

P. 269

M. Kaczmarek, J. Kubik

DYNAMICZNE METODY WYZNACZANIA
CHARAKTERYSTYK MATERIAŁOWYCH
NASYCONYCH OŚRODKÓW PRZEPUSZCZALNYCH

Cz. I

16/1993



WARSZAWA 1993

Praca wpłynęła do Redakcji dnia 8 kwietnia 1993 r.

Praca została wykonana w ramach projektu
badawczego Nr 3 0014 91 01



56674



N a p r a w a c h r ę k o p i s u

Instytut Podstawowych Problemów Techniki PAN
Nakład 100 egz. Ark.wyd. 1,5 Ark.druk. 2,0
Oddano do drukarni w maju, 1993 r.

Wydawnictwo Spółdzielcze sp. z o.o.
Warszawa, ul. Jasna 1

Mariusz KACZMAREK

Józef KUBIK

Zakład Aeroakustyki, IPPT PAN
Pracownia Mechaniki Ośrodków Porowatych
Poznań, ul. Mielżyńskiego 27/29

DYNAMICZNE METODY WYZNACZANIA CHARAKTERYSTYK MATERIAŁOWYCH
NASYCONYCH OŚRODKÓW PRZEPUSZCZALNYCH

I. Wyznaczanie stałych sprężystych.

Wstęp.

Mechanika odkształcalnych ośrodków przepuszczalnych nasyconych cieczą znajduje coraz szersze praktyczne zastosowanie. Znaczenie tej tematyki wyznaczają liczne zagadnienia inżynierskie z zakresu mechaniki gruntów, mechaniki skał, kopalnictwa ropy naftowej, teorii filtracji czy metalurgii proszków. Podczas gdy w pierwszym okresie zagadnienia te dotyczyły głównie statycznych i quasistatycznych problemów konsolidacji (patrz praca przeglądowa [25]) obecnie w przeważającej części związane są z modelowaniem, analizą i rozwiązywaniem problemów dynamicznych w ośrodku porowatym (patrz m.in. monografie [26, 14, 6]).

O praktycznej użyteczności mechanicznej teorii takich ośrodków decyduje możliwość określenia liczbowych wielkości parametrów materiałowych.

Fakt występowania sprzężeń mechanicznych w ośrodkach

wieloskładnikowych z jednej strony sprawia, że wyznaczanie stałych fizycznych w takim przypadku jest znacznie trudniejsze aniżeli w odniesieniu do materiałów jednoskładnikowych, z drugiej zaś strony otwiera dodatkowe możliwości wykorzystania nowych sposobów określania stałych.

Przegląd i szeroką dyskusję sposobów określania stałych materiałowych - na podstawie zagadnień statycznych i quasistatycznych (do roku 1983) - w ramach liniowej teorii ośrodka porowatego Biota, zawierają prace [16] i [18].

Obok stale doskonalonych procedur wyznaczania stałych materiałowych w oparciu o testy statyczne lub quasistatyczne szeroko rozwijane są dynamiczne metody badań materiałów, w tym także materiałów porowatych. Metody te z uwagi na łatwość realizacji pomiarów i ich stosunkowo niskie koszty są obecnie intensywnie rozpowszechniane. Wraz z wykorzystaniem komputerów w takich pomiarach rosną możliwości i dokładność metod dynamicznych.

Celem niniejszej pracy jest przedyskutowanie i dokonanie przeglądu rozproszonych w literaturze propozycji metod wyznaczania i interpretacji stałych na podstawie analizy zjawisk dynamicznych i ich cech charakterystycznych w izotropowych, nasyconych ośrodkach przepuszczalnych.

Na całość opracowania składają się dwie rozłączne części, pierwsza część dotyczy wyznaczania czterech stałych sprężystych zaś druga część poświęcona jest wyznaczaniu parametrów struktury porów przepuszczalnego ośrodka.

W niniejszej pracy (część I) obok niezbędnych, wprowadzających elementów opisu nasyconego ośrodka przepuszczalnego, omówione są procedury wyznaczania stałych sprężystych ośrodka w oparciu o:

- relacje podane przez Biota i Willisa, [3], i pomiary dynamiczne dla nienasyconego materiału porowatego;
- estymacje eksperymentalnie wyznaczonej charakterystyki dyspersyjnej fali szybkiej;

oraz

- pomiar zespolonej impedancji.

Z uwagi na fakt, że analizowane stałe materiałowe wyznaczone są w sposób pośredni (mierzone są inne wielkości za pomocą których wylicza się stałe) przegląd pełnych procedur określania stałych musi obejmować dwa elementy składowe, tj.:

- a) opis wyznaczenia (wyliczenia) stałych na podstawie wielkości zmierzonych;
- b) opis samych metod pomiarowych.

W dyskusji kończącej niniejszą pracę analizowane są ograniczenia metod dynamicznych oraz istotny problem relacji pomiędzy modułami wyznaczanymi metodami statycznymi i dynamicznymi.

W pracy nie porównywano dokładności przedstawionych metod.

2. Podstawowe założenia konstytutywne oraz równania ruchu.

Podstawy dynamicznej teorii deformowalnego ośrodka porowatego nasyconego płynem zostały sformułowane w kilku pracach Biota, [2, 4, 5] i następnie rozwijane przez innych autorów np. [1, 8, 9, 12, 24].

Punktem wyjścia teorii Biota są rozważania energetyczne i metoda wariacyjna. Mankamentem jest to, że niektóre wyrazy (zwłaszcza wyrazy związane ze sprzężeniem dynamicznym) w równaniach ruchu, uzyskanych z rozważań wariacyjnych, nie mają oczywistej interpretacji fizycznej w kategoriach sił makroskopowych. Niejasność tę można jednak usunąć wykorzystując elementy teorii ośrodków wieloskładnikowych opartej na procedurze uśredniania objętościowego (patrz np. prace [13], [11], [22]).

