KRÓTKA ARYTMETYKA

Z WIELU ZADANIAMI

— W DWU CZĘŚCIACH —

NAPISAŁ

MARYAN A. BARANIECKI,
PROFESOR UNIWERSYTETU.

CZĘŚĆ PIERWSZA.

WYDANIE DRUGIE

NAKŁADEM KSIĘGARNI M. ARCTA W WARSZAWIE,
UL. NOWY ŚWIAT Nº 53.
1894.

Cena w oprawie 70 kop.

1833

KRÓTKA ARYTMETYKA

Z WIELU ZADANIAMI

— W DWU CZĘŚCIACH —

NAPISAŁ

MARYAN A. BARANIECKI,

PROFESOR UNIWERSYTETU.

CZĘŚĆ PIERWSZA.

WYDANIE DRUGIE.

WARSZAWA.

NAKŁADEM KSIĘGARNI M. ARCTA,

UL. NOWY ŚWIAT № 53.

1894.

Дозволено Цензурою.
Варшава, 4 Апрѣля 1894 г.

Kraków 1894. — W drukarni Uniwersytetu, pod zarządem A. M. Kosterkiewicza.

Non multa, sed multum.

Pierwsze w r. 1884 wydanie mojej obszernej »Arytmetyki« w Bibl. mat.-fiz. tak szybko się rozeszło, iż powziąłem myśl, niezależnie od drugiego, w znacznej części przerobionego, wydania owej książki, opracować inną, o wiele krótszą, któraby zawierała jedynie to, co przy pierwszej systematycznej nauce arytmetyki podane być powinno. Ową zaś krótką arytmetykę postanowiłem opatrzyć zbiorem licznych a metodycznie ułożonych zadań. tak żeby one razem z częścią teoretyczną tworzyły spójną całość. Wiadomą bowiem jest rzeczą, iż wiele szczegółów rozjaśnia się i utrwala w młodej głowie przez przerabianie odpowiednio dobranych zadań, a nawet pewne drobiazgi lepiej jest usunąć z teoretycznej części nauki i na nie dopiero przy zadaniach zwrócić uwagę.

Różne przeszkody opóźniły tak wydanie nowe wspomnianej »Arytmetyki«, jak i wydanie niniejszej »Krótkiej arytmetyki«. Obie te książki wychodzą teraz jednocześnie, posiadając jednak całkiem różny charakter Oczywiście, że wszystkie problematy drugiej są obszerniej traktowane w pierwszej, że nadto można naukę, prowadzoną według drugiej, uzupełnić tem i owem, wziętem z pierwszej; ale książka niniejsza jest zupełnie wolna od wszelkich tak dydaktycznych uwag, jak i teoretycznych uzupełnień i poglądów ogólniejszych. —

Podział tej książki na dwie części jest uzasadniony względami praktycznemi. Dlatego w rozdziale 7-ym części I o podzielności liczb są kwestye łatwiejsze, a trudniejsze z nich tworzą w części II rozdział 1-szy; dlatego w części I nauka o ułamkach zwyczajnych (rozdział 8-my) obchodzi się bez wszelkich określeń i prawideł i ma na widoku zrozumienie natury tych nowych liczb, gdy w części II (rozdział 2-gi) jest już prowadzona zupełnie systematycznie; dlatego też w części II reguła procentu (rozdział 7-my) jest podana przed regułą trzech złożoną (rozdział 8-my).

Wziąwszy przed się jakiś rozdział, należy treść każdego artykułu przerobić na kilku przykładach nietrudnych, podobnych do podanego w książce, a po przerobieniu w ten sposób całego rozdziału należy zaraz gruntownie go powtórzyć i nie postępować naprzód dopóty, dopóki cała jego treść przyswojoną nie zostanie. Gdy podczas przerabiania jakiegoś artykułu wypadnie się oprzeć na rzeczy poprzednio uzasadnionej (co wskazują przytoczenia artykułów w nawiasach), to należy każdym razem odpowiednią rzecz szczegółowo wypowiedzieć, przypomnieć sposób jej wyprowadzenia i wyraźnie wskazać, jakie ma ona w tem miejscu zastosowanie. Po ukończeniu części I należy ją całą systematycznie powtórzyć, ale już kładąc pewien nacisk na związek oddzielnych kwestyj z sobą. Także po ukończeniu części II należy powtórzyć obie części, podobnie wiążąc z sobą oddzielne ustępy.

Na miejscu tu, zdaje mi się, będzie zwrócenie uwagi na to, iż zaznaczanie pedantyczne, które z liczb podczas działania są oderwane, a które mianowane, jak również tworzenie zadań odwrotnych względem danego, bardzo się przyczynia do rozjaśnienia poglądów tak na same działania, jak i na bieg rozumowania przy rozwiązywaniu zadań.

Zadania są ułożone według artykułów wykładu teoretycznego, co jest starannie zaznaczane. Nie należy jednak bynajmniej tego tak rozumieć, że wszystkie zadania, do pewnego artykułu się odnoszące, byłoby korzystnie zaraz po tym artykule przerobić. Naprzód trzeba wziąć zadania łatwiejsze i te mianowicie, które charakteryzują różne stawianie kwestyj, wiążących się z pewnem działaniem, a trudniejsze zadania dawać dopiero przy powtarzaniu. Dlatego przed wybieraniem zadań do przerobienia w pewnem stadyum nauki należy się rozejrzeć dobrze w całej grupie tych zadań, które do pewnego artykułu się odnoszą, i dobrze sobie zdać sprawę, jakie rozumowanie jest w nich konieczne, poczem dopiero należy oddzielić te, które przy powtarzaniu mają być przerabiane. Ponadto zauważyć należy, że niektóre zadania, pod różnymi artykułami podane, wiążą się z sobą, tworząc stopniowanie wprawy w odpowiednie rozumowanie. Nie należy brać jednego z nich bez przerobienia poprzednich; wspomnę tu np. o grupie zadań, w których zachodzi podział na części nierówne (w części I: 175, 177, 200, 212, 232, 233, 235—237, 343—345, 468), lub np. o zadaniach, w których jest mowa o zbiornikach (w części I: 214, 337, 338, 397, 589, 603, 613, 642, 648, w części II: 162, 201, 248, 258 i t. d.), lub wreszcie o potrzebie zachowania w rozumowaniu takiej samej ostrożności (np. w części I: 455, 456, 472, w części II: 99; albo np. w części I: 586, w części II: 81, 94). Chociaż przy niektórych zadaniach trudniejszych daję wskazówki rozwiązania ich w »Odpowiedziach«, to jednak pewną ilość takich zadań (np. w części I: 98, 233, 346), umieszczanych zwykle na końcu grupy, pozostawiam bez wskazówek — umyślnie, aby owe zadania zostały zużytkowane we właściwy sposób, jako ćwiczenia szczególne.

Dodam jeszcze, że starałem się w zadaniach o możliwą ich rozmaitość. Łatwo zaś będzie, mając na myśli utrwalenie pewnego toku rozumowania, z jakiegoś zadania tworzyć inne, zmieniając w niem liczby dane.

Kraków, 2 marca r. 1894.

Baraniecki.

SPIS RZECZY CZĘŚCI I.

Rozdział I. Liczba. Liczenie.

Rozdział II. Dodawanie i odejmowanie liczb całkowitych.

Rozdział III. Mnożenie i dzielenie liczb całkowitych.

Rozdział IV. Liczby dziesiętne.

Rozdział V. Miary.

Rozdział VI. Liczby wielorakie.

Rozdział VII. Podzielność liczb.

Rozdział VIII. Początki nauki o ułamkach zwyczajnych.

Zadania.

Poprawić:

Strona	27	*wiersz*	2	*zamiast* taką	*ma być*	taką,
	93		38	worki		worków
	95		20	1,9		0,19
	99		34	73 245,6″		73 245,6
	102	*numer*	471	471		461 *b*)
	108	*wiersz*	9	$\frac{6}{20}$		$\frac{3}{20}$
	114		3	471		461 *b*)
	97		31	24·48		24,48
	101		4	365·2422		365,2422
	„		5	365·25		365,25

CZĘŚĆ PIERWSZA.

ROZDZIAŁ PIERWSZY.

LICZBA. LICZENIE.

LICZBA. LICZBA ODERWANA I LICZBA MIANOWANA. LICZBA WIELORAKA.

1. Jeżeli mamy litr wody i garniec wody, to możemy garniec wody wyrazić jako cztery litry wody, i nawzajem możemy litr wody wyrazić jako czwartą część garnca wody. Takie dwa przedmioty, z których jeden możemy wyrazić przez pozostały, nazywamy j e d n o r o d n y m i.

Gdy zaś mamy kilogram żelaza i pięć kilogramów masła, to te dwa przedmioty są różnorodne, gdyż jednego z nich nie możemy wyrazić przez drugi. Jeżeli jednak nie będziemy zważali na naturę żelaza i masła, ale weźmiemy na uwagę tylko ich ciężary, to te dwa ciężary będą przedmiotami jednorodnymi.

Kiedy z dwu przedmiotów jednorodnych jeden wyrażamy przez drugi, to ten drugi przedmiot nazywamy j e d n o s t k ą i mówimy, że pierwszy przedmiot wymierzamy drugim, przyjętym za jednostkę. Gdy np. mówimy: garniec ma cztery litry, to garniec wymierzamy litrem i litr jest tu jednostką; gdy zaś mówimy: litr jest czwartą częścią garnca, to tu garniec jest jednostką.

A więc: *jednostka jest to przedmiot, służący do wymierzenia innego przedmiotu, z nim jednorodnego.*

2. Mówiąc: mamy pięć kilogramów masła, chcemy przez to powiedzieć, iż: mamy masła *pięć razy więcej niż jeden* kilogram. A więc: wyraz »pięć« oznacza »pięć razy więcej niż jeden«. O tem aś, że mamy masła pięć razy więcej niż jeden kilogram, wiemy, wymierzywszy ciężar masła ciężarem jednego kilograma, przyjętego za jednostkę. Tu »pięć« czyli »pięć razy więcej niż jeden« jest liczbą.

Podobnie, gdy mówimy: mamy w koszyku dziesięć jabłek, to nie zważamy na to, że jabłka mogą być różnej wielkości, lub może różnego gatunku, ale idzie nam tylko o to, że w koszyku jest jabłek *dziesięć razy więcej niż jedno.*

A więc: *liczba jest to wynik z wymierzenia pewnego przedmiotu innym, z nim jednorodnym, przyjętym za jednostkę.*

3. Kiedy mówimy: »pięć kilogramów«, to tu obok liczby »pięć« mamy nazwę czyli miano jednostki (kilograma), którą odpowiedni przedmiot mierzyliśmy. Liczbę wraz z mianem jednostki nazywać będziemy liczbą mianowaną. Jest więc pięć kilogramów liczbą mianowaną; podobnie dziesięć jabłek jest liczbą mianowaną; i t. d.

W przeciwstawieniu temu, liczbę, przy której niema lub nie może być wypowiedzianego miana jednostki, nazywamy liczbą oderwaną. Tak np. pięć jest liczbą oderwaną, dziesięć jest liczbą oderwaną.

Ilekroć przy liczbie może być powiedziany wyraz »razy«, to liczba jest oderwana. Np. jeżeli jedna gruszka kosztuje cztery kopiejki, to siedem gruszek kosztuje *siedem razy* więcej; tu liczba siedem (razy) jest oderwana.

Na liczbę mianowaną oczywiście składają się: liczba oderwana i miano jednostki.

4. Jeżeli ktoś mówi: pracowałem dwie godziny i dwadzieścia minut, to tu »dwie godziny i dwadzieścia minut« jest jedną liczbą mianowaną, gdyż moglibyśmy ją inaczej wypowiedzieć: sto czterdzieści minut. Ta jedna liczba »dwie godziny i dwadzieścia minut« jest wyrażona przy pomocy dwojakich jednostek: godziny i minuty. Podobnie jedna liczba »cztery stopy i trzy cale i pięć linij« jest wyrażona przy pomocy trojakich jednostek: stopy, cala i linii.

Wogóle, taką liczbę mianowaną, którą wyrażamy przy pomocy czyto dwojakich, czyto trojakich, czyteż przy pomocy więcej jednostek (jednorodnych), nazywamy liczbą wieloraką, alboteż liczbą mianowaną złożoną.

W przeciwstawieniu temu, liczbę mianowaną, wyrażoną przy pomocy jednej tylko jednostki, jak np. 8 arszynów, pięć kilogramów, dwie godziny i t. p., nazywać będziemy liczbą mianowaną prostą.

WYPOWIADANIE LICZB.

5. Pierwotnie ludzie dla przedstawienia liczby posługiwali się palcami rąk.

Gdy komuś przy pomocy palców rąk chcemy dać pojęcie o liczbie np. czterdzieści osiem, to najprościej tego dokonamy w taki sposób: cztery razy ukażemy wyprostowane palce obu rąk, a następnie ukażemy wyprostowanych osiem palców. Oddzielnie więc ukazujemy dziesiątki, a oddzielnie liczbę mniejszą od dziesięciu.

Tem się tłomaczy, dlaczego początkowe liczby aż do dziesięciu mają oddzielne nazwy proste, niezłożone. Są niemi:

jeden, dwa, trzy, cztery, pięć, sześć, siedem, osiem, dziewięć.

Pierwsza z tych nazw jest właściwie przymiotnikowa (jeden, jedna, jedno); dlatego zwykle zamiast niej używamy nazwy rzeczownikowej: jedność.

6. Na obliczanie ilości dziesiątków używamy tych samych nazw, co na obliczanie jedności; w ten sposób powstały nazwy złożone:

dwa-dzieścia, trzy-dzieści, czter(y)-dzieści, pięć-dziesiąt, sześć-dziesiąt, siedem-dziesiąt, osiem-dziesiąt, dziewięć-dziesiąt.

Przechowały się w tych nazwach dawne formy wyrazu dziesięć, dziś inaczej już nieużywane, a mianowicie: »dzieścia« (1-y przypadek liczby podwójnej), »dzieści« (1-y przypadek liczby mnogiej), »dziesiąt« (2-i przypadek liczby mnogiej).

Nazwy liczb pośrednich między dwadzieścia i trzydzieści, między trzydzieści i czterdzieści i t. d. pozostały złożone:

dwadzieścia jeden, dwadzieścia dwa i t. d.

Nazwy jednak liczb pośrednich między dziesięć a dwadzieścia są oddawna inaczej utworzone i, jako częściej używane, uległy skróceniu. Mówimy tedy:

jedenaście, dwanaście i t. d.

Powstały one ze skrócenia wyrażeń: jeden-na-ście, dwa-na-ście, i t. d., dziewięć-na-ście, w których »ście« jest dawną formą wyrazu dziesięć (4-y przypadek liczby pojedynczej).

7. Liczenie całymi dziesiątkami okazało się wygodne. Kiedy wypadła potrzeba wyrażania większych liczb, zaczęto liczyć na dziesiątki dziesiątków i utworzono na oznaczenie dziesiątka dziesiątków osobną nazwę prostą: sto. Przy jej pomocy powstały dalsze nazwy złożone:

dwie-ście, trzy-sta, cztery-sta, pięć-set,
sześć-set, siedem-set, osiem-set, dziewięć-set.

W pierwszej z tych nazw »ście« jest dawną formą wyrazu sto (1-y przypadek liczby podwójnej).

Podobnie dalej: dziesięć set zastąpione zostało nazwą prostą: tysiąc, a przy jej pomocy utworzone zostały nazwy złożone:

dwa tysiące, trzy tysiące, i t. d., dziewięć tysięcy.

Żadnej z tych nazw, jako rzadziej używanych, nie złączono już w jeden wyraz.

W języku łacińskim i w językach nowożytnych niema prostej nazwy na oznaczenie dziesięciu tysięcy, choć była taka nazwa w języku greckim; mówi się tedy:

dwadzieścia tysięcy, i t. d., dziewięćdziesiąt tysięcy.

Gdy w liczbie jest np. sześćset tysięcy i pięćdziesiąt tysięcy i cztery tysiące, to się mówi krócej: sześćset pięćdziesiąt cztery tysiące.

Dopiero niewygoda w używaniu nazwy: tysiąc tysięcy sprawiła, iż zastąpiono ją nazwą prostą: milion. Dla dziesięciu milionów i dla sta milionów niema nazw prostych.

Tysiąc milionów (gdy jest mowa o pieniądzach) zastępuje się nazwą: miliard.

Większych jeszcze liczb używa się w piśmie, ale rzadko się je wypowiada.

8. Widzimy z tego, że przy pomocy niewielu nazw prostych, mianowicie:

jeden, dwa, trzy, cztery, pięć, sześć, siedem,
osiem, dziewięć, dziesięć, sto, tysiąc, milion,

możemy wypowiadać bardzo wiele liczb.

9. Wypowiadanie liczb polega na tem, iż każde dziesięć jedności grupujemy w dziesiątek, każde dziesięć dziesiątków w sto, każde dziesięć set w tysiąc, każde dziesięć tysięcy w dziesiątek tysięcy, każde dziesięć dziesiątków tysięcy w sto tysięcy, każde dziesięć set tysięcy w milion i t. d. Dlatego sposób ten, jakim

przedstawiamy liczby, nazywamy systematem dziesiątkowym.

PISANIE LICZB.

10. Znaki powszechnie dziś używane dla przedstawiania liczb zowiemy cyframi.

Powstały one u Indusów, mianowicie: 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 w wieku II po Chr., 0 zaś około r. 400 po Chr. Od Indusów dostały się one do Europy w wieku XII przez pośrednictwo Arabów i dlatego nazywane są zwykle cyframi arabskiemi.

Przy pomocy tych cyfr możemy liczby np. pięćdziesiąt sześć lub trzysta pięćdziesiąt sześć napisać tak:

5 dziesiątków 6, 3 sta 5 dziesiątków 6.

Przez opuszczenie następnie wyrazów: dziesiątków i set powstanie takie przedstawianie tych liczb:

56, 356.

W taki to sposób dziesiątki i sta oznacza się temi samemi cyframi co jedności, ale umieszcza się cyfry, oznaczające dziesiątki, na miejscu »drugiem« (od strony prawej), a cyfry, oznaczające sta, na miejscu »trzeciem«.

Miejsca liczy się od strony prawej ku lewej z tego powodu, że Arabowie, od których przyjęliśmy pisanie liczb, pisali wiersze od strony prawej ku lewej.

Podobnie liczbę np. dwa tysiące czterysta siedemdziesiąt cztery, czyli

2 tysiące 4 sta 7 dziesiątków 4,

napiszemy

2474,

oznaczając dwa tysiące cyfrą 2 na miejscu »czwartem«.

Widzimy, że w tej liczbie też sama cyfra 4 dwa razy się znajduje: raz na miejscu pierwszem i wtedy oznacza jedności, drugim zaś razem na miejscu trzeciem i wtedy oznacza sta. A więc, jak mówimy, *wartość cyfry zależy od miejsca, na którem się ona znajduje*.

Jeżeli mamy liczbę np. trzysta sześć, czyli

3 sta 6,

to nie możemy jej przedstawić, opuszczając tylko wyraz: sta po cyfrze 3, gdyż mielibyśmy liczbę: 36, w której cyfra 3, jako będąca na miejscu drugiem, oznaczałaby dziesiątki, a nie sta. Aby ona oznaczała sta, potrzeba, iżby się znalazła na miejscu trzeciem, a więc potrzeba na miejscu drugiem postawić znak, któryby to drugie miejsce zajął, zapełnił. Takim znakiem, służącym do zajęcia miejsca, jest cyfra 0, zwana: zero. Liczbę więc powyższą napiszemy

306.

Podobnie liczbę np. 2 tysiące 5 napiszemy 2005.

Ta cyfra 0 uwidocznia nam, że np. w ostatniej liczbie niema dziesiątków do zaznaczenia na miejscu drugiem, aniteż set do zaznaczenia na miejscu trzeciem. Dlatego w przeciwstawieniu tej cyfrze 0 pozostałe dziewięć cyfr 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 nazywają się cyframi znaczącemi. I możemy powiedzieć, że *zero jest cyfrą, służącą przy pisaniu liczby tylko do zajęcia pewnego miejsca, aby inne cyfry* (znaczące) *można było postawić na takiem z porządku miejscu, na jakiem one stać mają.*

11. Rzymianie nie znali takiego sposobu przedstawiania liczb i pisali je przy pomocy następujących znaków:

I (jeden), V (pięć), X (dziesięć), L (pięćdziesiąt),
C (sto), D (pięćset), M (tysiąc).

Zamiast M pisali niekiedy CIↃ. Gdy więc mieli np. liczbę siedemdziesiąt osiem, to ją wypisywali przy pomocy znaków liczb: pięćdziesiąt, dziesięć, dziesięć, pięć, jeden, jeden i jeden,

LXXVIII.

Podobnie np. liczbę dwa tysiące osiemset trzydzieści osiem tak pisali: MMDCCCXXXVIII.

Aby jednak skrócić pisanie takich liczb, jak

IIII (4), VIIII (9), XXXX (40),
LXXXX (90), CCCC (400), DCCCC (900),

przyjęto, aby te liczby tak pisać:

IV, IX, XL, XC, CD, CM,

t. j. przyjęto: aby znak I, postawiony przed znakiem V lub X, zmniejszał jego wartość o jedność; aby znak X, postawiony przed znakiem L lub C, zmniejszał jego wartość o dziesięć; oraz, aby znak C, postawiony przed znakiem D lub M, zmniejszał jego wartość o sto. W ten sposób liczbę 1999 wypadnie znakami rzymskimi tak przedstawić:

MCMXCIX.

12. Napiszmy cyframi arabskiemi i znakami rzymskimi liczby:

352, CCCLII,
358, CCCLVIII,
350, CCCL.

Z porównania widzimy, że w zwykłem pisaniu liczb cyfra 5 dlatego oznacza pięćdziesiąt, iż znajduje się na miejscu drugiem; przy pisaniu zaś znakami rzymskimi znak L oznacza pięćdziesiąt niezależnie od tego, na którem miejscu się znajduje. Podobnie byłoby z innymi cyframi arabskiemi i znakami rzymskimi.

13. Napiszmy np. liczbę

24468.

Mamy w niej obok 2-u dziesiątków tysięcy 4 tysiące, a każdy z 2-u dziesiątków tysięcy jest większy 10 razy od każdego z 4-ch tysięcy. Podobnie każdy z 4-ch tysięcy jest 10 razy większy od każdego z 4-ch set, oznaczonych obok z prawej strony. I t. d.

Możemy przeto powiedzieć, że *oddzielne części liczby, oznaczone przez cyfrę, stojącą na jakiemkolwiek miejscu, są dziesięć razy większe od części, oznaczonych przez cyfrę, stojącą obok tamtej z prawej strony.*

14. Pisząc liczby, oznaczamy na miejscu:

pierwszem	jedności,
drugiem	dziesiątki,
trzeciem	sta,
czwartem	tysiące,
piątem	dziesiątki tysięcy,
szóstem	sta tysięcy,
siódmem	miliony,
ósmem	dziesiątki milionów,
dziewiątem	sta milionów.

Gdy mamy np. liczbę 247587174, to ją przeczytamy 247 milionów 587 tysięcy 174, t. j. wystawiamy sobie tę liczbę podzieloną od strony prawej na trzycyfrowe grupy (247 587 174) i każdą z tych grup cyfr czytamy jakby liczbę oddzielną, dodając nazwę tych części liczby, które są oznaczone przez ostatnią cyfrę tej grupy. W ostatniej (od strony prawej) grupie może być niekiedy tylko dwie lub jedna cyfra, np. 57 248 681, 2 056 341, 20 547.

15. Istnieją dwa sposoby czytania liczb, mających więcej niż 9 cyfr, a to z tego powodu, że jedni tysiąc milionów nazywają bilionem, kiedy inni bilionem nazywają dopiero milion milionów. I odpowiednio pierwsi tysiąc bilionów, gdy drudzy dopiero milion bilionów, mianują trylionem. Odpowiednio też dwojako używane są dalsze nazwy: kwadrylion, kwintylion i t. d.

Tak np. liczbę

35 620 305 706 154 026

czytają: 35 kwadrylionów 620 trylionów 305 bilionów 706 milionów 154 tysiące 26, albo też 35620 bilionów 305706 milionów 154026. Pierwszym z tych sposobów czytając liczbę więcej niż dziewięciocyfrową, wystawiamy sobie ją podzieloną od strony prawej na trzycyfrowe grupy, gdy tymczasem czytając taką liczbę drugim sposobem, wystawiamy ją sobie podzieloną od strony prawej na grupy sześciocyfrowe, a po milionach w tych grupach przyjmujemy biliony, tryliony i t. d.

Pierwszego sposobu czytania używają przeważnie Francuzi i wogóle narody romańskie, gdy drugiego używają zazwyczaj narody germańskie. Jest rzeczą obojętną, którego z tych sposobów się trzymać, gdyż z tak wielkiemi liczbami rzadko mamy do czynienia.

Gdy wypadnie o tak wielkiej liczbie, jak powyższa, dać pojęcie, to, zamiast ją wypowiadać, lepiej ją napisać i wtedy wystarcza powiedzieć, z ilu cyfr składa się liczba i jakie są początkowe z nich: jest ona 17-ocyfrowa, a trzy jej początkowe cyfry są 3, 5, 6.

16. Gdy mamy np. liczbę 4786, to w niej mamy wyraźnie wypisanych set 7. Prócz tego mamy w tej liczbie 4 tysiące, a każdy tysiąc jest to 10 set, a więc 4 tysiące jest to 40 set. Wszystkich przeto set mamy w tej liczbie 47. Podobnie objaśnimy, że w tej liczbie mamy wszystkich dziesiątków 478.

17. Weźmy jakąkolwiek liczbę np. 2456; dopisawszy do niej 0, mieć będziemy liczbę 24560. Pierwsza liczba przedstawia 2456 jedności, gdy druga przedstawia tyleż dziesiątków; że zaś każdy dziesiątek jest to 10 jedności, przeto druga liczba przedstawia 10 razy więcej jedności niż pierwsza, czyli, jak mówimy, jest 10 razy większa od pierwszej. A więc dopisując 0 do liczby powiększamy ją 10 razy. — Gdybyśmy do liczby dopisali dwa zera, to każda z jedności liczby danej stanie się stem, czyli liczbę powiększymy 100 razy. — I t. d.

A więc: *dopisując do liczby z prawej strony jedno zero, dwa zera, trzy zera i t. d., powiększamy ją odpowiednio 10, 100, 1000 i t. d. razy.*

LICZBA CAŁKOWITA. LICZENIE.

18. Gdy do jedności dołączymy jedność, to powstanie liczba dwa. Gdy do liczby dwa dołączymy jedność, to powstanie liczba trzy. I t. d. Wszystkie te liczby:

1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12 i t. d.,

z których pierwsza jest jednością, a każda następna powstaje z poprzedzającej wskutek dołączenia do niej jedności, tworzą tak zwany *szereg liczb naturalnych*.

Każda oddzielna z tych liczb nazywa się *liczbą całkowitą*.

Weźmy którąkolwiek liczbę całkowitą, np. 4. Ona powstała z poprzedzającej ją liczby 3 wskutek dołączenia jedności, a więc 4 jest to samo, co 3 i 1. Że zaś podobnie 3 jest to samo, co 2 i 1, a 2 jest to samo, co 1 i 1, przeto 4 jest to samo, co 1 i 1 i 1 i 1. A zatem liczba całkowita 4 powstała ze złączenia z sobą, czyli ze skupienia czterech jedności.

Możemy więc powiedzieć ogólnie, że jedność i każde skupienie jedności jest liczbą całkowitą.

19. Liczby całkowite, następujące po sobie w takim porządku, jak w powyżej wypisanym szeregu liczb naturalnych, nazywamy *kolejnemi liczbami całkowitemi*.

