5.17.10. — obciążenia jedno- i wieloosiowe

L. Dietrich, R. Kiryk
G. Socha, M. Śliwowski

IDENTYFIKACJA PLASTYCZNEJ ANIZOTROPII STOPU ALUMINIUM

26/1994

P.269

WARSZAWA 1994

http://rcin.org.pl

ISSN 0208-5658

Praca wpłynęła do Redakcji dnia 13 września 1994 r.

Instytut Podstawowych Problemów Techniki PAN
BIBLIOTEKA
56623

Na prawach rękopisu

Instytut Podstawowych Problemów Techniki PAN
Nakład 100 egz. Ark. wyd. 2,5 Ark. druk. 3,15
Oddano do drukarni we wrześniu 1994 r.

Wydawnictwo Spółdzielcze sp. z o.o.
Warszawa, ul. Jasna 1

http://rcin.org.pl

Lech DIETRICH
Romuald KIRYK
Grzegorz SOCHA
Marek ŚLIWOWSKI

Zakład Wytrzymałości Materiałów

IDENTYFIKACJA PLASTYCZNEJ ANIZOTROPII STOPU ALUMINIUM

Streszczenie

W pracy przedstawiono wyniki badań doświadczalnych w złożonych stanach naprężenia realizowanych na cienkościennych próbkach rurkowych poddanych różnym kombinacjom jednocześnie działającej siły osiowej (rozciągającej lub ściskającej) i dwukierunkowego momentu skręcającego. Próbki wykonano z wyciskanego, pełnego pręta ze stopu aluminum PA6.

Zasadniczym celem pracy było określenie rodzaju anizotropii plastycznej i wyznaczenie jej współczynników na podstawie badań w złożonych stanach naprężeń przy wykorzystaniu wielu próbek, z których każdą obciążano wzdłuż różnych, proporcjonalnych dróg w rozpatrywanej przestrzeni naprężeń. Do aproksymacji punktów doświadczalnych opisujących kształt i położenie powierzchni plastyczności materiału wykorzystano anizotropowy warunek plastyczności Misesa (1928) w wersji uwzględniającej efekt Bauschingera.

Przedstawiono również porównanie tak wyznaczonej powierzchni plastyczności materiału z powierzchniami otrzymanymi na podstawie stosowanego często, uproszczonego schematu badań, w którym wykorzystuje się tylko jedną próbkę obciążaną kolejno różnymi stanami naprężenia.

Wstęp

Badania doświadczalne w warunkach złożonego stanu naprężenia umożliwiają wyznaczenie kształtu i położenia przekroju powierzchni plastyczności materiału w rozpatrywanej przestrzeni naprężenia i tym samym umożliwiają wykrycie anizotropii plastycznej badanego materiału i wyznaczenie jej liczbowych parametrów definiujących geometryczny obraz powierzchni plastyczności. Badania w warunkach złożonego stanu naprężenia prowadzono w wielu laboratoriach badawczych na świecie, wykonywano zestawienia i przeglądy uzyskanych wyników, przy czym w co najmniej czterech z tego typu prac przeglądowych [1, 2, 3, 4] dokonano bardzo szczegółowej oceny i porównania różnych prac. Jednakże mimo, że prace te

http://rcin.org.pl

dotyczyły badań plastyczności metali, a uzyskane wyniki doświadczalne przedstawiano w postaci przekroju powierzchni plastyczności płaszczyzną związaną ze stanem naprężenia w próbce, to tylko niewielka liczba tych prac może stanowić podstawę identyfikacji anizotropii plastycznej materiałów. Jest to związane przede wszystkim z:

1. zakresem zmienności składowych stanu naprężenia ograniczonym zwykle warunkami technicznymi tak, że punkty doświadczalne nie wyznaczają całego przekroju powierzchni plastyczności, a tylko jego wycinek,
2. przyjętym sposobem prowadzenia badań, w którym często historia obciążania próbki przy kolejnych stanach naprężenia ma wpływ na wyniki badań,
3. dokładnością pomiarów i przyjętą definicją granicy plastyczności materiału,
4. wpływem warunków brzegowych obciążania próbki i wynikającym zaburzeniem jednorodności stanu naprężenia w jej części pomiarowej.

Czynniki te powodują, że wyniki badań doświadczalnych w warunkach złożonego stanu naprężenia prezentowane w różnych pracach są nieporównywalne ze sobą nie tylko pod względem ilościowym, ale również pod względem jakościowym, przejawiającym się w kształcie i położeniu rozpatrywanego przekroju powierzchni plastyczności. Można też wskazać przykłady wewnętrznej niespójności dotychczasowych wyników badań doświadczalnych w tym zakresie czy sprzeczności z innymi wynikami badań, które w istotny sposób ograniczają możliwość wyznaczenia na ich podstawie właściwości mechanicznych materiałów. Należy tu podkreślić, że w większości prezentowanych prac początkowa powierzchnia plastyczności była zwykle utożsamiana z warunkiem Hubera-Misesa, a w wyniku zadanej deformacji plastycznej obserwowano drastyczne zmiany zarówno kształtu, wymiarów jak i położenia wtórnej powierzchni plastyczności. Jako przykład takiej obserwacji zachowania się materiałów można tu wskazać cały szereg prac [5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13]. Należy jednak podkreślić, że fakt wyraźnej ewolucji powierzchni plastyczności pod wpływem wstępnej deformacji plastycznej obserwowany w tych pracach pozostaje w sprzeczności z brakiem zauważalnego wpływu znacznej

http://rcin.org.pl

deformacji plastycznej w trakcie procesu wytwarzania tego materiału na początkową powierzchnię plastyczności.

Jednym z bardzo istotnych czynników badań w warunkach złożonego stanu naprężenia jest przyjęty sposób wyznaczania poszczególnych punktów powierzchni plastyczności przy różnych stanach naprężenia. Generalnie można tu wyróżnić dwa sposoby, w pierwszym badania wykonywane są na jednej próbce obciążanej kolejno przy różnych stanach naprężenia, w drugim stosuje się wiele próbek, po jednej w każdym z kierunków obciążania. O ile w tym drugim przypadku wyniki badań są zależne od geometrycznych i materiałowych różnic pomiędzy próbkami, to przy wykorzystaniu pierwszego sposobu, obciążanie w kolejnym kierunku będzie obarczone wpływem wcześniejszej historii obciążania na poprzednich kierunkach. Wpływ ten jest zgodny z zachowaniem się materiału przy cyklicznych obciążeniach i mimo stosowanej w takich przypadkach minimalizacji deformacji plastycznej jakiej doznaje materiał przy kolejnym obciążaniu, może odgrywać istotną rolę zwłaszcza przy zmianie znaku jednej ze składowych naprężenia.

Badania w warunkach złożonego, płaskiego stanu naprężenia są często realizowane na cienkościennych próbkach rurkowych obciążanych jednocześnie siłą osiową i momentem skręcającym. Obciążając próbki różnymi kombinacjami siły rozciągającej bądź ściskającej i momentu skręcającego działającego w dwóch przeciwnych kierunkach można wyznaczyć wartości naprężeń odpowiadające umownej granicy plastyczności we wszystkich czterech ćwiartkach naprężeniowego układu współrzędnych, w którym przedstawiany jest obraz przekroju powierzchni plastyczności. Jest to istotna zaleta tego schematu obciążania próbki umożliwiająca poprawne wyznaczenie kształtu przekroju powierzchni plastyczności. Taki schemat obciążania przyjęto w niniejszej pracy. Wadą natomiast próbek rurkowych jest fakt niejednorodnego rozkładu naprężeń wzdłuż długości pomiarowej próbki, ściśle związany z warunkami brzegowymi wynikającymi z zamocowania próbki [14]. Uwidacznia się to zwłaszcza przy jednoosiowym ściskaniu i rozciąganiu próbki, której część pomiarowa jest zbyt krótka, w postaci nieliniowego zachowania się

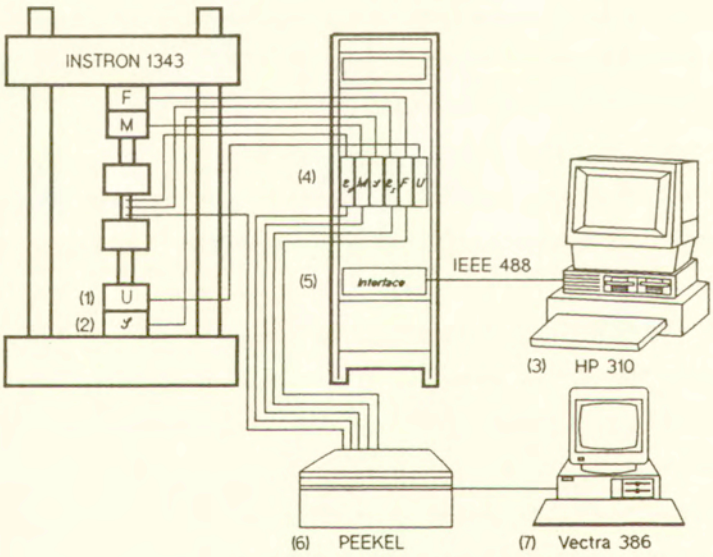
http://rcin.org.pl

próbki już w zakresie sprężystym. Nieuwzględnienie geometrycznej nieliniowości sprężystej może prowadzić do wypaczenia kształtu powierzchni plastyczności, na przykład w postaci jej wklęsłości jak przedstawiono w pracy [15].

Celem pracy jest wyznaczenie kształtu i wymiarów przekroju początkowej powierzchni plastyczności stopu aluminium określających jego cechy anizotropowe oraz określenie wpływu wspomnianych wyżej czynników ubocznych związanych z przyjętym sposobem badań na ich wyniki.

Stanowisko badawcze

Badania doświadczalne przeprowadzono na maszynie wytrzymałościowej *Instron 1343* umożliwiającej obciążanie próbek jednocześnie działającą siłą osiową i momentem skręcającym. Schemat stanowiska badawczego pokazano na rys.1.



Rys1. Schemat stanowiska badawczego

Dwa niezależne siłowniki hydrauliczne odpowiednio do ściskania lub rozciągania próbki (1) i do jej dwukierunkowego skręcania (2) są sterowane przy

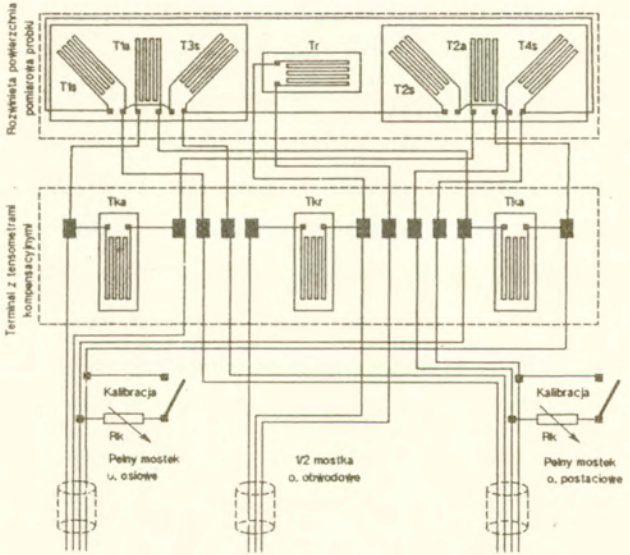
http://rcin.org.pl

pomocy automatycznego układu sterowania wyposażonego w komputer *Hewllet-Packard 310* (3). Sygnały przemieszczenia osiowego trawersy maszyny *u*, obrotu uchwytu mocującego próbkę φ, siły osiowej *F*, momentu skręcającego M_S oraz składowych odkształceń osiowych ε_{zz} i postaciowych $\varepsilon_{z\vartheta}$ z układów tensometrycznych naklejonych na powierzchni próbki są doprowadzone do komputera za pośrednictwem analogowych układów przetwarzających (4) i sprzęgu (5) wyposażonego w przetwornik analogowo-cyfrowy. Wykonany program sterowania maszyną zapewnia obciążanie próbki z żądaną prędkością poszczególnych składowych odkształceń i z zachowaniem stałego stosunku tych dwóch składowych odkształceń aż do osiągnięcia żądanej wartości intensywności odkształcenia plastycznego. W początkowej fazie obciążania próbki obliczany jest moduł sprężystości na podstawie punktów doświadczalnych zebranych w ustalonym z góry przedziale wartości naprężeń. Obciążanie zostaje zatrzymane jeśli różnica intensywności odkształceń całkowitych i intensywności odkształceń sprężystych, obliczonych jako iloraz intensywności naprężeń i wyznaczonego wcześniej modułu sprężystości, przekroczy zadaną wartość. Po spełnieniu tego warunku następuje zmiana parametru sterowania z odkształceń na siłę osiową i moment skręcający i próbka zostaje odciążona do zerowej wartości siły osiowej *F* i momentu skręcającego M_S. Oznacza to zakończenie próby dla danej proporcji pomiędzy składowymi odkształceń i zgromadzone w pamięci komputera dane dla dwóch składowych naprężeń i odkształceń dla obciążania i odciążania zostają zapisane na dyskietce. Różne odmiany wykonanego oprogramowania umożliwiają wykonanie jednego obciążenia próbki w zadanym kierunku rozpatrywanej przestrzeni odkształceń lub wielu kolejnych obciążeń i odciążeń w ustalonych z góry kierunkach.

Wykorzystywane stanowisko badawcze wyposażono w drugi układ akwizycji i gromadzenia danych pomiarowych (6) pracujący niezależnie od komputera sterującego (5). Jest to wielokanałowy system pomiarowy firmy *Peekel*, który poza czterema analogowymi sygnałami napięciowymi odpowiadającymi wartościom σ_{zz}, $\tau_{z\vartheta}$, ε_{zz} i $\varepsilon_{z\vartheta}$, zbieranym ze sterowników maszyny *Instron* służy do zbierania

http://rcin.org.pl

sygnałów odkształceń obwodowych próbki z dodatkowego układu dwóch tensometrów połączonych półmostkowo, z których jeden naklejono w kierunku obwodowym w środkowej części długości pomiarowej próbki, a drugi tensometr kompensacyjny naklejono na tulei nałożonej na części chwytowej próbki. System pomiarowy *Peekel* był bezpośrednio sprzęgnięty z komputerem *Vectra 386* (7), który zapewniał rejestrację wyników pomiarów na twardym dysku oraz bieżącą wizualizację przebiegu wszystkich pięciu zmiennych jako funkcji czasu. Częstotliwość próbkowania w tym systemie pomiarowym zapewniała 5 pomiarów na sekundę, co przy stosowanej prędkości odkształcenia równej $5 \cdot 10^{-5}\ s^{-1}$ dawało około 1000 punktów pomiarowych dla każdej z pięciu rejestrowanych zmiennych w pełnym cyklu obciążenia i odciążenia na danym kierunku.