Ze względu jednak na fakt, że większość prac poświęconych dynamicznym problemom ośrodków porowatych za punkt wyjścia przyjmuje równania Biota, te właśnie równania będą punktem odniesienia dla dalszej części pracy.

Makrokontynuálny model izotropowego, nasyconego ośrodka przepuszczalnego oparty jest na następujących założeniach:

- 1) ośrodek składa się z dwóch fizycznie spójnych faz, porowatego szkieletu oraz cieczy wypełniającej pory szkieletu;
- 2) kinematyczne i dynamiczne wielkości polowe opisujące poszczególne fazy mają charakter lokalnych wielkości średnich,
- 3) ośrodek jest ciałem makroskopowo jednorodnym i izotropowym,
- 4) porowaty szkielet posiada własności sprężyste, natomiast ciecz jest lepka i ściśliwa.

2.1. Równania ruchu.

Liniowe równania ruchu dla nasyconego cieczą ośrodka porowatego, wykorzystując formalizm Lagrange'a, zaproponował Biot [2] w następującej postaci:

$$(2.1) \quad \begin{aligned} \nabla \cdot \underline{\underline{\sigma}}^s + \underline{\underline{r}}^s &= \rho_{11} \frac{\partial}{\partial t} \underline{\underline{v}}^s + \rho_{12} \frac{\partial}{\partial t} \underline{\underline{v}}^f, \\ \nabla \cdot \underline{\underline{\sigma}}^f + \underline{\underline{r}}^f &= \rho_{12} \frac{\partial}{\partial t} \underline{\underline{v}}^s + \rho_{22} \frac{\partial}{\partial t} \underline{\underline{v}}^f, \end{aligned}$$

gdzie pominięto siły masowe. Tensory $\underline{\underline{\sigma}}^s$ i $\underline{\underline{\sigma}}^f$ są parcjalnymi tensorami naprężenia odpowiednio dla szkieletu oraz płynu. Wektory prędkości $\underline{\underline{v}}^s$ i $\underline{\underline{v}}^f$ mają charakter średnich masowych wielkości natomiast wektory $\underline{\underline{r}}^s$ i $\underline{\underline{r}}^f$ oznaczają siły wzajemnego oddziaływania pomiędzy składnikami (wielkości średnie z reprezentatywnego obszaru uśredniania) spełniające warunek

$$\underline{\underline{r}}^s + \underline{\underline{r}}^f = 0.$$

Współczynniki masowe ρ_{11} , ρ_{12} , ρ_{22} spełniają związki

$$(2.3) \quad \begin{aligned} \rho_{11} + \rho_{12} &= \rho^s (1 - f_v) = \bar{\rho}^s, \\ \rho_{12} + \rho_{22} &= \rho^r f_v = \bar{\rho}^r, \end{aligned}$$

$$\rho_{11} > 0, \quad \rho_{22} > 0, \quad \rho_{11}\rho_{22} - \rho_{12}^2 > 0,$$

gdzie ρ^s i ρ^r są średnimi efektywnymi gęstościami odpowiednio szkieletu i cieczy, zaś f_v jest parametrem porowatości objętościowej.

Alternatywną postać równań ruchu (2.1) używaną powszechnie w teorii ośrodków wieloskładnikowych można zapisać jak następuje;

$$(2.4) \quad \begin{aligned} \nabla \cdot \underline{\underline{\sigma}}^s + \underline{\underline{R}}^s &= \bar{\rho}^s \frac{\partial}{\partial t} \underline{\underline{v}}^s, \\ \nabla \cdot \underline{\underline{\sigma}}^r + \underline{\underline{R}}^r &= \bar{\rho}^r \frac{\partial}{\partial t} \underline{\underline{v}}^r, \end{aligned}$$

gdzie w naszym przypadku siły oddziaływania $\underline{\underline{R}}^s = -\underline{\underline{R}}^r$ mają postać:

$$\underline{\underline{R}} = \underline{\underline{R}}^s = -\underline{\underline{R}}^r = \underline{\underline{r}}^s - \rho_{12} \frac{\partial}{\partial t} (\underline{\underline{v}}^r - \underline{\underline{v}}^s).$$

przy czym $\underline{\underline{r}}^s (= -\underline{\underline{r}}^r)$ reprezentuje siłę oporu lepkiego w ruchu względnym składników natomiast wyraz $\rho_{12} \frac{\partial}{\partial t} (\underline{\underline{v}}^r - \underline{\underline{v}}^s)$ jest siłą sprężenia dynamicznego.

2.2. Związki fizyczne.

W ramach czysto mechanicznej teorii nasyconych ośrodków porowatych wielkości $\underline{\underline{\sigma}}^s$, $\underline{\underline{\sigma}}^r$ oraz $\underline{\underline{R}}$ wymagają zapostulowania relacji konstytutywnych. Biot podał kilka równoważnych wersji liniowych związków fizycznych opisujących

zależności stanów naprężenia i odkształcenia. Każda z nich pozwala na ekspozycję innych własności układu porowaty szkielet - ciecz.

Najczęściej jednak wykorzystywane są relacje, w których parcjalne naprężenia faz wyrażone przez odkształcenia, przy pominięciu wpływu lepkości na naprężenia w cieczy, mają postać [2], [3];

$$(2.5) \quad \begin{aligned} \underline{\sigma}^s &= 2N \underline{\epsilon} + (A \operatorname{tr}(\underline{\epsilon}) + Q \theta) \underline{1}, \\ \underline{\sigma}^f &= (Q \operatorname{tr}(\underline{\epsilon}) + R \theta) \underline{1}, \end{aligned}$$

gdzie $\underline{\epsilon}$ jest tensorem małych odkształceń szkieletu, θ oznacza dylatację cieczy. Wielkości A , N , Q i R są stałymi charakteryzującymi własności sprężyste ośrodka.