Wypowiadanie lub wypisywanie kolejnych liczb całkowitych nazywa się ogólnie *liczeniem*.

Liczenie zacząć można od którejkolwiek liczby i również na którejkolwiek z dalszych liczb je zaprzestać. Tak np., gdy ktoś mówi: 15, 16, 17, 18, to powiadamy, iż liczy od 15-u do 18-u. W ten sposób doliczał do 15-u po jedności trzy razy, czyli doszedł do liczby 18, skupiając 15 i 1 i 1 i 1.

ROZDZIAŁ DRUGI.

DODAWANIE I ODEJMOWANIE LICZB CAŁKOWITYCH.

DODAWANIE.

20. (Suma dwu składników.) Jeżeli, mając dwie liczby, np. 4 i 3, chcemy je złączyć w jedną liczbę, to szukana liczba będzie skupieniem tylu jedności, ile ich jest razem w obu liczbach 4 i 3.

Wypadnie więc albo do liczby 4 dołączyć po kolei wszystkie jedności liczby 3, to jest wziąć

4 i 1 i 1 i 1,

alboteż do liczby 3 dołączyć po kolei wszystkie jedności liczby 4, to jest wziąć

3 i 1 i 1 i 1 i 1.

Uskuteczniając to doliczanie po jedności, w obu razach dojdziemy (art. 19) do liczby 7.

Liczbę otrzymaną, jak w tym przykładzie 7, nazywamy sumą dwu danych liczb 3 i 4, które zowiemy składnikami sumy. Suma dwu składników jest skupieniem tylu jedności, ile ich jest w obu składnikach razem. Jest ona większa od każdego ze składników.

Postępowanie to, zapomocą którego do jednej z dwu danych liczb dołączamy jedności drugiej z nich i w ten sposób dochodzimy do liczby, będącej skupieniem wszystkich jedności dwu liczb danych, nazywamy dodawaniem dwu liczb.

Gdy chcemy oznaczyć, że do jednej liczby dodajemy drugą, to piszemy między niemi znak $+$, który czytamy albo: »więcej« (plus), albo: »i«, albote̜ż: »powiększone o«. Gdy więc do 4-ch dodajemy 3, to piszemy $4+3$; gdy zaś do 3-ch dodajemy 4, to piszemy $3+4$. Mówimy także odpowiednio

suma $4+3$ i suma $3+4$.

Z dodania otrzymaliśmy liczbę 7. Aby zaznaczyć, iż ona jest tą samą liczbą, co poprzednia suma dwu składników, czyli, że *równa się* owej sumie, używamy znaku $=$, który czytamy albo: »jest to samo, co« (lub krócej »jest«), albo też: »równa się«. Napiszemy więc

$$4+3=7, \qquad 3+4=7.$$

Ponieważ suma $4+3$ i suma $3+4$ są tą samą liczbą, przeto pierwsza z tych dwu sum jest to samo, co druga, tak iż możemy napisać

$$4+3=3+4.$$

Te dwie sumy różnią się od siebie tylko porządkiem składników. Że zaś one są sobie równe, zatem możemy powiedzieć, iż suma dwu składników nie zależy od ich porządku.

21. (Określenie dodawania.) Jeżeli, mając kilka liczb, np. 5, 4, 8 i 6, chcemy je złączyć w jedną liczbę, to możemy powiedzieć, iż szukamy liczby, która jest skupieniem tylu jedności, ile ich jest razem we wszystkich tych liczbach. Tu możemy tak postąpić: liczby 5 i 4 skupimy w jedną, czyli wykonamy dodawanie

$$5+4=9;$$

otrzymaną liczbę 9 i liczbę 8 skupimy w jedną, czyli wykonamy dodawanie

$$9+8=17;$$

nakoniec otrzymaną liczbę 17 i liczbę 6 skupimy w jedną, czyli wykonamy dodawanie

$$17+6=23.$$

Widzimy, że to postępowanie jest złożone z kilku dodawań po dwa składniki. Dodaliśmy naprzód dwa składniki 5 i 4; następnie dodaliśmy dwa składniki, jeden 5+4, drugi 8; nakoniec dodaliśmy dwa składniki, jeden 5+4+8, drugi 6. I otrzymaliśmy

$$5+4+8+6=23.$$

Takie dodawanie, złożone z dodawań po dwa składniki, wprost popawaniem nazywamy; liczbę, która jest skupieniem jedności wszystkich liczb danych, nazywamy sumą, a te liczby dane składnikami sumy.

Wogóle postępowanie, zapomocą którego z liczb danych dochodzimy w sposób określony do nowej liczby, nazywać będziemy działaniem.

Powiemy więc ogólnie: *dodawanie jest to działanie, zapomocą którego, mając dwie lub więcej liczb danych, zwanych składnikami, znajdujemy liczbę, zwaną sumą, która jest skupieniem jedności składników.*

22. (Własność sumy.) Sumę liczb 5, 4, 8 i 6 znaleźliśmy powyżej, dodając do pierwszego składnika drugi, następnie do otrzymanej liczby trzeci, nakoniec do tak powstałej liczby czwarty składnik,

$$5+4+8+6=23.$$

Ponieważ otrzymana suma jest skupieniem jedności wszystkich składników, przeto to skupienie otrzymać także możemy innymi sposobami. Mianowicie możemy np. do drugiego składnika dołączyć jedności czwartego, do otrzymanej liczby dołączyć jedności trzeciego i do tak powstałej liczby dołączyć jedności pierwszego składnika,

$$4+6+8+5.$$

Rzeczywiście
$$4+6+8+5=23.$$
Jest przeto
$$5+4+8+6=4+6+8+5.$$
Widzimy więc, że w sumie ilukolwiek składników możemy dowolnie zmieniać następstwo składników po sobie. Wypowiadamy to krótko: *suma nie zależy od porządku składników.*

23. (Rozkład liczby na składniki.) Przy pomocy znaku $+$ możemy wskazać wyraźnie, iż liczba np. 7 jest skupieniem jedności w taki sposób:
$$7=1+1+1+1+1+1+1.$$
Gdy tu np. pierwsze dwie jedności skupimy w jedną liczbę, a pozostałe jedności w drugą, to będziemy mieli
$$7=2+5.$$
Podobnie możemy mieć
$$7=2+4+1, \qquad 7=1+3+3, \text{ i t. d.}$$
Widzimy zatem, że możemy liczbę różnymi sposobami rozkładać na składniki.

Podobnie objaśnimy, że np. $84=80+4$, albo $84=70+14$, i t. d., że np. $635=600+30+5$, albo $635=500+120+15$, i t. d.

24. (Wykonywanie dodawania.) Liczby jednocyfrowe dodajemy, wypowiadając wprost ich sumę, np. 7 i 8 jest 15. Postępujemy tak wskutek nabytej wprawy, a doszliśmy do niej, wykonywając przez dłuższy czas dodawanie dwu niewielkich liczb zapomocą dołączania do jednej z nich kolejno wszystkich jedności liczby drugiej (art. 19).

Gdy mamy dodać większe liczby, np. 47, 86, 53, to rozkładamy je na części w taki sposób:
$$47=40+7, \quad 86=80+6, \quad 53=50+3.$$
Wskutek tego $47+86+53=40+7+80+6+50+3$, albo, ponieważ suma nie zależy od porządku składników,
$$47+86+53=40+80+50+7+6+3.$$
Przy wykonywaniu pamięciowem dodawania naprzód liczby 40, 80 i 50, czyli 4 dziesiątki, 8 dziesiątków i 5 dziesiątków skupiamy w jedną liczbę 17 dziesiątków, następnie liczby 7, 6 i 3 w drugą liczbę 16, a nakoniec skupiając 17 dziesiątków i 16 jedności, czyli 17 dziesiątków, 1 dziesiątek i 6 jedności, otrzymujemy szukaną sumę 186.

Przy wykonywaniu piśmiennem dodawania podpisujemy składniki pod sobą tak, iżby jedności znalazły się w tym samym pionowym rzędzie, czyli w tej samej kolumnie, i, poprowadziwszy kreskę poziomą pod ostatnim składnikiem (dla oddzielenia liczb danych od szukanej),

$$\begin{array}{r} 47 \\ 86 \\ 53 \\ \hline 186 \end{array}$$

zaczynamy od dodawania najmniejszych części, t. j. jedności. Dodawszy liczby 7, 6 i 3 i otrzymawszy z dodania ich 16, piszemy cyfrę 6 pod kreską na miejscu pierwszem, a 1 dziesiątek dodajemy do dziesiątków. Z dodania 1, 4, 8 i 5 dziesiątków otrzymujemy 18 dziesiątków, które tak piszemy obok napisanych już 6-u jedności, iżby cyfra 8 znalazła się na miejscu drugiem. W ten sposób otrzymujemy sumę 186.

Podobnie, aby wykonać dodawanie

$$2345+6089+637+5007,$$

korzystając z tego, że składniki możemy rozłożyć na części, i z tego, że suma nie zależy od porządku składników,

$$\begin{array}{r} 2345 \\ 6089 \\ 637 \\ 5007 \\ \hline 14078 \end{array}$$

dodajemy naprzód do siebie cyfry pierwszej od strony prawej kolumny, następnie drugiej, i t. d. Jeżeli z takiego dodawania częściowego wypadnie nie więcej niż 9, to wypadek podpiszemy pod kreską pod kolumną cyfr dodanych; jeżeli zaś z takiego dodawania częściowego wypadnie więcej niż 9, to z otrzymanej liczby oddzielamy dziesiątki, pozostałą część, w braku jej zero, podpisujemy pod kolumną cyfr dodanych, a cyfrę dziesiątków uważamy w dalszem postępowaniu za cyfrę, do następnej kolumny należącą.

25. (Próba dodawania.) Opierając się na tem, że suma nie zależy od porządku składników, możemy sprawdzić wykonane dodawanie, czyli wykonać »próbę«, w innym niż poprzednio porządku dodając do siebie składniki.

Jeżeli, wykonywając dodawanie piśmiennie, cyfry w oddzielnych kolumnach dodawaliśmy np. od góry ku dołowi, to najprościej próbę wykonać możemy, ponownie dodając cyfry, lecz od dołu ku górze. Jeżeli w obu razach nie popełniliśmy żadnej omyłki, to w obu razach suma będzie taż sama.

26. (Dodawanie liczb mianowanych prostych.) Gdy mamy dodać do siebie liczby mianowane proste, wyrażone przy pomocy tej samej jednostki, np. 6 jabłek, 7 jabłek i 11 jabłek, to z dołączenia jabłek do jabłek otrzymamy jabłka; będzie ich tyle, ile otrzymamy z dodania liczb oderwanych 6, 7 i 11.

$$\begin{array}{rl} 6 & \text{jabłek} \\ 7 & \text{jabłek} \\ 11 & \text{jabłek} \\ \hline 24 & \text{jabłka.} \end{array}$$

A więc, aby wykonać dodawanie liczb mianowanych prostych, wyrażonych przy pomocy tej samej jednostki, należy, dodawszy do siebie liczby oderwane, do ich sumy przypisać miano tejże jednostki.

Gdy mamy np. zadanie: »Piotr urodził się w roku 1885-ym; kiedy będzie miał 44 lata?« — to zauważymy, że w chwili urodzenia się Piotra rok 1885-y jeszcze się nie skończył, tak iż lat upłynionych było wtedy 1884. Wypadnie więc wykonać dodawanie

$$\begin{array}{rl} 1884 & \text{lata} \\ 44 & \text{lata} \\ \hline 1928 & \text{lat.} \end{array}$$

Piotr więc skończy 44 lata, kiedy będzie lat upłynionych 1928, t. j. w roku 1929-ym.

ODEJMOWANIE.

27. (Określenie odejmowania.) Jeżeli wiemy, że suma dwu składników jest 7, a jeden z nich jest 4, to nieznany drugi składnik jest liczbą, którą dodając do 4-ch otrzymalibyśmy 7. Dołączając do 4-ch po jedności, przekonamy się, że trzeba ich dodać 3, aby dojść do liczby 7. Liczba więc szukana jest 3. I rzeczywiście $4+3=7$.

Działanie takie, zapomocą którego, mając sumę dwu składników i jeden z tych składników, szukamy drugiego z nich, nazywa się odejmowaniem. Wiadoma w tem działaniu suma dwu składników, jak tu 7, nazywa się odjemną; wiadomy jeden z jej składników, jak tu 4, nazywa się odjemnikiem; szukany zaś drugi składnik owej sumy, jak tu 3, nazywa się **resztą**, albo także **różnicą**.

A więc: *odejmowanie jest to działanie, zapomocą którego, mając dwie liczby, odjemną i odjemnik, znajdujemy liczbę, zwaną resztą lub różnicą, taką, iżby suma odjemnika i reszty była równa odjemnej.*

Odejmowanie zaznaczamy zapomocą znaku —, postawionego między odjemną a odjemnikiem; czytamy go albo: »mniej« (minus), albo: »bez«, alboteż: »zmniejszone o«. Używając zaś wprowadzonego już poprzednio znaku =, będziemy mogli powyższe odejmowanie tak przedstawić:

$$7-4=3.$$

Często, nie wykonywając odejmowania, mówimy: różnica $7-4$.

28. (Związek odejmowania z dodawaniem.) Zauważmy, że z liczb, wchodzących do dodawania dwu składników, np.

$$4+3=7,$$

możemy utworzyć dwa odejmowania:

$$7-4=3, \qquad 7-3=4.$$

Łatwo spostrzeżemy, że liczba szukana w dodawaniu jest wiadoma w odejmowaniu, i nawzajem liczba szukana w odejmowaniu jest wiadoma w dodawaniu. Zaznaczamy to, mówiąc: *odejmowanie jest działaniem odwrotnem dodawaniu dwu składników.*

Jeżeli np. do liczby 5 dodamy 3, a od otrzymanej liczby 8 odejmiemy 3, to mieć będziemy liczbę pierwotną 5. A więc: dodanie i odjęcie tej samej liczby, jako działania odwrotne, wzajemnie się znoszą.

29. (Odjemnik nie jest większy od odjemnej.) Suma dwu składników jest większa od każdego z nich (art. 20), a więc odjemna jest większa od odjemnika. Niekiedy jednak bierzemy na uwagę przypadek, gdy odjemnik jest równy odjemnej. Np. mówimy: odejmowanie $3-3$. Właściwie reszty wtedy niema. Aby jednak wyraźnie zaznaczyć to, iż zauważyliśmy, że reszty niema, zwykle piszemy zamiast niej cyfrę 0; napiszemy więc $3-3=0$. Uwzględniając ten przypadek, kiedy odjemnik jest równy odjemnej, powiemy ogólnie: *odjemnik nie jest większy od odjemnej.*

30. (Wykonywanie odejmowania.) Wobec związku, zachodzącego między odejmowaniem a dodawaniem, sposób wykonywania odejmowania wynika ze sposobu wykonywania dodawania. Dlategoto odejmowanie uskutecznić wypada przy pomocy odejmowań częściowych jedności, dziesiątków, set i t. d. Np. gdy mamy

$$867-542,$$

to, ponieważ $867=800+60+7$, a $542=500+40+2$, możemy wykonać odejmowania częściowe

$$800-500, \quad 60-40, \quad 7-2,$$

czyli 8 set mniej 5 set, 6 dziesiątków mniej 4 dziesiątki, 7 mniej 2.

Robiąc pamięciowo, zaczynamy od największych części, a otrzymane z tych odejmowań liczby 3 sta, 2 dziesiątki i 5 skupiamy w jedną liczbę 325, która jest szukaną resztą. Robimy także pamięciowo nieco inaczej, mianowicie: od odjemnej 867 odejmujemy naprzód największą część odjemnika, t. j. 500; od otrzymanej liczby 367 odejmujemy następną część odjemnika, t. j. 40; a nakoniec od otrzymanej stąd liczby 327 odejmujemy pozostałą część odjemnika, t. j. 2, i dochodzimy do reszty 325.

Robiąc piśmiennie, podpisujemy odjemnik pod odjemną i, poprowadziwszy kreskę poziomą, oddzielającą liczby dane od szukanej, wykonywamy odejmowania cyfr w oddzielnych kolumnach

$$\begin{array}{r} 867 \\ -542 \\ \hline 325. \end{array}$$

Gdybyśmy mieli np. $84-38$, to, rozłożywszy w taki sposób, jak poprzednio, liczby dane na części, $84=80+4$, $38=30+8$, z dwu odejmowań częściowych

$$80-30, \quad 4-8$$

drugiego wykonać nie moglibyśmy (art. 29), gdyż w niem odjemnik (8) jest większy od odjemnej (4). Dlatego inaczej rozkładamy odjemną na części (art. 23), mianowicie $84=70+14$. Rozłożywszy zaś odjemnik taksamo, jak poprzednio, $38=30+8$, wykonamy odejmowania częściowe

$$70-30, \quad 14-8.$$

Otrzymane z tych odejmowań częściowych reszty $40+6$ skupiamy w jedną liczbę 46, która jest szukaną różnicą.

Dlatego, podpisawszy odjemnik pod odjemną, wystawiamy sobie odjemną 84 rozłożoną na $70+14$, czyli 7 dziesiątków i 14, i wykonywamy odejmowania w oddzielnych kolumnach

$$\begin{array}{r} {\scriptstyle 7\ 14} \\ 84 \\ -38 \\ \hline 46 \end{array}$$

Podobnie przy wykonywaniu odejmowania

$$\begin{array}{r} {\scriptstyle 7\;12\;2\;14} \\ 8\,2\,3\,4 \\ -5\,4\,2\,8 \\ \hline 2\,8\,0\,6 \end{array}$$

mówić będziemy, odejmując cyfry w oddzielnych kolumnach: 8 od 14-u 6, 2 od 2-u 0, 4 od 12-u 8 i 5 od 7-u 2; albo: 8 a 6 14, 3 a 0 3, 4 a 8 12, 6 a 2 8.

Nabywszy wprawy w wykonywaniu odejmowania, nie nadpisujemy, jak powyżej, rozkładu odjemnej, lecz, po podpisaniu odjemnika pod odjemną, rozpoczynamy wprost wykonywanie odejmowania od strony prawej, uskuteczniając stopniowo rozkład odjemnej na części bez zaznaczania jednak tego rozkładu,

$$\begin{array}{r} 8234 \\ -5428 \\ \hline 2806. \end{array}$$

Widzimy więc, że, aby piśmiennie wykonać odejmowanie dwu liczb, podpisujemy odjemnik pod odjemną tak, iżby jedności obu liczb znalazły się w tej samej kolumnie, i, pod odjemnikiem poprowadziwszy kreskę poziomą, wykonywamy odejmowanie cyfr w oddzielnych kolumnach, a otrzymaną z każdego takiego odejmowania częściowego resztę podpisujemy pod kolumną cyfr odejmowanych. Jeżeli przytem cyfra w odjemnej jest mniejsza od stojącej pod nią cyfry w odjemniku, do owej cyfry odjęmnej dodajemy 10, a za to cyfrę odjemnej z lewej strony zmniejszamy o jeden.

31. (Próby odejmowania.) Ponieważ odjemna jest sumą odjemnika i reszty, przeto, wykonawszy odejmowanie, możemy je sprawdzić, dodając otrzymaną resztę do odjemnika; z tego dodawania wypaść powinna odjemna. Np. gdy

$$84-38=46,$$

to

$$38+46=84.$$

Jest to próba odejmowania przez dodawanie.

Ponieważ odjemna jest sumą odjemnika i reszty, a, jak widzieliśmy (art. 28), jednemu dodawaniu dwu składników odpowiadają dwa odejmowania, przeto np. jeżeli

$$84-38=46,$$

to

$$84-46=38.$$

Możemy więc wykonać próbę odejmowania przez odejmowanie, odejmując otrzymaną resztę od odjemnej; wypaść nam powinien odjemnik.

32. (Próba dodawania przez odejmowanie.) Dodawanie sprawdzić możemy inaczej, niż wskazano w art. 25-ym. Mianowicie dodamy wszystkie składniki prócz jednego; otrzymana stąd liczba i opuszczony składnik są dwoma składnikami pierwotnie otrzymanej sumy. Odejmując więc jeden z nich od owej sumy, otrzymamy drugi. Sprawdzając w ten sposób pierwsze z dodawań, wykonanych w art. 24-ym, dodamy do siebie np. pierwsze dwa składniki, a otrzymaną liczbę odejmiemy od pierwotnej sumy,

$$\begin{array}{r} 47 \\ 86 \\ \hline 133 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 186 \\ -133 \\ \hline 53; \end{array}$$

otrzymana reszta 53 jest pozostałym składnikiem w dodawaniu pierwotnem.

33. (Odejmowanie liczb mianowanych prostych.) Gdy mamy wykonać odejmowanie dwu liczb mianowanych prostych, wyrażonych przy pomocy tej samej jednostki, np. od 54-ch rubli odjąć 38 rubli, to w reszcie będziemy mieli pewną ilość rubli (gdyż 54 ruble powstać mogły z 38 rubli wskutek dołączenia do nich pewnej ilości rubli). Mianowicie otrzymamy tyle rubli, ile wypadnie z odejmowania liczb oderwanych 54—38, t. j. 16; będzie więc

$$\begin{array}{r} 54 \text{ ruble} \\ -38 \text{ rubli} \\ \hline 16 \text{ rubli.} \end{array}$$

Widzimy więc, że, aby wykonać odejmowanie liczb mianowanych prostych, wyrażonych przy pomocy tej samej jednostki, należy, odjąwszy liczby oderwane, do ich reszty przypisać miano tejże jednostki.

WŁASNOŚCI SUMY I RÓŻNICY.

34. (Własności sumy.) Widzieliśmy już (art. 22), że suma nie zależy od porządku składników.

Wyprowadzimy jeszcze inne własności sumy.

Ponieważ suma jest skupieniem jedności składników, przeto, jeżeli jeden ze składników sumy powiększamy o jakąś liczbę, to tem samem do sumy poprzedniej dołączamy tyle jedności, ile ich jest w liczbie, o którą ów składnik powiększyliśmy. Np. gdy mamy

$$4+8+19+7=38$$

i gdy np. składnik 8 powiększymy o 6, to wskutek tego w sumie będziemy mieli jedności więcej o 6. I rzeczywiście

$$4+14+19+7=38+6.$$

Nawzajem, gdybyśmy jeden składnik sumy zmniejszyli o jakąś liczbę, to o tyleż będzie mniej jedności w sumie, czyli o tyleż ona będzie mniejsza. Np. zmniejszając w pierwszej z powyżej wypisanych sum drugi składnik (8) o 5, będziemy mieli

$$4+3+19+7=38-5.$$

A więc: jeżeli składnik sumy powiększymy o jakąś liczbę, to wskutek tego suma o tęż samą liczbę się powiększy; jeżeli składnik sumy zmniejszymy o jakąś liczbę, to wskutek tego suma o tęż samą liczbę się zmniejszy.

Z tego wynika, że jeżeli jeden składnik sumy powiększymy o jakąś liczbę, a inny składnik o tęż samą liczbę zmniejszymy, to suma się nie zmieni.

35. (Własności różnicy.) Gdy powyższe własności sumy zastosujemy do odejmowania, korzystając z tego, iż

$$\text{odjemnik}+\text{różnica}=\text{odjemnej},$$

to będziemy mieli:

gdy odjemną i odjemnik powiększymy o tęż samą liczbę, to różnica się nie zmieni; gdy odjemną i odjemnik zmniejszymy o tęż samą liczbę, to różnica się nie zmieni;

gdy, nie zmieniając odjemnej, powiększymy odjemnik o jakąś liczbę, to o tęż samą liczbę różnica się zmniejszy; gdy, nie zmieniając odjemnej, zmniejszymy odjemnik o jakąś liczbę, to różnica powiększy się o tęż samą liczbę;

gdy, nie zmieniając odjemnika, powiększymy odjemną o jakąś liczbę, to różnica o tęż samą liczbę się powiększy; gdy, nie zmieniając odjemnika, zmniejszymy odjemną, to różnica o tęż samą liczbę się zmniejszy.

Łatwo to objaśnić na przykładach.

ROZDZIAŁ TRZECI.

MNOŻENIE I DZIELENIE LICZB CAŁKOWITYCH.

MNOŻENIE.

36. (Określenie mnożenia.) W szczególnym przypadku dodawania, kiedy w niem wszystkie składniki są tąż samą liczbą, np. $7+7+7+7+7+7=42$, wprowadzamy uproszczenie, mówiąc, iż 6 razy 7 jest 42. Również, gdy mamy $32+32+32+32=128$, powiemy, iż mamy 4 razy 32, i wykonamy to pamięciowo w taki sposób: 4 razy po 3 dziesiątki jest 12 dziesiątków, 4 razy po 2 jest 8, razem 128.

Zwykle, mając wykonać dodawanie jednakowych składników, stosujemy pewne uproszczenia czyli skrócenia roboty i takie skrócone postępowanie uważamy za osobne działanie; nazywamy je mnożeniem. Możemy więc powiedzieć, że mnożenie jest to skrócone dodawanie jednakowych składników.

Powtarzający się składnik, jak w pierwszym przykładzie 7, nazywać będziemy mnożną; liczbę, wyrażającą ilość powtarzających się składników, jak w pierwszym przykładzie 6, nazywać będziemy mnożnikiem; sumę zaś, jak w pierwszym przykładzie 42, któraby wypadła z dodawania zastąpionego przez mnożenie, nazywać będziemy w mnożeniu iloczynem.

Mnożenie możemy tak określić: *mnożenie jest to działanie, zapomocą którego, mając dwie liczby, mnożną i mnożnik, znajdujemy liczbę, zwaną iloczynem, którą otrzymalibyśmy z mnożnej, biorąc ją jako składnik tyle razy, ile jest jedności w mnożniku.*

Na oznaczenie mnożenia piszemy między mnożną a mnożnikiem znak $\times$ albo kropkę ., stawiając ją w dolnej części wiersza; czytamy zaś to: »pomnożone przez«. Gdy więc, jak w pierwszym przykładzie, mamy 6 razy 7, czyli 7 pomnożone przez 6, to napiszemy albo $7\times6=42$, alboteż $7.6=42$.

Gdy tedy mamy napisane np. 4×3, czyli 4.3, to przeczytamy to: 4 pomnożone przez 3, lub: 3 razy 4; mówi się jednak także: iloczyn 4-ch przez 3.

Gdy napiszemy np. 1×4, to mamy 1 wziąć jako składnik 4 razy; otrzymamy liczbę 4. Gdy zaś mamy 4×1, to mamy liczbę 4 wziąć raz jako składnik, czyli ten iloczyn przedstawia liczbę 4. A więc iloczyn dwu liczb, w razie gdy jedną z nich jest 1, przedstawia drugą z tych liczb.

Jeżeli np. przez »piątkę« rozumiemy liczbę 5, to, gdy powiemy np. 4 piątki, mamy na myśli liczbę $5+5+5+5$, czyli iloczyn 5×4. Podobnie np., mówiąc 400, t. j. 4 sta, mamy na myśli liczbę $100+100+100+100$, czyli 100×4; również $80=10\times 8$, a także $480=100\times 4+10\times 8$, i t. d.

37. (Tabliczka mnożenia.) Odnajdywanie iloczynu dwu liczb jednocyfrowych dokonywa się przez dodawanie; tak np. wziąwszy 7 jako składnik 6 razy, znajdziemy iloczyn $7\times 6=42$. Ponieważ z iloczynów liczb jednocyfrowych trzeba w mnożeniu liczb wielocyfrowych ciągle robić użytek, przeto wszystkie iloczyny dwu liczb jednocyfrowych należy dobrze pamiętać.