Rys.2 Tensometryczny układ do pomiaru odkształceń

Schemat tensometrycznych układów do pomiaru trzech składowych odkształcenia i rozmieszczenie poszczególnych tensometrów pokazano na rozwiniętej powierzchni pomiarowej próbki na rys. 2. Cztery tensometry naklejone w

http://rcin.org.pl

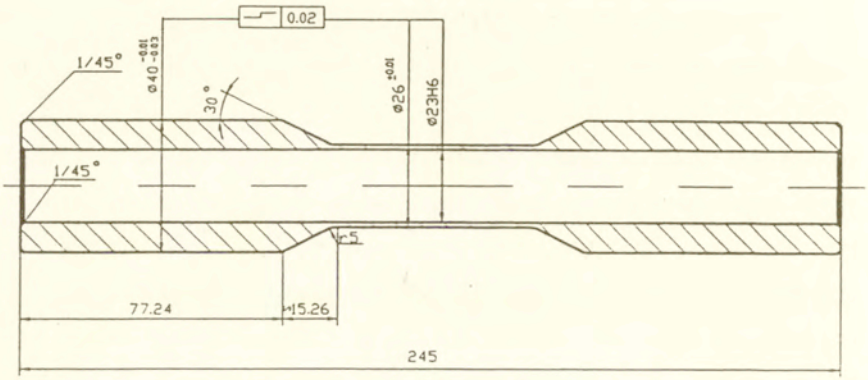
dwóch kierunkach pod kątami 45° do osi próbki stanowiły pełnomostkowy układ do pomiaru odkształceń postaciowych $\varepsilon_{z\vartheta}$, odkształcenia osiowe ε_{zz} mierzono przy pomocy pełnomostkowego układu czterech tensometrów, z których dwa naklejone po przeciwnych stronach próbki były tensometrami czynnymi, a dwa kompesujące zmiany temperatury naklejono na tulei o takiej samej grubości ścianki jak próbka. Te dwa pełnomostkowe układy tensometryczne do pomiaru odkształceń $\varepsilon_{z\vartheta}$ i ε_{zz} włączone były do systemu pomiarowego maszyny *Instron* i kalibrowano je przy pomocy dodatkowego precyzyjnego mostka tensometrycznego firmy *Hottinger typ UGR 60* tak, aby maksymalnemu sygnałowi sterowania o wartości *10 V* odpowiadało odkształcenie równe *0,5%*. Uwzględniając dokładność układu pomiarowego maszyny *Instron* równą *0,001 V*, rozdzielczość pomiaru odkształceń ε_{zz} i $\varepsilon_{z\vartheta}$ wynosiła $5 \cdot 10^{-7}$. Pomiar odkształceń obwodowych $\varepsilon_{\vartheta\vartheta}$ realizowano przy pomocy półmostkowego układu tensometrycznego składającego się z dwóch tensometrów, z których jeden naklejony był w środkowej części na powierzchni próbki, a tensometr kompensacyjny naklejono na wspomnianej wyżej tulei. Ten półmostkowy układ do pomiaru odkształceń $\varepsilon_{\vartheta\vartheta}$ połączony był bezpośrednio do systemu pomiarowego firmy *Peekel*, który zapewniał rozdzielczość równą $5 \cdot 10^{-6}$.

Pomiar obciążeń działających na próbkę realizowano przy pomocy dynamometrów tensometrycznych o nominalnej nośności *100 kN* dla siły osiowej i *1000 Nm* dla momentu skręcającego. Zapewniało to rozdzielczość pomiaru obciążeń równą *100 N* i *1 Nm* odpowiednio dla siły osiowej i momentu skręcającego.

Opis próbki i sposobu przeprowadzenia badań

Badania przeprowadzono na próbkach rurkowych, których kształt i wymiary pokazano na rys.3, wytoczonych z pełnego pręta o średnicy *45 mm* ze stopu aluminium o symbolu PA6 (według normy polskiej) i o następującym składzie chemicznym: *{Cu - 3.8÷ 4.8%, Mg - 0.4÷ 1.1%, Mn -0.4÷ 1%}*. Próbki badano w stanie dostawy bez dodatkowej obróbki cieplnej.

http://rcin.org.pl



Rys.3 Kształt i wymiary stosowanej próbki rurkowej

Długość i średnicę części chwytowej dostosowano do wymiarów tulei zaciskowej uchwytów mocujących firmy *Instron*. Na końcach próbek wsuwane były czopy zapobiegające nadmiernej zmianie średnicy wewnętrznej części chwytowej w trakcie mocowania próbki.

Składowe stanu naprężenia określano w odniesieniu do początkowych wymiarów próbki na podstawie znanych i powszechnie stosowanych wzorów. Naprężenie osiowe wynosi:

$$\sigma_{zz} = \frac{4 \cdot F}{\pi \cdot (D_o^2 - d_o^2)} \tag{1}$$

gdzie F - siła osiowa działająca na próbkę, D_O - początkowa średnica zewnętrzna na długości pomiarowej próbki, d_O - początkowa średnica wewnętrzna na długości pomiarowej próbki.

Naprężenie styczne odniesione do zewnętrznej średnicy próbki D_O wynosi:

$$\tau_{z\vartheta} = \frac{16 \cdot M_s \cdot D_o}{\pi \cdot (D_o^4 - d_o^4)} \tag{2}$$

gdzie M_S - moment skręcający próbkę.

Składowe odkształceń osiowych ε_{zz}, postaciowych $\varepsilon_{z\vartheta}$ i obwodowych $\varepsilon_{\vartheta\vartheta}$ mierzono bezpośrednio na próbce przy pomocy układów tensometrycznych.

http://rcin.org.pl

Odkształcenia po grubości ścianki próbki ε_{rr} przyjmowano jako równe wartości $\varepsilon_{\vartheta\vartheta}$. Wartość współczynnika Poissona ν w zakresie plastycznym obliczano jako stosunek odkształceń obwodowych do osiowych, a w programie sterującym, gdzie bieżąca wartość odkształceń obwodowych nie była dostępna, wykorzystywano średnią wartość współczynnika Poissona dla danego zakresu odkształceń plastycznych określoną dla tego materiału w badaniach wstępnych. Wartości efektywnego naprężenia i odkształcenia określano w pierwszym przybliżeniu ze znanych związków wynikających z warunku plastyczności Hubera-Misesa i związanej z nim miary efektywnych odkształceń wynikającej z drugiego niezmiennika tensora odkształcenia w postaci:

$$\sigma_e = \sqrt{\sigma_{zz}^2 + 3 \cdot \tau_{z\vartheta}^2} \tag{3}$$

$$\varepsilon_e = \sqrt{\varepsilon_{zz}^2 + \frac{3}{(1+\nu)^2} \cdot \varepsilon_{z\vartheta}^2} \tag{4}$$

Przyjęcie w pierwszym przybliżeniu powyższych zależności obowiązujących dla materiału izotropowego podlegającego warunkowi Hubera-Misesa nie stanowi ograniczenia zakresu badań, których celem jest wyznaczenie postaci warunku plastyczności. Zależności (3) i (4) są wykorzystywane w programie sterującym maszyną wytrzymałościową jedynie do zatrzymania obciążania próbki, gdy plastyczna część wielkości określonej związkiem (4) osiągnie określoną wartość. Natomiast w trakcie doświadczenia rejestrowane są poszczególne składowe naprężenia i odkształcenia jako funkcje czasu, które są podstawowymi wielkościami fizycznymi i na ich podstawie są dalej, po zakończeniu eksperymentu przeliczane składowe naprężenia jako funkcje odpowiadających odkształceń.

Długość walcowej części pomiarowej wynosi *60 mm* i wynika z jednej strony z ograniczenia całkowitej długości próbki związanego z możliwościami wykonania otworu wewnętrznego, a z drugiej strony z danej długości części chwytowej próbki. Stosunek długości części pomiarowej próbki do jej średnicy wewnętrznej wynosił więc $L_0/d_0=2,7$. Podobne wartości stosunku długości części pomiarowej do średnicy

http://rcin.org.pl

przyjęto w pracach [16, 12, 17] (odpowiednio *2,18; 2,3; 2,7*). Stosowano również próbki bardzo krótkie [18], w których stosunek długości pomiarowej do średnicy wynosił *0,55*, jak również próbki znacznie dłuższe, w których L_O/d_O wynosiło *4* [14] lub przekraczało wartość *7* [15, 19]. Równomierność rozkładu naprężeń i odkształceń po długości próbki związana ze zmianą kształtu próbki przy jej ściskaniu lub rozciąganiu zależy bezpośrednio od stosunku długości do średnicy próbki. Więzy części chwytowej próbki powodujące ograniczenie możliwości zmiany średnicy w trakcie jej ściskania lub rozciągania są przyczyną beczkowatego lub klepsydrowatego sposobu deformacji próbki. Efekt ten występuje zawsze, a stopień nierównomierności rozkładu odkształceń obwodowych po długości próbki jest tym większy im mniejsza jest długość pomiarowa próbki. Jest to przyczyną nieliniowości geometrycznej rejestrowanych zależności sił jako funkcji odkształceń próbki, która powinna być uwzględniana przy określaniu zależności naprężenie - odkształcenie badanego materiału. Nierównomierność rozkładu naprężeń po długości próbki jest zaniedbywalna dopiero gdy długość próbki jest dziesięć razy większa od jej średnicy [14].

W pracy realizowano dwa sposoby wyznaczania punktów doświadczalnych reprezentujących powierzchnię plastyczności materiału. W pierwszym przygotowano 16 jednakowych próbek, z których każdą obciążano przy innym stosunku dwóch składowych odkształcenia tak, aby uzyskać punkty doświadczalne równomiernie rozłożone w przestrzeni $\sigma_{zz} - \tau_{z\theta}$ zarówno dla dodatnich jak i ujemnych wartości naprężeń.

W sposobie drugim, który ze względu na prostotę realizacji był najczęściej stosowany przy wyznaczaniu powierzchni plastyczności, jedną próbkę obciążano sekwencyjnie w różnych kierunkach obciążania tak, aby uzyskać 16 punktów doświadczalnych równomiernie rozłożonych na płaszczyźnie $\sigma_{zz} - \tau_{z\theta}$. W pracy w tym drugim sposobie wyznaczania powierzchni plastyczności wykorzystano cztery próbki i dla każdej z nich przyjmowano inny kierunek pierwszego obciążenia. W pierwszej próbce obciążanie zaczynano od jednoosiowego rozciągania, w drugiej od

http://rcin.org.pl

jednoosiowego skręcania, w trzeciej od jednoosiowego ściskania, a w czwartej od jednoosiowego skręcania odwrotnego w stosunku do pierwszego obciążenia próbki drugiej. Efektywne odkształcenia plastyczne jakich doznaje próbka na każdym kierunku obciążenia były ograniczone w tym drugim sposobie określania powierzchni plastyczności do wartości $5 \cdot 10^{-5}$.

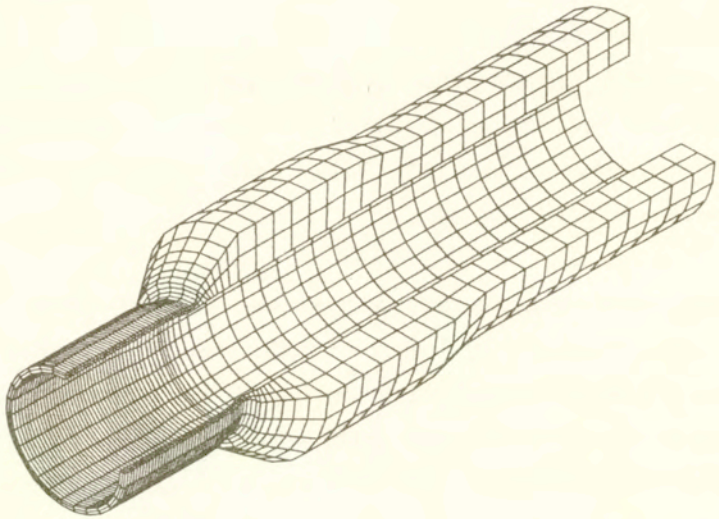
Porównanie wyników badań doświadczalnych dla tych dwóch różnych sposobów badań będzie stanowić podstawę oceny możliwości stosowania techniki wielokrotnego obciążania jednej próbki w celu określenia położenia i wymiarów przekroju powierzchni plastyczności.

Deformacja próbki i sposób określania umownych granic plastyczności

Jednorodność stanu naprężenia i odkształcenia w części pomiarowej próbki zakłócona jest więzami wynikającymi ze zwiększenia sztywności próbki w części chwytowej jak i z deformacji tej części pod działaniem naprężeń wywołanych przez głowice mocujące próbkę. Oba te elementy związane z warunkami brzegowymi powodują zakłócenie jednorodności stanu naprężenia i odkształcenia w części pomiarowej próbki co objawia się nieliniowym przebiegiem obciążeń jako funkcji składowych odkształceń. Hydrauliczne głowice firmy *Instron* działają jak stożkowe tuleje zaciskowe, przy czym promieniowo wywierane naprężenia na części chwytowej muszą być tak duże, aby zapewnić bezpoślizgowe przeniesienie obciążeń na część pomiarową próbki. Te znaczne co do wartości naprężenia promieniowe działające na zewnętrznej powierzchni części chwytowej próbki na całej jej długości włożonej w uchwyt prowadzą do deformacji tej części i powstania imperfekcji geometrycznej na części pomiarowej w najbliższym otoczeniu części chwytowej w postaci nieznacznego wyoblenia powierzchni walcowej uwidocznionego na rys.4 ilustrującego wyniki numerycznego symulowania oddziaływania uchwytów mocujących na próbkę. Obliczenia wykonano metodą elementów skończonych przy pomocy programu *Abaqus*, zakładając że próbka jest obciskana na zewnętrznym

http://rcin.org.pl

obwodzie naprężeniami promieniowymi o wartości *200 MPa* oraz zakładając zerowe przemieszczenia promieniowe na wewnętrznym obwodzie otworu próbki.