Inna, równoważna postać związków fizycznych sprężystego ośrodka porowatego nasyconego płynem odnosi się do całkowitego naprężenia i efektywnego ciśnienia w porach, [8],

$$(2.6) \quad \begin{aligned} \underline{\tau} &= 2\mu \underline{\epsilon} + [(\lambda + \alpha^2 M) \operatorname{tr}(\underline{\epsilon}) - \alpha \xi] \underline{1}, \\ p &= -\alpha M \operatorname{tr}(\underline{\epsilon}) + M \xi, \end{aligned}$$

gdzie $\underline{\tau}$ jest całkowitym naprężeniem w ośrodku, $\underline{\tau} = \underline{\sigma}^s + \underline{\sigma}^f$, p jest ciśnieniem efektywnym, porowym w płynie, $\underline{\sigma}^f = -p f_v \underline{1}$. Wielkości μ , λ , α i M są stałymi sprężystymi ośrodka, jednoznacznie związanymi ze stałymi N , A , Q i R , natomiast ξ jest zmianą zawartości płynu w szkielecie i jest określona następująco

$$\xi = f_v (\operatorname{tr}(\underline{\epsilon}) - \theta).$$

Należy nadmienić, że związki o postaci (2.5) są najczęściej podstawą rozważań jakościowych w badaniach własności materiałów porowatych, natomiast relacje (2.6) wykorzystuje się zazwyczaj przy rozwiązywaniu praktycznych zagadnień brzegowych zwłaszcza z dziedziny mechaniki gruntów i skał.

W odniesieniu do zagadnień dynamicznych, dla siły oddziaływania \underline{R} , Biot rozważał dwa przypadki związków konstytutywnych: dla zakresu niskich częstości oraz dla zakresu wysokich częstości [2].

W zakresie niezbyt wysokich częstości, w którym teoria Biota jest najczęściej stosowana, siła oddziaływania pomiędzy izotropowym szkieletem i lepkiem płynem ma postać, [14]:

$$(2.7) \quad \underline{R} = \frac{\eta f^2}{k} (\underline{v}^f - \underline{v}^s) - \rho_{12} \frac{\partial}{\partial t} (\underline{v}^f - \underline{v}^s),$$

gdzie pierwszy wyraz reprezentuje wypadkowe lepkie oddziaływanie pomiędzy fazami (nazywane także sprzężeniem dyfuzyjnym) a drugi wyraz wyraża wypadkową oddziaływań normalnych we względnym nieustalonym ruchu składników (sprężenie dynamiczne). Wielkości η i k oznaczają odpowiednio lepkość dynamiczną płynu oraz współczynnik przepuszczalności.

Dla zakresu wysokich częstości Biot zaproponował poprawkę do wzoru (2.7) w postaci zespolonej funkcji częstości pomnożonej przez składową siły \underline{R} reprezentującą oddziaływania lepkie, [2].

2.3. Równania falowe. Związki dyspersyjne.

W dalszych rozważaniach korzystać będziemy z równań ruchu (2.4) oraz związków fizycznych (2.5) i (2.7) w zastosowaniu do zagadnień opisujących propagację płaskich fal harmonicznym w nasyconym ośrodku porowatym.

Równania te, po uwzględnieniu związków geometrycznych

$$(2.8) \quad \underline{\epsilon} = \frac{1}{2} [\text{grad } \underline{u}^s + (\text{grad } \underline{u}^s)^T],$$

$$\epsilon = \text{tr}(\underline{\epsilon}), \quad \theta = \text{div } \underline{u}^f,$$

gdzie \underline{u}^s i \underline{u}^f są wektorami przemieszczeń odpowiednio porowatego szkieletu i cieczy, zapiszemy w postaci równań przemieszczeniowych:

$$(2.9) \quad \begin{aligned} N \nabla^2 \underline{u}^s + (A + N) \text{grad } \epsilon + Q \text{ grad } \theta &= \\ &= \rho_{11} \frac{\partial}{\partial t} \underline{v}^s + \rho_{12} \frac{\partial}{\partial t} \underline{v}^f + b(\underline{v}^f - \underline{v}^s), \end{aligned}$$

$$Q \text{ grad } \epsilon + R \text{ grad } \theta = \rho_{12} \frac{\partial}{\partial t} \underline{v}^s + \rho_{22} \frac{\partial}{\partial t} \underline{v}^f - b(\underline{v}^f - \underline{v}^s).$$

Następnie stosując operację divergencji i rotacji otrzymamy równania dla fal podłużnych

$$(2.10) \quad \begin{aligned} \nabla^2 [(A + 2N) \epsilon + Q \theta] &= \\ &= \frac{\partial^2}{\partial t^2} [\rho_{11} \epsilon + \rho_{12} \theta] + b \frac{\partial}{\partial t} (\theta - \epsilon), \end{aligned}$$

$$\nabla^2 [Q \epsilon + R \theta] = \frac{\partial^2}{\partial t^2} [\rho_{12} \epsilon + \rho_{22} \theta] - b \frac{\partial}{\partial t} (\theta - \epsilon),$$

oraz równania dla fal poprzecznych:

$$(2.11) \quad \begin{aligned} N \nabla^2 \underline{\Omega}^s &= \frac{\partial^2}{\partial t^2} [\rho_{11} \underline{\Omega}^s + \rho_{12} \underline{\Omega}^f] + b \frac{\partial}{\partial t} (\underline{\Omega}^f - \underline{\Omega}^s), \\ \frac{\partial^2}{\partial t^2} [\rho_{12} \underline{\Omega}^s + \rho_{22} \underline{\Omega}^f] - b \frac{\partial}{\partial t} (\underline{\Omega}^f - \underline{\Omega}^s) &= 0 \end{aligned}$$

gdzie

$$\underline{\Omega}^s = \text{rot } \underline{u}^s, \quad \underline{\Omega}^f = \text{rot } \underline{u}^f.$$

