.31)$$

Poszczególne składniki w równościach (1.30) i (1.31) zdefiniowano następująco [1]:

$$\begin{aligned} C_1 &= \cos(k_0 L), & S_1 &= \sin(k_0 L), \\ C_2 &= \cosh(k_g L), & S_2 &= \sinh(k_g L), \\ C_4 &= \cosh(k_s l_s), & S_4 &= \sinh(k_s l_s), \\ B &= (\kappa_g k_g) / (\kappa_s k_s), & D &= (\kappa_g k_g) / (\kappa_w k_w), & \xi &= (\kappa_s k_s) / (\kappa_b k_b), \\ \Gamma &= [\xi + (1 - \xi^2) S_4 C_4] / [1 + (1 - \xi^2) S_4^2], & Q &= (C_4 + \xi S_4)^{-1}, \\ \eta &= k_0 / k_g = [(\omega \alpha_g) / (j c_0^2)]^{1/2}, & \epsilon &= (d_0 k_0) / (d_1 k_g) = [(\gamma - 1) \eta]^{-1}, \\ q &= 1 - (\gamma - 1) \eta^2. \end{aligned}$$

Dla małych częstotliwości modulacji strumienia świetlnego równanie (1.31) upraszcza się do postaci

$$g = \frac{d_0 (C_2 - 1 + DS_2)}{2(C_2 - 1) + EXS_2(1 + B\Gamma) + (D + B\Gamma)(EXC_2 + S_2)}, \quad (1.32)$$

gdzie $E = (2j)^{1/2}/(\gamma - 1)$ i $X = (\omega/2\alpha_s)^{1/2}L$, iloraz długości komory i drogi termodyfuzji w gazie.

Aby komora fotoakustyczna funkcjonowała skutecznie, musi być wrażliwa na zmiany wartości optycznego współczynnika absorpcji β . Zależność od β w równości (1.29) występuje w czynniku A, który zależy również od długości próbki, właściwości cieplnych próbki, oraz - jeżeli badana próbka jest optycznie i cieplnie cienka - również od właściwości cieplnych uchwytu próbki. Czynniki g w równości (1.29) jest niezależny od właściwości optycznych próbki oraz jest względnie niewrażliwy na właściwości cieplne próbki, kiedy komora fotoakustyczna jest długa w porównaniu z drogą dyfuzji w gazie. Zasadniczo czynniki g jest współczynnikiem czułości określonym przez takie parametry komory, jak długość komory i okienka oraz właściwości cieplne gazu.

W równości (1.30) właściwości cieplne uchwytu próbki wprowadzone są poprzez wielkość ξ , która występuje bezpośrednio we współczynniku przy $\exp(\beta l_s)$, a pośrednio w wyrażeniu określającym Γ . W przypadku próbek optycznie grubych ($\beta l_s \gg 1$), wyrażenie wykładnicze staje się pomijalne, i właściwości cieplne uchwytu próbki uwzględnione są tylko przez współczynnik Γ . Na rys. 1.2 [1] pokazano wykres amplitudy i fazy współczynnika Γ w funkcji $X_s = (\omega/2\alpha_s)^{1/2}l_s$, ilorazu długości próbki i drogi termodyfuzji w próbce. W przypadku małych grubości cieplnych ($X_s \ll k$), $\Gamma = \xi$ i $Q = 1$, natomiast dla próbek cieplnie grubych ($X_s \gg 1$) $\Gamma = 1$ i $Q = 0$. Tak więc właściwości próbki cieplnie grubej nie zależą od właściwości cieplnych uchwytu. Wynik ten jest zgodny z obserwacjami doświadczalnymi.

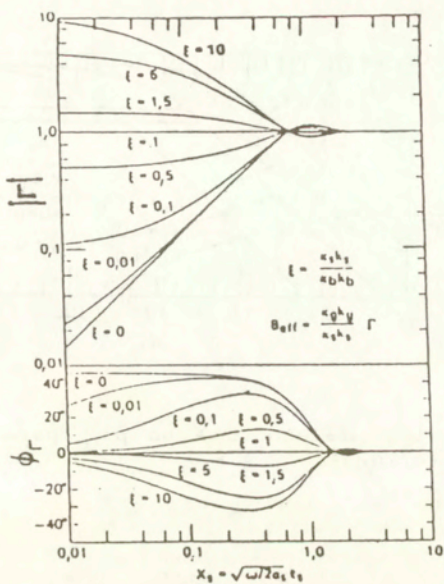
W przypadku próbek optycznie i cieplnie grubych równość (1.30) upraszcza się do postaci

$$A = \frac{-\alpha \beta I_0}{(\beta + k_s) k_s \kappa_s} \quad (1.33)$$

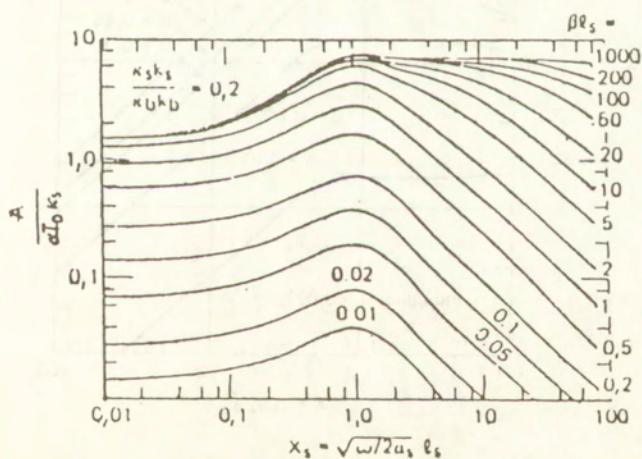
Wpływ grubości próbki na wartość A [równość (1.30)] widoczny jest na rys. 1.3. Dla próbek o grubości mniejszej niż droga termodyfuzji ($X_s < 1$) A rośnie ze wzrostem X_s . Dla $X_s > 1$ nachylenie krzywej zmienia znak i dąży asymptotycznie do -1 dla dużych wartości X_s . Wpływ wartości β jest również widoczny na rys. 1.3. Dla danej próbki (wartość X_s ustalona) A wchodzi w zakres nasycenia dla dostatecznie dużych wartości β . Widoczne jest to wyraźniej na rys. 1.4, gdzie A jest wykreślone w funkcji βI_0 dla kilku wartości X_s . Zależność A od ω zmienia się zależnie od stopnia nasycenia. Dla wartości X_s dostatecznie dużych, by można było zaniedbać właściwości cieplne ścianki tylnej komory, A zmienia się jak ω^{-1} poniżej nasycenia, natomiast jak $\omega^{-1/2}$ powyżej nasycenia. Całkowita zależność $|S_{PAS}|$ od ω zawiera również w sobie zależność g od ω .