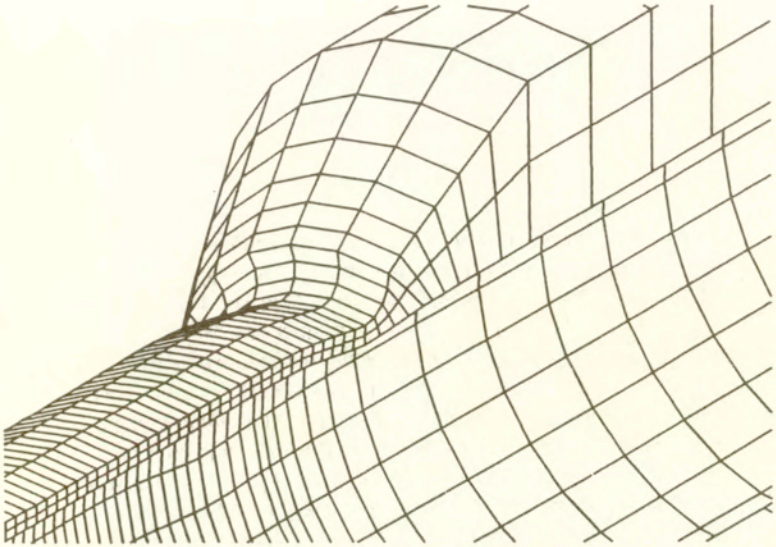


Rys.4a Wynik numerycznej symulacji deformacji próbki po zaciśnięciu w uchwytach mocujących

Pokazany na rys.4b kształt utworzonej imperfekcji został uwypuklony dzięki powiększeniu 20000 razy skali przemieszczeń w stosunku do wymiarów liniowych. Powstanie takiej imperfekcji przyczynia się niewątpliwie do zmiany rozkładów naprężeń i odkształceń w części pomiarowej próbki oraz ogranicza zakres odkształceń jakim może być ta próbka poddana. Zniszczenie próbki następuje bowiem w wyniku rozwoju tej imperfekcji utworzonej w momencie zamocowania próbki. Ilustruje to zdjęcie próbki (rys.5) poddanej jednoosiowemu ściskaniu, przy 14

http://rcin.org.pl

którym wystąpiła utrata stateczności i widoczne gołym okiem wyoblenie powierzchni próbki w miejscu tej początkowej imperfekcji przy średnich odkształceniach osiowych około *0,8%* .



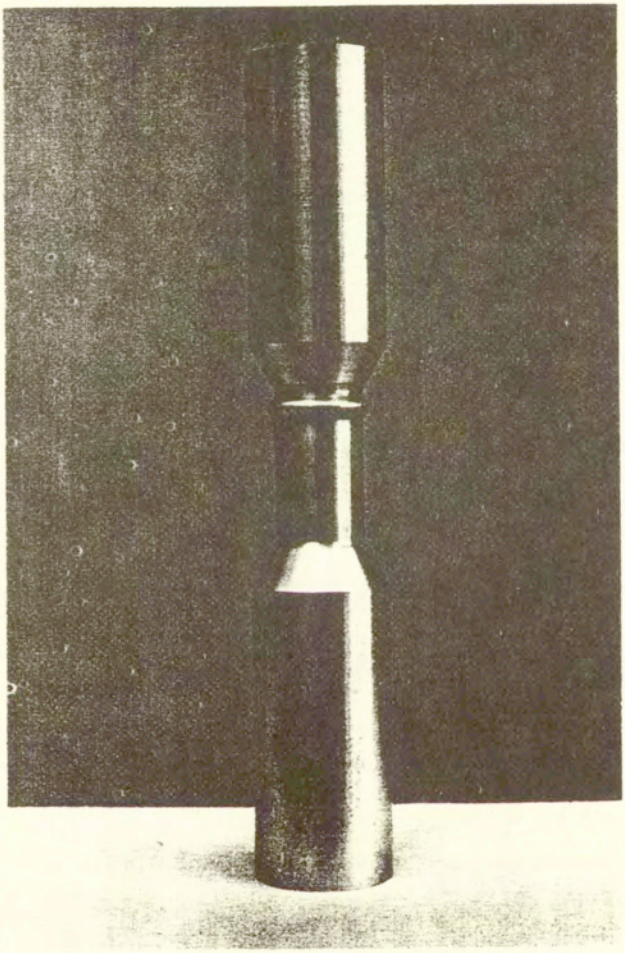
Rys.4b Powiększony obraz deformacji prórki z rys.4a w obszarze przejścia od części chwytowej do części pomiarowej

Dla oceny jak wpływa zamocowanie próbki i jej warunki brzegowe na przebieg wykresów naprężenie-odkształcenie porównano wyniki dla dwóch próbek rurkowych otrzymane odpowiednio przy jednoosiowym rozciąganiu i ściskaniu do odkształceń przekraczających zakres sprężysty.

Pokazane na rys.6 krzywe rozciągania (rys.6a) i ściskania (rys.6b) jako funkcje całkowitych odkształceń zmierzonych przy pomocy tensometrów

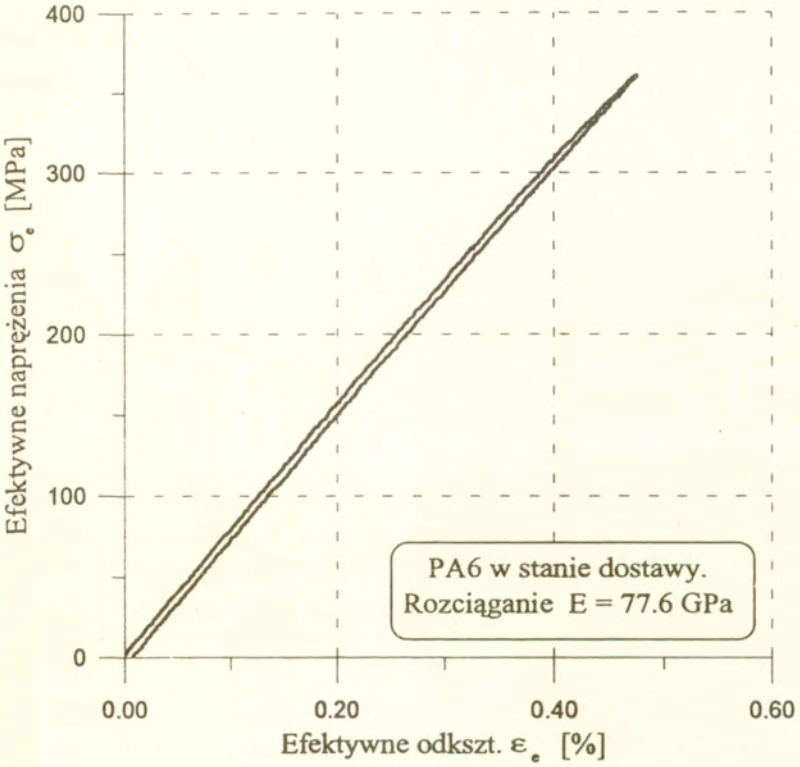
http://rcin.org.pl

elektrooporowych naklejonych w środkowej części próbki nie wykazują dostrzegalnych odchyleń od liniowości w zakresie sprężystym przy obciążaniu jak i przy odciążaniu.



Rys.5 Zdjecie próbki ilustujące rozwój imperfekcji pokazanej na rys.4 pod wpływem jednoosiowego ściskania

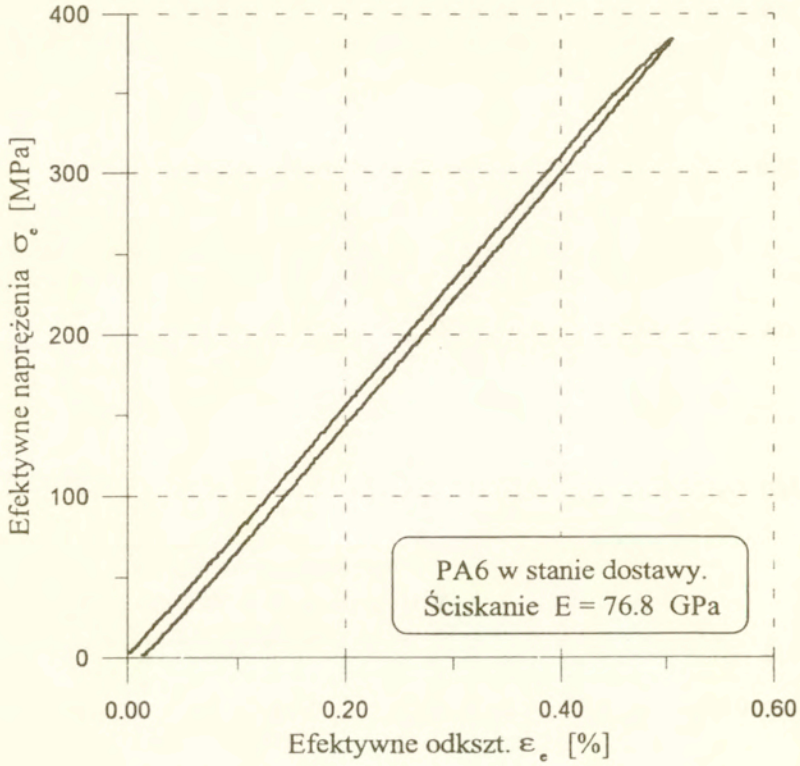
http://rcin.org.pl



Rys.6a Wykres obciążania i odciążania przy jednoosiowym rozciąganiu

Dopiero przedstawienie, zgodnie z opisaną wcześniej procedurą przyjętą w pracy do wyznaczania naprężeń uplastyczniających, naprężeń osiowych jako funkcji odkształceń plastycznych pozwala na uwypuklenie nieliniowego przebiegu wykresu w zakresie sprężystym wynikającego ze zmian geometrycznych próbki w trakcie obciążania. Wykresy dla rozciągania i ściskania próbki pokazano na jednym rysunku 7 dla uwypuklenia symetryczności wpływu geometrycznej nieliniowości przy obciążaniu w przeciwnych kierunkach. Moduł sprężystości wyznaczono jako wartość pochodnej, dla zerowych naprężeń, funkcji drugiego stopnia aproksymującej punkty doświadczalne dla odciążania wyznaczonej metodą najmniejszych kwadratów.

http://rcin.org.pl

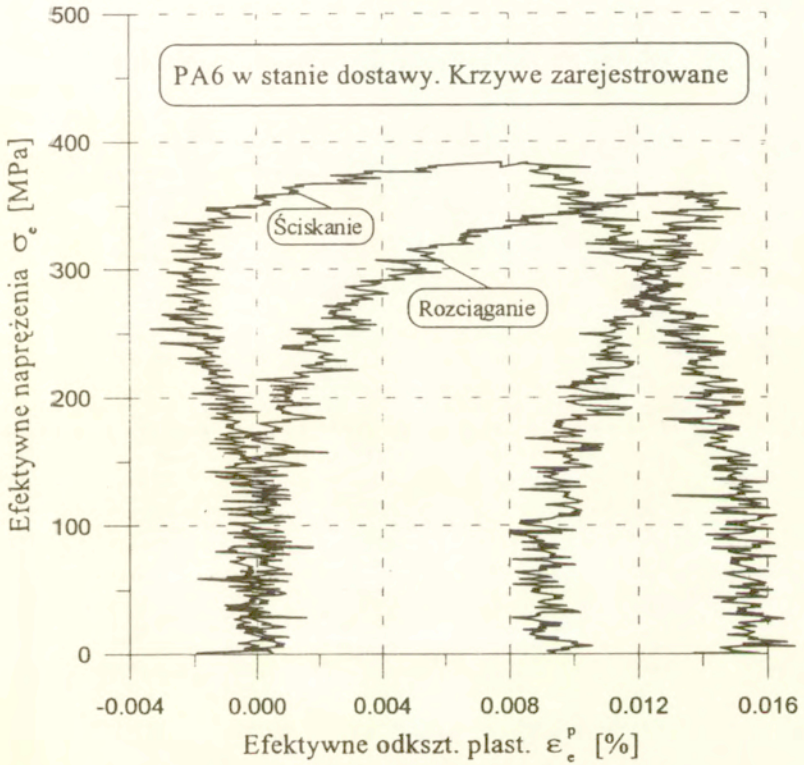


Rys.6b Wykres obciążania i odciążania przy jednoosiowym ściskaniu

Na wykresach tych widoczne są szumy układów elektronicznych wynoszące w stosunku do osi odkształceń $\pm 8 \cdot 10^{-6}$ oraz nieliniowy przebieg zależności naprężenie-odkształcenie skierowany w przeciwnych kierunkach w zależności od kierunku obciążania powodujący zmniejszenie lub zwiększenie odkształceń w stosunku do przebiegu liniowego o około $4 \cdot 10^{-5}$ przy naprężeniach około *350 MPa*. Jest to efekt charakterystyczny dla próbek rurkowych poddanych jednoosiowemu ściskaniu lub rozciąganiu, który nie był zwykle uwzględniany nawet wówczas, gdy był wyraźnie widoczny na prezentowanych wykresach [20]. Nieliniowość ta chociaż niedostrzegalna na wykresie naprężeń jako funkcji całkowitych odkształceń może powodować znaczne błędy przy wyznaczaniu wartości naprężeń odpowiadających

http://rcin.org.pl

określonej wartości trwałych odkształceń, zwłaszcza przy małych wartościach tych odkształceń nie przekraczających *0,01%* .

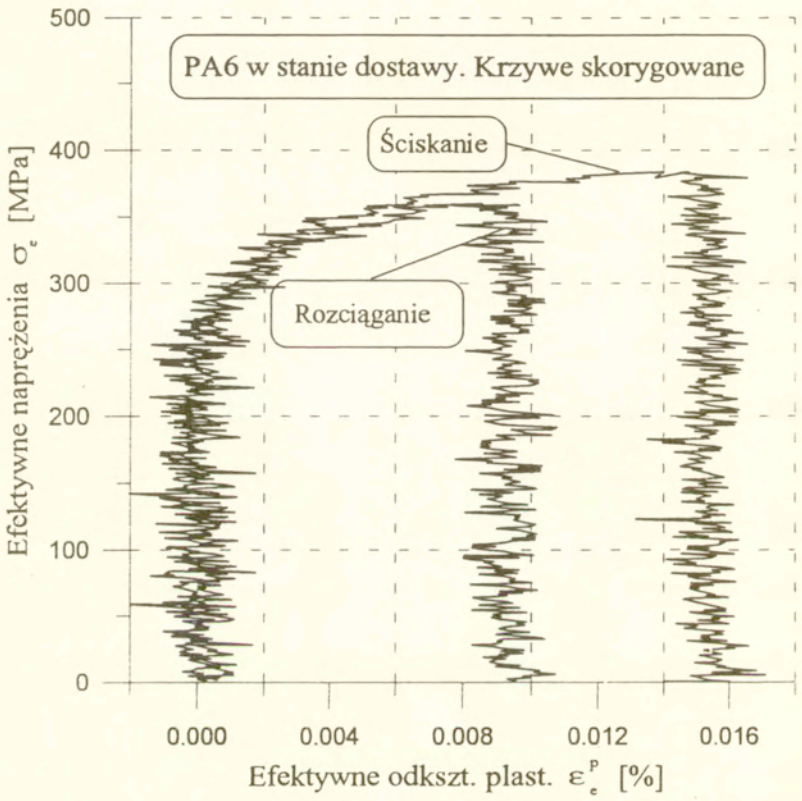


Rys.7 Przebiegi obciążania i odciążania zarejestrowane w trakcie jednoosiowego rozciągania i ściskania

Dla wyeliminowania wpływu nieliniowości geometrycznej powstającej przy odkształcaniu stosowanej w pracy próbki opracowano algorytm numeryczny do obliczania wartości odkształceń plastycznych dla danej wartości naprężeń na podstawie zarejestrowanego przebiegu doświadczalnego obarczonego wpływem nieliniowości sprężystej próbki. Jak już wyżej wspomniano zarejestrowany przebieg

http://rcin.org.pl

odciążania próbki aproksymowano funkcją drugiego stopnia i moduł sprężystości określano jako wartość pochodnej dla zerowych naprężeń.