Przyjmując dla płaskich fal podłużnych rozwiązania w postaci:

$$(2.12) \quad \begin{aligned} \epsilon &= C_1 \exp [i (lx - \omega t)] , \\ \theta &= C_2 \exp [i (lx - \omega t)] , \end{aligned}$$

zaś dla fal poprzecznych w postaci

$$(2.13) \quad \begin{aligned} \Omega^s &= C_3 \exp [i (kx - \omega t)] , \\ \Omega^f &= C_4 \exp [i (kx - \omega t)] , \end{aligned}$$

gdzie l , k są zespolonymi liczbami falowymi natomiast ω jest częstością kołową, z warunku niezerowych rozwiązań równań (2.10) i (2.11) otrzymamy związki dyspersyjne:

- dla fal podłużnych

$$(2.14) \quad \begin{aligned} l^4 Y &- l^2 \left\{ \omega^2 (2N + A) (\bar{\rho}^f + \rho_{12}) + \right. \\ &\left. + R(\bar{\rho}^s + \rho_{12}) + 2\rho_{12}Q - i\omega bH \right\} + \\ &+ (\bar{\rho}^s \bar{\rho}^f + \bar{\rho}^s \rho_{12} + \bar{\rho}^f \rho_{12}) \omega^4 - i\omega^3 b \bar{\rho} = 0 \end{aligned}$$

- oraz dla fal poprzecznych

$$(2.15) \quad \begin{aligned} k^2 N \omega^2 (\bar{\rho}^f + \rho_{12}) - i\omega b - \\ - (\bar{\rho}^s \bar{\rho}^f + \bar{\rho}^s \rho_{12} + \bar{\rho}^f \rho_{12}) \omega^4 - i\omega^3 b \bar{\rho} = 0 \end{aligned}$$

gdzie

$$\begin{aligned} Y &= (2N + A) R - Q^2 , & H &= 2N + A + R + 2Q , \\ \bar{\rho} &= \bar{\rho}^s + \bar{\rho}^f \end{aligned}$$

Z rozwiązania równania (2.14) względem l/ω wynika, że w ośrodku przepuszczalnym propagują się dwie fale podłużne, nazywane falą szybką (1) i falą wolną (2) o prędkościach fazowych

$$(2.16) \quad v_i = 1 / \operatorname{Re} (l/\omega)_i, \quad i = 1, 2$$

i współczynnikach tłumienia

$$(2.17) \quad \alpha_i = \operatorname{Im} (l)_i, \quad i = 1, 2.$$

Rozwiązując równanie (2.15) względem k/ω stwierdzamy, że w takim ośrodku może propagować się jedna fala poprzeczna o prędkości fazowej

$$(2.18) \quad v_s = 1 / \operatorname{Re} (k/\omega)$$

i współczynnikiem tłumienia

$$(2.19) \quad \alpha_s = \operatorname{Im} (k).$$

3. Wyznaczanie stałych na podstawie pomiarów charakterystycznych parametrów fal.

Na podstawie równań zestawionych w poprzednim paragrafie jest widoczne, że w liniowej teorii izotropowych ośrodków porowatych wypełnionych cieczą mamy do czynienia ze zbiorem czterech stałych sprzężystych $\{A, Q, R, N\}$ lub z równoważnym zbiorem $\{\alpha, M, \lambda, \mu\}$. Ponieważ bezpośredni pomiar występujących w teorii stałych nie jest możliwy, więc

zachodzi potrzeba ustalenia czterech innych parametrów mierzonych doświadczalnie, które następnie pozwolą określić poszukiwane stałe.

Skierujemy uwagę na trzy metody pomiarów parametrów charakterystycznych dla zjawisk dynamicznych, mianowicie:

- 1) pomiar prędkości fal w nienasyconym porowatym szkielecie i wykorzystanie związków Biota - Willisa,
- 2) numeryczna analiza związków dla prędkości fazowej fali szybkiej w nasyconym ośrodku porowatym w oparciu o doświadczalnie konstruowaną krzywą dyspersyjną,
- 3) pomiar zespolonej impedancji nasyconej porowatej próbki.

Na ich podstawie będzie można określić poszukiwane stałe sprężyste.

3.1. Pomiary prędkości fal w nienasyconym porowatym ośrodku w połączeniu ze związkami Biota-Willisa.

W znanej powszechnie pracy [3], Biot-Willis przedyskutowali i określili relacje opisujące stałe A , Q , R dla dwuskładnikowego ośrodka w funkcji wielkości (współczynników) zmierzonych w statycznych próbach ściśliwości izolowanej i nieizolowanej porowatej próbki zanurzonej w cieczy (patrz np. [16]).

Związki przez nich podane zawierają także tzw. współczynnik zawartości cieczy, który jest mierzalny w wymienionych testach statycznych (jak dotąd nie opracowano sposobu pomiaru tego współczynnika metodami dynamicznymi).

W przypadku, gdy materiał szkieletu jest izotropowy i jednorodny, współczynnik zawartości cieczy wyraża się poprzez porowatość i ściśliwości materiałów poszczególnych faz. Wówczas stałe A , Q i R można określić jak następuje

$$\begin{aligned}
 A &= \left[(1 - f_v) \left(1 - f_v \frac{K_b}{K_s} \right) K_s + f_v \frac{K_s}{K_f} K_b \right] \frac{1}{D} + \frac{4}{3} N, \\
 (3.1) \quad Q &= f_v K_s \left(1 - f_v - \frac{K_b}{K_s} \right) \frac{1}{D}, \\
 R &= f_v^2 \frac{K_s}{D},
 \end{aligned}$$

gdzie

$$D = 1 - f_v - \frac{K_b}{K_s} + f_v \frac{K_s}{K_f}.$$

Wielkości K_s i K_f w (3.1) są modułami ściśliwości odpowiednio materiału szkieletu i samego płynu, natomiast K_b jest modułem ściśliwości porowatej próbki w warunkach swobodnego wypływu z niej płynu nazywany także modułem ściśliwości z odsączaniem, [20].