Wpływ długości komory można zaobserwować na rys. 1.5, gdzie wykreślono $|S_{PAS}|$ w funkcji X , przyjmując $\Gamma=1$. Dla $X > 1$ $|S_{PAS}| \sim L^{-1}$, niezależnie od B (i również od D). Dla $X < 1$ $|S_{PAS}|$ posiada - ogólnie - dodatnie nachylenie zależne zarówno od B , jak i od D . Można wyróżnić tu dwa obszary. Dla długości komory większych niż droga termodyfuzji w gazie poziom sygnału fotoakustycznego rośnie ze zmniejszaniem długości komory, osiągając maksimum dla $X=1$. Logarytmiczne nachylenie $|S_{PAS}|$ w tym obszarze jest niezależne od właściwości cieplnych zarówno próbki, jak i okienka. Dla komór o długości mniejszej od drogi termodyfuzji w gazie poziom sygnału fotoakustycznego zmniejsza się przy zmniejszaniu długości komory i zależy od właściwości cieplnych próbki i okienka.

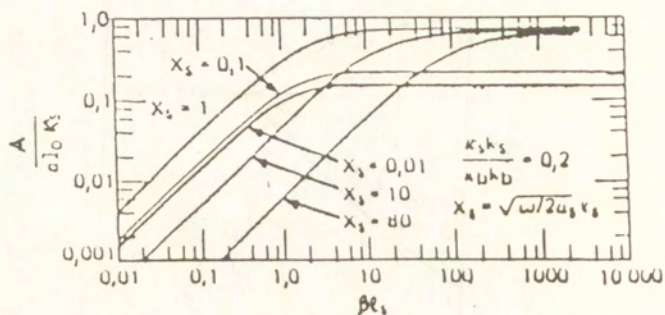
Jeżeli stosowane są próbki cieplnie cienkie, $\Gamma \neq 1$ i właściwości cieplne uchwytu próbki muszą być uwzględniane podczas obliczania g . W równości (1.32) $B\Gamma$ może być rozważane jako



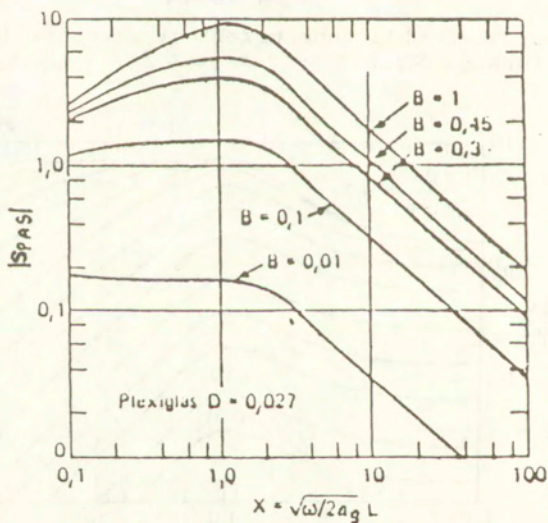
Rys. 1.2. Obliczone przebiegi wartości $|\Gamma|$ i ϕ_r w funkcji X_s ; parametrem jest $\xi = \kappa_s k_s / \kappa_b k_b$



Rys. 1.3. Zależność A od grubości próbki - parametrem jest współczynnik pochłaniania optycznego



Rys. 1.4. Zależność A od β_1 ; parametrem jest $X_3 = (\omega/2a_g)^{1/2} r_3$.

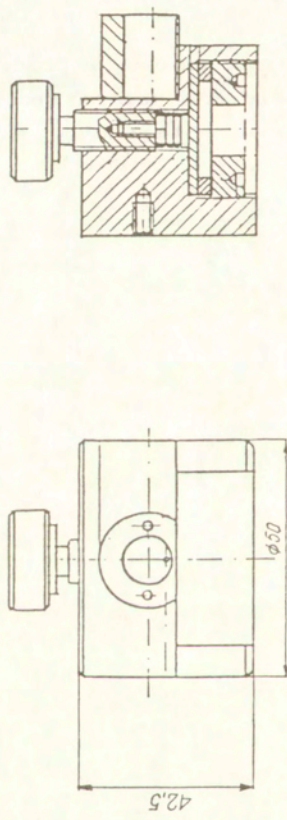


Rys. 1.5. Przebieg obliczonych wartości $|S_{PAS}|$ w funkcji X ; parametrem jest $B = \kappa_1 k_3 / \kappa_0 k_0$.