Iloczyny dwu liczb jednocyfrowych zestawia się z sobą w taki sposób:

1	2	3	4	5	6	7	8	9
2	4	6	8	10	12	14	16	18
3	6	9	12	15	18	21	24	27
4	8	12	16	20	24	28	32	36
5	10	15	20	25	30	35	40	45
6	12	18	24	30	36	42	48	54
7	14	21	28	35	42	49	56	63
8	16	24	32	40	48	56	64	72
9	18	27	36	45	54	63	72	81

W pierwszym wierszu mamy kolejne liczby od 1 do 9, w drugim liczby powstałe z odpowiednich liczb pierwszego wiersza wskutek dodania każdej do samej siebie, w trzecim liczby powstałe z liczb drugiego wiersza wskutek dodania do nich liczb odpowiednich wiersza pierwszego, w czwartym liczby powstałe z liczb wiersza trzeciego wskutek dodania liczb odpowiednich wiersza pierwszego, i t. d. Z tego powstawania liczb w powyższej tabliczce jest rzeczą widoczną, że np. iloczyn liczb 7 i 6, to jest liczba 42, znajduje się na przecięciu się 7-ej kolumny i 6-go wiersza, jakoteż na przecięciu się 7-go wiersza i 6-ej kolumny.

Ta tabliczka, w której są zestawione wszystkie iloczyny dwu liczb jednocyfrowych, nazywana zwykle bywa tabliczką mnożenia.

38. (Różność mnożnej od mnożnika.) Mnożna, jako składnik, ma znaczenie różne od mnożnika, który tylko wskazuje, ile mamy takich składników. Iloczyn zaś, jako suma, jest liczbą tego samego rodzaju, co mnożna. Innemi słowy, na mnożnej wykonywamy działanie, wskazane przez mnożnik, i w ten sposób z mnożnej dochodzimy do iloczynu.

Widoczniej się to przedstawi, gdy weźmiemy zadanie na liczby mianowane: »jeżeli jedna gruszka kosztuje 3 kopiejki, to ile kosztuje 6 gruszek?« 6 gruszek kosztuje 6 razy więcej niż 3 kopiejki, a więc trzeba liczbę 3 kopiejki wziąć jako składnik 6 razy, czyli 3 kopiejki $\times 6$; otrzymamy 18 kopiejek. Wprawdzie 6, liczba oderwana, odpowiada 6-u gruszkom, liczbie mianowanej, ale ten mnożnik 6 wskazuje tylko, jakie działanie wykonać mamy na mnożnej 3 kopiejki, aby z niej otrzymać iloczyn 18 kopiejek.

39. (Czynniki iloczynu.) Jeżeli w mnożeniu dwu liczb oderwanych nie zaznaczamy wyraźnie, która z tych liczb jest mnożną, a temsamem która z nich jest mnożnikiem, to obie te liczby nazywamy zwykle czynnikami iloczynu. Tak np., gdy mówimy: z pomnożenia liczb 6 i 4 otrzymujemy 24, to tu nie zaznaczamy wyraźnie, która z liczb 6 i 4 jest mnożną, a która mnożnikiem, i dlatego powiemy, że liczby 6 i 4 są czynnikami.

40. (Iloczyn wielu czynników.) Właściwie istnieje tylko mnożenie dwu czynników (por. art. 36). Możemy jednak liczbę, którą przedstawia iloczyn dwu czynników, np. iloczyn 3×4, pomnożyć przez inną liczbę, np. przez 6, co zaznaczamy pisząc: $3\times4\times6$; właściwie mamy tu wskazane mnożenie 12×6. Podobnie możemy np. liczbę, którą przedstawia iloczyn $3\times4\times6$ (t. j. liczbę 72), pomnożyć przez pewną liczbę, np. przez 2, co wskażemy, pisząc: $3\times4\times6\times2$; właściwie mamy tu wskazane mnożenie 72×2. I t. d. Tak rozumieć należy iloczyn trzech czynników, czterech czynników, i t. d., wogóle iloczyn wielu czynników.

41. (Własność iloczynu.) Jeżeli mamy np. 6×4, to mamy 6 wziąć jako składnik 4 razy. Ponieważ 6 jest skupieniem 6-u jedności, mamy każdą z 6-u jedności wziąć jako składnik 4 razy. W ten sposób z każdej jedności (liczby 6) powstanie liczba 4;

mieć więc będziemy 6 razy liczbę 4, czyli liczbę 4 pomnożoną przez 6, t. j. 4×6. A zatem

$$6\times 4 = 4\times 6,$$

t. j. iloczyn dwu czynników nie zależy od ich porządku. To znaczy, iż, szukając iloczynu dwu czynników 4 i 6, otrzymamy tę samą liczbę, czy to mnożąc 6 przez 4, czy też mnożąc 4 przez 6.

Gdy mamy iloczyn wielu czynników, np. $3\times 6\times 4\times 5\times 2$, to możemy przyjąć, iż mamy tu liczbę 3 pomnożyć przez liczbę 6×4, liczbę stąd powstałą pomnożyć przez 5 i nakoniec liczbę otrzymaną pomnożyć przez 2. Gdy (na mocy powyższego) zamiast 6×4 weźmiemy 4×6, to będziemy mieli iloczyn $3\times 4\times 6\times 5\times 2$, przedstawiający tę samą liczbę, co iloczyn pierwotny. Podobnie objaśnimy, że w ostatnim iloczynie możemy z sobą przestawić np. czynniki 3 i 4, jakoteż czynniki 5 i 2, i że tak powstały iloczyn $4\times 3\times 6\times 2\times 5$ przedstawia tę samą liczbę, co iloczyn pierwotny, tak iż

$$3\times 6\times 4\times 5\times 2 = 4\times 3\times 6\times 2\times 5.$$

Podobnie moglibyśmy, nie zmieniając wartości iloczynu, w innym porządku wypisać jego czynniki. Możemy więc powiedzieć ogólnie: *iloczyn nie zależy od porządku czynników.*

42. (Wykonywanie mnożenia.) Weźmy naprzód przypadek, kiedy mnożnik jest liczbą jednocyfrową, np. 743×5. Mamy tu mnożną 743 wziąć 5 razy jako składnik. Według więc tego, cośmy mówili w art. 24-ym, należy wykonać częściowe dodawania: 3 wziąć jako składnik 5 razy, 4 dziesiątki wziąć jako składnik 5 razy, 7 set wziąć jako składnik 5 razy, a otrzymane liczby złączyć w jedną. Należy tedy utworzyć iloczyny: 3×5, 4 dziesiątki $\times 5$, 7 set $\times 5$, a otrzymane stąd liczby: 15, 20 dziesiątków i 35 set należy złączyć w jedną liczbę; będzie nią 3715. Dwojakim sposobem wypisują to mnożenie:

$$\begin{array}{r} 743 \\ \times 5 \\ \hline 3715 \end{array} \qquad \text{albo} \qquad \begin{array}{l} 743\times 5 \\ \hline 3715. \end{array}$$

A zatem, poprowadziwszy poziomą kreskę, mnożymy oddzielnie cyfry mnożnej, poczynając od strony prawej, przez mnożnik, a częściowe iloczyny podpisujemy pod odpowiedniemi cyframi mnożnej; jeżeli przytem z takiego mnożenia częściowego wypada więcej niż 9, to, oddzieliwszy dziesiątki, podpisujemy pozostałe jedności, lub w braku ich 0, a owe dziesiątki dołączamy do iloczynu następnej cyfry, mnożonej przez mnożnik.

Przy wykonywaniu pamięciowem mnożenia niewielkiej kilkocyfrowej liczby przez jednocyfrową, np. 465×3, tak zwykle postępujemy: 4 sta $\times 3 = 12$ set, 6 dziesiątków $\times 3 = 18$ dziesiątków, 12 set $+ 18$ dziesiątków $= 138$ dziesiątków, $5 \times 3 = 15$, razem 1395.

W przypadku, kiedy mnożnik jest liczbą, utworzoną przez cyfrę znaczącą, po której następują zera, np. 743×500, możemy (art. 36) mnożnik 500 zastąpić przez iloczyn 100×5, czyli (art. 41) przez iloczyn 5×100, tak iż będziemy mieli $743 \times 5 \times 100$, a więc (art. 40) 3715×100 czyli 100×3715, t. j. 3715 set, a zatem (art. 16) liczbę 371500. Widzimy więc, że, gdy mnożnik jest liczbą, utworzoną przez cyfrę znaczącą z zerami, to naprzód mnożną mnożymy przez cyfrę znaczącą mnożnika, a do otrzymanej liczby dopisujemy następnie tyle zer, ile ich jest w mnożniku. Przedstawiamy ten rachunek tak:

$$\begin{array}{r} 743 \\ \times 500 \\ \hline 371500 \end{array} \quad \text{albo} \quad \begin{array}{r} 743 \times 500 \\ \hline 371500 \end{array}$$

Weźmy na uwagę przypadek, kiedy mnożnik jest liczbą wielocyfrową, np. 6743×527. Mamy tu mnożną 6743 wziąć jako składnik 527 razy. Możemy oddzielnie wziąć mnożną jako składnik naprzód 7 razy, następnie 20 razy i nakoniec 500 razy, czyli

$$6743 \times 7, \quad 6743 \times 20, \quad 6743 \times 500;$$

otrzymane z tych mnożeń liczby

$$47201, \quad 134860, \quad 3371500$$

wypadnie złączyć w jedną, t. j. wykonać dodawanie

$$\begin{array}{r} 47201 \\ 134860 \\ 3371500 \\ \hline 3553561. \end{array}$$

Ponieważ w takiem dodawaniu drugi składnik, jako odpowiadający dziesiątkom mnożnika, ma zawsze na końcu zero, trzeci zaś składnik, jako odpowiadający stom mnożnika, ma zawsze na końcu dwa zera, przeto te zera, zawsze zjawiające się, opuszczamy. To więc dodawanie tak napiszemy:

$$\begin{array}{r} 47201 \\ 13486 \\ 33715 \\ \hline 3553561. \end{array}$$

Wskutek tego całe postępowanie powyższe tak przedstawiamy:

$$\begin{array}{r} 6743 \\ \times 527 \\ \hline 47201 \\ 13486 \\ 33715 \\ \hline 3553561 \end{array} \quad \text{albo} \quad \begin{array}{r} 6743\times 527 \\ \hline 47201 \\ 13486 \\ 33715 \\ \hline 3553561. \end{array}$$

A zatem, ażeby wykonać mnożenie przez liczbę wielocyfrową, tworzymy częściowe iloczyny mnożnej przez oddzielne cyfry mnożnika, poczynając od prawej jego strony. Poprowadziwszy kreskę poziomą, podpisujemy te iloczyny jeden pod drugim tak, iżby pierwsza z prawej strony cyfra takiego iloczynu znalazła się pod drugą cyfrą poprzedniego iloczynu, t. j. występujemy o jedno miejsce w lewo. Nakoniec znajdujemy sumę wszystkich tych iloczynów częściowych, rozumiejąc zera na miejscach niezajętych.

Według tego, gdy mamy np. 6745×4003, to

$$\begin{array}{r} 6745 \\ \times 4003 \\ \hline 20235 \\ 26980 \\ \hline 27000235 \end{array} \quad \text{albo} \quad \begin{array}{r} 6745\times 4003 \\ \hline 20235 \\ 26980 \\ \hline 27000235. \end{array}$$

Tu, z powodu, iż w mnożniku nie było cyfr znaczących na miejscach drugiem i trzeciem, wypadło, podpisując drugi iloczyn częściowy pod pierwszym, wystąpić nie o jedną, ale o trzy cyfry w lewo.

Zauważmy, że, gdy w mnożnej, albo w mnożniku, alboteż w mnożnej i w mnożniku jednocześnie mamy na końcu zera, np. 2400×36, 24×36000, 2400×36000, to, ponieważ (art. 36, 40, 41)

$$2400 \times 36 = 100 \times 24 \times 36 = 24 \times 36 \times 100,$$
$$24 \times 36000 = 24 \times 1000 \times 36 = 24 \times 36 \times 1000,$$
$$2400 \times 36000 = 100 \times 24 \times 1000 \times 36 = 24 \times 36 \times 100 \times 1000,$$

możemy naprzód wykonać mnożenie, jak gdyby tych końcowych zer nie było, a do otrzymanej liczby dopisać owe końcowe zera.

43. (Próba mnożenia.) Opierając się na tem, że iloczyn nie zależy od porządku czynników, możemy wykonać próbę mnożenia, mnożąc poprzedni mnożnik przez poprzednią mnożną.

44. (Mnożenie liczb mianowanych prostych.) Wiele zadań, do których wchodzą liczby mianowane, doprowadza do mnożenia. Np.

»Jeżeli jedna gruszka kosztuje 3 kopiejki, to ile kosztuje 6 gruszek?« — Kiedy jedna gruszka kosztuje 3 kopiejki, to 6 gruszek kosztuje 6 razy po 3 kopiejki, t. j. 3 kopiejki$\times 6 = 18$ kopiejek. Widzimy więc, że mnożnik 6, odpowiadający liczbie mianowanej, 6-u gruszkom, jest liczbą oderwaną, gdyż wskazuje działanie, które na mnożnej wykonać należy (art. 38). Iloczyn zaś jest liczbą mianowaną, w której miano jednostki jest to samo, co w mnożnej, gdyż iloczyn jest sumą składników takich jak mnożna (art. 26).

»Przekupień ma 6 wiązek grzybów, a w każdej wiązce jest 8 sznurów, a na każdym sznurze jest 36 grzybów; ile ten przekupień ma grzybów?« — Naprzód dowiemy się, ile jest grzybów w jednej wiązce; ponieważ w wiązce jest 8 sznurów, a na sznurze 36 grzybów, to w wiązce jest 36 grzybów $\times 8$. Że zaś przekupień ma takich wiązek 6, zatem ma on

36 grzybów $\times 8 \times 6 = 288$ grzybów $\times 6 = 1728$ grzybów.

Wogóle, w iloczynie ilukolwiek liczb pierwsza tylko z nich może być mianowana; w takim razie iloczyn jest także liczbą mianowaną, a w niej miano jednostki jest toż samo.

DZIELENIE.

45. (Określenie dzielenia.) Jeżeli wiemy, iż iloczyn dwu czynników jest 42, a jeden z nich jest 7, to możemy szukać drugiego czynnika tego iloczynu. Dopókiśmy odpowiedniej wprawy nie nabrali, uskutecznialiśmy to, próbując kolejno, czy owym drugim czynnikiem może być liczba 1, 2, 3, i t. d. Próbując w ten sposób, znaleźliśmy, iż $7 \times 6 = 42$.

Działanie takie, zapomocą którego, mając iloczyn dwu liczb i jedną z tych liczb, szukamy drugiej z nich, nazywa się dzieleniem. Wiadomy w tem działaniu iloczyn dwu liczb, jak tu 42, nazywać będziemy dzielną; wiadomą jedną z owych dwu liczb, jak tu 7, nazywać będziemy dzielnikiem; szukaną zaś drugą liczbę, jak tu 6, nazywać będziemy ilorazem.

A więc *dzielenie jest to działanie, zapomocą którego, mając dwie liczby, dzielną i dzielnik, znajdujemy liczbę, zwaną ilorazem, taką iżby iloczyn dzielnika i ilorazu był równy dzielnej.*

Dzielenie zaznaczamy, pisząc dwukropek : między dzielną i dzielnikiem, a więc powyższe dzielenie zaznaczymy $42:7=6$.

Często, nie wykonywając dzielenia, mówimy: iloraz $42:7$.

46. (Związek dzielenia z mnożeniem.) Zauważmy, że z liczb, wchodzących do mnożenia dwu czynników, np. $7\times6=42$, możemy utworzyć dwa dzielenia:

$$42:7=6, \qquad 42:6=7.$$

Łatwo spostrzeżemy, że liczba, szukana w mnożeniu, jest wiadoma w dzieleniu; nawzajem liczba, szukana w dzieleniu, jest wiadoma w mnożeniu. Zaznaczamy to, mówiąc, iż *dzielenie jest działaniem odwrotnem mnożeniu.* Dlatego mówimy, iż mnożenie i dzielenie przez tęż samą liczbę, jako działania odwrotne, wzajemnie się znoszą. Tak np., jeżeli 5 pomnożymy przez 4, otrzymamy 20, a dzieląc 20 przez 4, mieć będziemy liczbę pierwotną 5. —

Dzielenie $42:7=6$ może być działaniem odwrotnem względem jednego z dwu mnożeń,

$$7\times6=42, \qquad 6\times7=42,$$

t. j. dzielnik 7 może odpowiadać albo mnożnej, alboteż mnożnikowi. Że zaś, jak wiemy (art. 36), mnożną piszemy przed mnożnikiem, przeto w tym razie, kiedy dzielnik 7 odpowiada mnożnej, jest $7\times6=42$, t. j.

$$\text{dzielnik} \times \text{iloraz} = \text{dzielnej},$$

w razie zaś, kiedy dzielnik 7 odpowiada mnożnikowi, jest $6\times7=42$, t. j.

$$\text{iloraz} \times \text{dzielnik} = \text{dzielnej}.$$

Dlatego to w określeniu działania, aby objąć oba te przypadki, powiedzieliśmy: »iloczyn dzielnika i ilorazu«.

Jeżeli nie zważamy na to, czy dzielnik odpowiada mnożnej, czyteż mnożnikowi, to jest rzeczą obojętną, czy powiemy: dzielnik pomnożony przez iloraz, czyteż: iloraz pomnożony przez dzielnik.

47. (Dwa przypadki dzielenia.) Utwórzmy dwa zadania na dzielenie, które odpowiadałyby zadaniu na mnożenie liczb mianowanych, np. rozważanemu w art. 38-ym i 44-ym.

1) »Ile można dostać gruszek za 18 kopiejek, jeżeli jedna gruszka kosztuje 3 kopiejki?« — Dostać można tyle gruszek, ile razy

3 kopiejki mieszczą się w 18-u kopiejkach. Ponieważ 3 kopiejki *mieszczą się* w 18-u kopiejkach 6 razy (albo: ponieważ 18 kopiejek jest 6 razy większe od 3-ch kopiejek), przeto można dostać 6 gruszek. Tu ilorazem jest liczba oderwana 6, a temu ilorazowi odpowiada liczba mianowana, 6 gruszek, która przedstawia odpowiedź na zadanie.

2) »Za 18 kopiejek kupiono 6 gruszek; ile kosztuje jedna gruszka?« — Jedna gruszka kosztuje 6 razy mniej, niż zapłacono za 6 gruszek; a że zapłacono 18 kopiejek, zatem jedna gruszka kosztuje 6-tą część 18-u kopiejek; należy więc 18 kopiejek *rozłożyć* na 6 równych części i oznaczyć jedną taką część. Częścią 6-tą 18-u kopiejek są 3 kopiejki, a więc jedna gruszka kosztuje 3 kopiejki. —

Jeżeli dzielnik odpowiada mnożnej, to szukamy ilorazu, odpowiadającego mnożnikowi, który wskaże, ile razy dzielnik (mnożną) należy wziąć jako składnik, aby otrzymać dzielną (iloczyn). Innemi słowy, dowiadujemy się: *ile razy dzielnik mieści się w dzielnej,* czyli: ile razy dzielna jest większa od dzielnika. Tak np., gdy w dzieleniu 42 : 7 dzielnik 7 odpowiada mnożnej, to iloraz 6 wskaże: ile razy 7 należy wziąć jako składnik, aby otrzymać 42, czyli: ile razy 7 mieści się w 42-u, czyli: ile razy 42 jest większe od 7-u.

Możemy tu także powiedzieć, że, wymierzając dzielną 42 dzielnikiem 7, przekonaliśmy się, iż dzielna jest równa 6-u dzielnikom, t. j., mierząc dzielną dzielnikiem, przyjętym za jednostkę, otrzymujemy, jako wynik tego wymierzenia, iloraz.

Jeżeli dzielnik odpowiada mnożnikowi, to szukamy ilorazu, odpowiadającego mnożnej, t. j. chcemy znaleźć liczbę, którą biorąc jako składnik tyle razy, ile nam wskazuje dzielnik (mnożnik), otrzymamy dzielną (iloczyn). Innemi słowy idzie nam o to: aby *dzielną rozłożyć na tyle równych części, ile jest jedności w dzielniku* i przez to oznaczyć jedną taką część, czyli: aby dzielną zmniejszyć tyle razy, ile jest jedności w dzielniku. Tak np., gdy w dzieleniu 42 : 7 dzielnik 7 odpowiada mnożnikowi, to iloraz wskaże: jaka jest liczba, którą należy wziąć jako składnik 7 razy, aby otrzymać sumę 42, t. j., jaka jest siódma część liczby 42, czyli: ile otrzymamy, gdy 42 zmniejszymy 7 razy.

Widzimy zatem, że w dzieleniu mamy dwa przypadki, według tego, czy dzielnik odpowiada mnożnej, czyteż mnożnikowi.

48. (Iloraz niezupełny. Reszta dzielenia.) Jeżeli mamy $39:7$, to tu ilorazem nie jest liczba 5, gdyż $7\times5=35$, mniej niż dzielna; nie jest nim także liczba 6, gdyż $7\times6=42$, więcej niż dzielna. Ponieważ 5 jest za mało, a 6 za wiele, przeto iloraz jest tu liczbą pośrednią między 5 a 6, t. j. iloraz nie jest liczbą całkowitą. Ale 5 jest taką liczbą całkowitą, mniejszą od ilorazu, iż, gdybyśmy ją (liczbę 5) powiększyli o 1, to otrzymalibyśmy już liczbę większą od ilorazu. Taką liczbę nazywamy ilorazem niezupełnym. A więc iloraz niezupełny jest liczbą całkowitą mniejszą od ilorazu, ale taką, iż, powiększywszy ją o jedność, otrzymalibyśmy liczbę większą od ilorazu.

Jeżeli od dzielnej 39 odejmiemy iloczyn dzielnika 7 i ilorazu niezupełnego 5, to otrzymamy liczbę 4, mniejszą od dzielnika, którą nazywamy resztą dzielenia, alboteż niekiedy krócej resztą. Mamy tu

$$39-7\times5=4.$$

Że zaś odjemna równa się odjemnikowi + różnica, przeto

$$39=7\times5+4,$$

t. j. dzielna = dzielnikowi $\times$ iloraz niezupełny + reszta.

Gdy $42:7=6$, to otrzymaną liczbę 6 możnaby nazwać ilorazem zupełnym, ale ją zwykle wprost ilorazem nazywamy. W tym razie z odejmowania $42-7\times6$ nie otrzymujemy reszty, albo, jak mówimy (art. 29), mamy resztę 0.

Z dzielenia więc dwu liczb albo otrzymujemy iloraz, alboteż otrzymujemy iloraz niezupełny, a wówczas pozostaje reszta. W pierwszym przypadku mówimy, że dzielna jest podzielna przez dzielnik, w drugim zaś przypadku mówimy, że dzielna jest niepodzielna przez dzielnik. Jest więc np. liczba 42 podzielna przez liczbę 7, liczba zaś np. 39 jest niepodzielna przez liczbę 7.

Aby zaznaczyć, iż, dzieląc 39 przez 7, otrzymujemy iloraz niezupełny 5 i resztę 4, przedstawiamy to dzielenie tak:

$$\begin{array}{r|l} 39 & 7 \\ 35 & \overline{5} \\ \hline 4. & \end{array}$$

Tu pod dzielną podpisaliśmy iloczyn dzielnika 7 i ilorazu niezupełnego 5, a po odjęciu tego iloczynu od dzielnej podpisaliśmy resztę 4. W podobny sposób przedstawiając dzielenie w przypadku, kiedy dzielna jest podzielna przez dzielnik, mieć będziemy

$$\begin{array}{r|l} 42 & 7 \\ \cline{2-2} \underline{42} & 6 \\ 0. & \end{array}$$

49. (Wykonywanie dzielenia.) Znajomość tabliczki mnożenia pozwala nam szybko wykonywać pamięciowo dzielenie liczby jednocyfrowej lub dwucyfrowej przez jednocyfrową.

Gdy mamy 146848 : 26, to idzie nam o znalezienie ilorazu, przez który mnożąc dzielnik 26, otrzymalibyśmy dzielną 146848. Utworzywszy iloczyny dzielnika przez liczby 10, 100, 1000, 10000, dostrzeżemy, że 26 tysięcy jest mniej niż dzielna, zaś 26 dziesiątków tysięcy jest więcej niż dzielna. A więc iloraz jest liczbą pośrednią między liczbami tysiąc i dziesięć tysięcy. Tworząc następnie iloczyny dzielnika przez liczby 2 tysiące, 3 tysiące, 4 tysiące, 5 tysięcy i 6 tysięcy, przekonywamy się, że iloraz jest liczbą pośrednią między liczbami 5 tysięcy i 6 tysięcy. A więc jest napewno w ilorazie tysięcy 5. Iloczyn dzielnika 26 przez 5 tysięcy ilorazu, t. j. 130 tysięcy odejmijmy od dzielnej, podpisując 130 tysięcy pod 146-u tysiącami dzielnej, na dalszych miejscach obok 130-u rozumiejąc zera,

$$\begin{array}{l} 146848 \\ \underline{130} \\ 16848. \end{array}$$

Z odjęcia wypadła liczba 16848, która jest mniejsza od 26-u tysięcy, a więc mogła powstać z pomnożenia dzielnika 26 przez liczbę mniejszą od tysiąca. Tworzymy więc iloczyny dzielnika przez 1 sto, 2 sta, 3 sta, i t. d.; znajdziemy, że 6 set jest za mało, 7 set zaś jest za dużo. A zatem w ilorazie jest napewno set 6. Odejmując znowu od liczby 16848 iloczyn dzielnika 26 przez 6 set t. j. 156 set,

$$\begin{array}{l} 16848 \\ \underline{156} \\ 1248, \end{array}$$

otrzymamy liczbę 1248, która jest mniejsza od 26-u set. Tworząc przeto iloczyny dzielnika 26 przez 1 dziesiątek, 2 dziesiątki, i t. d., znajdziemy, że 4 dziesiątki jest za mało, a 5 dziesiątków za dużo;

napewno więc są w ilorazie 4 dziesiątki. Odjąwszy więc iloczyn dzielnika 26 przez 4 dziesiątki,

```
 1248
 104
 ----
  208,
```

otrzymamy liczbę 208 mniejszą od 26-u dziesiątków. Tworząc nakoniec iloczyny dzielnika 26 przez liczby jednocyfrowe, znajdziemy, iż 26×8 jest 208, tak iż w ilorazie prócz 5-u tysięcy, 6-u set i 4-ch dziesiątków jest jeszcze 8 jedności, czyli, że ilorazem jest liczba 5648.

Całe to postępowanie tak przedstawiamy:

```
146848 | 26
130    |-----
----   | 5648
 168
 156
 ---
  124
  104
  ---
   208
   208
   ---
     0.
```

Nie piszemy tu w drugiem odejmowaniu dwu (z prawej strony) cyfr, a w trzeciem pierwszej cyfry, pod któremi niema w odjemniku podpisanych zer.