Jeżeli zatem dokonać pomiaru modułu ściśliwości z odsączaniem K_b przy znanych wielkościach: porowatości f_v i modułach ściśliwości materiałów faz K_s i K_f , to związki (3.1) umożliwiają określenie stałych A , Q i R .

Istota metody sprowadza się do pomiaru prędkości fali podłużnej i poprzecznej w nienasyconej porowatej próbce pozwalających określić bezpośrednio moduł ścinania N i moduł ściśliwości porowatego szkieletu K_b , a następnie wykorzystanie związków (3.1).

Mierząc prędkości propagacji fal oraz zakładając, że nienasycony materiał porowaty jest ośrodkiem nie wywołującym istotnej dyspersji fal, stałe sprężyste N i K_b mogą być wyznaczone z następujących wzorów na prędkości fazowe fali podłużnej v_l i poprzecznej v_s :

$$(3.2) \quad v_l = \sqrt{\frac{K_b + \frac{4}{3} N}{(1-f_v)\rho}}, \quad v_s = \sqrt{\frac{N}{(1-f_v)\rho}}$$

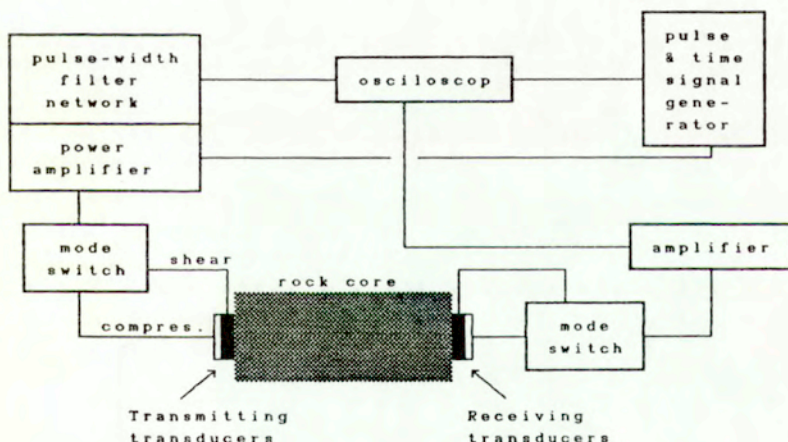
Stąd mamy:

$$(3.3) \quad N = (1 - f_v) \rho^3 v_s^2 ,$$

$$K_b = (1 - f_v) \rho^3 v_1^2 - \frac{4}{3} v_s^2 .$$

Wykorzystanie następnie związków (3.1) prowadzi do jawnej zależności stałych A, Q i R w funkcji f_v , v_s , v_1 , K_b , K_f .

Jedną z dogodnych technik wykorzystywanych do określenia modułów N i K_b jest ultradźwiękowa metoda impulsowa w układzie umożliwiającym wzbudzenie i odbiór dwóch modów falowych: fali podłużnej i fali poprzecznej w jednej konfiguracji pomiarowej. Na Rys.1. przedstawiony jest schemat tego typu układu pomiarowego wykorzystywanego przez S.N. Domenico i zaprezentowanego w pracy [10].



Rys.1. Schemat układu pomiarowego do pomiaru prędkości fali podłużnej i poprzecznej w jednej konfiguracji, [Domenico 1977].

Spostrzeżenie ;

Omówiony powyżej sposób wyznaczenia modułów N i K_b , oparty na pomiarach prędkości fal w nienasyconym (suchym) szkielecie może być wykorzystany w przypadku materiałów, dla których moduły z odsączeniem nie różnią się istotnie od modułów suchego szkieletu.

W literaturze dotyczącej dynamicznych badań takich materiałów porowatych jak skały czy kości często mierzy się moduły sprężyste próbek suchych. Należy jednak zwrócić uwagę, że zwilżenie może mieć znaczący wpływ na własności sprężyste niektórych materiałów (patrz np. [21] [22]) i wówczas dla wyznaczenia stałych N , A , Q i R nie można oprzeć się na pomiarach modułów suchego szkieletu.

3.2. Metoda doświadczalnej krzywej dyspersyjnej fali szybkiej.

Z dwóch fal podłużnych tj. fali szybkiej i fali wolnej, których rozchodzenie się w nieograniczonym, nasyconym płynem ośrodku porowatym przewiduje teoria Biota, w eksperymentach obserwuje się zwykle tylko falę szybką. Fala wolna, której towarzyszą drgania składników w przeciwfazie, [2], jest silnie tłumiona i dla jej obserwacji wymagane są specjalne warunki.

Fazowa prędkość fali szybkiej propagującej się w dysypatywnym ośrodku porowatym nasyconym cieczą wyraża się wzorem, [28],

$$(3.4) \quad v = \left[\frac{2 \bar{A}}{B - \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{\bar{R} + B - 4\bar{A}C - \frac{E^2}{\omega^2}}} \right]^{1/2},$$

gdzie

$$\bar{A} = (2N + A) R - Q^2 ,$$

$$B = (2N + A) \rho_{22} + R \rho_{11} - 2Q \rho_{12} ,$$

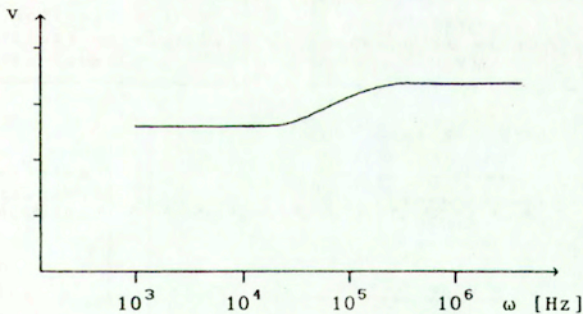
$$C = \rho_{11} \rho_{22} - \rho_{12}^2 ,$$

$$E = b (2N + A + R + 2Q) ,$$

$$\bar{R} = \left[B^2 - 4\bar{A}C - \frac{E^2}{\omega^2} \right]^2 + \frac{4}{\omega^2} (BE - 2\bar{A}\bar{\rho}b)^2 ,$$

ω jest częstością kołową a $b = \frac{\eta f_v^2}{k}$, $\bar{\rho} = \bar{\rho}^* + \bar{\rho}^f$.