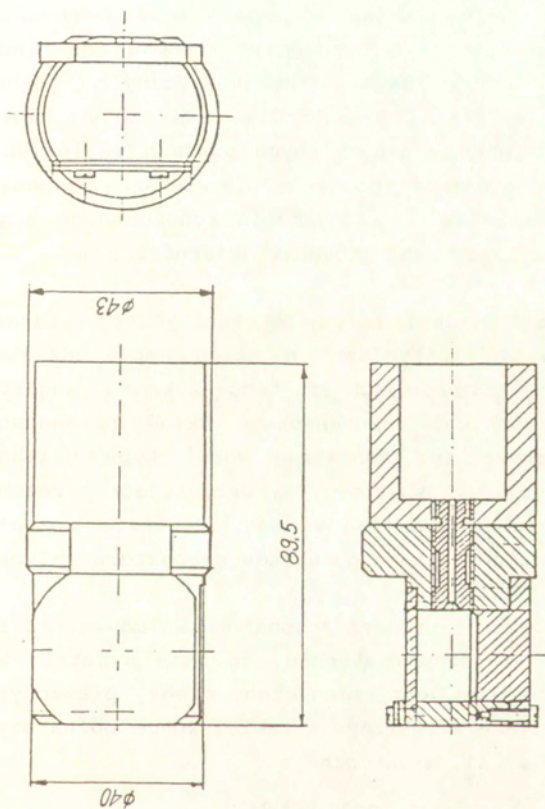
"efektywne" B , gdzie wpływ Γ uwzględnia się, zastępując właściwości cieplne próbki w B odpowiednimi wartościami cieplnymi uchwytu próbki, kiedy X , zmienia się od 1 do 0.

Uwzględniając powyższe rozważania teoretyczne zaprojektowano szereg modeli komór nierezonansowych. Przykładowe rozwiązanie konstrukcyjne przedstawiono na rys. 1.6.

Projektując komory rezonansowe do badania ciał stałych uwzględniono również teorię akustycznych rezonatorów Helmholtza [4]. Przykładowe rozwiązanie tego typu komory pokazano na rys. 1.7.



Rys. 1.6. Przykład rozwiązania konstrukcyjnego nierezonansowej komory fotoakustycznej do badania ciał stałych



Rys. 1.7. Przykład rozwiązania konstrukcyjnego rezonansowej komory fotoakustycznej do badania ciał stałych

2. Komory fotoakustyczne do badania gazów

Podczas pomiarów fotoakustycznych w ośrodkach gazowych, których celem jest określanie składu mieszanin gazowych, jednym z istotnych problemów jest pochłanianie energii świetlnej przez materiał, z którego zbudowane jest okienko komory. Pochłanianie przez okienko prowadzi do wytworzenia sygnału koherentnego ograniczającego czułość metod fotoakustycznych. Wysiłki zmierzające do przewyciężenia tego problemu zmierzały w kierunku np. umieszczania okienek w akustycznych punktach węzłowych lub umieszczania rezonatora otwartego w znacznie większej, zamkniętej obudowie z okienkami w celu zmniejszenia koherentnego sygnału zakłócającego przez odpowiedni stosunek objętości [7].

Najważniejsze zastosowania metody fotoakustycznej związane są z pomiarami sygnałów akustycznych o małej amplitudzie. Już w najwcześniejszych publikacjach z tego zakresu sugerowano wykorzystanie tu wzmocnienia rezonansowego. Układy rezonansowych komór fotoakustycznych to: sprzężone wnęki typu Helmholtza rezonatory kuliste i walcowe wykorzystujące rezonanse promieniowe, azymutalne oraz osiowe [6]. Poniższe rozważania teoretyczne ograniczone zostaną do układu rezonatora walcowego.

Załóżmy, że długość i promień rezonatora walcowego są równe odpowiednio L i R . Załóżmy następnie, że osią symetrii walca będzie oś Z , a rezonator jest umieszczony między płaszczyznami $z=0$ i $z=L$. Fale stojące wytwarzane w takiej wnęce można uzyskać rozwiązując równania fali akustycznej:

$$\begin{aligned} \rho \partial_t \mathbf{v} + \text{grad } p &= 0, \\ \frac{1}{\rho c^2} \partial_t p + \text{div } \mathbf{v} &= 0, \end{aligned} \quad (2.1)$$

gdzie p jest ciśnieniem akustycznym, \mathbf{v} - wektorem prędkości akustycznej, ρ - gęstością powietrza, c - prędkością fali akustycznej w powietrzu. Rozwiązania powyższych równań, będące falami stojącymi, mają postać:

$$\begin{aligned}
p &= AJ_1(kr) \cos l\phi \cos kz e^{-i\omega t}, \\
v_r &= -\frac{iA}{\rho\omega} \left[\frac{1}{r} J_1(kr) + J_{1-1}(kr) \right] \cos l\phi \cos kz e^{-i\omega t}, \\
v_\phi &= \frac{iA}{\rho\omega r} J_1(kr) \sin l\phi \cos kz e^{-i\omega t}, \\
v_z &= i \frac{kA}{\rho\omega} J_1(kr) \cos l\phi \sin kz e^{-i\omega t},
\end{aligned} \tag{2.2}$$

gdzie $\omega^2 = c^2(k^2 + \kappa^2)$. Częstotliwości własne można wyznaczyć na podstawie warunków brzegowych:

$$\begin{aligned}
v_r &\equiv 0 \quad \text{dla } r = R, \\
v_z &\equiv 0 \quad \text{dla } z = 0 \quad i \quad z = L,
\end{aligned} \tag{2.3}$$

to jest

$$\begin{aligned}
J'_1(kR) &= 0, \\
\sin \kappa L &= 0,
\end{aligned} \tag{2.4}$$

gdzie J'_1 jest skróconym zapisem pochodnej funkcji J_1 względem jej argumentu. Teraz mamy

$$\begin{aligned}
kR &= \beta_{1m}, \\
\kappa L &= n\pi,
\end{aligned} \tag{2.5}$$