Wykonywając to dzielenie, skracamy powyższe wyrażanie się. Mianowicie, bierzemy naprzód na uwagę liczbę, utworzoną przez tyle początkowych cyfr dzielnej, aby nie była mniejsza od dzielnika, to jest liczbę 146, i, stwierdziwszy, iż 26×5 jest liczbą mniejszą od 146-u, zaś 26×6 jest już liczbą większą od 146-u, piszemy w ilorazie cyfrę 5 i iloczyn 26×5=130 odejmujemy od owej liczby 146. Do otrzymanej liczby 16 przypisujemy następującą cyfrę dzielnej, 8, tak iż mamy »pierwszą resztę«, 168. Stwierdziwszy, że 26×6 jest liczbą mniejszą od 168-u, zaś 26×7 liczbą większą od 168-u, piszemy w ilorazie obok poprzednio napisanej cyfry 5 z prawej strony cyfrę 6 i iloczyn 26×6=156 odejmujemy od pierwszej reszty. Otrzymawszy z tego odejmowania 12, przypisujemy do tej liczby następującą cyfrę dzielnej, 4, a ta liczba 124 jest »drugą resztą«. Stwierdziwszy, że iloczyn 26×4 jest mniejszy od liczby 124, a iloczyn 26×5 jest od owej liczby większy, piszemy w ilorazie obok 56-u cyfrę 4 i iloczyn 26×4=104 odejmujemy od reszty drugiej. Do otrzymanej stąd liczby 20 przypisujemy następną cyfrę dzielnej, 8, i stwierdziwszy, że iloczyn 26×8 nie jest większy od tej »reszty trzeciej«, piszemy w ilorazie obok liczby 564 cyfrę 8 i iloczyn $26 \times 8 = 208$ odejmujemy od reszty trzeciej. Otrzymując z tego odejmowania 0 (resztę dzielenia), widzimy, że szukanym ilorazem jest liczba 5648. Zatem

$$146848 : 26 = 5648.$$

Gdy w ten sposób wykonywamy dzielenie 22 710 690 : 567, to po odjęciu od liczby 2271 iloczynu $567 \times 4 = 2268$ otrzymamy liczbę 3, do której przypisując następną cyfrę dzielnej, 0, mieć będziemy pierwszą resztę, 30, która jest mniejsza od dzielnika, a więc niema odpowiedniej części ilorazu, którą wypadałoby oznaczyć w nim obok pierwszej jego cyfry 4 z prawej strony; dlatego piszemy na tem miejscu 0. Przypisawszy do 30-u następującą cyfrę dzielnej 6, mamy drugą resztę 306, która jest także mniejsza od dzielnika, a więc znowu w ilorazie obok 40 napiszemy 0. Przypisawszy do liczby 306 następującą cyfrę dzielnej 9, mamy trzecią resztę 3069, przy pomocy której wyznaczymy następną cyfrę ilorazu 5, a odjąwszy od tej reszty iloczyn $567 \times 5 = 2835$, otrzymamy liczbę 234. Dopisawszy do niej ostatnią cyfrę dzielnej 0, mamy czwartą resztę 2340. Napisawszy w ilorazie obok 4005 odpowiadającą tej reszcie cyfrę 4, odejmiemy od tej reszty iloczyn $567 \times 4 = 2268$. Otrzymamy stąd liczbę 72, która jest resztą dzielenia. Rachunek tak się przedstawia:

$$\begin{array}{r|l}
22710690 & 567 \\
\underline{2268} & \overline{40054} \\
3069 & \\
\underline{2835} & \\
2340 & \\
\underline{2268} & \\
72. &
\end{array}$$

A więc, dzieląc 22 710 690 przez 567, otrzymujemy iloraz niezupełny 40054 i resztę 72.

Wykonywanie piśmienne dzielenia przez liczbę jednocyfrową, gdy już posiadamy dostateczną wprawę, zwykle sobie skracamy znacznie, pisząc tylko cyfry ilorazu i (jeżeli jest) resztę. Np.

57803543 : 9
6422615 z resztą 8.

Postępujemy tu tak: 9 w 57-u 6 razy (piszę 6 pod 7), $9 \times 6 = 54$, zostaje 3, 9 w 38-u 4 razy (piszę 4 pod 8), i t. d., 9 w 53-ch 5 razy (piszę 5 pod 3), $9 \times 5 = 45$, pozostaje reszta dzielenia 8.

50. (Próby dzielenia.) Ponieważ dzielna jest iloczynem dzielnika i ilorazu, przeto, jeżeli, wykonywając dzielenie, nie otrzymujemy reszty, możemy je sprawdzić, szukając iloczynu dzielnika i ilorazu, który powinien być równy dzielnej. Jeżeli zaś, wykonywając dzielenie, otrzymaliśmy resztę, to do iloczynu dzielnika i ilorazu niezupełnego dodawszy resztę dzielenia, powinniśmy otrzymać dzielną. Np. gdy $168:14 = 12$, to $12 \times 14 = 168$; gdy wykonywając dzielenie $181:14$, otrzymujemy iloraz niezupełny 12 i resztę 13, to $12 \times 14 + 13 = 181$. Jest to próba dzielenia przez mnożenie.

Ponieważ dzielna jest iloczynem dzielnika i ilorazu, a, jak widzieliśmy (art. 46), jednemu mnożeniu dwu czynników odpowiadają dwa dzielenia, przeto, gdy z dzielenia nie otrzymujemy reszty, np. $168:14 = 12$, to $168:12 = 14$. Gdyby zaś z dzielenia wypadała reszta, to, odjąwszy ją od dzielnej i dzieląc otrzymaną liczbę przez iloraz, otrzymać powinniśmy dzielnik. Np., gdy, dzieląc $181:14$, otrzymujemy iloraz niezupełny 12 i resztę 13, to $181 - 13 = 168$, $168:12 = 14$. Jestto próba dzielenia przez dzielenie.

51. (Próba mnożenia przez dzielenie.) Gdy wykonaliśmy mnożenie dwu liczb, to możemy je sprawdzić inaczej, niż wskazano w art. 43-im. Mianowicie otrzymany iloczyn dwu liczb podzielimy przez jedną z nich; wtedy jako iloraz powinniśmy otrzymać drugą z nich.

52. (Dzielenie liczb mianowanych prostych.) Wiele zadań, do których wchodzą liczby mianowane, doprowadza do dzielenia. Ponieważ w mnożeniu liczb mianowanych iloczyn jest zawsze liczbą mianowaną (art. 44), przeto w działaniu odwrotnem, t. j. w dzieleniu liczb mianowanych, dzielna jest zawsze liczbą mianowaną, dzielnik zaś może być albo liczbą mianowaną, alboteż liczbą oderwaną (art 47), co wprost wynika z zadania, doprowadzającego do dzielenia.

Jeżeli dzielnik jest mianowany, to odpowiada on mnożnej i idzie nam wtedy o to, aby się dowiedzieć, ile razy dzielnik mieści się w dzielnej. W tym przypadku dzielnik jest liczbą mianowaną, wyrażoną przy pomocy tej samej jednostki, co dzielna, iloraz zaś jest liczbą oderwaną, która, stosownie do warunków zadania może odpowiadać liczbie mianowanej. Widzieliśmy to w pierwszem zadaniu w art. 47-ym.

Jeżeli dzielnik jest liczbą oderwaną, to odpowiada on mnożnikowi i idzie nam wtedy o to, aby dzielną rozłożyć na tyle równych części, ile jest jedności w dzielniku, i oznaczyć w ten sposób jedną taką część. Tę właśnie część wyznacza nam iloraz, który jest liczbą mianowaną, wyrażoną przy pomocy tej samej jednostki, co dzielna. Widzieliśmy to w drugiem zadaniu art. 47-go.

WŁASNOŚCI ILOCZYNU I ILORAZU.

53. (Własności iloczynu.) Widzieliśmy już (art. 41), że iloczyn nie zależy od porządku czynników.

Wyprowadzimy jeszcze inne własności iloczynu.

Gdy mamy np.

$$2\times3\times5\times6=180$$

i gdy np. w tym iloczynie czynnik 3 pomnożymy przez 4, to, ponieważ iloczyn nie zależy od porządku czynników, mamy (art. 40):
$2\times3\times4\times5\times6=3\times4\times2\times5\times6=12\times2\times5\times6=2\times12\times5\times6$,
jakoteż $2\times3\times4\times5\times6=2\times3\times5\times6\times4=180\times4$,
tak iż

$$2\times12\times5\times6=180\times4.$$

Widzimy więc, że, jeżeli czynnik iloczynu pomnożymy przez pewną liczbę, to wskutek tego iloczyn przez też samą liczbę będzie pomnożony.

Gdy w iloczynie $5\times6\times12\times2=720$ chcemy czynnik 12 podzielić przez 4, to zastąpimy w tym iloczynie liczbę 12 przez 3×4; będziemy mieli $5\times6\times3\times4\times2=720$, albo $5\times6\times3\times2\times4=720$. Tu możemy iloczyn $5\times6\times3\times2$ uważać za jedną liczbę (art. 40), tak iż 720 wynika z mnożenia liczby $5\times6\times3\times2$ przez liczbę 4. Tworząc dzielenie, odpowiadające temu mnożeniu, mieć będziemy $720:4=5\times6\times3\times2$. Ostatni iloczyn powstał z pierwotnego przez podzielenie w nim czynnika 12 przez 4; wskutek tego liczba 720, którą pierwotnie iloczyn przedstawiał, została także przez 4 podzieloną. A więc jeżeli czynnik iloczynu podzielimy przez pewną liczbę, to wskutek tego iloczyn przez też samą liczbę będzie podzielony. — Podobnie objaśnić możemy, że, gdy iloczyn kilku czynników chcemy podzielić przez jeden z jego czynników, to możemy tem czynnik opuścić; np., dzieląc iloczyn $5\times6\times3\times7$ przez 6, otrzymamy liczbę $5\times3\times7$.

Z poprzedniego wynika, że, jeżeli jeden czynnik iloczynu pomnożymy przez pewną liczbę, a inny jego czynnik przez tęż samą liczbę podzielimy, to iloczyn się nie zmieni. Np. gdy

$5 \times 6 \times 2 \times 9 = 540$, to także $5 \times 2 \times 2 \times 27 = 540$.

54. (Własności ilorazu.) Gdy powyższe własności iloczynu zastosujemy do dzielenia, korzystając z tego, że

$$\text{dzielnik} \times \text{iloraz} = \text{dzielnej},$$

to będziemy mieli:

gdy dzielną i dzielnik pomnożymy przez tęż samą liczbę, to iloraz się nie zmieni; gdy dzielną i dzielnik podzielimy przez tęż samą liczbę, to iloraz się nie zmieni;

gdy, nie zmieniając dzielnej, pomnożymy dzielnik przez jakąś liczbę, to przez tęż samą liczbę iloraz będzie podzielony; gdy, nie zmieniając dzielnej, podzielimy dzielnik przez jakąś liczbę, to przez tęż samą liczbę iloraz będzie pomnożony;

gdy, nie zmieniając dzielnika, pomnożymy dzielną przez jakąś liczbę, to przez tęż samą liczbę iloraz będzie pomnożony; gdy, nie zmieniając dzielnika, podzielimy dzielną przez jakąś liczbę, to przez tęż samą liczbę iloraz będzie podzielony.

Łatwo to objaśnić na przykładach. —

Z własności, że dzielną i dzielnik możemy podzielić przez tęż samą liczbę, nie zmieniając ilorazu, często korzystamy. Tak np., gdy mamy $21000:600$, to dzielną i dzielnik dzielimy przez 100 i dane dzielenie sprowadzamy do dzielenia $210:6$. Ponieważ $210:6 = 35$, przeto także $21000:600 = 35$. Gdybyśmy jednak mieli $21500:600$, to, wykonawszy dzielenie $215:6$, otrzymalibyśmy iloraz niezupełny 35 i resztę 5; wówczas z dzielenia $21500:600$ wypada iloraz niezupełny 35 i reszta 500.

WYRAŻENIA LICZEBNE. NAWIASY.

55. Dwie lub więcej liczb połączonych z sobą zapomocą znaków, wskazujących na działania, które na tych liczbach wykonać mamy, tworzą wyrażenie liczebne.

Tak np., gdy chcemy wskazać, że mamy 3 pomnożyć przez 5, a od iloczynu odjąć 4, to napiszemy

$$3 \times 5 - 4;$$

jest to wyrażenie liczebne.

Przyjęto, że w wyrażeniu liczebnem znaki $+$ i $-$ w wyższym stopniu oddzielają od siebie liczby, niż znaki $\times$ lub . i :. Tak np. powyższego wyrażenia nie należy rozumieć w ten sposób, iżby liczba 3 miała być pomnożona przez różnicę 5—4. Podobnie

$$3\times5+8:2-3$$

oznacza, iż do iloczynu 3×5 należy dodać iloraz $8:2$, a od tej sumy odjąć liczbę 3.

Gdy mamy oznaczyć, że np. całe ostatnie wyrażenie chcemy pomnożyć przez liczbę 2, to nie wystarczałoby postawienie po ostatniej jego liczbie znaku mnożenia i liczby 2. Dlatego całe owo wyrażenie ujmuje się w nawias, tak iż będziemy mieli

$$(3\times5+8:2-3)\times2.$$

Gdybyśmy np. chcieli do tego ostatniego wyrażenia dodać liczbę 8 i otrzymaną sumę podzielić przez 4, to, aby to oznaczyć, użylibyśmy jeszcze jednego nawiasu, grubszego od poprzedniego lub innego kształtu:

$\big((3\times5+8:2-3)\times2+8\big):4$, lub $[(3\times5+8:2-3)\times2+8]:4$.

Niekiedy potrzeba użyć trzech lub większej ilości różnych nawiasów.

ROZDZIAŁ CZWARTY.

LICZBY DZIESIĘTNE.

WPROWADZENIE LICZB DZIESIĘTNYCH.

56. (Określenie liczby driesiętnej.) Przypuśćmy, że pewną długość mierzymy metrem i że znaleźliśmy, iż w niej metr mieści się 423 razy i że nadto została część, mniejsza od metra, w której dziesiąta część metra mieści się 7 razy, t. j. przypuśćmy, że mamy 423 metry i 7 dziesiątych części metra. W liczbie 423 obok 4-ch set z prawej strony są oznaczone dziesiątki, t. j. części liczby 10 razy mniejsze (art. 13) od set; obok dziesiątków są oznaczone jedności, t. j. części liczby 10 razy mniejsze od dziesiątków. Gdybyśmy według tej samej zasady chcieli oznaczyć 7 dziesiątych części jedności, to wypadałoby tę cyfrę 7 postawić obok jedności, t. j. obok 3-ch; mielibyśmy liczbę 4237. Aby jednak zaznaczyć, że 7 ma przedstawiać dziesiąte części jedności, piszemy po cyfrze jedności w dolnej części wiersza p r z e c i n e k,

423,7.

W tej liczbie każda cyfra oznacza części liczby 10 razy większe od części, oznaczonych przez cyfrę, stojącą obok z prawej strony.

Przypuśćmy, że w mierzonej długości pozostała jeszcze część mniejsza od dziesiątej części metra, a w której dziesiąta część dziesiątej części metra, t. j. setna część metra, mieści się np. 5 razy. Te 5 setnych części jedności, 10 razy mniejszych od dziesiątych jej części, możemy według tej samej zasady oznaczyć obok części dziesiątych z prawej strony; będzie więc 423,75.

Liczymy miejsca od przecinka postawionego po cyfrze jedności w lewą i w prawą stronę; cyfra więc np. 4, oznaczająca sta, znajduje się na 3-em miejscu przed przecinkiem, po przecinku zaś na miejscu pierwszem piszemy części dziesiąte, na 2-em setne. Podobnie dalej wypadałoby po przecinku na miejscu 3-em oznaczyć części tysiączne, na 4-em dziesięciotysiączne, na 5-em stotysiączne, na 6-em milionowe, i t. d.

W taki sposób stosujemy tę samą zasadę, według której piszemy liczby całkowite, do przedstawiania części liczby, mniejszych od jedności.

Tak przedstawione części liczby mniejsze od jedności (t. j. części dziesiąte, dziesiąte dziesiątych czyli setne, dziesiąte setnych czyli tysiączne, i t. d.) nazywają się częściami dziesiętnemi, a liczba, w której w ten sposób je przedstawiamy, nazywa się liczbą dziesiętną. Powiemy więc: *liczba dziesiętna jest to liczba, w której części mniejsze od jedności są napisane według tej samej zasady, według której piszemy liczby całkowite.*

Cyfry, znajdujące się w liczbie dziesiętnej po przecinku, nazywają się cyframi dziesiętnemi.

Jeżeli liczba dziesiętna składa się tylko z samych części dziesiętnych, np. gdy w niej jest 5 dziesiątych i 7 dziesięciotysiącznych, to, posiłkując się zerem (art. 10), liczbę tę tak napiszemy

$$0{,}5007;$$

liczbę taką nazywamy ułamkiem dziesiętnym, tak, iż możemy powiedzieć, że *ułamek dziesiętny jest to liczba dziesiętna mniejsza od jedności.*

Liczbę dziesiętną większą od jedności możemy wyrazić jako sumę liczby całkowitej i ułamka dziesiętnego, np.

$$23{,}7526 = 23 + 0{,}7526.$$

Zamiast przecinka, oddzielającego w liczbie dziesiętnej części mniejsze od jedności, używa się także kropki, np.

23·7526.

57. (Czytanie liczb dziesiętnych.) Liczbę 23,7526 można czytać trojako: albo 23 całkowite, 7 dziesiątych, 5 setnych, 2 tysiączne i 6 dziesięciotysiącznych; albo 23 całkowite i 7526 dziesięciotysiącznych; alboteż 237 526 dziesięciotysiącznych. Liczby takie, jak np. 23,05 lub 0,0506, można czytać tylko dwoma sposobami, liczbę zaś taką, jak 0,007, jednym.

58. (Powiększanie i zmniejszanie liczby dziesiętnej 10, 100 i t. d. razy.) Możemy po ostatniej cyfrze dziesiętnej dopisać dowolną ilość zer, gdyż np. w obu liczbach 5,07 i 5,07000 mamy tylko: 5 całkowitych i 7 setnych. Podobnie po liczbie całkowitej możemy napisać przecinek, a po nim dowolną ilość zer, gdyż np. 24 jest to samo, co 24,00. Nawzajem, w liczbie dziesiętnej możemy po przecinku końcowe zera opuścić.

Gdy w liczbie 423,7526 przesuniemy przecinek w prawo o 1 miejsce i otrzymaną wskutek tego liczbę 4237,526 zestawimy z poprzednią, to dostrzeżemy, że zamiast 4237 526 dziesięciotosiącznych mamy tyleż tysiącznych, t. j. tyleż części, ale 10 razy większych; liczba więc została 10 razy powiększona. Gdy w liczbie 423,7526 przesuniemy przecinek w prawo o 2 miejsca i tę liczbę 42375,26 zestawimy z poprzednią, to widzimy, że zamiast 4 237 526 dziesięciotysiącznych mamy tyleż setnych, t. j. tyleż części, co poprzednio, ale 100 razy większych. I t. d. A zatem, *gdy w liczbie dziesiętnej przesuniemy przecinek w prawo o 1, 2, 3 i t. d. miejsca, to liczbę powiększymy odpowiednio 10, 100, 1000 i t. d. razy.* Liczbę np. 2,35 powiększając 10000 razy, otrzymamy 23500.

Kiedy liczba 4237,526 jest 10 razy większa od liczby 423,7526, to nawzajem ta ostatnia jest od pierwszej mniejsza 10 razy; a ostatnia powstała z pierwszej wskutek przesunięcia przecinka o 1 miejsce w lewo. Moglibyśmy to także wprost objaśnić, zważywszy, że w drugiej liczbie mamy tyleż części dziesięciotysiącznych, ile w pierwszej tysiącznych. Wogóle, *gdy w liczbie dziesiętnej przesuniemy przecinek w lewo o 1, 2, 3 i t. d. miejsca, to liczbę zmniejszymy odpowiednio 10, 100, 1000 i t. d. razy.* Liczbę np. 23,5 zmniejszając 100000 razy, otrzymamy 0,000235.

59. (Porównywanie liczb dziesiętnych.) Aby zaznaczyć, że np. liczba 5 jest mniejsza od liczby 8, piszemy $5 < 8$, co czytamy: 5 mniejsze od 8-u; aby zaznaczyć, że 8 jest większe od 5-u, piszemy $8 > 5$, co czytamy: 8 większe od 5-u.

Gdy mamy np. 0,0083246, to wszystkie części tysiączne, dziesięciotysiączne i t. d. tej liczby, razem wzięte, nie stanowią 0,01; a więc $0{,}0083246 < 0{,}01$, t. j. liczba utworzona z ilukolwiek cyfr dziesiętnych jest mniejsza od liczby, którą przedstawia 1 na miejscu przed pierwszą ze znaczących cyfr owej liczby.

Gdy mamy dwie liczby takie:

$$23{,}7526 \quad \text{i} \quad 23{,}749812345,$$

to trzecia i dalsze cyfry dziesiętne liczby drugiej przedstawiają liczbę mniejszą od 0,01, a więc

$$23{,}749812345 < 23{,}75,$$

a więc także mniejsze od liczby 23,7526. A zatem, gdy w dwu liczbach początkowe cyfry na odpowiednich miejscach są jednakowe, to ta z nich jest większa, w której pierwsza z różnych od siebie cyfr jest większa.

DODAWANIE.

60. (Określenie dodawania.) W dodawaniu liczb całkowitych szło nam o znalezienie sumy, będącej skupieniem wszystkich jedności składników (art. 21). Jeżeli pośród liczb danych są dziesiętne, a więc złożone nietylko z jedności, ale także z części jedności, to również działanie, zapomocą którego znajdziemy liczbę, będącą skupieniem wszystkich jedności i części jedności liczb danych, nazwiemy dodawaniem, ową znalezioną liczbę sumą liczb danych, a liczby dane jej składnikami.

Powiemy więc ogólnie: *dodawanie jest to działanie, zapomocą którego, mając dwie lub więcej liczb danych, zwanych składnikami, znajdujemy liczbę, zwaną sumą, która jest skupieniem jedności i części jedności składników.*

61. (Własność sumy.) Gdy mamy np. $0{,}6+2+0{,}04$, to, wyrażając składniki w najmniejszych częściach, będziemy mieli setnych: $60+200+4$. Do wypisanej na końcu sumy możemy wprost zastosować własność, wyprowadzoną w art. 22-im. Jest więc np. setnych:

$$60+200+4=4+60+200,$$

czyli: $$0,6+2+0,04=0,04+0,6+2.$$

62. (Wykonywanie dodawania.) Opierając się na tem, że suma nie zależy od porządku składników, mając wykonać dodawanie

$$36,267+508,6+0,0596+20,6037,$$

podpisujemy te liczby pod sobą tak, aby, jak przy dodawaniu liczb całkowitych, jedności znalazły się pod jednościami,

$$\begin{array}{r@{,}l} 35 & 267 \\ 508 & 6 \\ 0 & 0596 \\ 20 & 6037 \\ \hline 564 & 5303, \end{array}$$

i zaczynamy wykonywanie dodawania od najmniejszych części, rozumiejąc na miejscach niezajętych zera. W sumie po cyfrze, która wypadła z dodania jedności, stawiamy przecinek, oddzielający cyfry dziesiętne.

ODEJMOWANIE.

63. (Określenie odejmowania.) Określenie odejmowania, podane w art. 27-ym, nie zależy od tego, czy liczby dane są całkowite, czy też dziesiętne. Dlatego owo określenie odnosi się także do przypadku, kiedy w odejmowaniu jedna lub obie liczby są dziesiętne.

64. (Wykonywanie odejmowania.) Wobec związku, zachodzącego między odejmowaniem a dodawaniem, po podpisaniu odjemnika pod odjemną tak, aby jedności znalazły się pod jednościami, zaczynamy również od wyznaczenia najmniejszych części szukanej różnicy.

Gdy mamy np.

$$\begin{array}{r@{,}l} 608 & 12305 \\ -24 & 97 \\ \hline 583 & 15305, \end{array}$$

to, rozumiejąc w odjemniku na miejscach niezajętych zera, wykonywamy odejmowanie tak, jak na liczbach całkowitych, a w różnicy po cyfrze, otrzymanej z odjęcia jedności, stawiamy przecinek, oddzielający cyfry dziesiętne.

Podobnie postępować należy, gdy mamy np.

$$\begin{array}{r@{,}l} 7 & 23 \\ -2 & 054328 \\ \hline 5 & 175672, \end{array}$$

t. j. w odjemnej na miejscach niezajętych należy rozumieć zera. Wychodzi to na to, iż, rozkładając odjemną na części tak, aby każda część odjemnej nie była mniejsza od odpowiedniej części odjemnika, wypadnie ostatnią cyfrę dziesiętną odjemnika odjąć od 10-u, każdą zaś inną, nad którą niema cyfry odjemnej, odjąć od 9-u, a za to ostatnią cyfrę znaczącą odjemnej zmniejszyć o 1.

65. (Własności sumy i różnicy.) Podobnie, jak w art. 61-ym, okazać łatwo, iż wszystkie własności sumy i różnicy, wypowiedziane w art. 34-ym i 35-ym, odnoszą się także do przypadku, kiedy pośród liczb danych są dziesiętne kiedy powiększamy lub zmniejszamy o liczby dziesiętne.

MNOŻENIE.

66. (Mnożenie przez 0,1, 0,01, 0,001, i t. d.) Gdy mamy liczbę 324,5017 pomnożyć przez 1000, czyli powiększyć ją 1000 razy, to (art. 58) otrzymamy liczbę 324501,7; podobnie, tę samą liczbę mnożąc przez 100, otrzymamy 32450,17; mnożąc ją zaś przez 10, otrzymujemy 3275·017. Jest więc:

$$324{,}5017 \times 1000 = 324501{,}7,$$
$$324{,}5017 \times 100 = 32450{,}17,$$
$$324{,}5017 \times 10 = 3245{,}017.$$

Widzimy więc, że z powodu, iż mnożnik 100 jest 10 razy mniejszy od mnożnika 1000, mnożnik zaś 10 jest 10 razy mniejszy od mnożnika 100, otrzymujemy iloczyny odpowiednio 10 razy mniejsze.

Gdybyśmy, mając tę samą mnożną 324,5017, zamiast mnożnika 10 wzięli liczbę 10 razy mniejszą, t. j. 1, a następnie 10 razy mniejszą od 1, t. j. 0,1, i znowu 10 razy mniejszą od 0,1, t. j. 0,01, i t. d., to otrzymywalibyśmy iloczyny stopniowo dziesięć razy coraz mniejsze,

$$324{,}5017 \times 1 = 324{,}5017,$$
$$324{,}5017 \times 0{,}1 = 32{,}45017,$$
$$324{,}5017 \times 0{,}01 = 3{,}245017, \text{ i t. d.}$$

A więc: pomnożyć liczbę przez 0,1 wychodzi na toż samo, co zmniejszyć (art. 58) ją 10 razy (czyli, co wziąć 0,1 owej liczby; art. 47); pomnożyć liczbę przez 0,01 wychodzi na toż samo, co zmniejszyć ją 100 razy (czyli, co wziąć 0,01 owej liczby); i t. d.

67. (Określenie mnożenia.) Gdy mamy 86×4, to rozumiemy, iż mamy mnożną »wziąć jako składnik tyle razy, ile jest jedności w mnożniku«. Gdybyśmy mieli 86×0,01 albo 86×0,04, to nie może być mowy o tem, abyśmy mieli mnożną »wziąć jako składnik 0,01 raza« albo »0,04 raza«. Trzeba więc teraz mieć określenie mnożenia ogólniejsze od podanego w art. 36-ym. Ponieważ iloczyn 86×4 oznacza $86+86+86+86$, dlatego, że $4=1+1+1+1$, przeto możemy powiedzieć, iż *»iloczyn tak powstaje z mnożnej, jak mnożnik powstaje z jedności«*. A więc, gdy mamy $86 \times 0{,}01$, to, z uwagi, iż mnożnik 0,01 powstał z 1-ści wskutek zmniejszenia jej 100 razy, otrzymamy szukany iloczyn zmniejszając mnożną 86 również 100 razy, t. j. (art. 66, 58) mieć będziemy $86 \times 0{,}01 = 0{,}86$. Podobnie, gdy mamy $86 \times 0{,}04$, to, z uwagi, iż mnożnik 0,04 powstaje z jedności, tak: zmniejszamy

1-ść 100 razy i tworzymy sumę $0{,}01+0{,}01+0{,}01+0{,}01$,

aby otrzymać szukany iloczyn, należy w takiż sam sposób postąpić z mnożną: zmniejszamy

86 100 razy i tworzymy sumę $0{,}86+0{,}86+0{,}86+0{,}86$.