Typowa krzywa dyspersyjna fali szybkiej wyznaczona w oparciu o wzór (3.4) ma przebieg pokazany na Rys.2., [16,28].



Rys.2. Krzywa dyspersyjna (typowa) fali szybkiej [Kubik, Kaczmarek 1988; Yew, Jogi, Grey 1979].

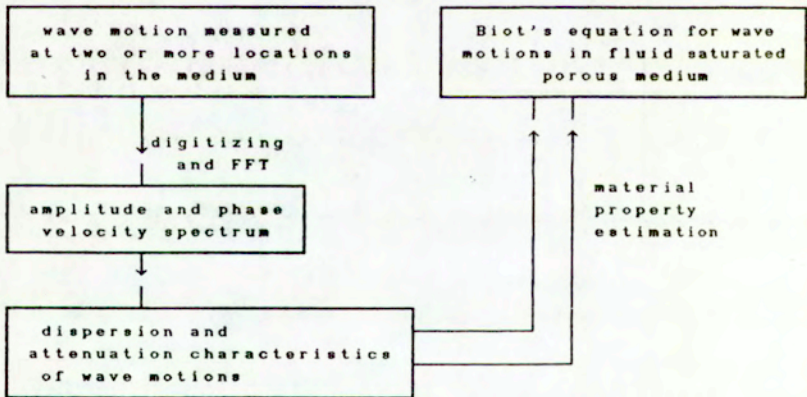
W zakresie niskich i wysokich częstości ω dyspersja fali szybkiej jest nieznaczna i prędkości fal są wówczas odpowiednio równe, [27],

$$(3.5) \quad v^2|_{\omega \rightarrow 0} = v_0^2 = \frac{2N + A + R + 2Q}{\rho_{11} + \rho_{22} + 2\rho_{12}}$$

$$v^2|_{\omega \rightarrow \infty} = v_1^2 = \frac{2\bar{A}}{B - \sqrt{B^2 - 4\bar{A}C}}$$

W pracy [28] zaproponowano metodę wyznaczenia stałych sprężystych Biota i współczynnika oporu przepływu b w oparciu o wyżej dyskutowane zależności dla prędkości fazowej fali szybkiej i dane uzyskane z pomiarów impulsu fali przed porową próbką nasyconą płynem a następnie po przejściu przez próbkę.

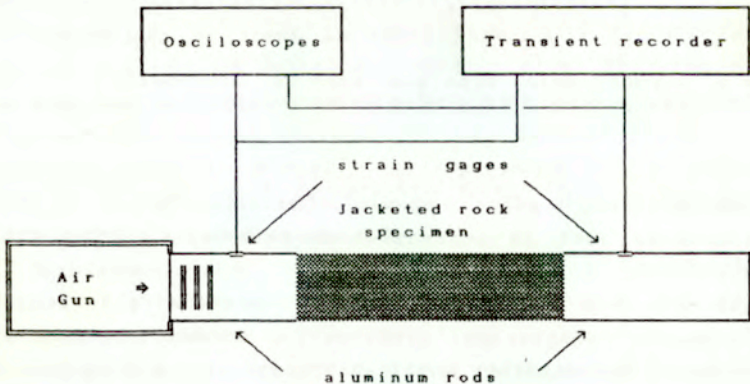
Schemat procedury zaproponowanej w pracy [28] przedstawiono na Rys.3.



Rys.3. Schemat procedury wyznaczenia stałych materiałowych na podstawie doświadczalnej krzywej dyspersyjnej, [Yew, Yogi, Gray 1979].

Źródłem informacji o własnościach materiału porowatego są impulsy falowe mierzone przed porowatą próbką a następnie po przejściu przez próbkę. Impulsy te są zarejestrowane w postaci cyfrowej i poddane analizie spektralnej z pomocą oprogramowania realizującego tzw. szybką transformatę Fouriera (FFT). Po uwzględnieniu dyspersji wynikającej z rozchodzenia się fali w ośrodku ograniczonym - walcu, wyznaczona jest doświadczalna charakterystyka dyspersyjna oraz krzywa tłumienia danego materiału porowatego wypełnionego płynem. Przyjmując, że znane są współczynniki masowe: ρ_{11} , ρ_{12} i ρ_{22} proponuje się estymowanie parametrów sprężystych $(2N+A)$, Q i R oraz współczynnika b w oparciu o procedurę numeryczną, która poszukuje takiego kompletu powyższych stałych aby związki (3.4) i (3.5) aproksymowały zadaną dokładnością eksperymentalnie wyznaczoną krzywą dyspersyjną danego materiału.

Na Rys. 4 przedstawiono zasadnicze elementy schematu układu pomiarowego wykorzystywanego w pracy [28] do wyznaczenia doświadczalnych charakterystyk falowych materiałów.

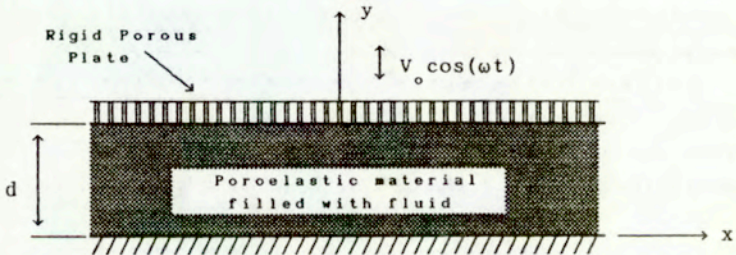


Rys.4. Schemat układu pomiarowego do pomiaru impulsu falowego przed i za próbką, [Yew, Jogi, Gray 1979]

3.3. Pomiar zespolonej impedancji.

W pracy Kim i Kingsburego [17] przedstawiono metodę wyznaczenia dwóch współczynników sprężystych modelu Biota w oparciu o pomiar zespolonej impedancji nasyconej porowatej próbki. Zakłada się przy tym, że znane są stałe Lamé porowatego szkieletu w warunkach swobodnego wypływu cieczy (z odsączaniem).