gdzie β_{1m} oznacza pierwiastki (2.4a). Wprowadzając α_{1m} jako

$$\alpha_{1m} = \pi \beta_{1m} \tag{2.6}$$

częstotliwości własne można zapisać w następującej postaci:

$$f_{1mn} = \frac{c}{2} \left[\frac{\alpha_{1m}^2}{R^2} + \frac{n^2}{L^2} \right]^{1/2}, \tag{2.7}$$

gdzie l jest indeksem azymutalnym, m - indeksem promieniowym, n - indeksem wzdłużnym. W dalszej części niniejszych rozważań zostanie wykorzystany warunek "lokalnie reagującej powierzchni" [4]: na ścianie przyjmuje się normalną składową wektora

akustycznej admitancji charakterystycznej gazu jako równą akustycznej admitancji charakterystycznej ścianki. Wektor akustycznej admitancji charakterystycznej gazu może być przedstawiony przy pomocy p i v :

$$\begin{aligned} y_r &= \frac{v_r}{p} = -\frac{i}{\rho c} \frac{k}{(k^2 + \kappa^2)^{1/2}} \frac{J_1'(kr)}{J_1(kr)}, \\ y_\phi &= \frac{v_\phi}{p} = \frac{i}{\rho c} \frac{1}{r(k^2 + \kappa^2)^{1/2}} \tan \Delta\phi, \\ y_z &= \frac{v_z}{p} = \frac{i}{\rho c} \frac{\kappa}{(k^2 + \kappa^2)^{1/2}} \tan \kappa z. \end{aligned} \quad (2.8)$$

Podany powyżej warunek brzegowy można sformułować w postaci:

$$y_n = Y, \quad (2.9)$$

gdzie Y jest akustyczną admitancją charakterystyczną ścianki komory. Ten warunek brzegowy zostanie wykorzystany do określenia mocy przenikającej przez ścianki i otwory, tak więc natężenie akustyczne I sygnału dochodzącego do ścianki można przedstawić następująco:

$$I = \operatorname{Re}(pv_n^*) = pp^* \operatorname{Re}(Y^*) = |p|^2 \operatorname{Re}(Y), \quad (2.10)$$

gdzie Re oznacza część rzeczywistą. Można wykazać, że warunek brzegowy (2.10) daje pomijalną korekcję częstotliwości własnych określonych równością (2.7).

Straty w rezonatorze akustycznym wynikają z następujących przyczyn [4,6]:

- strat objętościowych pochodzenia cieplnego i strat powodowanych wewnętrzną lepkością powietrza,

- strat powierzchniowych wskutek tarcia gazu o powierzchnie ścianek,

- strat spowodowanych zmianą zachowania się gazu z adiabatycznego na częściowo izotermiczne w pobliżu ścianek,

- przenikania natężenia akustycznego przez ścianki i otwory.

W dalszym ciągu do wyznaczenia strat zostanie zaadaptowana aproksymacja zakładająca niskie straty [4]. Zostaną również wykorzystane rozwiązania własne dla przypadku bezstratności. Straty można przedstawić przy pomocy następujących zależności:

$$W_V = \frac{\omega^2}{c^2} \left[\frac{4\mu/3 + \eta}{\rho} + (\gamma-1)\kappa_d \right] \int W dV, \quad (2.11)$$

$$W_S = \frac{1}{2} \rho \omega d_s \int |v_t|^2 dS, \quad (2.12)$$

$$W_{th} = \frac{1}{2} (\gamma-1) \rho \omega d_{th} \int \frac{|p|^2}{(\rho c)^2} dS \quad (2.13)$$

Pierwsze wyrażenie (2.11) określa straty objętościowe; η i μ są odpowiednio współczynnikami lepkości objętościowej i stycznej, γ - wykładnikiem adiabatycznym ($\approx 1,4$ dla powietrza), κ_d - dyfuzyjnością cieplną, wreszcie W - gęstością energii akustycznej. Dwa składniki w wyrażeniu określającym W_V są tego samego rzędu wielkości, i względna strata energii w ciągu jednego okresu wynosi około:

$$\frac{\Delta E}{E} = 10^{-9} \omega, \quad (2.14)$$

gdzie wykorzystano następujące dane:

$$\mu/\rho \approx 1,4 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s},$$

$$\eta \ll \mu,$$

$$\kappa_d \approx 2 \cdot 10^{-5} \text{ m}^2/\text{s}.$$

W tym przypadku (2.11) ma wartość pomijalnie małą. Mimo to straty objętościowe mogą być znacznie większe w pewnych warunkach specjalnych, ponieważ tłumienie fal akustycznych wykazuje ostre maksimum w powietrzu o względnej wilgotności bliskiej 20%. W zakresie częstotliwości bliskich 10 kHz lub powyżej wpływ ten może mieć znaczenie.

Równość (2.12) dotyczy strat związanych z tarciami wzdłuż powierzchni granicznych. W tym przypadku d_s jest grubością laminarnej warstwy brzegowej, daną wzorem:

$$d_s = (2\mu/\rho\omega)^{1/2} = 2,1 \cdot 10^{-3} \text{ m}/\sqrt{f} \text{ [Hz]} \quad (2.15)$$

Stąd grubość tej warstwy brzegowej dla 100 Hz wynosi ok. 0,21 mm, natomiast dla 10 kHz - zaledwie 0,02 mm.

Straty powodowane tarciami o ścianki wzrastają ze wzrostem chropowatości powierzchni. Możliwa jest aproksymacja wpływu chropowatości powierzchni przez dodanie liczbowej wartości chropowatości do d_s , albo przez odpowiednie zwiększenie pola powierzchni.