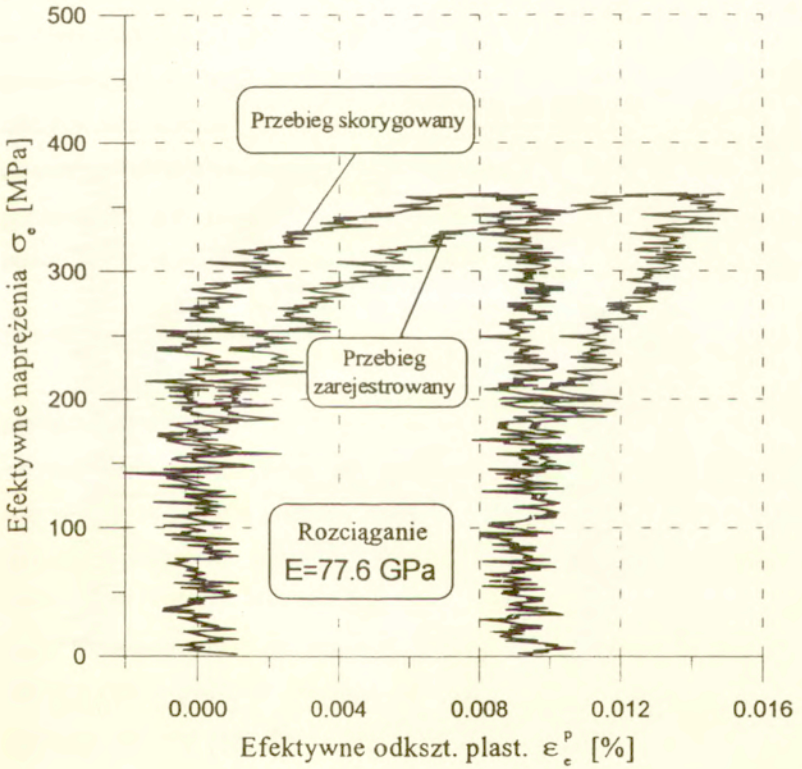


Rys.8 Przebiegi obciążania i odciążania dla jednoosiowego rozciągania i ściskania po uwzględnieniu nieliniowych odkształceń sprężystych

Następnie wyznaczano funkcję poprawkową zdefiniowaną jako róznica zarejestrowanych odkształceń całkowitych przy odciążaniu i odkształceń obliczonych na podstawie określonego wcześniej modułu sprężystości. Uwzględnienie tak określonej funkcji poprawkowej dla punktów doświadczalnych przy obciążaniu umożliwia odseparowanie odkształceń plastycznych i odkształceń nieliniowej

http://rcin.org.pl

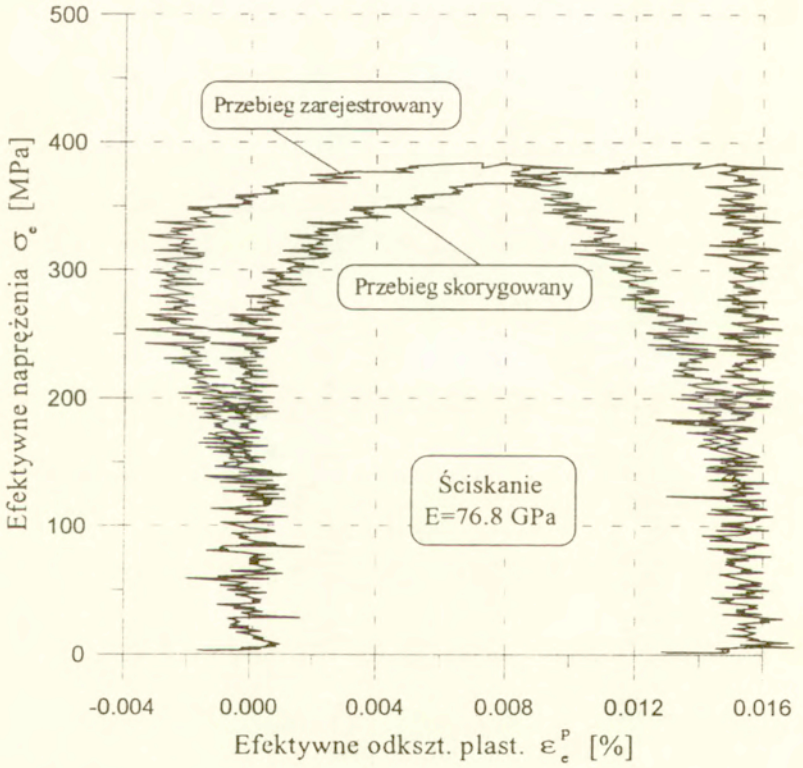
sprężystości, a wykresy naprężeń jako funkcji odkształceń plastycznych można łatwo sprowadzić do postaci pokazanej na rys.8. Wykresy te odpowiadają wykresom z rys.7 dla jednoosiowego rozciągania i ściskania po wyeliminowaniu nieliniowych odkształceń sprężystych. Procedura ta umożliwia poprawne określenie odkształceń sprężystych potwierdzone widocznym na rys.8 prostoliniowym przebiegiem odciążania i początkowej fazy obciążania, oraz umożliwia wyznaczenie przebiegu krzywej naprężenień jako funkcji odkształceń plastycznych charakteryzującego materiał.



Rys.9 Wpływ nieliniowych odkształceń sprężystych na przebieg wykresu przy jednoosiowym rozciąganiu

http://rcin.org.pl

Dla uwidocznienia wpływu efektu nieliniowości geometrycznej na wartość umownej granicy plastyczności odpowiadającej określonej wartości odkształceń plastycznych wykres zarejestrowany przy rozciąganiu próbki nałożono na wykres przetworzony, po wyeliminowaniu wpływu nieliniowości geometrycznej według przedstawionej wyżej procedury numerycznej (rys.9). Widać tu wyraźnie, że róznica umownych granic plastyczności odpowiadająca odkształceniu plastycznemu $5 \cdot 10^{-5}$ dla tych dwóch wykresów wynosi około *50MPa*.



Rys.10 Wpływ nieliniowych odkształceń sprężystych na przebieg wykresu przy jednoosiowym ściskaniu

http://rcin.org.pl

Podobny rezultat uzyskuje się również przy ściskaniu próbki (rys.10), przy czym nieliniowość geometryczna powoduje wówczas nie obniżenie, ale podwyższenie wartości umownej granicy plastyczności. Są to bardzo znaczne różnice, które wpływają w sposób zasadniczy na kształt i położenie powierzchni plastyczności, tak że wpływ nieliniowości geometrycznej musi być zawsze uwzględniany w tego typu badaniach na cienkościennych próbkach rurkowych. Oczywiście z fizycznego punktu widzenia należy dążyć do minimalizacji wpływu zamocowania próbki, ale jego całkowite wyeliminowanie praktycznie nie jest możliwe i stosowanie przedstawionej procedury numerycznej do eliminacji nieliniowości sprężystej charakteryzującej przecież próbkę, a nie sam materiał okazało się bardzo użyteczne. Co więcej można przypuszczać, że właśnie nieuwzględniony wpływ nieliniowości geometrycznej odkształcania próbek rurkowych stanowił przyczynę tak odmiennych kształtów powierzchni plastyczności przedstawianych w różnych pracach, a zwłaszcza w tych przypadkach gdy powierzchnie te wyznaczano przy małych odkształceniach plastycznych gdzie wpływ ten jest szczególnie wyraźny.

Postać warunku plastyczności

Punkty doświadczalne dla przyjętej wartości efektywnych odkształceń plastycznych określone z krzywych naprężenie - odkształcenie dla różnych kierunków dróg obciążenia wyznaczają przekrój powierzchni plastyczności odpowiadającej przyjętej definicji granicy plastyczności. Punkty te określają kształt, wymiary i położenie rozpatrywanego przekroju powierzchni plastyczności na płaszczyźnie naprężeń osiowych σ_{zz} i naprężeń stycznych $\tau_{z\theta}$. Zgodnie z przyjętą w pracy procedurą próbki obciążano wzdłuż proporcjonalnych dróg na kierunkach równomiernie rozłożonych w przestrzeni $\sigma_{zz} - \tau_{z\theta}$ zarówno dla dodatnich jak i ujemnych wartości obu składowych naprężeń. Na podstawie tak wyznaczonych punktów doswiadczalnych obliczano współczynniki przyjętej postaci anizotropowego warunku plastyczności z warunku, aby suma kwadratów odległości punktów doświadczalnych od krzywej aproksymacji osiągała minimum. Do obliczeń wartości

http://rcin.org.pl

współczynników anizotropii przyjęto kwadratowy warunek anizotropowy R.v.Misesa [21] w postaci przedstawionej przez W.Szczepińskiego [22] z uwzględnieniem liniowych członów wszystkich składowych naprężeń. Warunek w tej postaci uwzględnia efekt Bauschingera i w ogólnym przypadku wyrażony jest następującym związkiem:

$$\begin{aligned} f(\sigma_{ij}) = {} & k_{12}(\sigma_x-\sigma_y)^2+k_{23}(\sigma_y-\sigma_z)^2+k_{31}(\sigma_z-\sigma_x)^2+ \\ & +2\tau_{xy}\left[k_{16}(\sigma_z-\sigma_x)+k_{26}(\sigma_z-\sigma_y)\right]+ \\ & +2\tau_{yz}\left[k_{24}(\sigma_x-\sigma_y)+k_{34}(\sigma_x-\sigma_z)\right]+ \\ & +2\tau_{zx}\left[k_{35}(\sigma_y-\sigma_z)+k_{15}(\sigma_y-\sigma_x)\right]+ \\ & +k_{44}\cdot\tau_{yz}^2+k_{55}\cdot\tau_{zx}^2+k_{66}\cdot\tau_{xy}^2+ \\ & -b_{12}(\sigma_x-\sigma_y)-b_{23}(\sigma_y-\sigma_z)-b_{31}(\sigma_z-\sigma_x)+ \\ & +b_{44}\cdot\tau_{yz}+b_{55}\cdot\tau_{zx}+b_{66}\cdot\tau_{xy}=1 \end{aligned} \tag{5}$$

W rozpatrywanym przypadku płaskiego stanu naprężenia gdy jedynymi niezerowymi składowymi są naprężenia osiowe σ_{zz} i naprężenie scinające $\tau_{z\vartheta}$ powyższy warunek uplastycznienia materiału o cechach anizotropowych sprowadza się, po zmianie oznaczeń osi x, y, z na ϑ, r, z do postaci:

$$f(\sigma_{ij}) = (k_{23}+k_{31})\sigma_{zz}^2-2\cdot k_{35}\cdot\tau_{z\vartheta}\cdot\sigma_{zz}+k_{55}\cdot\tau_{z\vartheta}^2+(b_{23}-b_{31})\sigma_{zz}+b_{55}\cdot\tau_{z\vartheta}=1 \tag{6}$$

Jest to pełne równanie krzywej drugiego stopnia uwzględniające przesunięcie środka elipsy w stosunku do początku przyjętego układu współrzędnych oraz pochylenie osi elipsy w stosunku do początku przyjętego układu współrzędnych. Równanie krzywej drugiego stopnia przedstawiane jest zwykle w następującej postaci:

$$A\cdot\sigma_{zz}^2+2\cdot B\cdot\sigma_{zz}\cdot\tau_{z\vartheta}+C\cdot\tau_{z\vartheta}^2+2\cdot D\cdot\sigma_{zz}+2\cdot E\cdot\tau_{z\vartheta}=1 \tag{7}$$

gdzie współczynniki A i D są określone następującymi związkami jako funkcje bezwzględnych wartości granic plastyczności na rozciągania Y_z i na ściskanie Z_z w kierunku osi próbki:

$$A=\frac{1}{Y_z\cdot Z_z}\;;\qquad D=\frac{1}{Y_z}-\frac{1}{Z_z} \tag{8}$$

http://rcin.org.pl

a współczynniki C i E sa określone następującymi związkami jako funkcje bezwzględnych wartości granic plastyczności przy ścinaniu $R_{z\theta}$ wywołującym dodatnie naprężenia $\tau_{z\theta}$ oraz $S_{z\theta}$ wywołującym ujemne naprężenia $\tau_{z\theta}$:

$$C = \frac{1}{R_{z\theta} \cdot S_{z\theta}} \quad ; \quad E = \frac{1}{R_{z\theta}} - \frac{1}{S_{z\theta}} \tag{9}$$

Współczynnik B, który jest proporcjonalny do obrotu przekroju powierzchni plastyczności względem układu współrzędnych σ_{zz} - $\tau_{z\theta}$ nie ma tak prostej interpretacji fizycznej jak pozostałe współczynniki i może być wyznaczony jedynie na podstawie doświadczeń w złożonym stanie naprężenia.

Wymiary geometryczne elipsy powyższego warunku plastyczności dla materiałów anizotropowych wyrażają się następującymi zależnościami jako funkcje współczynników krzywej drugiego stopnia:

- współrzędne środka elipsy:

$$\alpha_\sigma = \frac{B \cdot E - C \cdot D}{\delta} \quad ; \quad \alpha_\tau = \frac{B \cdot D - A \cdot E}{\delta} \tag{10}$$

- kąt obrotu osi elipsy w stosunku do układu współrzędnych σ_{zz} - $\tau_{z\theta}$:

$$\phi = \frac{1}{2} \cdot \arctan\left(\frac{2 \cdot B}{A - C}\right) \tag{11}$$

- wielka i mała półoś elipsy:

$$a = \sqrt{-\frac{\Delta}{a' \cdot \delta}} \quad ; \quad b = \sqrt{-\frac{\Delta}{b' \cdot \delta}} \tag{12}$$

gdzie oznaczono:

$$\Delta = A \cdot C + 2 \cdot B \cdot D \cdot E - C \cdot D^2 - A \cdot E^2 - B^2; \qquad \delta = A \cdot C - B^2 \tag{13}$$

oraz:

$$a' = \frac{1}{2}\left(A - C + \sqrt{(A-C)^2 + 4B^2}\right); \quad b' = \frac{1}{2}\left(A - C - \sqrt{(A-C)^2 + 4B^2}\right) \tag{14}$$

http://rcin.org.pl

Współczynniki równania elipsy aproksymującej punkty doświadczalne obliczone są z warunku minimalizacji sumy kwadratów odległości punktów doświadczalnych od krzywej aproksymacji. Pozwala to na określenie liczbowych wartości współczynników elipsy w ogólnej postaci, a tym samym pozwala na określenie anizotropowych cech badanego materiału.