A więc (art. 62) mamy $86 \times 0{,}04 = 3{,}44$.

Powiemy zatem ogólnie: *mnożenie jest to działanie, zapomocą którego, mając dwie liczby, mnożną i mnożnik, znajdujemy liczbę, zwaną iloczynem, którą możemy otrzymać z mnożnej w taki sam sposób, w jaki mnożnik powstaje z jedności.*

Według tego, wyrażenie: »0,04 liczby 86« (zestawmy je z wyrażeniem: »0,04 jedności«) oznacza iloczyn $86 \times 0{,}04$.

68. (Wykonywanie mnożenia.) Weźmy naprzód na uwagę przypadek, kiedy mnożnik jest liczbą całkowitą, np. kiedy 2,136 mamy pomnożyć przez 4. Ponieważ mnożnik $4=1+1+1+1$, przeto szukany iloczyn powstanie z mnożnej, gdy ją weźmiemy 4 razy jako składnik

$$\begin{array}{r} 2{,}136 \\ 2{,}136 \\ 2{,}136 \\ 2{,}136 \\ \hline 8{,}544, \end{array} \quad \text{jest więc} \quad \begin{array}{r} 2{,}136 \\ \times 4 \\ \hline 8{,}544, \end{array}$$

t. j. w tym przypadku należy uskutecznić mnożenie tak, jakby mnożna była liczbą całkowitą, i w otrzymanym iloczynie oddzielić »na dziesiętne« tyle cyfr z prawej strony, ile ich było w mnożnej.

Rozważmy teraz przypadek, kiedy mnożnik jest liczbą dziesiętną. Np. $14{,}23 \times 2{,}065$. Ponieważ mnożnik 2,065 powstał z jedności tak: zmniejszyliśmy

1-ść 1000 razy i wzięliśmy sumę 0,001 + 0,001 + i t. d. (2065-u składników); przeto, aby utworzyć iloczyn, należy: zmniejszyć mnożną 14,23 1000 razy i wziąć sumę 0,01423 + 0,01423 + i t. d. (2065-u składników). To dodawanie możemy zastąpić przez mnożenie $0{,}01423 \times 2065$, w którem mnożnik jest liczbą całkowitą; szukany przeto iloczyn jest 29,38495. Widzimy zatem, że

$$14{,}23 \times 2{,}065 = 29{,}38495.$$

Do iloczynu tego doszliśmy uskuteczniając mnożenie liczb danych tak, jakby w nich nie było znaków oddzielających cyfry dziesiętne, a w tak otrzymanej liczbie oddzielając na dziesiętne ostatnich cyfr 5, gdyż w danej mnożnej było ich 2, w danym mnożniku 3, a $2+3=5$.

Powiemy więc ogólnie: iloczyn liczb dziesiętnych otrzymuje się uskuteczniając mnożenie liczb danych tak, jakby w nich nie było znaków oddzielających cyfry dziesiętne, i w tak otrzymanej liczbie oddzielając z prawej strony na dziesiętne tyle cyfr, ile ich jest w mnożnej i w mnożniku razem.

Gdy mamy znaleźć »3,06 liczby 2,5«, czyli (art. 67) $2{,}5 \times 3{,}06$, to w otrzymanym iloczynie 7,650 opuścimy końcowe zero i będziemy mieli $2{,}5 \times 3{,}06 = 7{,}65$.

Gdy mamy $12 \times 0{,}07$, to w mnożnej i w mnożniku razem jest cyfr dziesiętnych 2, a więc $12 \times 0{,}07 = 0{,}84$.

69. (Własność iloczynu.) Weźmy iloczyny

$$2{,}57 \times 32 \times 17{,}002 \quad \text{i} \quad 17{,}002 \times 2{,}57 \times 32,$$

różniące się od siebie tylko porządkiem czynników. Przedstawiają one liczby, które otrzymamy uskuteczniając mnożenie liczb całkowitych, odpowiednio

$$257 \times 32 \times 17002 \quad \text{i} \quad 17002 \times 257 \times 32,$$

a w każdej z dwu tak otrzymanych liczb oddzielając na dziesiętne z prawej strony 5 cyfr. Powyższe iloczyny liczb całkowitych przedstawiają tę samą liczbę; wskutek tego to samo powiemy o danych iloczynach. A więc własność, wypowiedziana w art. 41-ym, stosuje się także do iloczynu liczb dziesiętnych.

DZIELENIE.

70. (Określenie dzielenia.) Określenie dzielenia, podane w art. 45-ym, nie zależy od tego, czy liczby dane są całkowite, czyteż dziesiętne. Dlatego owo określenie stosuje się także wtedy, kiedy w dzieleniu jedna lub obie liczby są dziesiętne.

71. (Wykonywanie dzielenia.) Weźmy naprzód na uwagę przypadek, kiedy dzielnik jest liczbą całkowitą, np. 359,3147 : 4. Pierwsze dwie cyfry ilorazu wyznaczymy tu tak, jak przy dzieleniu liczb całkowitych (art. 49),

```
359,3147 |4
32       |89
--
 39
 36
 --
  3.
```

Pozostały 3 jedności czyli 30 dziesiątych; że zaś jeszcze są w dzielnej 3 dziesiąte, przeto mamy 33 dziesiąte. Tej drugiej reszcie odpowie w ilorazie 8 dziesiątych, gdyż $0,8 \times 4$ jest mniej niż 33 dziesiąte, zaś $0,9 \times 4$ jest więcej niż 33 dziesiąte. Aby zaznaczyć w ilorazie, iż cyfra 8 przedstawia dziesiąte, napiszemy w nim po 89-u przecinek,

```
359,3147 |4
. . .    |89,8
. . .
-----
   33
   32
   --
    1.
```

Pozostała 1 dziesiąta czyli 10 setnych; że zaś jeszcze jest w dzielnej 1 setna, przeto mamy 11 setnych. Tej trzeciej reszcie odpowiedzą w ilorazie 2 setne, i t. d.;

```
359,3147 |4
. . .    |89,8286
. . .
-----
    11
     8
    --
     34
     32
     --
      27
      24
      --
       3.
```

Pozostały 3 dziesięciotysiączne czyli 30 stotysiącznych. Tej reszcie odpowie w ilorazie 7 stotysiącznych. A więc do 3-ch dopisujemy 0 i dzielenie dalej prowadzimy,

```
359,3147 | 4
.......  |-----------
.......  | 89,828675
-------
      30
      28
      --
       20
       20
       --
        0.
```

Zatem: aby podzielić liczbę dziesiętną przez całkowitą, postępujemy tak, jak przy dzieleniu liczby całkowitej przez całkowitą; w ilorazie piszemy przecinek po tej cyfrze, która wypadła po uwzględnieniu jedności dzielnej; w razie zaś, gdy po wyczerpaniu wszystkich danych cyfr dzielnej pozostaje jeszcze reszta, prowadzimy działanie dalej, przypisując po zerze tak do tej reszty, jak i do reszt następujących.

Gdybyśmy mieli np. 0,0435 : 8, to największe części ilorazu będą tysiączne (gdyż $0{,}01 \times 8$ jest liczbą większą od dzielnej, a $0{,}001 \times 8$ jest liczbą mniejszą od dzielnej). Dlatego piszemy w ilorazie 0 całkowitych, 0 dziesiątych i 0 setnych,

```
0,0435 | 8
   40  |-----------
   --  | 0,0054375
   35
   32
   --
    30
    24
    --
     60
     56
     --
      40
      40
      --
       0.
```

Rozważmy teraz przypadek, kiedy dzielnik jest liczbą dziesiętną. Np. 625,174 : 3,2. Ponieważ iloczyn ilorazu i dzielnika jest równy dzielnej, przeto szukany iloraz, pomnożony przez 3,2, czyli (art. 67-y) 3,2 ilorazu, równa się dzielnej,

3,2 ilorazu = 625,174.

Kiedy 3,2 ilorazu jest liczbą 625,174, to 32 ilorazy są liczbą 10 razy większą, a więc (art. 58)

32 ilorazy = 6251,74.

Stąd wynika zgodnie z określeniem dzielenia, iż

$$\text{iloraz} = 6251{,}74 : 32.$$

Sprowadza się więc ten przypadek do tego, w którym dzielnik jest liczbą całkowitą.

Zatem: kiedy dzielnik jest liczbą dziesiętną, to opuszczamy w nim przecinek, oddzielający cyfry dziesiętne, a w dzielnej posuwamy go w prawo o tyle cyfr, ile było cyfr dziesiętnych w dzielniku.

Gdy mamy np. 7,077:2,2, to wypadnie wykonać dzielenie

```
70,77 | 22
66    | 3,21681
------
 47
 44
 ---
  37
  22
  ----
  150
  132
  -----
   180
   176
   -----
     40
     22
    ----
     18.
```

Doszliśmy do reszty 18, którąśmy już mieli jako resztę czwartą (i do której już dopisywaliśmy 0). Przypisawszy więc do niej 0, otrzymamy znowu w ilorazie cyfrę 8, a następnie znowu resztę 4, do której przypisawszy 0, otrzymamy znowu w ilorazie cyfrę 1, i t. d. Dzielenie więc to się nie skończy i dlatego w podobnych razach bierzemy w ilorazie tylko pewną ilość cyfr dziesiętnych. Tak np., gdy w tem zadaniu chcemy mieć w ilorazie tylko milionowe części, to przyjmiemy jako iloraz 7,077:2,2 liczbę 3,216818.

Gdybyśmy mieli np. 3,2:0,0004, to byłoby

$$3{,}2 : 0{,}0004 = 32000 : 4 = 8000.$$

72. (Iloraz liczb całkowitych.) Gdy dzielna i dzielnik są liczbami całkowitemi i zostaje reszta dzielenia, to możemy, postawiwszy w ilorazie przecinek, dopisać 0 tak do tej reszty, jakoteż do reszt następnych; otrzymamy w ilorazie liczbę dziesiętną. Np. 219:8,

```
219 |8
16  |27,375
 59
 56
  30
  24
   60
   56
    40
    40
     0.
```

A więc $219:8 = 27{,}375$.

Również, gdy mamy np. $3:4$, to możemy iloraz przedstawić jako liczbę dziesiętną,

```
3  |4
30 |0,75
28 |
 20
 20
  0.
```

Gdybyśmy mieli $281:4500$,

```
281   |4500
2810  |0,0624
28100
27000
 11000
  9000
  20000
  18000
   2000.
```

to otrzymywalibyśmy w ilorazie wciąż cyfry 4, a więc to dzielenie się nie skończy. Jeżeli w tem zadaniu chcemy mieć w ilorazie tylko części np. stotysiączne, to przyjmiemy jako iloraz $281:4500$ liczbę $0{,}06244$.

73. (Własności iloczynu i ilorazu.) Podobnie jak w art. 69-ym okazać łatwo, iż wszystkie własności iloczynu i ilorazu, wypowiedziane w art. 53-im i 54-ym, odnoszą się także do przypadku, kiedy pośród liczb danych są dziesiętne i kiedy mnożymy lub dzielimy przez liczby dziesiętne.

ROZDZIAŁ PIĄTY.

MIARY.

UKŁAD METRYCZNY.

74. (Metr.) Rozmaite narody wytworzyły sobie dla swych potrzeb różne miary. Okazało się to jednak niedogodnem, i dlatego wiele narodów przyjęło miary jednakowe, mianowicie te, które w końcu wieku XVIII obmyślono we Francyi.

Obliczono wówczas bardzo starannie długość ćwierci południka ziemskiego i dziesięciomilionową jej część przyjęto za jednostkę długości, nazwano ją metrem i zrobiono wzorzec tej miary z platyny, który troskliwie przechowują w Paryżu.

Okazało się później, że metr mieści się w ćwierci południka nieco więcej niż 10 000 000 razy; obecnie więc jako metr uważać należy długość owego wzorca, przechowanego w Paryżu. W wielu rachunkach przyjmuje się wciąż dla prostoty, że ćwierć południka ma 10,000 000 metrów.

75. (Miary długości czyli miary liniowe.) Główną miarą długości jest metr, z którego powstają inne.

Miary większe od metra są:

10 metrów = dekametr, 100 metrów = hektometr,
1000 metrów = kilometr, 10000 metrów = myriametr;

tu: deka, hekto, kilo, myria są utworzone z greckich liczebników, oznaczających odpowiednio: 10, 100, 1000 i 10000.

Miary mniejsze od metra są:

0,1 metra = decymetr, 0,01 metra = centymetr,
0,001 metra = milimetr;

tu: decy, centy, mili są utworzone z łacińskich liczebników, oznaczających odpowiednio: 10, 100 i 1000.

Te z powyższych nazw, które są częściej używane, są jednostajnie przez skrócenie oznaczane jedną lub dwiema literami (w druku pochyłemi) bez kropek po nich, w taki sposób:

metr = *m*, decymetr = *dm*, centymetr = *cm*, milimetr = *mm*,
kilometr = *km*.

Dla nazw zaś: dekametr, hektometr i myriametr, jako rzadko używanych, nie wprowadzono skróceń odpowiednich.

Mila pocztowa ma 7500 metrów.

Mila geograficzna ma 7407 i prawie pół metra.

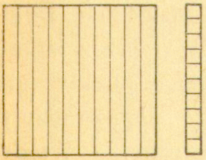
Miary długości nazywamy także miarami liniowemi. Dlatego mówimy: metr liniowy, dekametr liniowy, decymetr liniowy i t. d.

76. (Miary powierzchni.) Jeżeli bok kwadratu jest długi na metr, to mówimy, że pole tego kwadratu jest metrem kwadratowym. A więc metr kwadratowy jest to pole kwadratu, którego bok jest metrem liniowym. Podobnie centymetr kwadratowy jest to pole kwadratu, którego bok jest centymetrem liniowym.

Przy wymierzaniu powierzchni różnych przedmiotów używają się: metr kwadratowy, który przez skrócenie oznacza się m^2, jakoteż: dm^2, cm^2, mm^2, km^2, a nadto niekiedy przy mierzeniu rozległości prowincyi, kraju i t. p. myriametr kwadratowy.

Przy obliczaniu jednak powierzchni ornego pola, pastwiska, lasu i t. p., wogóle gruntu, używa się jako jednostki dekametra kwadratowego, który ma nazwę: ar i oznacza się przez skrócenie *a*, jak również używa się miary większej, 100 arów, która nazywa się: hekto-ar czyli hektar i oznacza się przez skrócenie *ha*.

Jeżeli bok kwadratu, który mamy obok narysowany, przedstawia metr (liniowy), to pole tego kwadratu przedstawia metr kwadratowy. Podzielmy dwa przeciwległe boki tego kwadratu na decymetry i odpowiadające punkty podziału połączmy z sobą liniami prostemi. Wtedy metr kwadratowy rozdzielonym zostanie na 10 części równych, z których każda ma postać pasa szerokiego na 1 decymetr, a długiego na 1 metr czyli na 10 decymetrów. Ten pas możemy w podobny sposób rozdzielić na 10 równych części, z których każda jest kwadratem, mającym bok długi na decymetr, t. j. przedstawia decymetr kwadratowy. Zatem w każdym takim pasie jest 10 dm^2. Widzimy więc, że możemy metr kwadratowy rozdzielić na 10 równych części, z których każda ma 10 dm^2. Ma więc metr kwadratowy 10 razy więcej decymetrów kwadratowych, niż ich jest w jednej części, t. j. ma 10 $dm^2 \times 10 = 100$ dm^2.



Podobnie znajdziemy, że $dm^2 = 10$ $cm^2 \times 10 = 100$ cm^2, że $a = 10\,m^2 \times 10 = 100\,m^2$, i t. d.

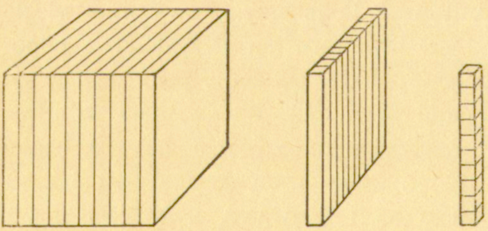
77. (Miary objętości.) Jeżeli krawędź sześcianu jest długa na metr, to mówimy, że objętość tego sześcianu jest metrem sześciennym. A więc metr sześcienny jest to objętość sześcianu, którego krawędź jest metrem liniowym. Podobnie centymetr sześcienny jest to objętość sześcianu, którego krawędź jest centymetrem liniowym.

Przy wymierzaniu objętości różnych przedmiotów, używają się: metr sześcienny, który przez skrócenie oznacza się m^3, jakoteż: dm^3, cm^3, mm^3, km^3.

Przy wymierzaniu jednak objętości zboża, owoców, a także cieczy w handlu, uważa się za jednostkę dm^3, który wtedy zwie się: litr i przez skrócenie oznacza się l; przy większych objętościach zboża lub cieczy w handlu, z większych miar używa się głównie hektolitr, t. j. 100 litrów; z miar zaś mniejszych od litra używane są niekiedy na oznaczenie objętości cieczy w handlu: decylitr, t. j. dziesiąta część litra, i centylitr, t. j. setna część litra. Nazwy te piszą się krócej:

hektolitr $= hl$, decylitr $= dl$, centylitr $= cl$.

Jeżeli krawędź sześcianu przedstawia metr (liniowy), to objętość tego sześcianu przedstawia metr sześcienny. Podzielmy na decymetry trzy krawędzi sześcianu, będące bokami przeciwległemi dwu sąsiednich kwadratów, i przez odpowiadające punkty podziału poprowadźmy płaszczyzny. Wtedy metr sześcienny zostanie podzielonym na 10 części równych, warstw, z których każda jest szeroka na 1 decymetr, a długa i wysoka na metr czyli na 10 decymetrów. Tę zaś możemy w podobny sposób rozdzielić na 10 równych części, słupków, z których każdy ma na szerokość i długość 1 decymetr, a na wysokość 10 decymetrów. Nakoniec i ten słupek możemy w takiż sposób rozdzielić na 10 równych części, z których każda jest sześcianem, mającym krawędź długą na decymetr, t. j. przedstawia decymetr sześcienny. Zatem w każdym takim słupku jest 10 dm^3. Gdy więc jeden słupek ma 10 dm^3, to jedna warstwa, jako złożona z 10-u takich słupków, ma decymetrów sześciennych 10 razy więcej, a więc 10 $dm^3 \times 10 = 100$ dm^3. Metr zaś sześcienny,



jako równy 10-u takim warstwom, ma decymetrów sześciennych 10 razy więcej, a więc 100 $dm^3 \times 10 = 1000$ dm^3.

Podobnie znajdziemy, że $dm^3 = 10$ $cm^3 \times 10 \times 10 = 1000$ cm^3, że dekametr sześcienny $= 10$ $m^3 \times 10 \times 10 = 1000$ m^3, i t. d.

78. (Wagi czyli miary ciężaru.) Jednostką wagi jest ciężar centymetra sześciennego wody destylowanej w stanie największej gęstości, t. j. wtedy, kiedy woda ma 4 stopnie ciepła według skali Celsius'a. Ciężar ten ma nazwę: gram i oznacza się przez skrócenie g.

Miary większe i mniejsze tworzą się podobnie, jak poprzednio:

10 g = dekagram, 100 g = hektogram, 1000 g = kilogram,
0,1 g = decygram, 0,01 g = centygram, 0,001 g = miligram.

Z nich częściej używane mają skrócenia:

decygram = dg, centygram = cg, miligram = mg,
dekagram = dkg, kilogram = kg.

Prócz tego większe ciężary liczy się na centnary metryczne czyli kentale metryczne po 100 kg, które się oznacza przez skrócenie q (od nazwy francuskiej »quintal«), oraz na beczki czyli tony po 1000 kg, oznaczane przez t.

79. (Układ metryczny.) Wszystkie te miary: liniowe, powierzchni, objętości i ciężaru oparte są na tej samej zasadniczej mierze, t. j. na metrze. Dlatego ten układ miar nazywa się układem metrycznym, albo systematem metrycznym, a miary te nazywają się miarami metrycznemi.

MIARY ZWIĄZANE Z METRYCZNEMI.

80. Związany z układem metrycznym był układ miar, w r. 1818 ustanowiony przez b. radę administracyjną w Warszawie, który obowiązywał od r. 1819 do r. 1849.

Miary długości. Sążeń ma 3 łokcie, łokieć ma 2 stopy, stopa ma 12 cali, cal ma 12 linij, *linia* = 2 *milimetrom* (a zatem stopa = 288 *mm*); przy pomiarach gruntów: sznur ma 10 prętów, pręt 10 pręcików, pręcik 10 ławek (*pręt* = 15 *stopom* = 432 *cm*).

Miary powierzchni. Sążeń kwadratowy, łokieć kw., stopa kw., linia kw.; przy pomiarach gruntów: włóka ma 30 morgów, mórg ma 300 prętów kw. (a więc mórg = 0,559872 *ha*).

Miary objętości. Sążeń sześcienny, łokieć sz., stopa sz., cal sz., linia sz.; przy wymierzaniu ciał płynnych: beczka ma 25 garncy, garniec ma 4 kwarty, kwarta ma 4 kwaterki, kwaterka ma 2 półkwaterki (*kwarta* = *litrowi*); przy wymierzaniu ciał sypkich:

korzec ma 4 ćwierci, ćwierć ma 8 garncy, garniec ma 4 kwarty (a więc korzec = 128 l).

Wagi. Centnar ma 4 kamienie, kamień ma 25 funtów, funt ma 32 łuty, *łut* = 12672 *miligramom* (a więc funt = 405,504 g).

MIARY W ROSYI.

81. Ukaz z r. 1835 uregulował układ miar.

Miary długości. Sażeń ma 7 stóp, stopa ma 12 cali, cal ma 10 linij, albo: sażeń ma 3 arszyny, arszyn ma 16 werszków (a więc werszek = $\frac{4}{7}$ cala); wersta ma 500 sażeni.

Miary powierzchni. Sażeń kwadratowa, arszyn kw., werszek kw., stopa kw., cal kw., linia kw.; przy pomiarach gruntów: diesiatyna ma 2400 sażeni kw., wersta kw.

Miary objętości. Sażeń sześcienna, arszyn sz., werszek sz., stopa sz., cal sz., linia sz.; przy wymierzaniu ciał płynnych: beczka ma 40 wiader, wiadro ma 8 sztofów albo wiadro ma 10 krużek, krużka ma 10 czarek; przy wymierzaniu ciał sypkich: czetwiert ma 2 ośminy albo czetwiert ma 8 czetwieryków, czetwieryk ma 8 garncy.

Wagi. Berkowiec ma 10 pudów, pud ma 40 funtów, funt ma 32 łuty, łut ma 3 zołotniki, zołotnik ma 96 doli; wagi aptekarskie: funt (28 łutów) ma 12 uncyj, uncya ma 8 drachm, drachma ma 3 skrupuły, skrupuł ma 20 granów.

82. Wyrobiony z platyny wzorzec sażeni, równej 7-u stopom angielskim, przechowuje się w twierdzy petersburskiej. Wzorcem wag jest funt żelazny pozłacany mennicy petersburskiej, zrobiony w r. 1747, który jest ciężarem 25,019 cala sz. wody destylowanej o $13\frac{1}{3}{}^0$ Réaumur'a. W tejże temperaturze wiadro jest ciężarem 30-u funtów, a czetwieryk 64-ch funtów wody destylowanej, tak, iż wiadro obejmuje 750,57 cala sz., a czetwieryk 1601,22 cala sz.

Związek tych miar z metrycznemi wynika z tego, że

stopa = 0,3047944 m, a więc m = 39,37079 cala.

Zwykle przyjmuje się w przybliżeniu, że:

stopa = 305 mm, arszyn = 711 mm, wersta = 1,067 km, m = 39,4 cala = 1,4 arszyna, diesiatyna = 1,0925 ha, wiadro = 12,3 l, czetwiert = 2,1 hl, funt = 409,5 g.

PODZIAŁ OKRĘGU KOŁA.

83. Okrąg koła dzieli się na 360 równych części, zwanych stopniami; stopień ma 60 minut; minuta ma 60 sekund. Liczbę np. 2 stopnie 15 minut i 20 sekund pisze się tak: $2^0 + 15' + 20''$, alboteż $2^0 15' 20''$.

ROZDZIAŁ SZÓSTY.

LICZBY WIELORAKIE.

WYRAŻANIE LICZBY WIELORAKIEJ JAKO LICZBY MIANOWANEJ PROSTEJ.

84. O liczbie wielorakiej mówiliśmy w art. 4-ym.

Chcąc liczbę wieloraką, np. 3 tygodnie + 5 dni + 8 godzin, wyrazić jako liczbę mianowaną prostą przy pomocy jednostki godziny, wypadnie tak rozumować. Wyraźmy tygodnie w dniach: ponieważ tydzień ma 7 dni, przeto 3 tygodnie mają 3 razy po 7 dni, t. j. należy 7 dni pomnożyć przez liczbę (oderwaną) 3; otrzymamy 7 dni × 3 = 21 dni. W liczbie danej mamy jeszcze 5 dni; 21 dni + 5 dni = 26 dni. Wyraźmy dnie w godzinach: ponieważ dzień (doba) ma 24 godziny, przeto 26 dni ma 26 razy po 24 godziny, t. j. należy 24 godziny pomnożyć przez liczbę 26; otrzymamy 24 godziny × 26 = 624 godziny. W liczbie danej mamy jeszcze 8 godzin; 624 godziny + 8 godzin = 632 godziny.

$$\begin{array}{r} 7 \text{ dni} \\ \times 3 \quad\;\; \\ \hline 21 \text{ dni} \\ +5 \text{ dni} \\ \hline 26 \text{ dni,} \end{array} \qquad \begin{array}{l} \;\;24 \text{ godz.} \\ \times 26 \\ \hline 144 \\ 48 \\ \hline 624 \text{ godz.} \\ \;\;+8 \text{ godz.} \\ \hline 632 \text{ godz.} \end{array}$$

Odpowiedź: 3 tygodnie + 5 dni + 8 godzin = 632 godziny.

Gdy mamy »datę« np. 12-y czerwca r. 1893-go, a chcemy wiedzieć, ile w owym roku upłynęło dni, to z uwagi, że rok 1893 jest zwyczajny (t. j. luty ma 28 dni), że 6-y miesiąc (czerwiec) jeszcze nie upłynął i w nim dzień 12-y również się jeszcze nie skończył, liczbę 5 miesięcy + 11 dni znajdziemy przy pomocy dodawania: 31 dni + 28 dni + 31 dni + 30 dni + 31 dni + 11 dni = 162 dnie. Odp. W r. 1893-im do dnia 12-go czerwca upłynęło dni 162.

Gdy w liczbie wielorakiej jednostki należą do układu metrycznego, to przy wyrażaniu jej jako liczby mianowanej prostej mamy rachunek bardzo łatwy.

Np. »2 $m^2 + 14\,dm^2 + 5\,cm^2$ wyrazić w centymetrach kwadratowych«.

Ponieważ $m^2 = 10\,000\,cm^2$, a $dm^2 = 100\,cm^2$, więc mamy centymetrów kwadratowych 2 dziesiątki tysięcy + 14 set + 5, t. j. 21405 cm^2. Odp. $2\,m^2 + 14\,dm^2 + 5\,cm^2 = 21405\,cm^2$.

Gdybyśmy chcieli tę samą liczbę »$2\,m^2 + 14\,dm^2 + 5\,cm^2$ wyrazić w metrach kwadratowych«, to, ponieważ $dm^2 = 0{,}01\,m^2$, a $cm^2 = 0{,}0001\,m^2$, mielibyśmy $2\,m^2 + 0{,}14\,m^2 + 0{,}0005\,m^2 = 2{,}1405\,m^2$. Odp. $2\,m^2 + 14\,dm^2 + 5\,cm^2 = 2{,}1405\,m^2$.

WYRAŻANIE LICZBY MIANOWANEJ PROSTEJ JAKO LICZBY WIELORAKIEJ.