Straty wyrażone równością (2.13) są wynikiem istnienia izotermiczno - adiabatycznych warstw przejściowych przy powierzchniach granicznych. Grubość takiej warstwy można przedstawić przy pomocy wzoru:

$$d_{th} = (2\kappa_d/\omega)^{1/2} = 2,5 \cdot 10^{-3} \text{ m}/\sqrt{f} \text{ [Hz]} \quad (2.16)$$

Wartości d_{th} i d_s są prawie równe.

Ostatni z rozważanych rodzajów strat wynika z ucieczki energii akustycznej przez ścianki i otwory. Tę stratę energii można wyznaczyć, korzystając z warunku brzegowego (2.10):

$$W_0 = \text{Re}(Y) \int_{\text{ścianka}} |p|^2 dS + \text{Re}(Y_{otw}) \int_{\text{otwor}} |p|^2 dS \quad (2.17)$$

Im mniejsza jest część rzeczywista akustycznej admitancji charakterystycznej, tym mniejsze będą straty. Dla ciał stałych Y ma wartość bardzo małą; w przypadku otworów Y może przyjmować duże wartości.

Całkowita energia we wnętrzu dana jest całką:

$$E = \int_V W dV = \int_V \left[\frac{1}{2} \rho (v_r^2 + r^2 v_\phi^2 + v_z^2) + \frac{P^2}{2\rho c^2} \right] r dr d\phi dz \quad (2.18)$$

Jako wynik całkowania otrzymujemy:

$$E_{lmn} = \frac{P_{lmn}^2}{\rho c^2} V \left[1 - \frac{l^2}{\pi^2 \alpha_{lm}^2} \right] J_l^2(\pi \alpha_{lm}), \quad (2.19)$$

gdzie P_{lmn} jest amplitudą ciśnienia dla modu (l, m, n) . Mając określoną składową styczną prędkości na przedniej i tylnej ścianie oraz na ścianie bocznej walca, można napisać wyrażenia określające odpowiednio straty tarcia, straty ciepłne oraz straty wynikające z ucieczki energii przez ścianki i otwory [8]:

$$W_S = \frac{P_{lmn}^2}{\rho \omega} \pi d_S J_l^2(\pi \alpha_{lm}) \times \left[\pi^2 \alpha_{lm}^2 + n^2 \pi^2 \frac{R}{L} + l^2 \left(\frac{L}{R} - 1 \right) \right], \quad (2.20)$$

$$W_{ch} = \frac{1}{2} (\gamma - 1) \omega d_{ch} \frac{P_{lmn}^2}{\rho c^2} V \times \left[\frac{1}{2R} + \frac{1}{L} \left(1 - \frac{l^2}{\pi^2 \alpha_{lm}^2} \right) \right] J_l^2(\pi \alpha_{lm}), \quad (2.21)$$

$$W_{ścianki} = \operatorname{Re}(Y_{ścianki}) P_{lmn}^2 V \times \left[\frac{1}{2R} + \frac{1}{L} \left(1 - \frac{l^2}{\pi^2 \alpha_{lm}^2} \right) \right] J_l^2(\pi \alpha_{lm}), \quad (2.22)$$

$$W_{otworów} = \sum_i \operatorname{Re}(Y_i) |P(\mathbf{r}_i)|^2 S_i, \quad (2.23)$$

gdzie \mathbf{r}_i określa położenie środka i -tego otworu, S_i - powierzchnię otworu, Y_i - akustyczną admitancję charakterystyczną otworu. Moc uciekająca przez otwory jest mała, jeżeli akustyczne admitancje charakterystyczne są małe, jeżeli ciśnienia akustyczne przy otworach są małe i/lub jeżeli powierzchnie S_i są małe.

Współczynnik dobroci można wyznaczyć przy pomocy zależności:

$$\frac{1}{Q} = \frac{2\pi}{\omega} \frac{\sum W_k}{E}, \quad (2.24)$$

gdzie W_k jest k -tym składnikiem strat. Odwrotności rozmaitych współczynników dobroci można przedstawić w postaci zależności:

$$\left[\frac{1}{Q_{lmn}} \right]_V = \frac{2\pi}{L} \left[\frac{2}{3} d_{S0} + \frac{1}{2} (\gamma-1) d_{cho} \right] \left(\alpha_{1m}^2 \frac{L^2}{R^2} + n^2 \right), \quad (2.25)$$

$$\left[\frac{1}{Q_{lmn}} \right]_S = 4\pi \frac{L^2}{R^2} \frac{\sqrt{d_{S0}}}{\sqrt{L}} \times \frac{L^2 \left(\frac{L}{R} - 1 \right) + \pi^2 \alpha_{1m}^2 + n^2 \pi^2 \frac{R}{L}}{\left(1 - \frac{L^2}{\pi^2 \alpha_{1m}^2} \right) \left(\alpha_{1m}^2 \frac{L^2}{R^2} + n^2 \right)^{5/4}}, \quad (2.26)$$

$$\left[\frac{1}{Q_{lmn}} \right]_{ch} = 8\pi (\gamma-1) \frac{\sqrt{d_{cho}}}{\sqrt{L}} \times \frac{1 - \frac{L^2}{\pi^2 \alpha_{1m}^2} + \frac{L}{2R}}{\left(1 - \frac{L^2}{\pi^2 \alpha_{1m}^2} \right) \left(\alpha_{1m}^2 \frac{L^2}{R^2} + n^2 \right)^{1/4}}, \quad (2.27)$$

$$\left[\frac{1}{Q_{lmn}} \right]_{ścianki} = \frac{16\rho c Re(Y) \left(1 - \frac{L^2}{\pi^2 \alpha_{1m}^2} + \frac{L}{2R} \right)}{\left(1 - \frac{L^2}{\pi^2 \alpha_{1m}^2} \right) \left(\alpha_{1m}^2 \frac{L^2}{R^2} + n^2 \right)^{1/2}}, \quad (2.28)$$