Inne stosowane w płaskim stanie naprężenia kwadratowe warunki plastyczności ośrodków anizotropowych stanowią szczególne postacie równania (7). W warunku R. Hilla [23, 24] założono $B=D=E=0$, co oznacza, że środek elipsy pokrywa się z początkiem układu współrzędnych i wielka oś elipsy pokrywa się z osią σ_{zz}. W warunku zaproponowanym przez T. Ota, S. Shindo i H. Fukuokę [25] przyjęto $B=E=0$, co oznacza, że środek elipsy leży na osi σ_{zz} i wielka os elipsy pokrywa się z osią σ_{zz}.

Warunek plastyczności dla materiałów anizotropowych w postaci (7) określony jest przez pięć stałych materiałowych, którymi z geometrycznego punktu widzenia mogą być na przykład dwie współrzędne środka elipsy (10), kąt obrotu elipsy względem układu współrzędnych (11) i dwie osie główne elipsy (12). Przyjęcie ogólnej postaci warunku aproksymującego punkty doświadczalne umożliwia wyznaczenie wszystkich pięciu stałych materiałowych, a następnie umożliwia, na podstawie obliczonych wartości liczbowych tych stałych, określenie rodzaju anizotropii.

Wyniki doświadczeń

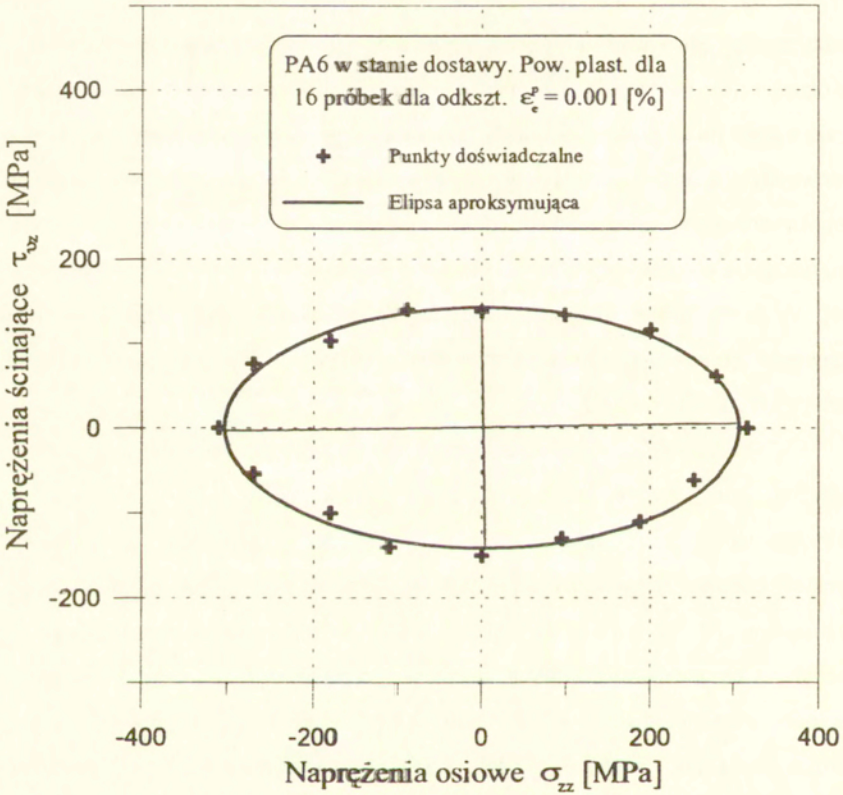
W pierwszej serii doświadczeń każda z szesnastu próbek obciążana była wzdłuż proporcjonalnych kierunków obciążenia w przestrzeni naprężeń do wartości efektywnych odkształceń plastycznych równych 10^{-4}. Zarejestrowane w trakcie doświadczenia wartości naprężeń i odkształceń dla poszczególnych składowych zostały następnienie przetworzone zgodnie z opisaną wyżej procedurą, której celem było wyznaczenie dla danego kierunku obciążenia zależności efektywnych naprężeń jako funkcji efektywnych odkształceń plastycznych, jak pokazano przykładowo na

http://rcin.org.pl

rys.8 dla kierunków jedoosiowego rozciągania i ściskania. Doświadczalny przebieg tej zależności aproksymowano następnie metodą najmniejszych kwadratów krzywą wykładniczą postaci $\sigma_e = C \cdot \left(\varepsilon_e^p\right)^n$ dla całego zakresu odkształceń plastycznych lub dla zakresu tylko w części odpowiadającego przyjętej wartości efektywnych odkształceń plastycznych przy jakich wyznaczano wartość umownej granicy plastyczności. Efektywne naprężenie z zależności (3) i efektywne odkształcenie z zależności (4) traktowane są jako pierwsze przybliżenie tych wielkości [26]. Wyznaczone na tej podstawie punkty doświadczalne powierzchni plastyczności dla umownych granic plastyczności określają również pierwsze przybliżenie wartości współczynników anizotropii. Wartości rzeczywiste charakteryzujące materiał mogą być następnie obliczone w dalszej procedurze iteracyjnej jak przedstawiono w pracy [26]. W pracy niniejszej ograniczono się do pierwszego przybliżenia w celu określenia charakteru anizotropii pozostawiając do dalszej obróbki uściślenie liczbowych parametrów anizotropii.

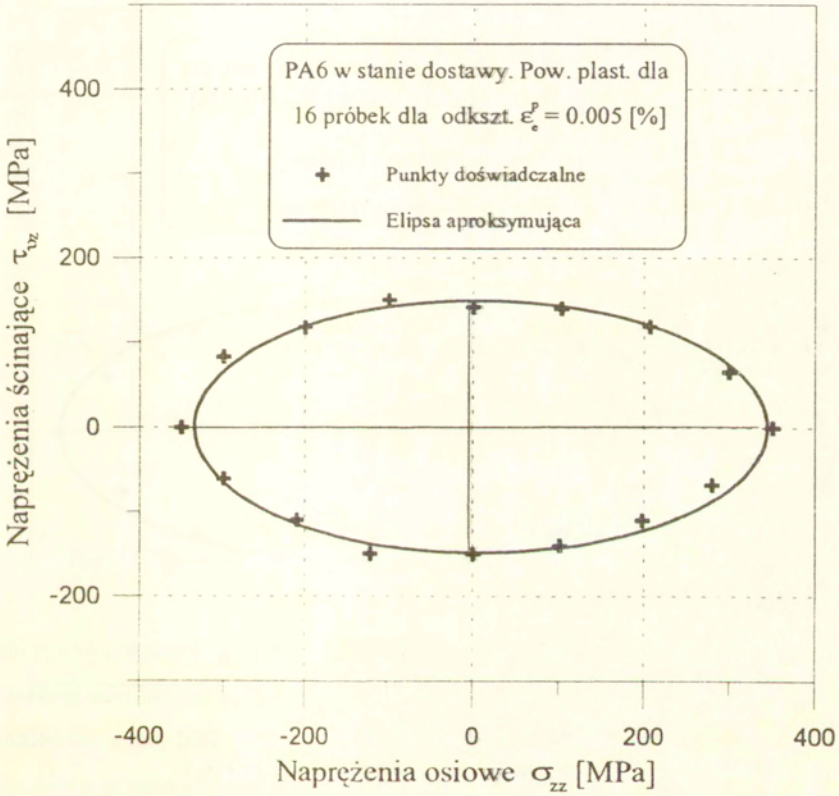
Zbiory punktów doświadczalnych odpowiadających wybranym, umownym granicom plastyczności przedstawiono na rysunkach 11, 12 i 13 wraz z zaznaczonymi liniami ciągłymi elipsami pierwszego przybliżenia aproksymacji punktów doświadczalnych dla danej definicji uplastycznienia. Na rysunkach tych zaznaczono również główne osie elipsy ilustrujące położenie środka elipsy i kąt nachylenia osi elipsy do przyjętego układu współrzędnych. Regularność położenia punktów doświadczalnych dla różnych próbek i różnych kierunków obciążania jest bardzo dobra tak, że możliwa jest ocena zmiany współczynników anizotropii badanego materiału w zależności od przyjętej definicji uplastycznienia. Odchylenia poszczególnych punktów doświadczalnych od krzywej aproksymacji są bardzo nieznaczne i nie przekraczają wartości ± *4%* w stosunku do odpowiadającej umownej granicy plastyczności przy jednoosiowym rozciąganiu, która zawiera się w przedziale od *305÷ 356 MPa* w zależności od przyjętej definicji uplastycznienia.

http://rcin.org.pl



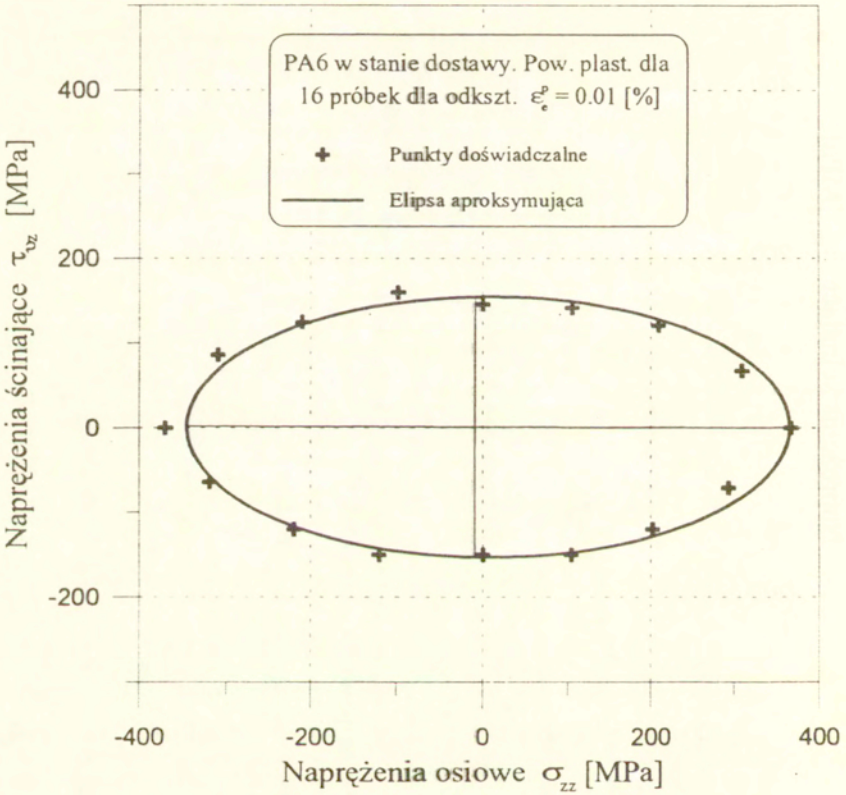
Rys.11 Powierzchia plastyczności dla materiału w stanie dostawy dla umownej granicy plastyczności przy odkształceniach plastycznych 0.001 %

http://rcin.org.pl



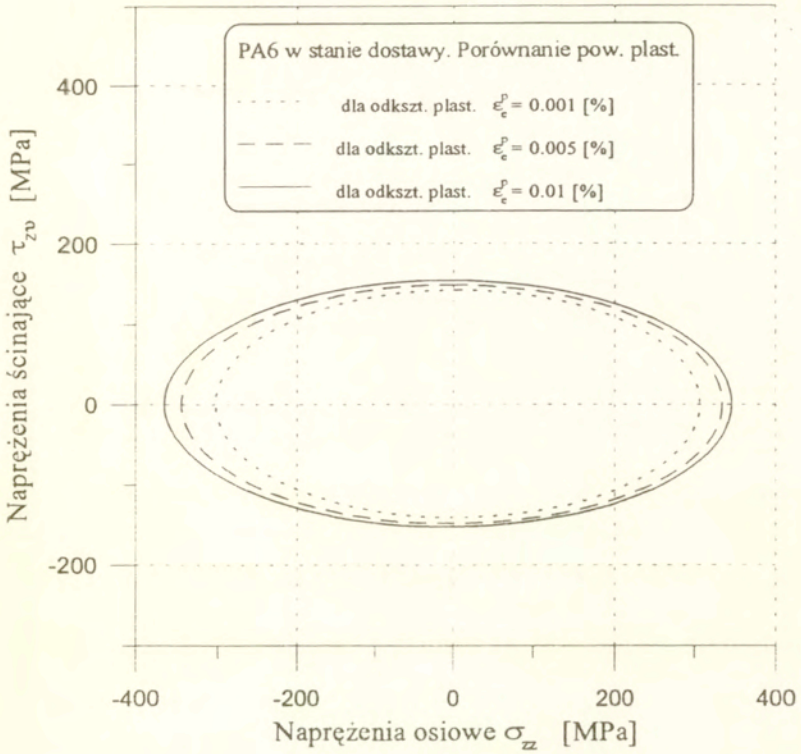
Rys.12 Powierzchia plastyczności dla materiału w stanie dostawy dla umownej granicy plastyczności przy odkształceniach plastycznych 0.005 %

http://rcin.org.pl



Rys.13 Powierzchia plastyczności dla materiału w stanie dostawy dla umownej granicy plastyczności przy odkształceniach plastycznych 0.01 %