85. Jeżeli liczba mianowana prosta ma jednostek więcej, niż ich jest w jednorodnej jednostce większej, to możemy tę liczbę wyrazić jako liczbę wieloraką.

Np. Gdy łuk koła ma $10\,150''$, to, ponieważ $60''$ stanowi już $1'$, możemy z danej ilości sekund oddzielić minuty. W $10\,150''$ jest tyle minut, ile razy $60''$ mieści się w $10150''$.

$$\begin{array}{r|l} 10150'' & 60'' \\ \cdots\cdots & 169 \\ \cdots\cdots & \\ \hline 10'' & \end{array} \qquad 10150'' = 169'\,10''.$$

Ponieważ $60'$ stanowi już 1°, przeto możemy z otrzymanej ilości minut oddzielić stopnie. W $169'$-u będzie tyle stopni, ile razy $60'$ mieści się w $169'$-u.

$$\begin{array}{r|l} 169' & 60' \\ \cdots & 2 \\ \hline 49' & \end{array} \qquad 169' = 2^\circ\,49'.$$

Odp. $10\,150'' = 2^\circ\,49'\,10''$.

Gdy chcemy się dowiedzieć, jakiej dacie odpowie w r. 1896-ym upłynionych 260 dni, to zważywszy, że rok 1896-y jest przestępny, weźmiemy w lutym dni 29 i będziemy dotąd dodawali dnie kolejnych miesięcy, dopóki nie zbliżymy się do 260-u dni,

31 d. + 29 d. + 31 d. + 30 d. + 31 d. + 30 d. + 31 d. + 31 d. = 244 d.,

260 d. − 244 d. = 16 d.

Odp. Odpowiadająca data jest 17-y września r. 1896-go.

Liczbę mianowaną prostą, której jednostka należy do układu metrycznego, łatwo wyrazić jako liczbę wieloraką. Np. $14{,}20653\,m^3$; ponieważ $0{,}001\,m^3 = dm^3$, a $0{,}000001\,m^3 = cm^3$, przeto

$$14{,}20653\,m^3 = 14\,m^3 + 206\,dm^3 + 530\,cm^3.$$

DODAWANIE.

86. »Bartłomiej omłócił jęczmienia w pierwszym dniu 2 korce + 1 ćwierć + 4 garnce, w drugim 1 korzec + 3 ćwierci + 7 garncy, w trzecim 2 korce + 6 garncy, w czwartym nakoniec omłócił 4 korce + 3 ćwierci + 5 garncy; ile przez te 4 dnie omłócił jęczmienia?«

Należy wykonać dodawanie 4-ch liczb wielorakich:

2 k.	+ 1 ć.	+ 4 g.
1 k.	+ 3 ć.	+ 7 g.
2 k.	+	6 g.
4 k.	+ 3 ć.	+ 5 g.
11 k.	+ 1 ć.	+ 6 g.

22 g	8 g.	9 ć.	4 ć.
16	2	8	2
6 g.	2 ć.	1 ć.	2 k.

Z dodania garncy otrzymujemy 22 g., więcej niż ćwierć; znajdujemy (art. 85) osobno, iż 22 g. = 2 ć. + 6 g.; 6 g. podpisujemy pod garncami, a 2 ćwierci dodajemy do ćwierci. Z dodania ćwierci mamy 9 ć., i t. d. Odp. Przez 4 dnie Bartłomiej omłócił 11 k. + 1 ć. + 6 g. jęczmienia.

87. »Pewna osoba urodziła się 24-go grudnia r. 1798-go; żyła 56 lat i 337 dni; kiedy umarła?«

Należy »datę« urodzenia się tej osoby wyrazić jako »czas upłyniony«. W dniu, w którym ta osoba na świat przyszła, było skończonych lat 1797 i

31 d. + 28 d. + 31 d. + 30 d. + 31 d. + 30 d. + 31 d. + 31 d. + 30 d. + 31 d. + 30 d. + 23 d., albo

(365 d. − 31 d.) + 23 d. = 357 d.

Należy więc wykonać dodawanie

(1797 l. + 357 d.) + (56 l. + 337 d.).

Z dodania dni otrzymamy dni 694, więcej niż rok. Nie wiemy jednak, czy ów rok miał 365, czyteż 366 dni. Dlatego należy w tym razie dodać uprzednio lata: 1797 l. + 56 l. = 1853 l.; a więc rok otrzymany z dodania dni jest rokiem 1854-ym, zwyczajnym. Należy przeto 694 dnie wyrazić jako 1 rok + 329 dni. Jest więc

1797 l.	+ 357 d.
56 l.	+ 337 d.
1854 l.	+ 329 d.

Wyrażając czas upłyniony jako datę (art. 85), mieć będziemy odpowiedź: umarła 26-go listopada r. 1855-go.

88. Gdy mamy wykonać dodawanie liczb wielorakich, wyrażonych w jednostkach układu metrycznego, to wszystkie składniki wyrażamy jako liczby mianowane proste przy pomocy tej samej jednostki, t. j. zadanie sprowadzamy do zadania na dodawanie liczb mianowanych prostych. Np.

$(2m+3dm+5mm)+(11m+8cm+3{,}5mm)+(8dm+3cm+0{,}25mm)$; będziemy mieli

$$\begin{array}{r}
2{,}305\ m \\
11{,}0835\ m \\
0{,}83025\ m \\
\hline
14{,}21875\ m.
\end{array}$$

Odp. $14m+2dm+1cm+8{,}75mm$.

ODEJMOWANIE.

89. »Od liczby 15 sażeni + 1 arszyn + 8 werszków odjąć liczbę 9 sażeni + 2 arszyny + 13 werszków.«

Aby wykonać częściowe odejmowania werszków i arszynów, rozłożymy odjemną na części tak, iżby każda część odjemnej nie była mniejsza od odpowiedniej części odjemnika,

$$\begin{array}{rrr}
\overset{1}{1}\overset{4}{5}\ \text{saż.} + & \overset{3}{1}\ \text{arsz.} + & \overset{24}{8}\ \text{wersz.} \\
9\ \text{saż.} + & 2\ \text{arsz.} + & 13\ \text{wersz.} \\
\hline
5\ \text{saż.} + & 1\ \text{arsz.} + & 11\ \text{wersz.}
\end{array}$$

Odp. 5 saż. + 1 arsz. + 11 wersz.

90. »Pewna osoba urodziła się 23-go listopada r. 1793-go, a umarła 21-go września r. 1845-go; jak długo żyła?«

$$\begin{array}{r}
\overset{1}{1}\overset{8}{8}\overset{4}{4}\overset{3}{4}\ \text{l.} + \overset{6}{2}\overset{2}{6}\overset{9}{3}\ \text{d.} \\
1792\ \text{l.} + 326\ \text{d.} \\
\hline
51\ \text{l.} + 303\ \text{d.}
\end{array}$$

Odp. Żyła lat 51 i dni 303.

91. Gdy mamy wykonać odejmowanie liczb wielorakich, wyrażonych w jednostkach układu metrycznego, to odjemną i odjemnik wyrażamy jako liczby mianowane proste przy pomocy tej samej jednostki, t. j. zadanie sprowadzamy do zadania na odejmowanie liczb mianowanych prostych.

MNOŻENIE.

92. »Jaki jest łuk koła 7 razy większy od łuku, mającego $3^{\circ}38'45''$?«

Ponieważ z pomnożenia mniejszych części (np. sekund) możemy otrzymać większe (minuty), przeto zaczynamy mnożenie od części mniejszych.

$$\begin{array}{r} 3^\circ+38'+45'' \\ \times 7 \\ \hline \text{Odp. } 25^\circ+31'+15''. \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 315'' & 60'' \\ \cline{2-2} 300 & 5 \\ \hline 15'' & 5' \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 266' & \\ 5' & \\ \hline 271' & 60' \\ \cline{2-2} 240 & 4 \\ \hline 31' & 4^\circ. \end{array}$$

93. Gdy mamy wykonać mnożenie liczby wielorakiej, wyrażonej w jednostkach układu metrycznego, to wyrażamy ją jako liczbę mianowaną prostą, t. j. sprowadzamy zadanie do zadania na mnożenie liczb mianowanych prostych.

DZIELENIE.

94. »Łuk koła, mający $25^\circ 31' 15''$, dzielimy na 7 równych części; jak wielka jest jedna taka część?«

Znajdziemy naprzód, ile w jednej takiej części będzie stopni (art. 47, 52), następnie ile minut, i t. d.

$$\begin{array}{r|l} 25^\circ+31'+15'' & 7 \\ \cline{2-2} 21 & 3^\circ+38'+45'' \\ \cline{1-1} 4^\circ=240' & \\ +\ 31' & \\ \cline{1-1} 271' & \\ 21 & \\ \cline{1-1} 61 & \\ 56 & \\ \cline{1-1} 5'=300'' & \\ +15'' & \\ \cline{1-1} 315'' & \\ 28 & \\ \cline{1-1} 35 & \\ 35 & \\ \cline{1-1} 0 & \end{array}$$

Odp. W jednej części jest $3^\circ 38' 45''$.

95. »Ile razy łuk koła, mający $25^\circ 31' 15''$, jest większy od łuku tegoż koła, mającego $3^\circ 38' 45''$?«

W tym razie należy dzielną i dzielnik wyrazić jako liczby mianowane proste, wyrażone przy pomocy tej samej jednostki; znajdziemy (art. 84)

$$25°31'15'' = 91875'',\quad 3°38'45'' = 13125''.$$

$$\begin{array}{r|l} 91875'' & 13125'' \\ \hline 91875 & 7 \\ \hline 0 & \end{array}$$

Odp. 7 razy.

96. Gdy mamy liczbę wieloraką, wyrażoną w jednostkach układu metrycznego, podzielić czyto przez liczbę oderwaną, czyteż przez liczbę mianowaną (prostą lub złożoną), to postępujemy tak: wyrażamy dzielną jako liczbę mianowaną prostą, a nadto, gdy dzielnik jest mianowany, wyrażamy go także jako liczbę mianowaną prostą przy pomocy tej samej jednostki, co dzielną, i w ten sposób sprowadzamy zadanie do zadania na dzielenie liczb mianowanych prostych.

ROZDZIAŁ SIÓDMY.

PODZIELNOŚĆ LICZB.

DZIELNIK I WIELOKROTNOŚĆ LICZBY. LICZBA PIERWSZA. LICZBA ZŁOŻONA.

97. Jeżeli mamy dane dwie liczby (całkowite) takie, iż jedna z nich jest podzielna (art. 48) przez drugą, np. 36 i 4, to mówimy, że druga liczba jest dzielnikiem pierwszej, oraz że pierwsza liczba jest wielokrotnością drugiej; tak więc liczba 4 jest dzielnikiem liczby 36, a nawzajem, liczba 36 jest wielokrotnością liczby 4.

Liczba 36 ma dzielniki 1, 2, 3, 4, 6, 9, 12, 18 i 36. Liczba 20 ma dzielniki 1, 2, 4, 5, 10 i 20. Liczba 11 ma tylko dzielniki 1 i 11; podobnie liczba 5 ma tylko dzielniki 1 i 5, t. j. jedność i samą siebie.

Liczba, która ma tylko dwa dzielniki, jedność i samą siebie, nazywa się liczbą pierwszą. Pierwszemi są liczby: 1, 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37, 41, 43 i t. d.

Liczba, która ma dzielnik różny od jedności, a mniejszy od niej samej, nazywa się liczbą złożoną. Liczby 36, 20, 49 i t. p. są liczbami złożonemi.

98. Ponieważ, dzieląc liczbę przez jej dzielnik, otrzymujemy liczbę całkowitą, np. $36:4=9$, skąd (art. 45) $36=4\times 9$, przeto (art. 36) *liczba może być przedstawiona jako suma składników, równych jej dzielnikowi;* tak np.

$$36 = 4+4+4+4+4+4+4+4+4.$$

CECHY PODZIELNOŚCI.

99. (Przez 2.) Weźmy liczbę, kończącą się na 0, np. 5670. Ta liczba składa się z 567-u dziesiątków, a każdy dziesiątek jest sumą pięciu składników 2; zatem 567 dziesiątków, t. j. liczbę 5670, możemy przedstawić jako sumę samych tylko składników 2. Liczba więc 5670 jest podzielna przez 2.

Weźmy liczby, niekończące się na 0, np. 4357 i 7356. Możemy je rozłożyć na części tak:

$$4357 = 4350+7, \quad 7356 = 7350+6.$$

Tak w jednej, jak i w drugiej sumie pierwsza część jest, jak już wiemy, sumą samych tylko składników 2; od tego więc, czy druga część jest sumą samych tylko składników 2, czyteż nie, zależy podzielność całej liczby przez 2. A więc liczba, niekończąca się się na 0, jest podzielna przez 2, kiedy ostatnia jej cyfra przedstawia liczbę przez 2 podzielną. Liczby jednocyfrowe przez 2 podzielne są: 2, 4, 6 i 8.

Powiemy zatem ogólnie: *liczba jest podzielna przez* 2, *kiedy się kończy na* 0, 2, 4, 6, 8.

Liczby podzielne przez 2 nazywają się l i c z b a m i p a r z y s t e m i; liczby zaś niepodzielne przez 2 nazywają się l i c z b a m i n i e p a r z y s t e m i.

Suma dwu liczb nieparzystych jest liczbą parzystą.

100. (Przez 5.) Ponieważ 10 jest sumą dwu składników 5, przeto liczba, kończąca się na 0, np. 970, czyli 97 dziesiątków, może być przedstawiona jako suma samych tylko składników 5, a więc jest przez 5 podzielna.

Weźmy liczby, niekończące się na 0, np. 3726 i 15235. Możemy je rozłożyć na części tak:

$$3726 = 3720+6, \quad 15235 = 15230+5.$$

Pierwsze części, jak wiemy, są sumami samych tylko składników 5, a drugie są liczbami jednocyfrowemi, z których tylko jedyna 5 jest przez 5 podzielna. Z liczb więc, niekończących się na 0, jedynie liczby, mające ostatnią cyfrę 5, są przez 5 podzielne.

Powiemy zatem ogólnie: *liczba jest podzielna przez* 5, *kiedy się kończy na* 0 *lub* 5.

101. (Przez 4.) Weźmy liczbę kończącą się na dwa zera, np. 34500. Ponieważ 100=4×25, t. j. 100 może być przedstawione jako suma samych tylko składników 4, przeto 345 set, czyli liczba 34 500, jest przez 4 podzielna.

Weźmy liczby np. 35 373 i 35 372. Możemy je rozłożyć tak:

35 373=35 300+73, 35 372=35 300+72.

Pierwsze części są sumami samych tylko składników 4; od tego więc, czy drugie części są takiemiż sumami, czyteż nie, zależy podzielność całej liczby przez 4. Owe zaś drugie części są liczbami przedstawionemi przez dwie ostatnie cyfry liczb danych.

Powiemy więc ogólnie: *liczba jest podzielna przez* 4, *jeżeli się kończy na dwa zera, lub jeżeli liczba, którą przedstawiają dwie ostatnie jej cyfry, jest podzielna przez* 4.

Uwaga o roku przestępnym. Z liczby porządkowej roku można wnieść, kiedy rok jest przestępny. Jeżeli owa liczba nie kończy się na dwa zera i jest przez 4 podzielna, to rok jest przestępny. Tak np. rok 1896 jest przestępny, rok 1898 jest zwyczajny. Jeżeli zaś liczba porządkowa roku kończy się na dwa zera, to według kalendarza juliańskiego rok ów jest zawsze przestępny, według zaś kalendarza gregoryańskiego będzie wtedy tylko przestępny, kiedy liczba, pozostała po opuszczeniu dwu końcowych zer, jest przez 4 podzielna. Tak np. r. 1900 według kalendarza juliańskiego będzie rokiem przestępnym, według zaś gregoryańskiego zwyczajnym, gdyż 19 nie jest liczbą przez 4 podzielną; rok 2000 będzie według obu kalendarzy przestępny.

102. (Przez 25.) Podobnie można okazać, że *liczba jest podzielna przez* 25, *kiedy się kończy na dwa zera, lub kiedy dwie ostatnie jej cyfry przedstawiają jedną z liczb:* 25, 50, 75.

103. (Przez 8.) Ponieważ 1000=8×125, przeto liczba 1000 jest podzielna przez 8; a więc wszystkie tysiące liczby przedstawione być mogą jako suma samych tylko składników 8.

A zatem: *liczba jest podzielna przez* 8, *kiedy się kończy na trzy zera, lub jeżeli liczba, którą przedstawiają trzy ostatnie jej cyfry, jest podzielna przez* 8. Tak np. liczba 127 656 jest podzielna przez 8, gdyż 656:8=82.

Zauważmy, że 200, 400, 600 i 800 są liczbami podzielnemi przez 8; a więc: *kiedy ilość set w liczbie danej jest parzysta, to liczba dana jest przez* 8 *podzielna, jeżeli liczba utworzona przez dwie ostatnie jej cyfry jest przez* 8 *podzielna.* Np. w liczbie 23672 ilość set jest parzysta, $72:8=9$; a zatem ta liczba jest podzielna przez 8. — Dzieląc liczby 100, 300, 500, 700 i 900 przez 8, otrzymujemy każdym razem resztę 4. Jeżeli wtedy z podzielenia liczby, utworzonej przez dwie ostatnie cyfry, otrzymamy resztę 4, to z tych dwu czwórek utworzy się składnik 8 i liczba dana będzie przez 8 podzielna. A więc: *kiedy ilość set w liczbie jest nieparzysta, to liczba dana jest przez* 8 *podzielna, jeżeli z podzielenia przez* 8 *liczby, utworzonej przez dwie ostatnie cyfry liczby danej, otrzymujemy resztę* 4. Np. w liczbie 25 528 ilość set jest nieparzysta, a dzieląc 28 przez 8 otrzymujemy resztę 4; liczba więc 25 528 jest przez 8 podzielna.

104. (Przez 9.) Dzieląc przez 9 liczby: 10, 100, 1000, 10000 i t. d., otrzymujemy każdym razem resztę 1. Gdy tedy mamy np. liczbę 4752, to dzieląc przez 9: tysięcy 4, mieć będziemy cztery razy 1 jako resztę, czyli liczbę 4; set 7, mieć będziemy siedem razy 1 jako resztę, czyli liczbę 7; dziesiątków 5, mieć będziemy pięć razy 1 jako resztę, czyli liczbę 5; prócz tego mamy jeszcze liczbę 2. Przeto, jeżeli liczba $4+7+5+2$ jest przez 9 podzielna, to cała liczba 4752 jest sumą samych tylko składników 9, czyli jest przez 9 podzielna. Ta suma $4+7+5+2$ jest »sumą cyfr« liczby 4752. A więc: *liczba jest podzielna przez* 9, *jeżeli suma jej cyfr jest przez* 9 *podzielna.* W powyższym przykładzie suma cyfr jest $4+7+5+2=18$, podzielna przez 9, a więc liczba 4752 jest przez 9 podzielna.

105. (Przez 3.) Dzieląc przez 3 liczby: 10, 100, 1000, 10000, i t. d., otrzymujemy każdym razem resztę 1. Gdy tedy mamy np. liczbę 5682, to dzieląc przez 3: tysięcy 5, mieć będziemy pięć razy 1 jako resztę, czyli liczbę 5; set 6, mieć będziemy sześć razy 1 jako resztę, czyli liczbę 6; dziesiątków 8, mieć będziemy osiem razy 1 jako resztę, czyli liczbę 8; prócz tego mamy jeszcze liczbę 2. Przeto, jeżeli liczba $5+6+8+2$ jest przez 3 podzielna, to cała liczba 5682 jest sumą samych tylko składników 3, czyli jest przez 3 podzielna. Ta suma $5+6+8+2$ jest sumą cyfr liczby 5682. A więc: *liczba jest podzielna przez* 3, *jeżeli suma jej cyfr jest przez* 3 *podzielna.*

106. (Przez 6.) Przypuśćmy, że liczba jest podzielna jednocześnie przez 2 i przez 3. Ponieważ liczba jest podzielna przez 3, to może być przedstawiona jako suma samych tylko składników 3. Gdyby ilość tych składników 3 była nieparzysta, to z uwagi, że każde dwa składniki 3 przedstawiają liczbę parzystą (art. 99), mielibyśmy oprócz nich jeszcze jeden składnik 3, a więc cała liczba nie dałaby się przedstawić jako suma samych tylko składników 2, t. j. nie byłaby podzielna przez 2. Ilość więc składników 3 w naszej liczbie jest parzysta. Łącząc każde dwa składniki 3 w jedną liczbę, otrzymamy sumę samych tylko składników 6. A więc: *liczba jest podzielna przez* 6, *jeżeli jest podzielna jednocześnie przez* 2 *i przez* 3, albo: przez 6 jest podzielna liczba parzysta, której suma cyfr jest podzielna przez 3. Np. 5682 jest liczbą parzystą, a suma jej cyfr 21 jest podzielna przez 3; jest więc liczba 5682 podzielna przez 6.

107. (Przez 11.) *Liczba jest podzielna przez* 11, *jeżeli różnica sumy jej cyfr na miejscach nieparzystych i sumy jej cyfr na miejscach parzystych jest* 0, *lub liczbą podzielną przez* 11. Np. 929071; tu $1+0+2=3$, $7+9+9=25$; odejmując mniejszą z tych liczb od większej, mamy $25-3=22$, liczbę podzielną przez 11; a więc liczba 929071 jest przez 11 podzielna.

ROZKŁAD LICZBY NA CZYNNIKI PIERWSZE.

108. (Liczba ma dzielnik pierwszy.) Gdy liczba jest złożona, to (art. 97) ma dzielnik większy od 1, a mniejszy od niej samej. Jeżeli ten dzielnik jest liczbą złożoną, to znowu ma dzielnik mniejszy, i t. d. Dojdziemy w ten sposób do dzielnika, który będzie liczbą pierwszą. Np. liczba 120 ma dzielnik 15, który jest liczbą złożoną. Liczba 15 ma dzielnik 3, który jest już liczbą pierwszą; ponieważ liczba 120 może być przedstawiona jako suma samych składników 15, a każdy składnik 15 jako suma samych składników 3, więc liczba 3 jest także dzielnikiem liczby 120. Podobnie 270 ma dzielnik 30, 30 ma dzielnik 10, 10 ma dzielnik 2, który jest liczbą pierwszą; a więc 2 jest dzielnikiem liczby 270. Każda przeto liczba złożona ma dzielnik większy od jedności, będący liczbą pierwszą. — Liczba zaś pierwsza ma dzielnik równy jej samej, np. 17 ma dzielnik 17. — A więc ogólnie: *każda liczba większa od jedności ma dzielnik większy od jedności, będący liczbą pierwszą.*

109. (Rozkład liczby na czynniki pierwsze.) Weźmy liczbę złożoną, np. 180. Ponieważ ta liczba kończy się na 0, więc ma dzielnik 2 (liczbę pierwszą), $180=2\times90$. Liczba 90 ma dzielnik 2, $90=2\times45$; a więc $180=2\times2\times45$. Liczba 45 ma dzielnik 3 (liczbę pierwszą), $45=3\times15$; a więc $180=2\times2\times3\times15$. Liczba 15 ma dzielnik 3, $15=3\times5$; a więc $180=2\times2\times3\times3\times5$. Liczba

5 jest już pierwsza. Zatem wyraziliśmy liczbę 180 jako iloczyn czynników, z których każdy jest liczbą pierwszą, czyli, jak zwykle mówimy, liczbę 180 »rozłożyliśmy na czynniki pierwsze«; taki iloczyn nazywamy rozkładem na czynniki pierwsze. A zatem: rozłożyć liczbę na czynniki pierwsze jest to przedstawić ją jako iloczyn samych tylko liczb pierwszych.

Pisząc każdy iloraz pod odpowiednią dzielną (zob. koniec art. 49), powyższe postępowanie tak przedstawiamy:

$$\begin{array}{r|l} 180 & 2 \\ 90 & 2 \\ 45 & 3 \\ 15 & 3 \\ 5 & 5 \\ 1 & \end{array}$$

$$180 = 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 5.$$

110. (Wszystkie dzielniki liczby.) Ponieważ dzielnik liczby jest jej czynnikiem, przeto, gdy mamy rozkład liczby na czynniki pierwsze, otrzymamy różne jej dzielniki, biorąc z tego rozkładu oddzielnie różne czynniki, jakoteż biorąc różne iloczyny po dwa lub więcej czynników tego rozkładu. Do tak otrzymanych dzielników należy jeszcze dołączyć dzielnik 1. Tak np.

$$180 = 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 5;$$

dzielniki liczby 180 są: 1, 2, 3, 5, $2 \times 2 = 4$, $2 \times 3 = 6$, $2 \times 5 = 10$, $3 \times 3 = 9$, $3 \times 5 = 15$, $2 \times 2 \times 3 = 12$, $2 \times 2 \times 5 = 20$, $2 \times 3 \times 3 = 18$, $2 \times 3 \times 5 = 30$, $3 \times 3 \times 5 = 45$, $2 \times 2 \times 3 \times 3 = 36$, $2 \times 2 \times 3 \times 5 = 60$, $2 \times 3 \times 3 \times 5 = 90$, $2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 5 = 180$.

NAJWIĘKSZY SPÓLNY DZIELNIK I NAJMNIEJSZA SPÓLNA WIELOKROTNOŚĆ.

111. (Spólny dzielnik. Największy spólny dzielnik.) Liczba, przez którą jest jednocześnie podzielna każda z liczb danych, nazywa się spólnym dzielnikiem liczb danych. Np. każda z liczb 36, 48, 60 i 84 ma dzielniki: 1, 2, 3, 4, 6 i 12, z których więc każdy jest spólnym dzielnikiem liczb 36, 48, 60 i 84.

Jeden z tych spólnych dzielników jest największy; nazywa się go największym spólnym dzielnikiem liczb danych. Tak np. największym spólnym dzielnikiem liczb 36, 48, 60 i 84 jest liczba 12.

Ponieważ dzielnik liczby jest, ogólnie mówiąc (art. 110), iloczynem czynników, wziętych z jej rozkładu na czynniki pierwsze, przeto znajdziemy największy spólny dzielnik liczb danych, gdy, rozłożywszy je na czynniki pierwsze, utworzymy iloczyn wszystkich tych czynników, które jednocześnie w owych rozkładach się znajdują. Np.

$$
\begin{array}{l}
36=2\times2\times3\times3 \\
48=2\times2\times2\times2\times3 \\
60=2\times2\times3\times5 \\
84=2\times2\times3\times7 \\
\hline
\quad 2\times2\times3=12.
\end{array}
$$

112. (Spólna wielokrotność. Najmniejsza spólna wielokrotność.) Liczba, która jest jednocześnie podzielna przez każdą z liczb danych, nazywa się *spólną wielokrotnością* liczb danych. Np. przez każdą z liczb 6, 8, 10 i 15 jest podzielna liczba 240; jest więc 240 spólną wielokrotnością liczb 6, 8, 10 i 15; podobnie tak liczba 360, jak i liczba 120 są również spólnemi wielokrotnościami tychże liczb.

Najmniejsza ze wszystkich spólnych wielokrotności liczb danych nazywa się *najmniejszą spólną wielokrotnością*. Tak np. najmniejszą spólną wielokrotnością liczb 6, 8, 10 i 15 jest 120.