$$\left[\frac{1}{Q_{lmn}} \right]_{otworu} = \sum_i \times \frac{J_1^2(\pi \alpha_{1m} r_i / R) \cos^2(n\pi z_i / L)}{J_1^2(\pi \alpha_{1m})} \frac{S_i}{\pi R L} \times \frac{16\rho c Re(Y_i)}{\left(1 - \frac{L^2}{\pi^2 \alpha_{1m}^2} \right) \left(\alpha_{1m}^2 \frac{L^2}{R^2} + n^2 \right)}, \quad (2.29)$$

gdzie d_{s0} i d_{ch0} są równe odpowiednio

$$d_{s0} = \frac{2\mu}{\rho c}, \quad (2.30)$$

$$d_{ch0} = \frac{2\kappa_d}{c}. \quad (2.31)$$

Wyrażenia (2.25 ÷ 2.31) pokazują dość skomplikowaną zależność współczynnika dobroci (2.24) od częstotliwości (l, m, n), od wielkości komory oraz od parametrów materiałowych. Można tu przytoczyć kilka praktycznie spotykanych zależności [8]:

1. Dla częstotliwości 100 Hz oraz w przypadku mosiądzu straty wynikające z ucieczki energii przez ścianki są równe ok. 7% strat cieplnych.

2. W przypadku substancji niemetalicznych, szczególnie tworzyw sztucznych, straty wynikające z ucieczki energii przez ścianki mogą być równe stratom cieplnym, lub nawet od nich większe.

3. W przypadku rezonatorów typu dyskowego (plytkowego), straty cieplne są większe niż straty związane z lepkością.

4. W tym samym przypadku straty cieplne są proporcjonalne do pierwiastka kwadratowego z wysokości (L) rezonatora.

5. Dla długiego walca straty cieplne są proporcjonalne do pierwiastka kwadratowego z promienia (R) rezonatora.

6. W przypadku otworów, pomaga to w uzyskaniu mniejszej wartości akustycznej admitancji charakterystycznej.

7. Straty wskutek ucieczki energii przez otwory niekoniecznie muszą być większe od strat wskutek ucieczki energii przez ścianki, ponieważ różnica może być kompensowana przez stosunek powierzchni ścian i otworów.

Warto tu zaznaczyć, że bezpośrednio narzucający się wniosek, iż nie ma strat, jeżeli otwór jest umieszczony w punkcie, dla którego równość (2.29) przyjmuje wartość 0, jest błędny. Jest to wynik przyjętego przybliżenia, ponieważ wykorzystano tu rozwiązania dla przypadku idealnego, bezstratnego. Jednakże, zgodnie z pierwotnym warunkiem brzegowym, iloraz składowej normalnej prędkości cząstki (v_n) i ciśnienia akustycznego p jest równy akustycznej admitancji charakterystycznej ścianki. Dlatego ani prędkość cząstki, ani ciśnienie akustyczne nie może być równe zeru na ściance; oznacza to, że poprawne wyrażenie nie może przyjmować wartości zerowej.

Pokazano wcześniej, że w rezonansowych komorach akustycznych można stosować otwory bez znacznego pogorszenia współczynnika dobroci rezonatora. Ta obserwacja otwiera nowe możliwości w dziedzinie projektowania komór fotoakustycznych do badania materiałów o małym współczynniku pochłaniania, szczególnie w przypadku zastosowań w rolnictwie lub ochronie środowiska, kiedy istnieje potrzeba ciągłego monitorowania.

Istnieją tu cztery problemy wymagające rozwiązania:

1. Hałas zewnętrzny nie powinien docierać do wnętrza komory.
2. Wypływ energii z komory powinien być zminimalizowany.
3. Istnieje potrzeba zapewnienia ciągłego przepływu gazu.
4. Promień świetlny powinien przechodzić przez komorę bez oddziaływania z którąkolwiek z jej części.

Wymagania te mogą być równocześnie spełnione poprzez umieszczenie na przeciwległych ściankach komory dwóch filtrów akustycznych. Korzystne jest, jeżeli filtry te umożliwiają powolny przepływ gazu oraz przedstawiają sobą małą admitancję akustyczną od strony wnętrza komory. Niezbędne jest tłumienie

hałasu zewnętrznego sięgające $40 + 60$ dB w celu osiągnięcia tłumienia dla częstotliwości odpowiadającej maksimum rezonansowemu.

Ponieważ nie jest zalecane stosowanie dyskretnego modelu dolnoprzepustowego filtra drabinkowego dla sąsiedztwa częstotliwości modalnych, zaadaptowano model linii transmisyjnej [5] w celu zaprojektowania filtrów akustycznych. Wykorzystano związku, które zostaną podane poniżej.

Impedancja falowa dana jest wzorem:

$$Z_0 = \rho_0 c / A, \quad (2.32)$$

gdzie A jest przekrojem linii transmisyjnej, ρ_0 - gęstością powietrza, c - prędkością fali akustycznej. Mając linię transmisyjną o małych stratach, można zastosować przybliżenie zakładające małe zniekształcenia, tzn. można przyjąć, że impedancje falowe są stałe i rzeczywiste, dane wzorem (2.32), prędkość fali akustycznej nie zależy od częstotliwości, a straty w każdej części linii przyjmują wartości niezależne od częstotliwości i położenia. W takim przypadku impedancja wejściowa linii transmisyjnej dana jest wzorem:

$$Z_B = Z_0 \frac{Z_A \cosh \delta l + Z_0 \sinh \delta l}{Z_0 \cosh \delta l + Z_A \sinh \delta l}, \quad (2.33)$$

$$\delta = \frac{\Gamma}{c} + i \frac{2\pi f}{c}, \quad (2.34)$$

gdzie Z_A jest impedancją zamykającą linię, l - długością linii, δ - współczynnikiem transmisji (tamownością) linii transmisyjnej, f - częstotliwością fali akustycznej, Γ - prędkością tłumienia. Łatwo zauważyć, że z założenia o małych stratach (2.33) wynika zależność:

$$Z_A Z_B = Z_0^2 \quad (2.35)$$

dla $l = c/4f$. Oznacza to, że otwarte rury ćwierćfalowe transformują małe impedancje (duże admitancje) na duże (małe).