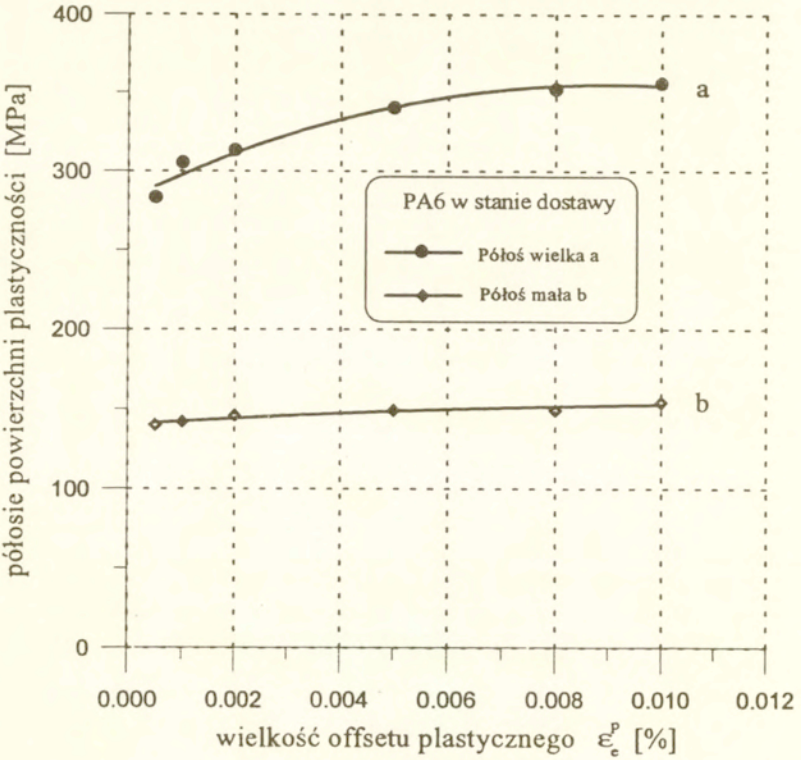
http://rcin.org.pl



Rys.14 Powierzchnie plastyczności dla różnych definicji uplastycznienia

Na rys.14 pokazano tylko elipsy aproksymacji dla trzech definicji umownej granicy plastyczności odpowiednio 0,001%, 0,005% i 0,01%. Widoczna jest tu zmiana położenia elipsy dla różnych definicji uplastycznienia wskazująca na zmiany krzywizny przejścia od zakresu sprężystego do zakresu plastycznego na wykresach efektywnych naprężeń jako funkcji efektywnych odkształceń w zależności od kierunku obciążania w rozpatrywanej przestrzeni naprężeń. Zmiany współczynników anizotropii jako funkcji wartości efektywnych odkształceń plastycznych definiujących umowną granicę uplastycznienia przedstawiono na kolejnych rysunkach, odpowiednio dla głównych półosi *a* i *b* elipsy (rys.15) i ich stosunku *a/b* (rys. 16) oraz

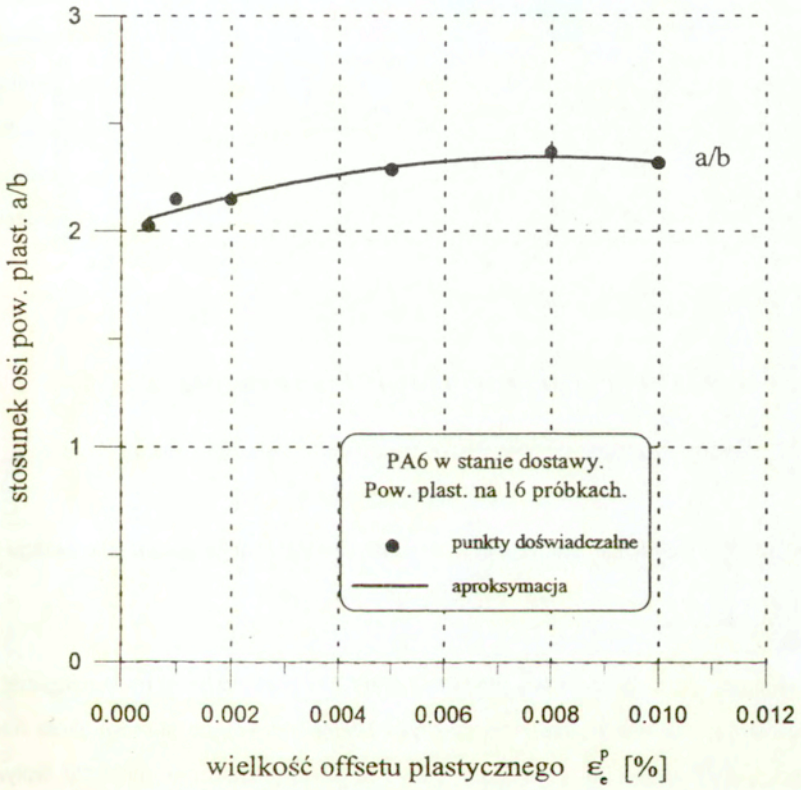
http://rcin.org.pl



Rys.15 Półosie powierzchni plastyczności jako funkcja przyjętej definicji uplastycznienia

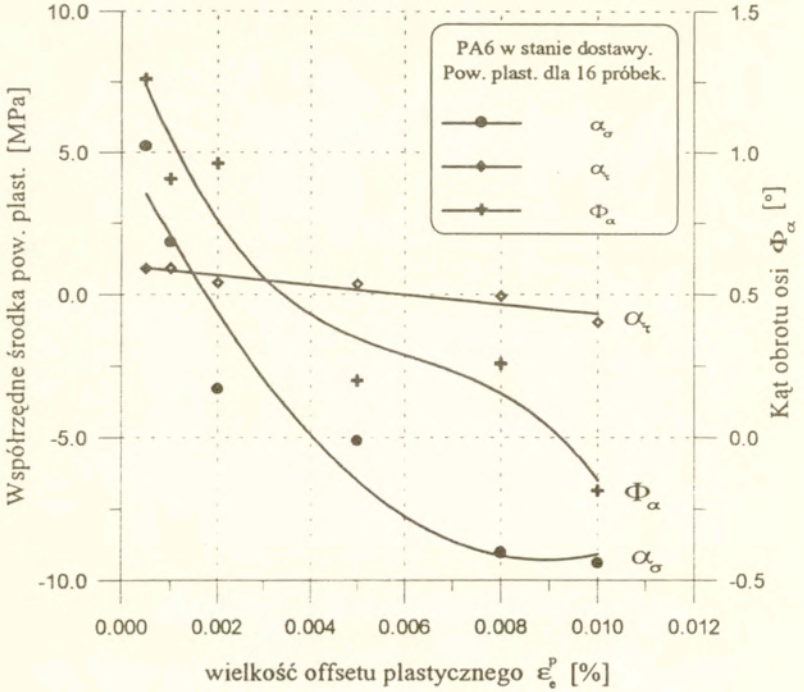
współrzęnych jej środka $\alpha_\sigma, \alpha_\tau$ i kąta Φ obrotu względem układu współrzędnych (rys.17). Na rysunkach tych zaznaczono punkty doświadczalne dla innych umownych granic plastyczności, dla których wykonano odpowiednie obliczenia w uzupełnieniu wyników pokazanych na rys.11, 12 i 13. Anizotropia badanego stopu aluminium charakteryzuje się przede wszystkim odmiennym, w porównaniu do materiału izotropowego opisanego warunkiem Hubera-Misesa, stosunkiem granicy plastyczności na rozciąganie do granicy plastyczności na skręcanie, który przekracza wartość 2.

http://rcin.org.pl



Rys.16 Stosunek półosi elipsy jako funkcja przyjętej definicji uplastycznienia

http://rcin.org.pl



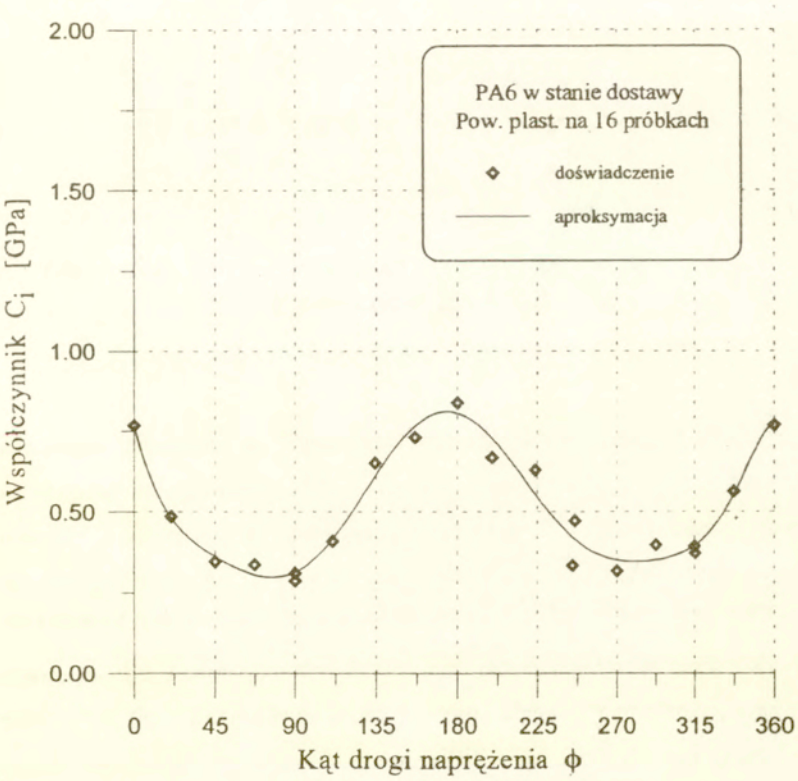
Rys.17 Współrzędne środka powierzchni plastyczności i kąt jej obrotu jako funkcje przyjętej definicji uplastycznienia

Różnice pomiędzy odpowiadającymi sobie granicami plastyczności na rozciąganie i ściskanie są nieznaczne i nie przekraczają *20 MPa* (rys.17), co stanowi około *5 %* granicy plastyczności na rozciąganie. Zwraca uwagę znacznie mniejszy wpływ przyjętej wartości odkształcenia plastycznego definiującej granicę plastyczności na małą oś elipsy w porównaniu do wielkiej osi elipsy (rys.15), co powoduje również zmiany stosunku tych wielkości w zależności od przyjętej definicji uplastycznienia (rys.16). Kąt obrotu elipsy jest pomijalnie mały i można przyjąć, że jest zerowy z dokładnością pomiarową w całym rozpatrywanym zakresie odkształceń plastycznych. Pomijalnie małe jest również przesunięcie środka elipsy na osi

http://rcin.org.pl

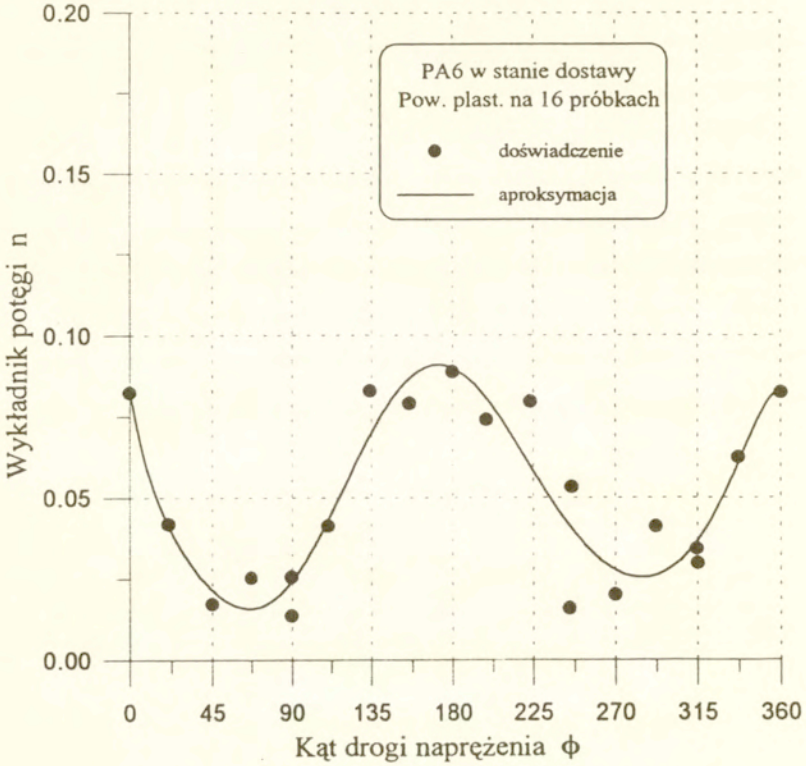
naprężenia ścinającego. Można przyjąć, że wielka oś elipsy warunku plastyczności pokrywa się z osią naprężeń osiowych.

Przedstawione dane doświadczalne obrazujące pierwsze przybliżenie współczynników warunku plastyczności według zależności (7) wskazują na anizotropowe cechy badanego materiału zależne w niewielkim stopniu od przyjętej definicji granicy plastyczności w rozpatrywanym zakresie. W miarę wzrostu wartości odkształceń plastycznych definiujących granicę plastyczności obserwuje się niewielki wzrost granicy plastyczności materiału na ściskanie w stosunku do granicy plastyczności na rozciąganie oraz rosnący stosunek głównych osi elipsy.



Rys.18 Współczynnik C_i jako funkcja kierunku drogi naprężenia

http://rcin.org.pl

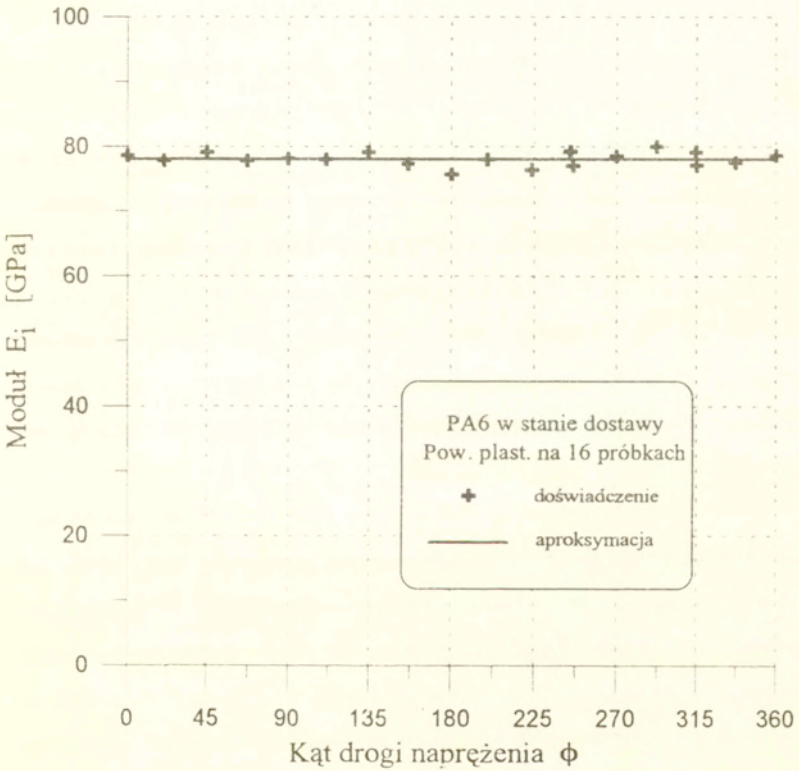


Rys.19 Wykładnik potęgi n jako funkcja drogi obciążenia

Wpływ kierunkowości właściwości plastycznych w odniesieniu do modułu umocnienia materiału przedstawiono na rys.18 i 19 obrazujących odpowiednio wartości współczynnika *C* i wykładnika potęgowego *n* założonego równania aproksymującego efektywne naprężenia jako funkcję efektywnych odkształceń plastycznych w postaci $\sigma_e = C \cdot \left(\varepsilon_e^p\right)^n$. Wielkości te przedstawiono jako funkcje kata ϕ kierunku drogi obciążenia próbki, przy czym $\phi=0^o$ odpowiada jednoosiowemu rozciąganiu, $\phi=180^o$ odpowiada jednoosiowemu ściskaniu, a kąty 90^o i 270^o odpowiadają skręcaniu próbki w przeciwnych kierunkach. Mimo widocznych rozrzutów wyraźnie widoczny jest charakter zależności tych wielkości od kąta ϕ. Na wykresach tych zaznaczono również podwójne punkty doświadczalne dla niektórych

http://rcin.org.pl

kierunków obciążania, które otrzymano przy powtarzaniu niektórych badań dla sprawdzenia rozrzutów pomiędzy probkami. Przebiegi pokazanych współczynników aproksymacji efektywnych naprężeń jako funkcji efektywnych odkształceń plastycznych wskazują na jednakowe wartości przy jednoosiowym rozciąganiu i ściskaniu oraz na jednakowe wartości, ale inne od poprzednich, przy skręcaniu w obu kierunkach.