Aby znaleźć najmniejszą spólną wielokrotność liczb 6, 8, 10 i 15, rozłożymy je na czynniki pierwsze,

$$
\begin{array}{r}
6=2\times3 \\
8=2\times2\times2 \\
10=2\times5 \\
15=3\times5.
\end{array}
$$

Liczby dane są dzielnikami liczby szukanej, przeto wszystkie czynniki pierwsze każdej z liczb danych wchodzą do rozkładu liczby szukanej na czynniki pierwsze (art. 110). Czynników 2 mamy: w rozkładzie pierwszej liczby jeden, w rozkładzie drugiej trzy, w rozkładzie trzeciej jeden, w rozkładzie czwartej żadnego; a więc w rozkładzie liczby szukanej będzie ich trzy. Czynników zaś 3 i 5 będzie po jednym. Utwórzmy iloczyn tych czynników,

$$2\times2\times2\times3\times5=120.$$

Jest on spólną wielokrotnością liczb danych, gdyż z jego czynników można utworzyć każdą z liczb danych. Jest on najmniejszą spólną wielokrotnością liczb danych, gdyż, w razie opuszczenia jednego z czynników, nie możnaby z pozostałych utworzyć którejś z liczb danych.

Aby więc znaleźć najmniejszą spólną wielokrotność liczb danych, rozłożymy je na czynniki pierwsze, każdy z równych czynników weźmiemy tyle razy, ile razy on wchodzi do rozkładu, zawierającego ów czynnik największą ilość razy, i utworzymy iloczyn tych czynników.

Jeżeli dwie liczby, jak np. 8 i 15, nie mają żadnego spólnego dzielnika, to nazywamy je **dwiema liczbami pierwszemi względem siebie**.

Gdy dwie liczby, jak np. 8 i 15, są pierwsze względem siebie, to $8 = 2 \times 2 \times 2$, $15 = 3 \times 5$; najmniejsza ich spólna wielokrotność jest ich iloczynem, gdyż $2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 5 = 8 \times 15 = 120$. Najmniejsza spólna wielokrotność liczb 7 i 11 jest również $7 \times 11 = 77$.

Gdy liczby dane są takie, iż każde dwie z nich są pierwsze względem siebie, to najmniejsza spólna wielokrotność wszystkich liczb danych jest ich iloczynem; np. najmniesza spólna wielokrotność liczb 8, 15, 7 i 11 jest $8 \times 15 \times 7 \times 11 = 9240$.

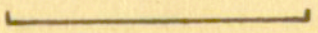
ROZDZIAŁ ÓSMY.

POCZĄTKI NAUKI O UŁAMKACH ZWYCZAJNYCH.

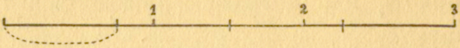
WPROWADZENIE UŁAMKÓW ZWYCZAJNYCH. GŁÓWNE ICH WŁASNOŚCI.

113. (Wprowadzenie ułamków zwyczajnych.) Gdy dzielimy 23 przez 4, to ilorazem nie jest liczba 5, gdyż $4 \times 5 = 20$, mniej niż dzielna; nie jest nim także liczba 6, gdyż $4 \times 6 = 24$, więcej niż dzielna. Iloraz więc jest liczbą pośrednią między 5 i 6, t. j. jest liczbą 5 wraz z tem, co wypadnie z podzielenia reszty 3 przez 4.

Gdybyśmy mieli podzielić $23\,m : 4$, to ilorazem będzie $5\,m$ wraz z tem, co wypadnie z podzielenia $3\,m$ przez 4. Należy więc wykonać $3\,m : 4$. Niech odcinek linii prostej

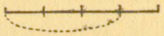


przedstawia metr. Narysujmy odcinek trzy razy większy; przedstawiać on będzie $3\,m$,



Rozdzielmy tę długość 3 *m* na 4 równe części; jedna z tych części, np. zakreślona od dołu linią kropkowaną, przedstawi czwartą część 3-ch *m*, t. j. przedstawi iloraz z podzielenia 3 *m* : 4.

Jeżeli weźmiemy długość nie 3-ch *m*, ale tylko 1-go *m*, i rozdzielimy ją na cztery równe części,



to każda z czwartych części 1-go *m* jest 3 razy mniejsza od każdej czwartej części 3-ch *m*. Gdy zatem wezmiemy 3 części 4-te jednego metra, to będziemy mieli takąż długość, jak jedna część czwarta 3-ch *m*. Aby przedstawić tę nową liczbę, 3 części 4-te jednego metra, postępujemy tak: pod poziomą kreską piszemy liczbę wskazującą, jakie są części (jak tu 4-te), a nad kreską piszemy liczbę wskazującą, ile jest takich części (jak tu 3),

$$\frac{3}{4}\,m.$$

Tę liczbę czytamy: »trzy-czwarte« metra.

Ponieważ okazaliśmy, że czwarta część trzech metrów jest to samo, co trzy-czwarte metra, przeto możemy napisać

$$3\,m:4=\tfrac{3}{4}\,m.$$

Pierwszy z narysowanych odcinków niekoniecznie ma przedstawiać metr; może on przedstawiać także liczbę oderwaną, jedność. W takim razie, rozumując jak powyżej, znajdziemy odcinek, przedstawiający iloraz 3:4, i okażemy, że on także przedstawia trzy-czwarte jedności. Zamiast mówić »trzy-czwarte jedności«, mówimy krócej »trzy-czwarte«. Jest więc

$$3:4=\tfrac{3}{4}.$$

Podobnie przy pomocy odpowiednich rysunków okazać możemy, że np. $5:8=\frac{5}{8}$ (pięć-ósmych), że np. $3:5=\frac{3}{5}$, i t. d. — Gdy mamy 1 rozdzielić na 4 równe części i wziąć jedną taką część, to będziemy mieli $\frac{1}{4}$ (jedną-czwartą), i t. p. Liczbę $\frac{1}{2}$ czyta się albo »jedna-druga«, alboteż najczęściej »pół«; liczbę $\frac{1}{4}$ czyta się także często »ćwierć«. —

Takie liczby, jak: $\frac{3}{4}$, $\frac{5}{8}$, $\frac{3}{5}$, $\frac{1}{4}$ i t. d., które przedstawiają jedną lub też skupienie pewnej ilości części, otrzymanych wskutek rozdzielenia jedności na części równe, nazywamy u ł a m k a m i.

Mieliśmy już ułamki dziesiętne (art. 56). Dla odróżnienia od nich, ułamki teraz rozważane, w których liczba pod kreską wskazuje wyraźnie, na ile części jedność została rozdzieloną, nazywamy ułamkami zwyczajnymi. Liczbę pod kreską nazywamy mianownikiem ułamka zwyczajnego, liczbę zaś nad kreską nazywamy licznikiem ułamka zwyczajnego. Licznik i mianownik, razem uważane, nazywają się ogólnie wyrazami ułamka zwyczajnego.

Zauważmy, że

$$0{,}3=\tfrac{3}{10},\quad 0{,}27=\tfrac{27}{100},\quad 0{,}059=\tfrac{59}{1000},\ \text{i t. d.}$$

114. (Całkowita z ułamkiem.) Gdy mamy jedność rozdzieloną np. na 4 równe części, to jedność możemy przedstawić jako cztery-czwarte, t. j. $1=\frac{4}{4}$. Gdy weźmiemy 5 jedności i zważymy, że każda jedność jest 4-czwarte, to, w 5-u jednościach mamy czwartych 5 razy więcej, t. j. $4\times 5=20$-czwartych, co możemy objaśnić na rysunku; jest więc $5=\frac{20}{4}$. Gdybyśmy 1 rozdzielili np. na 6 części równych, to podobnie okazalibyśmy, że $5=\frac{30}{6}$. Widzimy więc, że liczbę całkowitą możemy przedstawić w postaci ułamka o jakimkolwiek mianowniku.

Wykonywając dzielenie $23:4$, otrzymujemy w ilorazie 5 wraz z tem, co wypadnie z podzielenia $3:4$, a więc otrzymujemy 5 i $\frac{3}{4}$; zwykle jednak podobną liczbę pisze się prościej, mianowicie $5\frac{3}{4}$. Taką liczbę nazywamy całkowitą z ułamkiem

Ponieważ w liczbie $5\frac{3}{4}$ całkowita $5=\frac{20}{4}$, więc mamy wszystkiego 23-czwarte. Jest więc

$$23:4=\tfrac{23}{4}=5\tfrac{3}{4}.$$

Ułamek, w którym licznik nie jest mniejszy od mianownika, zowie się ułamkiem niewłaściwym; w przeciwstawieniu temu, ułamek, w którym licznik jest mniejszy od mianownika, zowie się ułamkiem właściwym.

Gdy z ułamka niewłaściwego $\frac{23}{4}$ dochodzimy do liczby $5\frac{3}{4}$, to mówi się, że »z ułamka niewłaściwego wyciągamy całkowitą«.

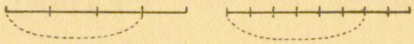
Gdy z liczby $5\frac{3}{4}$ dochodzimy do ułamka niewłaściwego $\frac{23}{4}$, to mówi się, że »całkowitą z ułamkiem włączamy w ułamek«. Gdy od liczby 5 dochodzimy do liczby $\frac{20}{4}$, to mówi się, że »całkowitą wyrażamy jako ułamek«.

Jak powyżej, można przy pomocy rysunków okazać, że np. $8:3=\frac{8}{3}=2\frac{2}{3}$, $13:5=\frac{13}{5}=2\frac{3}{5}$, i t. p.; że np. $2\frac{3}{5}=\frac{13}{5}$, $4=\frac{12}{3}$, i t. p.

Zauważmy, że

$$2{,}7=\tfrac{27}{10}=2\tfrac{7}{10},\quad 15{,}09=\tfrac{1509}{100}=15\tfrac{9}{100},\ \text{i t. d.}$$

115. (Postaci ułamka.) Weźmy dwa równe odcinki; niech każdy z nich przedstawia 1. Rozdzielmy jeden z nich na 4 równe części, drugi zaś na 8 równych części (będą one dwa razy mniejsze od poprzednich),



Gdy czwartych części weźmiemy np. 3, a ósmych weźmiemy 6, to w drugim razie będą części dwa razy mniejsze, ale ich będzie dwa razy więcej, tak iż liczba $\frac{6}{8}$ będzie przedstawiała taki sam odcinek, jak liczba $\frac{3}{4}$; jest więc

$$\frac{3}{4}=\frac{6}{8}.$$

Również będzie przy pomocy rysunku widoczne, że np. $\frac{5}{6}=\frac{15}{18}$, $\frac{5}{6}=\frac{10}{12}$, $\frac{5}{6}=\frac{20}{24}$, i t. d.

Wyrazy ułamka $\frac{15}{18}$ powstały z odpowiednich wyrazów ułamka $\frac{5}{6}$ wskutek pomnożenia każdego z nich przez 3,

$$\frac{5}{6}=\frac{5\times 3}{6\times 3}=\frac{15}{18};$$

wyrazy ułamka $\frac{10}{12}$ powstały z wyrazów ułamka $\frac{5}{6}$ wskutek pomnożenia każdego z nich przez 2; i t. d. A więc, mnożąc oba wyrazy ułamka przez tę samą liczbę, otrzymujemy ułamek równy ułamkowi pierwotnemu.

W podobny sposób, przy pomocy rysunku, okazać możemy, mając ułamek np. $\frac{10}{12}$ i wziąwszy ułamek o wyrazach dwa razy mniejszych, t. j. ułamek $\frac{5}{6}$, że w drugim razie będziemy mieli dwa razy większe części, ale ich będzie dwa razy mniej, tak iż

$$\frac{10}{12}=\frac{10:2}{12:2}=\frac{5}{6}.$$

Również $\frac{15}{18}=\frac{5}{6}$, $\frac{20}{24}=\frac{5}{6}$, i t. d. A więc, dzieląc oba wyrazy ułamka przez tę samą liczbę, otrzymujemy ułamek równy ułamkowi pierwotnemu. —

Dzielić oba wyrazy ułamka przez tę samą liczbę można tylko wtedy, kiedy mają one spólny dzielnik; mnożyć jednak oba wyrazy ułamka przez tę samą liczbę zawsze można.

Gdy, mając pewien ułamek, otrzymujemy z niego inne ułamki, czyto dzieląc oba jego wyrazy przez tę samą liczbę, czyteż mnożąc je przez tę samą liczbę, to mówimy, że otrzymujemy inne *postaci* owego ułamka, oraz mówimy, że *wartość* ułamka się nie zmieniła.

Zauważmy, że
$0{,}5=\frac{5}{10}=\frac{1}{2}$, $6{,}8=6\frac{8}{10}=6\frac{4}{5}$, $5{,}75=5\frac{75}{100}=5\frac{3}{4}$, $15{,}064=15\frac{64}{1000}=15\frac{8}{125}$, i t. d.

116. (Mnożenie lub dzielenie wyrazu ułamka.) Licznik ułamka $\frac{2}{11}$ pomnóżmy przez 3; otrzymamy ułamek $\frac{2\times3}{11}$ czyli $\frac{6}{11}$. — Mamy tu w obu razach jedność rozdzieloną na 11 równych części; takich części w ułamku $\frac{2}{11}$ wzięliśmy 2-ie, w ułamku zaś $\frac{6}{11}$ wzięliśmy 6, t. j. 3 razy więcej niż poprzednio. Dlatego wartość ułamka $\frac{6}{11}$ jest 3 razy większa niż wartość ułamka $\frac{2}{11}$, czyli krócej: ułamek $\frac{6}{11}$ jest 3 razy większy od ułamka $\frac{2}{11}$. — Podobnie od ułamka $\frac{3}{16}$ ułamek $\frac{3\times5}{16}$, t. j. $\frac{15}{16}$, jest 5 razy większy, i t. p.

W taki sam sposób okazać możemy, że: od ułamka $\frac{6}{11}$ ułamek $\frac{6:2}{11}$ czyli $\frac{3}{11}$ jest 2 razy mniejszy; od ułamka $\frac{15}{16}$ ułamek $\frac{15:5}{16}$ czyli $\frac{3}{16}$ jest 5 razy mniejszy, i t. p. —

Mianownik ułamka $\frac{2}{5}$ pomnóżmy przez 3; otrzymamy $\frac{2}{5\times3}$ czyli $\frac{2}{15}$. Mamy tu w pierwszym razie jedność rozdzieloną na 5 równych części, w drugim zaś razie jedność rozdzieloną na 3 razy więcej części, t. j. na 15 części; w drugim więc razie części jedności są 3 razy mniejsze. Że zaś każdym razem mamy wziąć tę samą ilość części, t. j. dwie, zatem ułamek $\frac{2}{15}$ jest 3 razy mniejszy od ułamka $\frac{2}{5}$. — Podobnie od ułamka $\frac{3}{4}$ ułamek $\frac{3}{4\times4}$ czyli $\frac{3}{16}$ jest 4 razy mniejszy, i t. p.

W taki sam sposób okazać możemy, że: od ułamka $\frac{2}{15}$ ułamek $\frac{2}{15:3}$ czyli $\frac{2}{5}$ jest 3 razy większy; od ułamka $\frac{3}{16}$ ułamek $\frac{3}{16:4}$ czyli $\frac{3}{4}$ jest 4 razy większy, i t. p.

DODAWANIE.

117. Chcąc ułamki $\frac{3}{10}$ i $\frac{5}{10}$ skupić w jedną liczbę, zauważmy, że oba ułamki przedstawiają części 10-te, których w jednym jest 3, w drugim zaś 5. Razem więc mamy 10-tych części $3+5$, t. j. $\frac{8}{10}$ czyli $\frac{4}{5}$. A więc

$$\frac{3}{10}+\frac{5}{10}=\frac{8}{10}=\frac{4}{5}.$$

Podobnie znajdziemy, że skupiając ułamki $\frac{4}{15}$, $\frac{8}{15}$, $\frac{1}{15}$ i $\frac{7}{15}$ w jedną liczbę, będziemy mieli 15-tych części $4+8+1+7=20$; jest więc

$$\tfrac{4}{15}+\tfrac{8}{15}+\tfrac{1}{15}+\tfrac{7}{15}=\tfrac{20}{15}=1\tfrac{5}{15}=1\tfrac{1}{3}.$$

Aby ułamki $\frac{3}{4}$, $\frac{1}{2}$ i $\frac{5}{6}$ skupić w jedną liczbę, potrzeba je wyrazić w jednakowych częściach jedności, w takich, w jakich ma być wyrażona szukana liczba, t. j. suma danych ułamków. Trzeba zatem dane ułamki wyrazić w takich postaciach (art. 115), któreby miały jednakowy mianownik, czyli, jak się zwykle mówi, któreby miały »spólny mianownik«. Ponieważ mianowniki danych ułamków są 4, 2 i 6, a tych liczb najmniejsza spólna wielokrotność jest 12, przeto najdogodniej będzie wyrazić dane ułamki w postaciach o spólnym mianowniku 12,

$$\tfrac{3}{4}=\tfrac{9}{12},\quad \tfrac{1}{2}=\tfrac{6}{12},\quad \tfrac{5}{6}=\tfrac{10}{12}.$$

Wskutek tego $\frac{3}{4}+\frac{1}{2}+\frac{5}{6}=\frac{9}{12}+\frac{6}{12}+\frac{10}{12}=\frac{25}{12}=2\frac{1}{12}.$

Gdybyśmy mieli wykonać dodawanie liczb: $5\frac{3}{4}$, $7\frac{1}{2}$ i $\frac{5}{6}$, to znaleźlibyśmy naprzód sumę ułamków $\frac{3}{4}+\frac{1}{2}+\frac{5}{6}=2\frac{1}{12}$, a otrzymane stąd 2 jedności dodalibyśmy do całkowitych w składnikach, $2+5+7=14$. Jest więc

$$5\tfrac{3}{4}+7\tfrac{1}{2}+\tfrac{5}{6}=2\tfrac{1}{12}+5+7=14\tfrac{1}{12}.$$

ODEJMOWANIE.

118. Mając od $\frac{5}{7}$ odjąć $\frac{2}{7}$, szukamy liczby, którą dodawszy do $\frac{2}{7}$, otrzymalibyśmy $\frac{5}{7}$. Aby z 2-u siódmych otrzymać 5 siódmych, trzeba do 2-u siódmych dodać 3 siódme, t. j. dodać siódmych $5-2$. Jest więc

$$\tfrac{5}{7}-\tfrac{2}{7}=\tfrac{3}{7}.$$

Gdy mamy od $\frac{5}{6}$ odjąć $\frac{3}{8}$, to ponieważ, dodawszy do $\frac{3}{8}$ liczbę szukaną, mamy otrzymać $\frac{5}{6}$, potrzeba, aby te liczby były wyrażone w jednakowych częściach jedności. Dlatego dane ułamki $\frac{5}{6}$ i $\frac{3}{8}$ wyrazimy w postaciach o spólnym mianowniku 24;

$$\tfrac{5}{6}=\tfrac{20}{24},\quad \tfrac{3}{8}=\tfrac{9}{24}.$$

Znajdziemy $\frac{5}{6}-\frac{3}{8}=\frac{20}{24}-\frac{9}{24}=\frac{11}{24}.$

Gdy mamy wykonać odejmowanie $10\frac{5}{6}-4\frac{3}{8}$, to różnicę z odjęcia ułamków $\frac{5}{6}-\frac{3}{8}=\frac{11}{24}$ dołączymy do różnicy z odjęcia całkowitych $10-4=6$. Będzie więc

$$10\tfrac{5}{6}-4\tfrac{3}{8}=6\tfrac{11}{24}.$$

Mając wykonać odejmowanie $8-3\frac{2}{5}$, wyrazimy inaczej odjemną. Mianowicie: $8=7+1=7\frac{5}{5}$. Będziemy mieli

$$8-3\tfrac{2}{5}=7\tfrac{5}{5}-3\tfrac{2}{5}=4\tfrac{3}{5}.$$

W odejmowaniu $11\frac{2}{5}-7\frac{3}{5}$ jest ułamek odjemnej $\frac{2}{5}$ mniejszy od ułamka odjemnika $\frac{3}{5}$; nie można więc wykonać odejmowania ułamków. Dlatego potrzeba inaczej wyrazić odjemną, mianowicie: $11\frac{2}{5}=10+1+\frac{2}{5}=10+\frac{5}{5}+\frac{2}{5}=10\frac{7}{5}$. Będziemy tedy mieli

$$11\tfrac{2}{5}-7\tfrac{3}{5}=10\tfrac{7}{5}-7\tfrac{3}{5}=3\tfrac{4}{5}.$$

MNOŻENIE.

119. Zamiast mówić, iż $\frac{2}{5}$ mamy wziąć jako składnik 3 razy, mówimy, iż mamy $\frac{2}{5}$ pomnożyć przez 3, co piszemy $\frac{2}{5}\times3$. Jest więc

$$\frac{2}{5}\times3=\frac{2}{5}+\frac{2}{5}+\frac{2}{5}=\frac{2\times3}{5}=\frac{6}{5}=1\frac{1}{5}.$$

Podobnie $\frac{4}{7}\times5=\frac{20}{7}=2\frac{6}{7}$.

Gdybyśmy mieli $6\frac{2}{5}\times3$, to mając tu znaleźć sumę trzech składników $6\frac{2}{5}$ czyli składników $6+\frac{2}{5}$, możemy oddzielnie wykonać mnożenia:

$$6\times3=18,\quad \tfrac{2}{5}\times3=1\tfrac{1}{5},$$

a następnie znaleść sumę

$$18+1\tfrac{1}{5}=19\tfrac{1}{5}.$$

Możemy jednak inaczej postąpić: w mnożnej całkowitą z ułamkiem włączymy w ułamek, $6\frac{2}{5}=\frac{32}{5}$, tak iż

$$6\tfrac{2}{5}\times3=\tfrac{32}{5}\times3=\tfrac{96}{5}=19\tfrac{1}{5}.$$

120. Według tego, co okazaliśmy w art. 66-ym, mamy

$$7\times0{,}1=0{,}7,\quad 0{,}3\times0{,}1=0{,}03,\quad 0{,}9\times0{,}01=0{,}009,$$

t. j. $\quad 7\times\frac{1}{10}=\frac{7}{10},\quad \frac{3}{10}\times\frac{1}{10}=\frac{3}{100},\quad \frac{9}{10}\times\frac{1}{100}=\frac{9}{1000}.$

Podobnie $\quad 3\times\frac{1}{4}=\frac{3}{4},\quad 5\times\frac{1}{6}=\frac{5}{6},\quad 23\times\frac{1}{4}=\frac{23}{4}=5\frac{3}{4}.$

A więc: pomnożyć liczbę przez $\frac{1}{4}$ jest to samo (art. 116), co zmniejszyć ją 4 razy; pomnożyć liczbę przez $\frac{1}{6}$ jest to samo, co zmniejszyć ją 6 razy; i t. d.

Gdy mamy $\frac{5}{6}\times\frac{1}{4}$, to mamy $\frac{5}{6}$ zmniejszyć 4 razy; będzie więc (art. 116)

$$\frac{5}{6}\times\frac{1}{4}=\frac{5}{6\times4}=\frac{5}{24}.$$

Podobnie $\quad 8\frac{5}{6}\times\frac{1}{4}=\frac{53}{6}\times\frac{1}{4}=\frac{53}{24}=2\frac{5}{24}.$

121. Gdybyśmy mieli $\frac{2}{5}$ pomnożyć przez $\frac{3}{4}$, to, ponieważ $=3\times\frac{1}{4}$ (art. 120), mamy tu $\frac{2}{5}\times3\times\frac{1}{4}$, t. j. mamy $\frac{2}{5}$ powiększyć 3 razy, a to, co wypadnie, zmniejszyć 4 razy. Mnożną $\frac{2}{5}$ powiększając 3 razy, otrzymujemy ułamek $\frac{2\times3}{5}$, a ten ułamek zmniejszając 4 razy, otrzymujemy $\frac{2\times3}{5\times4}$. Jest więc

$$\frac{2}{5}\times\frac{3}{4}=\frac{2\times3}{5\times4}=\frac{6}{20}=\frac{3}{10}.$$

Podobnie $$2\frac{1}{2}\times1\frac{1}{3}=\frac{5}{2}\times\frac{4}{3}=\frac{5\times4}{2\times3}=\frac{20}{6}=3\frac{1}{3}.$$

DZIELENIE.

122. Gdy mamy $\frac{3}{4}:5$, to, mnożąc szukany iloraz przez dzielnik 5, mieć będziemy dzielną $\frac{3}{4}$. Kiedy iloraz trzeba pomnożyć przez 5, aby mieć $\frac{3}{4}$, to sam iloraz jest liczbą 5 razy mniejszą od $\frac{3}{4}$; otrzymamy go więc, liczbę $\frac{3}{4}$ zmniejszając 5 razy; jest zatem (art. 116)

$$\frac{3}{4}:5=\frac{3}{20}.$$

Podobnie $$2\tfrac{2}{5}:3=\tfrac{12}{5}:3=\tfrac{4}{5}.$$

123. Gdy mamy $\frac{5}{6}:\frac{3}{4}$, to, mnożąc szukany iloraz przez dzielnik $\frac{3}{4}$, mieć będziemy dzielną $\frac{5}{6}$. Kiedy iloraz pomnożony przez $\frac{3}{4}$ przedstawia liczbę $\frac{5}{6}$, to iloraz pomnożony przez $\frac{1}{4}$ przedstawiać będzie liczbę 3 razy mniejszą od $\frac{5}{6}$, t. j. liczbę $\frac{5}{6\times3}$. Kiedy iloraz, pomnożony przez $\frac{1}{4}$ czyli zmniejszony 4 razy, przedstawia liczbę $\frac{5}{6\times3}$, to sam iloraz jest liczbą 4 razy większą, t. j. jest liczbą $\frac{5\times4}{6\times3}$. Jest więc

$$\frac{5}{6}:\frac{3}{4}=\frac{5\times4}{6\times3}=\frac{20}{18}=\frac{10}{9}=1\frac{1}{9}.$$

Gdybyśmy mieli $\frac{3}{7}:\frac{5}{7}$, to znaleźlibyśmy, iż ilorazem jest liczba $\frac{3\times7}{7\times5}$ czyli liczba $\frac{3}{5}$.

Podobnie znajdziemy, że

$$5:\frac{3}{4}=\frac{5\times4}{3}=\frac{20}{3}=6\frac{2}{3}.$$

Gdybyśmy mieli $3\frac{1}{3}:2\frac{1}{2}$, to byłoby

$$3\frac{1}{3}:2\frac{1}{2}=\frac{10}{3}:\frac{5}{2}=\frac{10\times2}{3\times5}=\frac{20}{15}=\frac{4}{3}=1\frac{1}{3}.$$

ZADANIA.

PISANIE LICZB.

(Art. 11.) Napisać znakami rzymskimi liczby:

1. 20, 300, 2000, 7, 80, 600, 800;

2. 18, 37, 218, 238, 1236, 1128, 2317;

3. 14, 41, 44, 19, 91, 99, 49, 94;

4. 419, 429, 490, 444, 449, 494, 499;

5. 909, 940, 969, 944, 949, 919, 999;

6. 1389, 1429, 1694, 1459, 1984, 1949, 2049.

(Art. 16.) **7.** W każdej z liczb: 2035, 4206, 7840, 9381, 4005, 7777 ile jest wszystkich dziesiątków, set, tysięcy, jedności?

8. W każdej z liczb: 20000, 86005, 102008, 222222, 654321 ile jest wszystkich set, dziesiątków, dziesiątków tysięcy, jedności, tysięcy?

9. W każdej z liczb: 20305026, 125000086, 240024241, 83830830 ile jest wszystkich tysięcy, jedności, milionów, dziesiątków milionów, set tysięcy, dziesiątków, set, dziesiątków tysięcy?

10. Napisać samemi tylko cyframi liczby: 26 tysięcy, 204 sta, 204 dziesiątki tysięcy, 80 set tysięcy, 100 set, 350 dziesiątków tysięcy.

(Art. 17.) **11.** Objaśnić, że, dopisawszy do liczby 305 trzy zera, powiększymy ją 1000 razy, oraz, że, dopisawszy do liczby 670 cztery zera, powiększymy ją 10000 razy.