Punktem wyjścia tej propozycji jest opis drgań harmonicznie obciążonej warstwy porowatej nasyconej płynem (Rys.5), rozważany w pracy [27].



Rys.5. Harmonicznie drgająca warstwa rozważana w pracy [Wejesinhe, Kingsbury 1979]

Przesunięcie górnej powierzchni warstwy $v_0 \cos(\omega t)$ realizowane jest za pośrednictwem sztywnej, przepuszczalnej płyty.

W zakresie drgań, dla których można pominąć siły inercyjne, z rozwiązania powyższego problemu w ramach teorii Biota otrzymano, że zespolony moduł sztywności E , definiowany jako stosunek naprężeń normalnych na górnej powierzchni warstwy σ_{yy} do amplitudy bezwymiarowych przemieszczeń (v_0/d) ma postać:

$$(3.6) \quad E = \frac{\rho(\lambda + 2\mu)}{b_2 + \frac{b_1\alpha}{\lambda + 2\mu} \frac{\tanh(\omega d)}{\Omega d}},$$

gdzie

$$b_1 = \frac{\eta\alpha}{k}, \quad b_2 = \frac{\eta}{Mk},$$

$$\bar{\rho} = b_2 + \frac{b_1\alpha}{\lambda + 2\mu}, \quad \Omega = (1 + i) \sqrt{\frac{\rho\omega}{2}}, \quad i = \sqrt{-1},$$

zaś występujące w powyższych związkach stałe: μ , λ , α i M są stałymi sprężystymi z równań konstytutywnych (2.6).

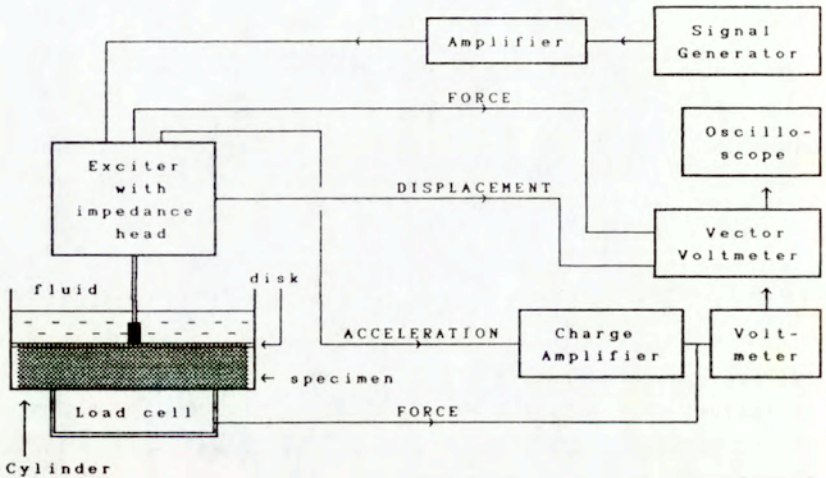
Zespolony moduł sztywności E jest związany z eksperymentalnie mierzalną zespoloną impedancją Z wzorem

$$(3.7) \quad E = \omega Z d A$$

gdzie A i d są odpowiednio polem powierzchni przekroju i wysokością próbki.

Zakładając, że znane są stałe Lamé λ i μ porowatego materiału w warunkach swobodnego wypływu płynu (przyjmuje się, że mogą one być wyznaczone metodami tradycyjnie stosowanymi dla materiałów jednoskładnikowych) oraz lepkość płynu η i przepuszczalność k , w pracy [17] proponuje się ze związków (3.6) i (3.7) wyznaczać stałe α i M mierząc impedancję Z dla danej częstości wymuszenia.

Eksperymentalnego wyznaczenia zespolonej impedancji Z dokonuje się mierząc stosunek przyspieszenia na górnej powierzchni próbki do siły wymuszającej drgania lub stosunek wymuszonego przemieszczenia do siły u podstawy próbki. Schemat wykorzystywanego w pracy [26] układu pomiarowego przedstawiono na Rys.6.



Rys.6. Schemat układu pomiarowego do pomiaru impulsu falowego przed i za próbką, [Yew, Jogi, Gray 1979].

4. Podsumowanie i uwagi końcowe.

Przedstawione w pracy procedury wyznaczania współczynników sprężystych nasyconego ośrodka porowatego metodami dynamicznymi wymagają spełnienia pewnych istotnych warunków wynikających z rozważań teoretycznych zjawiska propagacji fal.

Zjawiska, które towarzyszą pomiarom powinny być opisywane przez model, którego stałe są przedmiotem analizy. Oznacza to, że długości generowanych fal powinny być znacznie większe od charakterystycznych wymiarów porów lub ziaren rozważanego materiału. W modelu Biota, bowiem pominięte są efekty rozproszenia fal na niejednorodnościach rzędu wymiarów porów (patrz dyskusja Jungman, Quentin, Adler i Xue, [15]).

Przeprowadzone przez niektórych autorów porównanie modułów sprężystych materiałów porowatych wyznaczanych metodami statycznymi i metodami dynamicznymi (np. [7]) wskazuje, że moduły dynamiczne mogą być nawet o 100% większe od modułów statycznych tego samego materiału. Różnice te tłumaczy się najczęściej faktem, że moduły statyczne wyznaczone są w procesach izotermicznych natomiast moduły dynamiczne w procesach adiabatycznych.