Zjawisko to można wykorzystać w celu przetransformowania małej impedancji wolnej przestrzeni na dużą impedancję przy wlocie komory.

Zjawisko to można wykorzystać z kolei do obniżenia poziomu hałasu przenikającego z zewnątrz w następujący sposób:

Przyjmijmy, że długość komory wynosi również $\lambda/4$. Wynikiem oddziaływania rur jest duża wartość impedancji przy wlocie komory. Współczynnik odbicia można wyznaczyć przy pomocy zależności:

$$r = \frac{Z_{A(\text{komory})} - Z_0}{Z_{A(\text{komory})} + Z_0} \quad (2.36)$$

gdzie $Z_{A(\text{komory})}$ oznacza impedancję przetransformowaną zgodnie z zależnością (2.33). Ponieważ długość komory jest równa $\lambda/4$, duża impedancja wejściowa jest transformowana na małą na przeciwnym końcu, co oznacza, że współczynnik odbicia będzie równy -1 dla źródeł zewnętrznych. Uzyskuje się w ten sposób dobrą eliminację hałasu zewnętrznego [8].

Na podstawie powyższych rozważań teoretycznych opracowano i wykonano dwa modele rezonansowych komór fotoakustycznych do badania gazów. Pierwszy z opracowanych modeli komory został zaprojektowany jako układ otwarty - nie posiada okienek. Na drodze przychodzącego i wychodzącego światła wzbudzającego nie występuje więc jakakolwiek substancja. W rezultacie nie występuje tu efekt tzw. tła koherentnego, co często powoduje ograniczenie czułości detekcji. Duże otwory wlotowe (średn. 9 mm) zapewniają pomijalnie małą wartość strat dyfrakcyjnych przy otworze wlotowym i wylotowym. Specjalnym wyposażeniem tej komory

są akustyczne filtry dolnoprzepustowe, które zapewniają zmniejszenie wrażliwości układu pomiarowego na zakłócenia akustyczne przenikające z zewnątrz. Zapewniony jest równocześnie swobodny przepływ gazu, który ma być obiektem analizy fotoakustycznej.

Część środkowa komory składa się z rezonatora walcowego o promieniu wewnętrznym 50 mm. Częstotliwość robocza, którą wybrano jako odpowiadającą pierwszemu rezonansowi azymutalnemu układu, jest równa ok. 2000 Hz. Długość komory jest w przybliżeniu równa $1/4$ długości fali sygnału. Aby uzyskać działanie układu akustycznego podobne do filtra pasmowego w pobliżu częstotliwości rezonansowej, do otworu wlotowego i wylotowego dołączono dwa filtry akustyczne zbudowane z elementów o długościach $\lambda/4$ i $\lambda/2$ (λ - długość fali akustycznej odpowiadająca częstotliwości modulacji strumienia świetlnego). Wzdłuż tej samej średnicy rezonatora, lecz po przeciwnej stronie jego osi symetrii, usytuowano uchwyt do dołączania mikrofonu pojemnościowego o średnicy $1/2''$. Szkic konstrukcyjny tej komory pokazano na rys. 2.1.

Komorę tego typu można stosować m. in. w fotoakustycznych układach pomiarowych przeznaczonych do wykrywania i monitorowania zawartości szkodliwych składników w powietrzu atmosferycznym.

Drugi z opracowanych modeli komory do badania właściwości gazów może pracować bądź jako układ otwarty, bądź jako komora z okienkami. Podobnie jak komora opisana wcześniej, wyposażony jest od strony wlotu i wylotu w filtry akustyczne zapewniające tłumienie hałasu wytwarzanego poza układem pomiarowym. Na zewnątrz filtrów akustycznych usytuowano króćce umożliwiające doprowadzanie i odprowadzanie gazu będącego obiektem analizy (w wariantcie pracy z okienkami). Szkic konstrukcyjny komory przedstawiono na rys. 2.2.

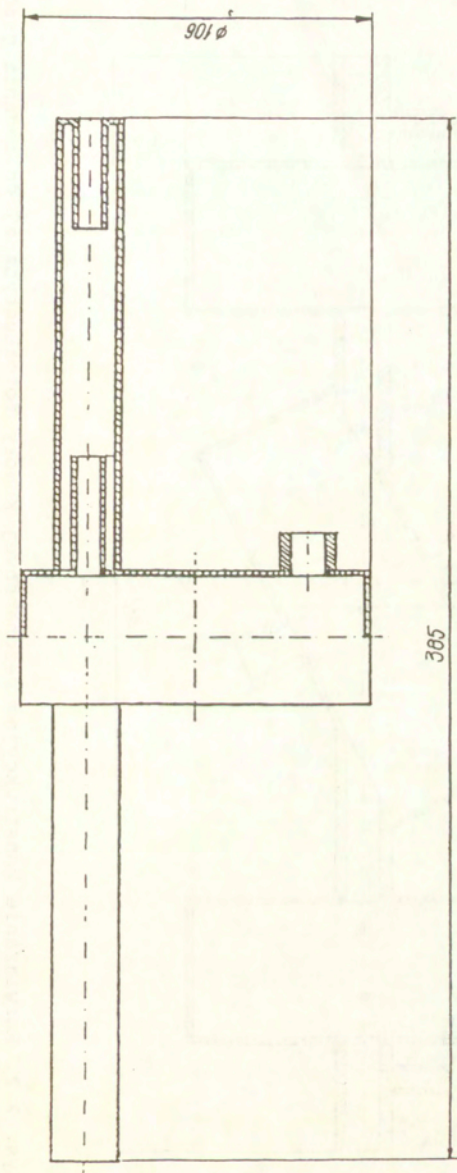
Zasadniczym elementem składowym tej komory jest rezonator cylindryczny o promieniu wewnętrznym 77 mm. Częstotliwość roboczą tego rezonatora wybrano jako odpowiadającą pierwszemu rezonansowi radialnemu, i jest ona równa ok. 2700 Hz. Kierunek przebiegu promienia świetlnego wewnątrz rezonatora wybrano tak, aby spełnione były równocześnie dwa warunki:

- promień świetlny - aby uzyskać maksymalnie efektywne wzbudzenie sygnału akustycznego - powinien przechodzić przez obszar, w którym drgania wybranego modu mają maksymalną amplitudę ciśnienia. W przypadku pierwszego modu radialnego są to punkty na osi symetrii rezonatora;

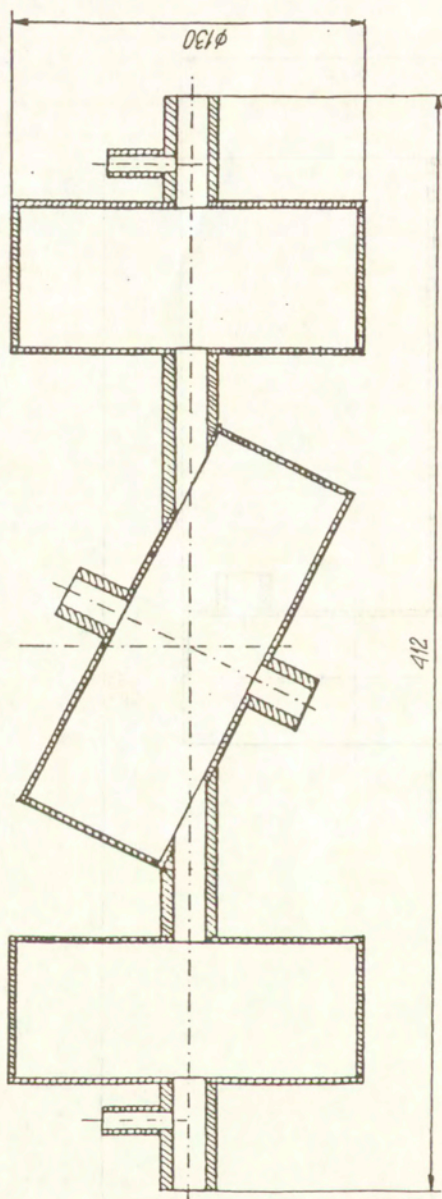
- równocześnie, aby zminimalizować zaburzenia rozkładu pola akustycznego wewnątrz rezonatora - otwory: wlotowy i wylotowy powinny być usytuowane w punktach węzłowych ciśnienia dla wybranego modu. Punkty te w rozpatrywanym przypadku znajdują się na powierzchni walca o promieniu równym ok. $2/3$ promienia rezonatora.

Aby spełnić te warunki, wybrano położenie rezonatora względem kierunku przebiegu promienia świetlnego w taki sposób, że oś symetrii rezonatora jest odchylona o kąt 25° od normalnej do promienia świetlnego.

Uchwyty do dołączania mikrofonów pomiarowych o średnicy $1/2$ " usytuowano na osi symetrii rezonatora, a więc w obszarze występowania maksimum ciśnienia akustycznego, co zapewnia maksymalizację stosunku sygnału użytecznego do zakłóceń akustycznych i elektrycznych.



Rys. 2.1. Rozwiązanie konstrukcyjne rezonansowej komory fotoakustycznej do badania gazów w układzie otwartym



Rys. 2.2. Rozwiązanie konstrukcyjne rezonansowej komory fotoakustycznej do badania gazów z cylindrycznymi filtrami akustycznymi

Zakończenie

Prace w zakresie komór fotoakustycznych są nadal intensywnie prowadzone w wielu zagranicznych ośrodkach badawczych. Jednym z głównych problemów jest dalsze zwiększanie wartości stosunku sygnału fotakustycznego do zakłóceń m.in. poprzez odpowiednią konstrukcję komory i przyjęcie nowych metod przetwarzania sygnałów. Przedstawione przykłady rozwiązań konstrukcyjnych komór fotoakustycznych do badania ciał stałych i gazów stanowią podstawę do rozpoczęcia badań eksperymentalnych dotyczących własności fizykochemicznych tych substancji. Są one także punktem wyjścia do dalszych prac teoretyczno-konstrukcyjnych w tej dziedzinie, z uwzględnieniem opracowań dotyczących komór fotoakustycznych do badania ośrodków ciekłych.

LITERATURA

1. Aamodt L.C., Murphy J.C., Parker J.G., *J. Appl. Phys.* **48**, 927 (1977).
2. Rosencwaig A., Gersho A., *J. Appl. Phys.* **47**, 64 (1976).
3. Parker J.G., *Appl. Opt.* **12**, 2974 (1973).
4. Morse P.M., Ingard K.U., *Theoretical Acoustics*, McGraw-Hill, New York 1968.
5. *American Institute of Physics Handbook*, McGraw-Hill, New York 1972.
6. Hess P., *Topics in Current Chem.*, **111**, 1 (1983).
7. Bernegger S., Sigrist M.W., *Appl. Phys. B*, **44**, 125 (1987).
8. Miklós A., Lőrincz A., *Appl. Phys. B*, **48**, 213 (1989).