Rys.20 Moduł sprężystości E_i jako funkcja drogi obciążenia

Na rys.20 przedstawiono wartości modułu sprężystości dla efektywnych naprężeń i odkształceń w zależności od kąta kierunku obciążania ϕ. Różnice są bardzo nieznaczne i wynikają raczej z rozrzutów pomiędzy próbkami, a nie są

http://rcin.org.pl

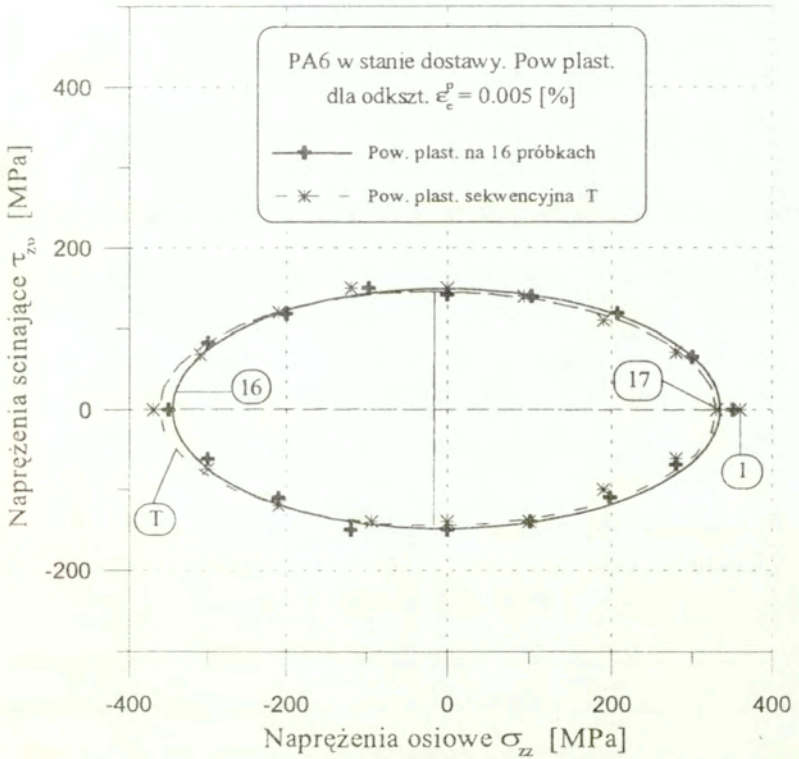
zależne od kierunku obciążenia w przestrzeni naprężeń. Wykres ten potwierdza izotropowe właściwości materiału w zakresie sprężystym.

W drugiej serii badań wykorzystane były cztery próbki do określenia wpływu historii deformacji na kształt i położenie powierzchni plastyczności wyznaczonej na jednej próbce obciążanej kolejno wzdłuż proporcjonalnych dróg obciążenia pod różnymi kierunkami w przestrzeni składowych naprężeń σ_{zz}, $\tau_{z\vartheta}$. Sposób ten jest często stosowaną techniką wyznaczania powierzchni plastyczności materiałów [11, 15, 17], przede wszystkim ze względu na możliwość wykonania badań jedynie na jednej próbce. Korzyścią tego rodzaju badań jest możliwość zmniejszenia kosztów i brak rozrzutów właściwości mechanicznych jakie występują przy stosowaniu wielu próbek. Wpływ deformacji plastycznej jakiej doznała próbka na poprzednich kierunkach obciążenia jest natomiast minimalizowany zwykle przez ograniczenie wartości odkształceń plastycznych w kolejnych próbach obciążenia, nawet do wartości tak małej jak $5 \cdot 10^{-6}$, jak to stosowano w cyklu prac A. Philipsa i innych, np.[11, 12, 13, 18]. Wyznaczane jednak w tych pracach powierzchnie plastyczności odnoszą się jedynie do granic plastyczności odpowiadających bardzo małym odkształceniom plastycznym, przy których wpływ deformacji plastycznej jest szczególnie widoczny.

Program badań zrealizowany w pracy dla drugiej serii próbek miał na celu określenie wpływu przyjętego sposobu wyznaczenia powierzchni plastyczności na uzyskiwane rezultaty. Wyniki pomiarów powierzchni plastyczności uzyskanej na jednej próbce przy jej sekwencyjnym obciążaniu w różnych kierunkach porównywano z odpowiadającą powierzchnią plastyczności uzyskaną z badań 16 próbek w jednakowym stanie wyjściowym obciążanych w różnych kierunkach przestrzeni naprężeń. Zakres odkształceń plastycznych jakiemu była poddawana próbka na kolejnych kierunkach obciążenia ograniczono do wartości $5 \cdot 10^{-5}$. Kierunki obciążania danej próbki zmieniano przeciwnie do ruchu wskazówek zegara, a dla każdej z tych czterech próbek inny był kierunek pierwszego obciążenia. Dla próbki oznaczonej literą *T* obciążanie rozpoczęto od jednoosiowego rozciągania, dla próbki oznaczonej

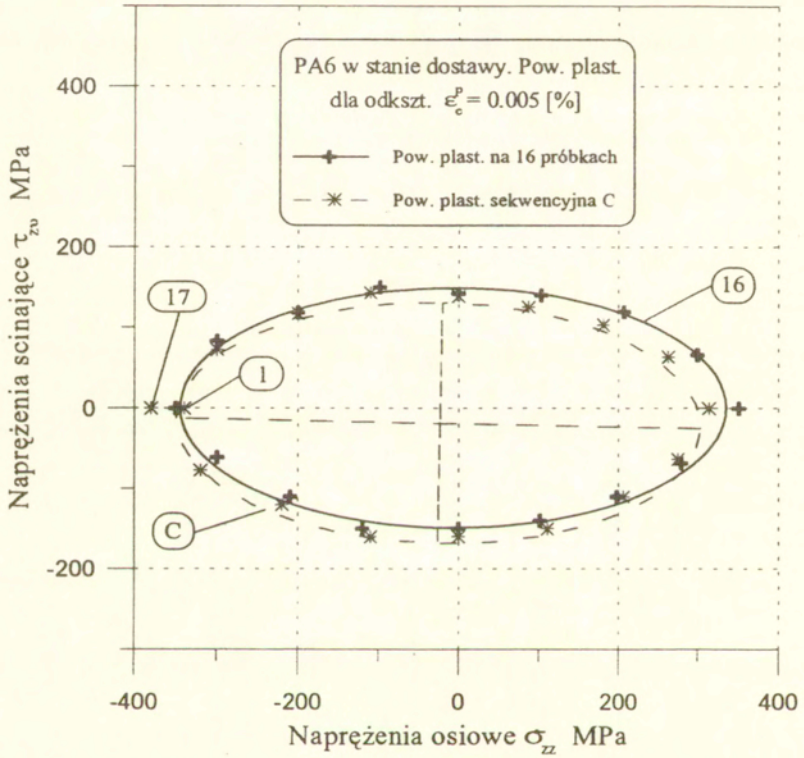
http://rcin.org.pl

literą *C* pierwszym obciążeniem było jednoosiowe ściskanie, dla próbki oznaczonej jako *TO* pierwszym obciążeniem było czyste skręcanie w kierunku dodatnim przy zerowej sile osiowej, natomiast dla próbki czwartej oznaczonej jako *TR* tym pierwszym obciążeniem było odwrotne, w stosunku do skręcania poprzedniego, czyste skręcanie przy zerowej sile osiowej. We wszystkich przypadkach wyznaczano powierzchnie plastyczności przy dwóch wartościach odkształceń plastycznych, a mianowicie $1 \cdot 10^{-5}$ i $5 \cdot 10^{-5}$.



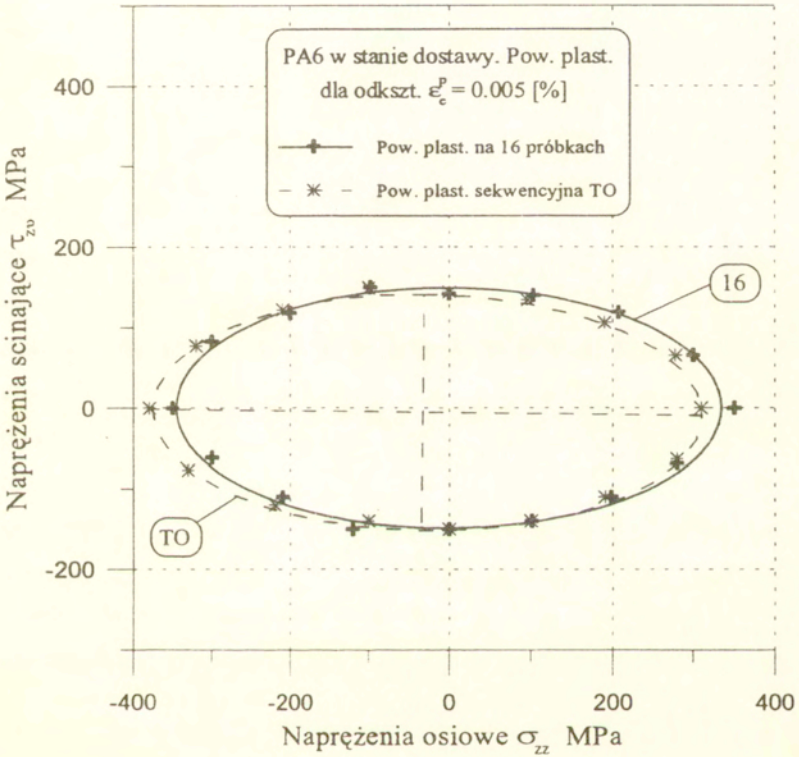
Rys.21 Powierzchnia plastyczności na 16 próbkach (linia ciągła) oraz powierzchnia plastyczności wyznaczona na jednej próbce obciążanej sekwencyjnie zaczynając od rozciągania

http://rcin.org.pl



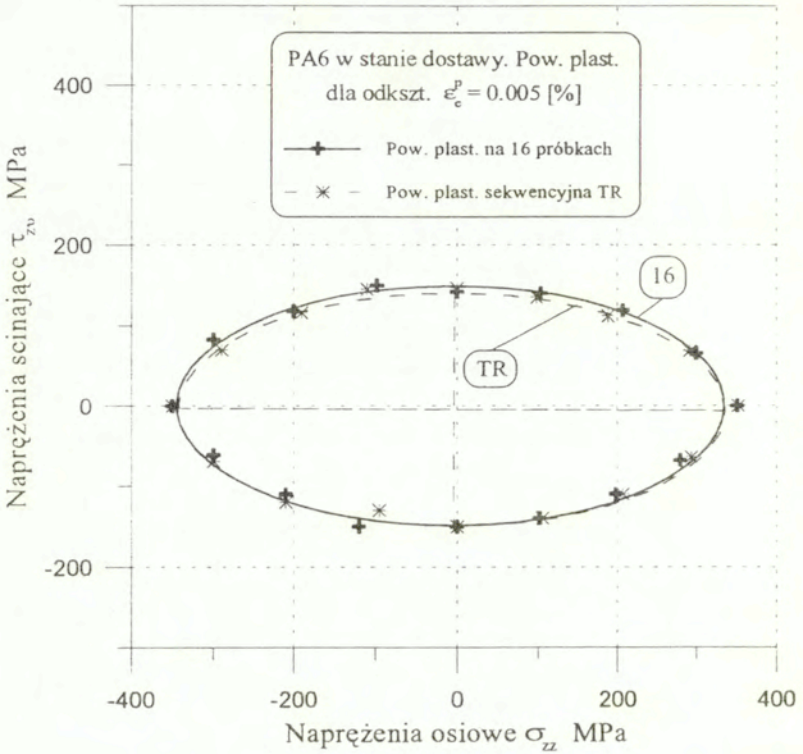
Rys.22 Powierzchnia plastyczności na 16 próbkach (linia ciągła) oraz powierzchnia plastyczności wyznaczona na jednej próbce obciążanej sekwencyjnie zaczynając od ściskania

http://rcin.org.pl



Rys.23 Powierzchnia plastyczności na 16 próbkach (linia ciągła) oraz powierzchnia plastyczności wyznaczona na jednej próbce obciążanej sekwencyjnie zaczynając od skręcania

http://rcin.org.pl



Rys.24 Powierzchnia plastyczności na 16 próbkach (linia ciągła) oraz powierzchnia plastyczności wyznaczona na jednej próbce obciążanej sekwencyjnie zaczynając od skręcania

Na kolejnych rysunkach 21, 22, 23 i 24 pokazano wyniki pomiarów dla jednej definicji granicy plastyczności odpowiadającej granicznej wartości efektywnych odkształceń plastycznych $5 \cdot 10^{-5}$ jakich doznaje próbka przy kolejnych kierunkach obciążania. Powierzchnie plastyczności otrzymane przy sekwencyjnym obciążaniu jednej próbki zaznaczono liniami cienkimi, natomiast liniami grubymi zaznaczono powierzchnie plastyczności otrzymane dla odpowiadającej definicji z badań 16 próbek, z których każda była obciążania w innym kierunku. Powierzchnię uzyskaną z

http://rcin.org.pl

16 próbek oznaczono liczbą *16*. Na rys.21 pokazano powierzchnię otrzymaną przy sekwencyjnym obciążaniu rozpoczętym od jednoosiowego rozciągania (elipsa *T*). Na rys.22 pierwszym kierunkiem przy sekwencyjnym obciążaniu próbki było jednoosiowe ściskanie (elipsa *C*). Na rysunkach tych zaznaczono również położenie pierwszego i siedemnastego punktu doświadczalnego, który uzyskano dla pierwszego i siedemnastego obciążenia w tych samych kierunkach.