Z punktu widzenia zastosowań teorii nie jest zatem obojętne jak parametry występujące w teorii są wyznaczane. Wydaje się być celowym aby w zastosowaniach modelu do opisu zagadnień dynamicznych współczynniki materiałowe były określane metodami dynamicznymi i podobnie dla zagadnień statycznych.

Praca niniejsza wraz z wcześniej publikowanymi przeglądami statycznych metod wyznaczania stałych sprężystych (Kingsbury, 1984, [18], Kaczmarek, Kubik, 1985, [16]) pozwala zorientować się, że istnieje szeroka gama możliwości określania współczynników materiałowych nasyconych materiałów porowatych.

Na tle przeprowadzonej dyskusji widać ponadto, pewne otwarte pola odnośnie wykorzystania niektórych klasycznych metod dynamicznych (np. metod rezonansowych) do wyznaczania współczynników materiałowych przepuszczalnego ośrodka.

Literatura

- [1] Auriault, J.L.; 1980, Dynamic behaviour of porous medium saturated by a newtonian fluid, Int. J. Engng Sci., 18, 775-785.
- [2] Biot, M. A. 1956, Theory of propagation of elastic waves in a fluid-saturated porous solid, J. Acoust. Soc. Am., 28, 2, 168-191.
- [3] Biot, M.A., Willis, D.G. 1957, The elastic coefficients of theory of consolidation, J. Appl. Mechanics, 24, 594-601.

- [4] Biot, M.A., 1962 a, Mechanics of deformation and acoustic propagation in porous media, *J. Appl. Phys.* 33, 4, 1482-1498.
- [5] Biot, M.A. 1962 b, Generalized theory of acoustic propagation in porous dissipative media, *J. Acoust. Soc. Am.*, 34, 9, 1254-1264.
- [6] Bourbié, T., Coussy, O., Zinszner, B. 1987, *Acoustics of porous media*, Gulf Publ. Company.
- [7] Cheng, C.H., Johnston, D.H. 1981, Dynamic and static moduli, *Geophysical Res. Lett.*, 8, 1, 39-42.
- [8] Deresiewicz, H., The effect of boundaries in wave propagation in a liquid-filled porous solid, *Bull. Seism. Soc. Am.*, 50, 1960, 51, 1961, 52, 1962, 54, 1964.
- [9] Derski, W., Equations of motion for a fluid-saturated porous solid, *Bull. Acad. Pol. Sci. Sér. Sci. Techn.* XXVI, 1, 1978.
- [10] Domenico, S.N., 1977, Elastic properties of unconsolidated porous sand reservoirs, *Geophysics*, 42, 7, 1339-1368.
- [11] Drew, D.A., 1971, Averaged field equations for two-phase media, *Studies in Appl. Mathematics*, 1, 2, 133-166.
- [12] Dzieścielak, R., Propagacja fal nieciągłości w ośrodku porowatym nasyconym cieczą, *Rozprawy Nr 118, Pol. Poznańska*, 1980.
- [13] Hassanizadeh, M. Gray, W. G. 1979, General conservation equations for multiphase systems: Averaging procedure, *Adv. Water Res.*, 2, 131.
- [14] Johnson, D. L. 1986, Recent developments in the acoustic properties of porous media, w: *Frontiers in physical acoustics*, XCIII Corso, Soc. Italiana di Fisica Bologna.
- [15] Jungman, A., Quentin, G., Adler, L., Xue, Q., 1989, Elastic property measurements in fluid-filled porous materials, *J. Appl. Phys.*, 66, 11, 5179-5184.

- [16] Kaczmarek, M., Kubik, J., 1985, Wyznaczanie stałych materiałowych dla fizycznych i kinematycznych składników ośrodka porowatego wypełnionego cieczą, *Rozpr. Inż.*, 33, 4, 589-609.
- [17] Kim, Y. K., Kingsbury, H. B., 1979, Dynamic characterization of poroelastic materials, *Experimental Mechanics*, 19, 7, 252-258.
- [18] Kingsbury, H. B., 1984, Determination of material parameters of poroelastic media, w: *Fundamentals of transport phenomena in porous media*, ed. J. Bear, M. Corapcioglu, Martinus Nijhoff, 579-615.
- [19] Kubik, J., Kaczmarek, M., 1988, Wpływ struktury porów na propagację fal harmoniczych w ośrodku przepuszczalnym wypełnionym cieczą, *Rozpr. Inż.*, 36, 3, 419-440.
- [20] Lambe, T. W., Whitman, R. V., 1969, *Soil Mechanics*, John Willey & Sons.
- [21] Murphy III, W. F., 1984, Acoustic measures of partial gas saturation in tight sandstones, *J. Geoph. Res.*, 89, B13, 11549-11559.
- [22] Murphy III, W. F., Winkler, K. W., Kleinberg, R. L., 1984, Frame modulus reduction in sedimentary rocks: The effect of adsorption on grain contacts, *Geoph. Res. Lett.*, 1, 9, 805-808.
- [23] Nigmatulin, R. I., 1987, *Dinamika mnogofaznych sred*, t.1 i 2, Nauka, Moskwa.
- [24] Nikołajewski, W.N., O rasprostranienii prodolnych wołn w nasyszczienych židkosti u prugich poristych sriedach, *Inż. ž.* 3, 1963.
- [25] Schiffman, R. L., 1984, A bibliography of consolidation, w: *Fundamentals of transport phenomena in porous media*, ed. J. Bear, M. Y. Corapcioglu, Martinus Nijhoff, 619-169.
- [26] White, J. E., 1983, *Application of seismic waves*, Elsevier.

- [27] Wijesinghe, A. M., Kingsbury, H. B., 1979, On the dynamic behavior of poroelastic materials, J. Acoust. Soc. Am., 65, 1, 90-95.
- [28] Yew, C. H., Jogi, P. N., Gray, K. E., 1979, Estimation of the mechanical properties of fluid-saturated rocks using the measured wave motions, J. Energy Res. Techn., 101, 112-116.