Rysunki 23 i 24 przedstawiją odpowiednio powierzchnię sekwencyjnego obciążania rozpoczętego od skręcania w kierunku dodatnim (90°) oznaczoną jako *TO* i powierzchnię sekwencyjną rozpoczętą od skręcania odwrotnego (270°) oznaczoną jako *TR*. Wpływ historii deformacji plastycznej jakiej doznaje próbka w trakcie wyznaczania kolejnych punktów powierzchni plastyczności jest wyraźnie widoczny pomimo pewnego zniekształcenia różnic pomiędzy poszczególnymi elipsami jakie wynika z rozrzutów wyników dla różnych próbek. Porównanie powierzchni plastyczności wyznaczonych przy sekwencyjnym obciążaniu jednej próbki przy różnych kierunkach pierwszego obciążenia wskazuje na systematyczne różnice położenia punktów doświadczalnych jednoznacznie związane z historią deformacji jakiej doznaje próbka w kolejnych etapach obciążania. Każde kolejne obciążenie bez zmiany znaku, w stosunku do pierwszego obciążenia, którejkolwiek ze składowych naprężenia powoduje zwiększenie umownej granicy plastyczności o wartość wynikającą z oczywistej zależności:

$$\Delta\sigma^{k}_{pl} = \sum_{k=0}^{n} h_k \cdot \Delta\varepsilon^{k}_{pl} \tag{11}$$

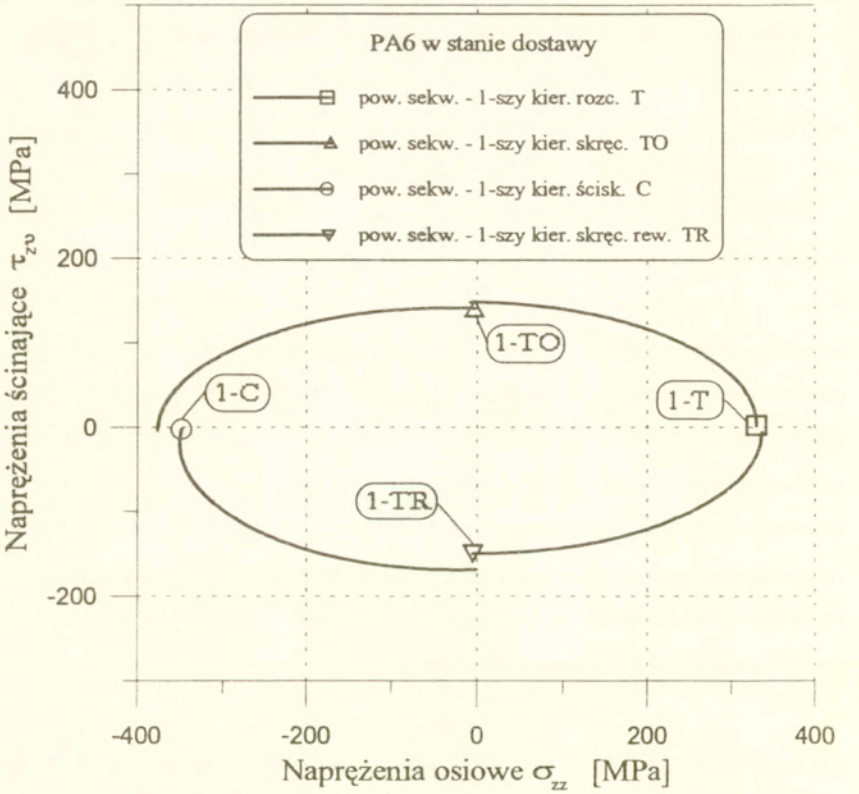
gdzie h_k oznacza średnią wartość modułu plastycznego dla odpowiadającego zakresu odkształcenia dla kolejnych kierunków obciążenia, a $\Delta\varepsilon^{k}_{pl}$ oznacza przyrost odkształcenia plastycznego dla kolejnych kierunków obciążania.

Ten narastający charakter poszczególnych punktów powierzchni plastyczności dla kolejnych kierunków obciążenia bez zmiany znaku składowych naprężeń w stosunku do pierwszego obciążenia jest dobrze widoczny na rys.25, gdzie pokazano cztery pierwsze ćwiartki powierzchni plastyczności wyznaczone na

http://rcin.org.pl

czterech różnych próbkach, dla których kąt ϕ pierwszego obciążenia wynosił odpowiednio 0, 90, 180 i 270 stopni w stosunku do osi σ_{zz}.

Zmiana znaku składowej naprężenia w stosunku do pierwszego obciążenia powoduje z kolei stopniowe obniżanie granicy plastyczności na



Rys.25 Wycinki pierwszych ćwiartek powierzchni plastyczności wyznaczonych na czterech próbkach obciążanych sekwencyjnie przy różnych punktach początkowych

każdym kolejnym kierunku obciążania, co wynika z dobrze znanego efektu zwiększania się krzywizny wykresu naprężenie-odkształcenie przy zmianie znaku naprężenia. Przy czym o ile różnice w pierwszej ćwiartce związanej z pierwszym

http://rcin.org.pl

kierunkiem obciążenia są ściśle związane z modułem plastycznym h i przyrostem odkształcenia plastycznego dla każdego kierunku, to przy zmianie znaku składowej naprężenia obniżenie umownej granicy plastyczności będzie tym większe im mniejsza będzie wartość odkształcenia plastycznego definującego umowną granicę plastyczności. Dlatego sposób wyznaczenia powierzchni plastyczności przy sekwencyjnym obciążaniu jednej próbki powinień być ograniczony do wyznaczania tylko jednej powierzchni plastyczności odpowiadającej umownej granicy plastyczności związanej z granicznym odkształceniem plastycznym jakiemu poddawana jest próbka na kolejnych kierunkach. Powierzchnie dla mniejszych wartości odkształceń plastycznych definiujących umowną granicę plastyczności będą charakteryzowały się większymi różnicami wywołanymi wpływem sekwencyjnego obciążania. Przy czym istotna jest tu jakościowa, a nie tylko ilościowa zmiana charakteru właściwości anizotropowych materiału. Widoczny staje się obrót powierzchni plastyczności względem układu współrzędnych ściśle związany ze sposobem wyznaczenia poszczególnych punktów powierzchni plastyczności.

Porównanie powierzchni plastyczności uzyskanej na wielu próbkach, zaznaczonej na rysunkach liczbą *16*, z odpowiadającymi powierzchniami plastyczności uzyskanymi na jednej próbce przy sekwencyjnym obciążaniu w wielu kierunkach wskazuje, poimo rozrzutów dla różnych próbek, na błąd systematyczny wynikający z przyjętego sposobu wyznaczania powierzchni plastyczności na jednej próbce obciążanej kolejno w różnych kierunkach. Wynika z tego, że powierzchnia plastyczności wyznaczona na jednej próbce daje tylko przybliżony obraz rzeczywistej powierzchni plastyczności charakteryzującej materiał, a stopień tego przybliżenia zależy zarówno od modułu plastycznego jak i historii deformacji związanej z przyjętym sposobem wyznaczania poszczególnych punktów powierzchni plastyczności. Tym niemniej powierzchnie takie mogą być wykorzystywane do oceny wpływu różnych czynników na ewolucję powierzchni plastyczności przy zachowaniu

http://rcin.org.pl

takiej samej kolejności obciążania i przy ograniczeniu plastycznych odkształceń jakim poddawana jest próbka na kolejnych kierunkach.

Wnioski

1. Stop aluminium PA6 badany w stanie dostawy wykazuje wyraźne cechy anizotropowe wynikające z deformacji plastycznej wywołanej w procesie wytwórczym, cechy te przejawiają się znacznym zwiększeniem wytrzymałości materiału w kierunku osi pręta w stosunku do wytrzymałości na skręcanie.
2. Jakościowe i ilościowe wyznaczenie anizotropowych właściwości materiału w zakresie plastycznym powinno być przeprowadzone na podstawie badań doświadczalnych w złożonym stanie naprężenia przy wykorzystaniu wielu próbek w tym samym stanie fizycznym.
3. Powierzchnie plastyczności wyznaczane na jednej próbce za pomocą kolejnego jej obciążania w różnych kierunkach stanowią jedynie przybliżenie rzeczywistej powierzchni plastyczności materiału a stopień tego przybliżenia zależy od modułu plastyczności materiału i zastosowanej procedury badań.
4. Przy kolejnych obciążeniach w różnych kierunkach tej samej próbki bez zmiany znaku składowych naprężeń umowna granica plastyczności narasta proporcjonalnie do mudułu umocnienia materiału, wraz ze zwiększaniem się akumulowanych odkształceń plastycznych. Natomiast przy zmianie znaku jednej ze składowych naprężeń obserwuje się zmniejszanie się umownej granicy plastyczności. Wynika to ze zmiany krzywizny wykresu naprężenie - odkształcenie przy odwrotnym obciążaniu i jest to dobrze znane z badań zachowania się materiału przy obciążeniach cyklicznych.
5. Technika wyznaczania powierzchni plastyczności na jednej próbce obciążanej kolejno w różnych kierunkach może być stosowana do oceny wpływu różnych czynników, takich jak na przykład deformacja plastyczna, obróbka cieplna, na ewolucję powierzchni plastyczności pod warunkiem zachowania ograniczeń minimalizujących systematyczne błędy związane z wpływem historii deformacji.

http://rcin.org.pl

Podziękowanie

Autorzy wyrażają podziękowanie Komitetowi Badań Naukowych za finansowanie pracy wykonanej w ramach grantu nr 3 0154 91 01.

Literatura cytowana w pracy

1. B. Paul; Fracture: An Advanced Treatis, Vol.2, H. Liebowitz, ed., Academic Press, N.Y., 1968, pp. 315-489.
2. S.S. Hecker: Experimental Studies of Yield Phenomena in Biaxially Loaded Metals, in: Constitutive Equations in Viscoplasticity: Computational and Engineering Aspects, 5-10 Dec., AMD 20, 1976.
3. K. Ikegami: A Historical Perspective of Experimental Study on Subsequent Yield Surfaces for Metals, J.Soc.Mat.Sci.Japa., 24, nos 261, 263, 1975.
4. W. Szczepiński, L. Dietrich, J. Miastkowski: Plastic Properties of Metals, in Experimentals Methods in Mechanics of Solids, W. Szczepiński ed., PWN-Elsevier, 1990.
5. W. Szczepiński: On the Effect of Plastic Deformation on Yield Condition, Arch. Mech. 15, 2, 275-296, 1963.
6. W. Szczepiński, J. Miastkowski: An Experimental Study of the Effect of the Prestraining History on the Yield Surfaces of an Alumnium Alloy, J.Mech.Phys.Solids, 16; 153-162, 1968.
7. J. Miastkowski, W. Szczepiński: An Experimental Study of Yield Surfaces of Prestrained Brass, Int. J. Solids and Structures, 1, 189-194, 1965.
8. J. Miastkowski: Analysis of the Memory Effect of Plastically prestrained material, Arch. Mech. 3, 20, 1968.

http://rcin.org.pl

9. K. Turski: Badania wpływu odkształcenia plastycznego na zachowanie się metalu przy różnych drogach wtórnego obciążania, Mech. Teor. Stos., 9, 1, 155-199, 1971.
10. M. Śliwowski, K. Turski: Wpływ cyklicznej plastycznej deformacji na powierzchnię plastyczności, Mech Teor. Stos., 3, 12, 1974.
11. A. Phillips: Yield Surfaces of Pure Aluminum at Elevated Temperatures, Proc. IUTAM sym. East Kilbride, June 25-28, 1968.
12. A. Phillips, C.S. Liu, J.W. Justusson, An Experimental Investigation of Yield Surfaces at Elevated Temperatures, Acta Mechanica, 14, 119-146, 1972.
13. A. Phillips, Juh-Ling Tang: The Effect of Loading Path on the Yield Surface at Elevated Temperatures, Int. J. Solids Structures, 8, 463-474, 1972.
14. B.H. Jones: Assessing Instability of Thin-walled Tubes under Biaxial Stresses in the Plastic Range, Exp. Mech., 8, no 1, 1968, pp. 10-18.
15. N.K. Gupta, H.A. Lauert: A Study of Yield Surface upon Reversal of Loading under Biaxial Stress, ZAMM 63, 1083, pp. 497-504.
16. K.C. Liu, W.L. Greenstreet: Experimental Studies to Examine Elastic-Plastic Behaviors of Metal Alloys Used in Nuclear Structures, in: Constitutive Equations in Viscoplasticity: Computational and Engineering Aspects, 5-10 Dec., AMD 20, 1976.
17. K. Ikegami, Y. Nittsu: Effect of Creep Prestrain on Subsequent Plastic Deformation, Int. J. Plasticity, 1, 331-345, 1985.
18. D.E. Helling, A.K. Miller, M.G. Stout: An Experimental Investigation of the Yield Loci of 1100-0 Aluminum, 70:30 Brass, and an Overaged 2024 Aluminum Alloy After Various Prestrains, J. Eng. Mat. and Tech., 108, 313, 1986.
19. K. Mallick, Shyam K. Samanta, A. Kumar: An Experimental Study of the Evolution of Yield Loci for Anisotropic Materials Subjected fo Finite Shear Deformation, J. Eng. Mat. and Tech., 113, 192, 1991.

http://rcin.org.pl

20. A. Phillips, Wei-yang Lu: An Experimental Investigation of Yield Surfaces and Loading Surfaces of Pure Aluminum With Stress-Controlled and Strain-Controlled Path of Loading, J. Eng. Mat. and Techn., 106, 349-354, 1984.
21. R.v.Mises: Mechanik der plastischen Formaenderung von Kristallen, Zeitschr. angew. Math. Mech., Band 8, Heft 3, 161-185, 1928.
22. W. Szczepiński: On Deformation-induced Plastic Anisotropy of Sheet Metals, Arch. Mech., 45, 1, 3-38, 1993.
23. R. Hill: A Theory of the Yielding and Plastic Flow of Anisotropic Metals, Proc. Roy. Soc., London, Ser.A 193, 281-297, 1948.
24. R. Hill: Theoretical Plasticity of Textured Aggregates, Math. Proc. Camb. Phil. Soc. 85, 179, 1979.
25. T. Ota, A. Shindo, H. Fukuoka: A Consideration on Anisotropic Yield Criterion, Proc. 9th Japan Nat. Cong for Appl. Mech., 1959.
26. L. Dietrich: Doświadczalne określenie anizotropii metali, (w przygotowaniu).

http://rcin.org.pl