12. Napisać i przeczytać: liczbę 100 razy większą od 509; liczbę 10000 razy większą od 58; liczbę 1000 razy większą od 2050.

13. Liczbę 27 powiększyć naprzód 100 razy, a tak otrzymaną liczbę powiększyć jeszcze 10 razy. Ile razy ta ostatnia liczba jest większa od początkowo wziętej?

14. Liczbę 250 powiększyć 100 razy, a tak powstałą liczbę powiększyć jeszcze 100 razy. Ile razy ta ostatnia liczba jest większa od początkowo wziętej?

15. Jeżeli liczbę powiększymy 10 razy, liczbę tak otrzymaną powiększymy 100 razy, a liczbę tak powstałą powiększymy jeszcze

10 razy, to ile razy wskutek tego powiększymy liczbę początkowo wziętą?

DODAWANIE LICZB CAŁKOWITYCH.

(Art. 24, 25 i 26.) Zadania pamięciowe. **16.** Dodać: *a)* 39+47; *b)* 48+84; *c)* 56+44; *d)* 235+324; *e)* 235+368; *f)* 235+789; *g)* 394+1028.

17. Znaleźć sumę kolejnych liczb całkowitych: *a)* od 1-ci do 10-u; *b)* od 5-u do 12-u; *c)* od 20-u do 26-u; *d)* od 102-u do 107-u; *e)* od 128-u do 132-u; *f)* od 1020-u do 1025-u.

18. Wypisawszy na tablicy składniki, wykonać pamięciowo dodawania: *a)* 35+84+27; *b)* 28+73+105; *c)* 123+45+201; *d)* 305+240+135; *e)* 508+213+121; *f)* 327+235+411.

19. Chłopiec urodził się na początku roku 1889-go; w którym roku będzie miał 17 lat?

20. Do próżnej beczki nalano naprzód 75 garncy wina, następnie 38 garncy, a gdy później dolano 22 garnce, beczka była już pełna. Ile garncy obejmuje ta beczka?

21. W szkole czteroklasowej było uczniów: w klasie I 55-u, w klasie II 42-u, w klasie III 38-u, a w klasie IV 27-u; ilu było wszystkich uczniów w tej szkole?

22. Syn zarabia miesięcznie 125 rubli, ojciec zaś o 58 rubli więcej. Ile obaj zarabiają miesięcznie?

23. Złożyłem w kasie oszczędności 800 rubli. Po trzech miesiącach, odbierając te pieniądze z kasy, otrzymałem nadto od każdego sta po jednym rublu. Ile mi rubli kasa wypłaciła?

24. Kupującemu w składzie herbaty naraz 10 funtów naddają jeden jej funt. Płacąc naraz za 450 funtów herbaty, ileby się jej otrzymało?

25. Przekupka ma 3 kosze jaj: w pierwszym jest 240 jaj, w drugim o 120 więcej niż w pierwszym a w trzecim o 90 więcej niż w drugim. Ile ma jaj we wszystkich trzech koszach?

26. Kupiłem konia za 450 rubli, a wołu za 65 rubli. Konia sprzedałem z zarobkiem 25-u rubli, a wołu z zarobkiem 15-u rubli. Ile otrzymałem za konia i wołu razem?

Zadania piśmienne. Wykonać dodawania:

27. 4167+982+25 025+6007+80 818+29;

28. 7896+52 289+643 094+417+8967+657;

29. 6987+98 225+490 346+714+7698+756;

30. 1 967 585+659 855+3 000 416+778 023;

31. 6 140 003+320 877+558 956+5 857 691.

32. Sprawdzić (po wykonaniu) dodawania: *a)* w zadaniu 26-em; *b)* w zad. 27-em i 28-em; *c)* w zad. 29-em i 30-em.

33. Gwiazdy widzialne gołem okiem dzielimy na sześć klas według siły, z jaką świecą. Pierwszej klasy jest ich 20, drugiej 65, trzeciej 190, czwartej 425, piątej 1100, szóstej 3200. Ile gwiazd widać gołem okiem?

34. Pewien kraj ma: ziemi uprawnej 25 628 060, sadów i winnic 2 802 690, łąk 6 461 000, pastwisk 9 209 000, lasów 8 986 250, wód i nieużytków 2 170 000 diesiatyn. Jaki jest obszar tego kraju?

35. Wydałem 3856 rubli i 1427 rubli, a pozostało mi o 254 ruble więcej, aniżeli wydałem. Ile miałem pieniędzy przed owymi wydatkami?

36. Mam do uskutecznienia trzy wypłaty: jedną 245 rubli, drugą o 89 rubli większą niż pierwszą, a trzecią o 120 rubli większą od obu pierwszych razem. Ile rubli mam wypłacić?

37. Pewna rodzina wydała w ciągu roku: na jedzenie 734 ruble, na mieszkanie 325 rubli, na naukę dzieci 220 rubli, a na ubranie i na inne potrzeby o 168 rubli więcej niż na mieszkanie. Ile rubli ta rodzina wydała w ciągu roku?

38. W kasie kupca było na początku tygodnia 3456 rubli; w poniedziałek wpłynęło 485 rubli, we wtorek 273 ruble, we środę o 28 rubli więcej niż w podziedziałek, we czwartek o 150 rubli więcej niż we wtorek, w piątek 392 ruble, a w sobotę tyle, ile we wtorek i we środę razem. Ile rubli miał kupiec w kasie w końcu tygodnia?

39. Po śmierci ojca otrzymał jeden z synów 97 635 rubli, drugi o 5428 rubli więcej od pierwszego, trzeci tyle co pierwszy i drugi razem, a opłaty spadkowe wyniosły 689 rubli. Jak wielki był cały spadek?

40. Młynarz przywiózł na trzech wozach mąkę na jarmark. Z jednego wozu sprzedał 970, z drugiego 743, a z trzeciego 335 funtów. Ile przywiózł mąki, jeżeli po sprzedaży pozostało na pierwszym wozie o 30 funtów więcej niż na drugim, na drugim wozie o 30 funtów więcej niż na trzecim, a na trzecim wozie pozostało 75 funtów?

41. Właściciel majątku ma czterech dzierżawców, którzy mu rocznie płacą: pierwszy 2834 ruble, drugi o 266 rubli więcej niż pierwszy, trzeci tyle, ile pierwszy i drugi razem, a czwarty tyle, ile pierwszy i trzeci razem. Ile rubli rocznie pobiera właściciel od wszystkich dzierżawców razem?

42. Do biblioteki zakupiono dzieł angielskich tyle co włoskich, niemieckich o 120 więcej niż angielskich, a francuskich tyle, ile niemieckich i włoskich razem, włoskich zaś zakupiono 145 dzieł. Ile razem kupiono dzieł w tych czterech językach?

43. Odstawiono do Gdańska pszenicy na czterech galarach: na jednym 384 korcy, na drugim o 37 korcy więcej, na trzecim tyle co na dwu pierwszych razem, a na czwartym o 45 korcy więcej niż na drugim. Ile wszystkiej pszenicy odstawiono na tych galarach?

ODEJMOWANIE LICZB CAŁKOWITYCH.

(ART. 30, 31 i 33.) Zadania pamięciowe. **44**. Wykonać odejmowania: *a*) 86—47; *b*) 132—48; *c*) 100—56; *d*) 559—235; *e*) 603—235; *f*) 1024—235.

45. Wypisawszy na tablicy liczby, wykonać pamięciowo odejmowania: *a*) 8694—2372; *b*) 8694—2972; *c*) 10 000—2538; *d*) 25 008—8478; *e*) 10 500—7284; *f*) 27 345—18 339.

46. Jaką liczbę trzeba dodać do 48-u, aby otrzymać 125?

47. Postaw sukna ma 75 arszynów; odcięto zeń 39 arszynów. Ile arszynów ma resztka?

48. Paka towaru waży (brutto) 135 kilogramów. Waga samego towaru (netto) jest 112 kilogramów. Ile waży opakowanie towaru (tara)?

49. Jaka jest waga oliwy, zawartej w naczyniu, które próżne waży 38 kilogramów, a pełne 417 kilogramów?

50. Od liczby 150 odjąć sumę liczb całkowitych od 1-ci do 12-u.

51. Sumę liczb całkowitych od 11-u do 16-u odjęto od liczby 325, a do reszty dodano sumę liczb całkowitych od 3-ch do 6-u. Jaka wypadła liczba?

52. Do różnicy, otrzymanej z odejmowania 96—49, dodać różnicę, otrzymaną z odejmowania 102—79.

Zadania piśmienne. Wykonać odejmowania:

53. *a*) 7896—5742; *b*) 6987—2475; *c*) 778 295—30 043.

54. *a*) 4167—982; *b*) 25 025—8818; *c*) 28 952—9077.

55. *a*) 93 217—35 438; *b*) 614 003—32 956; *c*) 300 416—8987.

56. *a*) 802 690—49 783; *b*) 183 453—94 539; *c*) 9 209 000—876 531; *d*) 93 206 009—92 674 869.

57. *a*) 300 401—27 957; *b*) 877 320—96 558; *c*) 1 020 304—938 456; *d*) 300 254 735—249 865 846.

58. Sprawdzić (po wykonaniu) odejmowanie: *a*) w zad. 53-em; *b*) w zad. 54-em; *c*) w zad. 55-em; *d*) w zad. 57-em *e*) w zad. 58-em.

59. Jaką liczbę dodać potrzeba: *a*) do 7835, aby otrzymać 12 000; *b*) do 34 058, aby otrzymać 121 212; *c*) do 350 987, aby otrzymać 978 004?

60. Jaka jest różnica liczb: *a*) 10 002 i 5387; *b*) 50 834 i 47 086; *c*) 2 150 703 i 981 657?

61. O ile liczba 3 123 122 jest większa: *a*) od liczby 938 456; *b*) od liczby 1 697 887?

62. Jaki zysk ma kupiec, sprzedając za 7824 ruble towar, który go kosztował 6938 rubli?

63. Jaką stratę poniósł kupiec, sprzedawszy za 1948 rubli towar, który go kosztował 2432 ruble?

64. Przy drodze leżą trzy kamienie. Odległość od pierwszego do trzeciego wynosi 683 metry, a od drugiego do trzeciego 359 metrów. Jak wielka jest odległość między pierwszym a drugim?

65. Krzysztof Kolumb odkrył Amerykę w r. 1492-im; ile lat upłynęło od jej odkrycia?

66. Ile lat miał w r. 1846-ym człowiek, urodzony w r. 1778-ym?

67. Ktoś miał 1483 ruble, a wydał w pierwszej połowie roku 576, w drugiej zaś 413 rubli. Ile mu pozostało pieniędzy w końcu roku?

68. Kupiec, sprowadziwszy 2850 hektolitrów pszenicy, sprzedał w jednym tygodniu 731, w drugim 850, a w trzecim 683 hektolitry. Ile mu jeszcze tej pszenicy pozostało?

69. Ktoś, kupiwszy w mieście plac za 40 811 rubli, podzielił go na 3 części i sprzedał jedną za 18 523, drugą za 15 000, a trzecią za 19 850 rubli, przyczem pośrednikom przy sprzedaży zapłacił 896 rubli. Ile zarobił?

70. Przedsiębiorca podjął się wybudować dom za 57 600 rubli. Zapłacił za kopanie na fundamenty 390, za cegłę 19 700, mularzom 3840, za materyał i robotę cieślom 8450, stolarzom 4960, blacharzom 1994, studniarzowi i brukarzom 892, szklarzom 205, malarzom 912, a ślusarzom 820 rubli. Jaki zarobek miał przedsiębiorca?

71. Dostawca ma dostarczyć armii 25937 czetwierti owsa. W pierwszym tygodniu dostarczył 2185, w drugim 5309, a w trzecim 6728 czetwierti. Ile ma jeszcze dostarczyć owsa?

72. W Stanach Zjednoczonych liczono w r. 1800-ym 3 929 827 mieszkańców, w r. 1830-ym 12 866 020, a w r. 1860-ym 31 445 080. O ile więcej przybyło ludności w okresie od r. 1830-go do 1860-go niż w okresie od r. 1800-go do 1830-go?

73. Jan miał 160 000, a Piotr 55 738 rubli. Jan stracił 68 512, a Piotr 17 959 rubli. O ile Jan ma teraz więcej od Piotra?

74. W bitwie po jednej stronie walczyło 10 560 żołnierzy, a po przeciwnej o 2345 żołnierzy mniej. W pierwszem z tych wojsk było zabitych i rannych 1264-ch żołnierzy, w drugiem zaś o 497-u żołnierzy mniej. O ile po bitwie jest w pierwszem wojsku więcej żołnierzy niż w drugiem?

75. Trzej kupcy zawiązali spółkę. Pierwszy dał 50 000 rubli, drugi o 15 687 rubli mniej niż pierwszy, a trzeci o 9345 rubli mniej od drugiego. Ile dał do spółki trzeci kupiec?

76. Dwaj kupcy wzięli w fabryce sukna za 24 712 rubli; pierwszy wziął za 11 974 ruble, a drugi za resztę. Drugi kupiec zapłacił zaraz 9738 rubli; ile jeszcze zostaje on dłużnym fabryce?

77. W jednem mieście jest 279 905 mieszkańców, a w drugiem o 89 715 mniej. Ilu mieszkańców liczą oba te miasta razem?

78. Trzej kapitaliści nabyli fabrykę. Pierwszy dał 125 560 rubli, drugi o 26 190 rubli mniej niż pierwszy, a trzeci o 43 596 rubli więcej niż drugi. Ile zapłacili za fabrykę?

79. Przy drodze rosną 4 drzewa: pierwsze w odległości 4528 metrów od trzeciego, a w odległości 1422 metrów od drugiego, trzecie zaś od czwartego jest oddalone o 987 metrów. Jaka jest odległość drugiego drzewa od czwartego?

80. Kupiec nabywa w fabryce towaru za 2347 rubli. Przy wypłacie dał wszystkie pieniądze z jednej przegrody sakwy, a z drugiej, w której było 650 rubli, dopłacił resztę i zostało mu w niej 26 rubli. Ile miał w pierwszej przegrodzie?

81. Ile jest rubli w trzech woreczkach, jeżeli w pierwszym jest ich 186, w drugim o 47 więcej niż w pierwszym, a w trzecim o 29 mniej niż w obu pierwszych razem?

82. Ile mam lat, jeżeli po 2-u latach będę miał tyle, o ile mój brat jest starszy od siostry; brat jest młodszy od ojca o lat 28, siostra zaś ma lat 11 i jest młodsza od matki o 36 lat, a ojciec starszy od matki o 8 lat?

83. Liczbę 33 708 rozłożyć na pięć części tak, aby pierwsza była 2718, druga była równa różnicy między trzecią i pierwszą, trzecia była o 5566 większa od pierwszej, a czwarta mniejsza od drugiej o 774. Jaka była piąta część?

84. Po śmierci ojca zostało trzech synów: dwaj pełnoletni, Jan i Piotr, i nieletni Stanisław. Jan na rachunek spadku wziął za życia ojca o 12 500 rubli mniej niż Piotr, Piotr zaś wziął 20 740 rubli. Po podziale spadku na równe części przypadło na Stanisława 52 680 rubli. Ile otrzymają dopłaty Jan i Piotr razem?

85. Kupiec sprzedał towar, który go kosztował 1646 rubli, za taką cenę, że, jeżeliby dostał zań o 592 ruble więcej, to zyskałby na nim tyle, ile go ów towar kosztował. Za ile rubli sprzedał ów towar?

86. Pewien kupiec, prowadzący trojaki handel, z początkiem roku włożył w pierwszy 7900 rubli, w drugi o 2840 rubli więcej, a w trzeci o 5280 rubli mniej niż w oba pierwsze razem. W końcu roku wycofał się z tych interesów i po zrobionym obrachunku przekonał się, że na pierwszym handlu stracił 1958, na drugim zarobił 4300, a na trzecim 2127 rubli. Jaki miał kapitał w końcu roku?

87. Właściciel ma pięciu dzierżawców, którzy mu rocznie płacą: pierwszy 5842 ruble, drugi o 1485 rubli mniej niż pierwszy, trzeci o 3200 rubli mniej niż pierwszy i drugi razem, czwarty płaci o 2800 rubli więcej od różnicy między tem, co płaci trzeci, a tem, co płaci pierwszy, piąty zaś o 8200 rubli mniej niż czterej pierwsi dzierżawcy razem. Ile wszyscy razem płacą rocznie właścicielowi?

(Art. 32.) **88.** Zapomocą odejmowania sprawdzić (po wykonaniu) dodawania: *a*) w zad. 27-em i 28-em; *b*) w zad. 29-em, 30-em i 31-em.

(Art. 34.) **89**. Gdy w zadaniu 30-em drugi składnik powiększymy o 47, a czwarty zmniejszymy o 25, to jaka będzie suma? (Znaleźć dwoma sposobami).

90. W zad. 31-em drugi składnik powiększmy o 85, pierwszy zmniejszmy o 19; o ile zmieni się suma?

91. W sumie czterech składników trzeci składnik powiększmy o 4327, pierwszy zmniejszmy o 3805, a tak drugi jak i czwarty zmniejszmy o 1139; o ile zmieni się suma?

92. Gdyby w zad. 36-em pierwsza wypłata była mniejsza o 120 rubli, druga większa o 57 rubli, a trzecia mniejsza o 179 rnbli, to jaka byłaby odpowiedź na owo zadanie?

(Art. 35.) **93**. Co się stanie z różnicą liczb 13 728 i 8239, jeżeli: *a*) odjemną powiększymy o 298; *b*) odjemnik zmniejszymy o 179; *c*) odjemną zmniejszymy o 345; *d*) odjemnik powiększymy o 232?

94. Co się stanie z różnicą dwu liczb, jeżeli: *a*) odjemną powiększymy o 298, a odjemnik zmniejszymy o 179; *b*) odjemną zmniejszymy o 345, a odjemnik powiększymy o 232; *c*) odjemną powiększymy o 1690, a odjemnik powiększymy o 984; *d*) odjemną zmniejszymy o 294, a odjemnik zmniejszymy o 1386?

95. Notaryusz miał w ostatnim roku dochodu więcej o 6435 rubli, a wydatków więcej o 879 rubli, niż w roku przedostatnim, a w przedostatnim roku miał dochodu 21 056 rubli, wydatków zaś 9935 rubli. Jaki był czysty dochód notaryusza w roku ostatnim?

96. Ktoś miał 6820 rubli, z czego pewną kwotę wydał. Gdyby miał o 650 rubli mniej, a wydał o 504 ruble więcej, toby mu zostało 3150 rubli. Ile mu istotnie zostało po wydaniu owej kwoty?

97. Ktoś miał 6820 rubli, z czego pewną kwotę wydał. Gdyby miał o 630 rubli więcej, a wydał o 1325 rubli więcej, toby mu zostało 3150 rubli. Ile mu istotnie zostało po wydaniu owej kwoty?

98. Kupiec w pierwszym roku sprzedał towarów na sumę o 8500 rubli większą, niż go one kosztowały; potrąciwszy z zarobku to, co wydał na utrzymanie sklepu i swego domu, resztę oddał do kasy oszczędności. W drugim roku zysk na sprzedaży towarów był mniejszy o 1240 rubli, utrzymanie sklepu i domu kosztowało mniej o 380 rubli, a złożył do kasy oszczędności 2390 rubli. Ile złożył w pierwszym roku do kasy?

MNOŻENIE LICZB CAŁKOWITYCH.

(Art. 42, 43 i 44.) Zadania pamięciowe. **99**. Jaki jest iloczyn liczb: *a*) 35 i 21; *b*) 74 i 15; *c*) 128 i 6; *d*) 235 i 12; *e*) 450 i 11; *f*) 47 i 23?

100. Jaka liczba jest: *a*) 18 razy większa od 14-u; *b*) 25 razy większa od 23-ch; *c*) 72 razy większa od 27-u?

101. Chłopiec ma teraz 9 lat; przed 3-ma laty jego dziadek był 12 razy od niego starszy. Ile lat ma teraz dziadek?

102. Ile jest godzin w miesiącu, mającym dni 30, a ile w miesiącu, mającym dni 31?

103. Ile jest minut w 8-u godzinach? Ile minut ma doba?

104. Od postawu sukna, mającego 58 metrów, odcięto 45 metrów. Resztkę kupiec odstępuje po 12 rubli za metr. Ile się za nią należy?

105. Litr koniaku kosztuje 8 rubli; ile należy zapłacić za 150 litrów?

106. Rzeźnik kupił 12 wołów po 280 rubli za parę. Ile zapłacił za nie?

107. Ile kosztuje 6 tuzinów gruszek (tuzin ma sztuk 12) po 5 kopiejek za sztukę?

108. Kupiec sprzedaje za 95 rubli beczułkę wina, która go kosztuje 83 ruble. Ile zarobi na 48-u takich beczułkach?

109. Pociąg przebiega 35 werst na godzinę. Ile przebiega: *a*) w 8-u godzinach; *b*) w ciągu doby?

110. Na dwa materace użyto 9-u arszynów płótna po 70 kopiejek za arszyn i 24 funty włosia po 80 kopiejek za funt, a za robotę zapłacono 3 ruble. Ile kosztują te dwa materace?

111. Znaleźć iloczyn liczb całkowitych od 1-ci do 7-u.

112. Znaleźć iloczyn liczb całkowitych od 10-u do 13-u.

113. Od 1000-a odjąć iloczyn liczb całkowitych od 1-ci do 6-u.

114. Upłynęło 8 sekund między błyskawicą a początkiem grzmotu. Jaka jest odległość chmury, z której błyskawica powstała, jeżeli głos przebiega 340 metrów na sekundę?

115. W ogrodzie warzywnym 8 zagonów zasadzono kapustą. Na każdym zagonie jest 5 grządek, a na każdej jest 35 głów kapusty. Ile jest wszystkich głów kapusty?

116. W czytelni są 4 sale; w każdej sali 10 szaf; w każdej szafie półek 12, a na każdej półce 40 tomów. Ile jest wszystkich tomów?

Zadania piśmienne. **117.** 456×123. **118.** 1789×7090.
119. 9871×6543. **120.** $71\,325 \times 52\,317$. **121.** $5\,040\,791 \times 800\,725$.
122. $123 \times 789 \times 456$. **123.** $8025 \times 457 \times 37 \times 9$.

124. Sprawdzić (po wykonaniu) mnożenia: *a*) w zad. 117-em i w zad. 118-em; *b*) w zad. 119-em i w zad. 120-em.

125. Ziemia jest 49 razy większa od księżyca, a 1 280 000 razy mniejsza od słońca. Ile razy słońce jest większe od księżyca?

126. Przez zastawę na młynówce przepływa na minutę 1246 garncy wody; ile przepłynie wody w 6-u godzinach?

127. W fabryce sukna wyrobiono 586 postawów, a w każdym postawie znajdowało się 91 metrów. Wszystko to sukno sprzedano kupcowi hurtowemu po 7 rubli za metr. Za ile je sprzedano?

128. Z kopalni węgla wysyłano codziennie do pewnego miasta 12 wagonów węgla; na wagon ładowano 516 centnarów metrycznych. Koszt przewozu centnara metrycznego wynosi 19 kopiejek. Ile zapłacono w styczniu za przewóz tego węgla?

129. Do miasta portowego przywieziono na każdym z 13-u okrętów po 978 beczek napełnionych naftą. Sprzedano ją po 3 ruble za centnar metryczny. Ile wzięto za nią, jeżeli w każdej beczce było po 2 centnary metryczne nafty?

130. Ile zarabiają w ciągu roku zecerzy przy składaniu miesięcznika, jeżeli każdy zeszyt miesięczny ma 20 arkuszy druku po 16 kolumn, na każdej kolumnie jest 40 wierszy, a każdy wiersz liczy się zecerowi za 50 liter, i jeżeli za każdy tysiąc liter zecer pobiera kopiejek 21?

131. Kupiono 385 kilogramów towaru po 8 rubli, a sprzedano po 12 rubli za kilogram. Jaki był zysk?

132. Rodzina ma dochodu dziennego średnio 26 rubli, a wydaje miesięcznie średnio 464 ruble. Ile oszczędza rocznie? (Rok ma 365 dni).

133. U kupca korzennego cukiernik wybrał w ciągu roku 2100 kilogramów kawy, 1480 kilogramów cukru, 210 kilogramów migdałów i 190 kilogramów rodzynków. Ile jest winien, jeżeli należy się za każde 10 kilogramów: kawy 8 rubli, cukru 4 ruble, migdałów 13 rubli, a rodzynków 7 rubli?

134. W szkółce jest: 327 rzędów dębów, a w każdym rzędzie drzewek 195; 284 rzędy świerków, a w każdym drzewek 439; 516 rzędów jodeł, a w każdym drzewek 238. Ile jest wszystkich drzewek w tej szkółce?

135. Ile jest wart majątek, w którym jest pola ornego 645, lasu i zarośli 302, łąk 147, a pastwisk 57 morgów, jeżeli przy oszacowaniu przyjęto średnio jako wartość morga: pola ornego 543, lasu i zarośli 726, łąki 484, a pastwiska 289 rubli?

136. Pociąg towarowy wiezie zboże: na 6 wagonach jest po 138 hektolitrów pszenicy, na 15 wagonach po 157 hektolitrów żyta, na 4 wagonach po 176 hektolitrów jęczmienia, a na 23 wagonach po 207 hektolitrów owsa. Hektolitr waży średnio: pszenicy 79, żyta 72, jęczmienia 63, a owsa 46 kilogramów. Ile ważył cały ten ładunek zboża?

137. W fabryce pracuje 56-u mężczyzn i 49 kobiet. Robotnik pobiera tygodniowo 23 ruble, a robotnica 19 rubli. O ile więcej zarobili mężczyźni od kobiet w 52 tygodniach?

138. Kupiec z Łodzi posłał kupcowi w Moskwie 26 postawów sukna, po 64 metry w każdym, a od niego otrzymał 84 cybiki herbaty, w każdym po 34 funty. Który z nich dopłacił i ile dopłacił, jeżeli metr sukna ceniono po 4 ruble, a jeden funt herbaty po 2 ruble?

139. Gospodarz miał omłotu 258 czetwierti rzepaku; 45 czetwierti zostawił na zasiew, a 6 dla swego użytku; resztę zaś sprzedał po 19 rubli za czetwiert. Z tej sumy zapłacił podatków 178 rubli i włożył do kasy oszczędności 1325 rubli. Ile mu zostało?

140. Podróżnik zrobił 11004 kilometry drogi; 12 dni jechał końmi, 15 dni koleją żelazną, 24 dnie na parowcu, a jeden dzień na wielbłądzie. Ile kilometrów jechał na wielbłądzie, jeżeli robił średnio dziennie końmi 73, koleją 356, a parowcem 198 kilometrów?

141. Produkcya roczna platyny wynosi średnio w Ameryce południowej 250, a na Uralu 1900 kilogramów. Jak wielka jest wartość rocznie dobywanej platyny, jeżeli kilogram jej kosztuje 978 rubli?

142. Rocznie dobywają ołowiu średnio: w Anglii 392 000, w Hiszpanii 312 000, w Niemczech 113 050, we Francyi 8000, w Rosyi 7000, a w Szwecyi 800 centnarów metrycznych. Centnar metryczny ołowiu kosztuje 16 rubli. O ile więcej warta jest roczna produkcya ołowiu od rocznej produkcyi platyny? (Zob. odp. 141.)

143. Dzienny wydatek w gazowni miejskiej jest średnio 276 rubli; dochodu miesięcznego przynosi ona 17 092 ruble; wydatki na rozszerzenie oświetlenia w mieście wyniosły w ciągu roku 8640 rubli, a na ulepszenia w samej fabryce 2480 rubli. Ile czystego dochodu przyniosła gazownia w ciągu roku? (rok 365 d.)

144. Książka ma 1759 stron numerowanych. Ile jest wszystkich cyfr w liczbach, oznaczających strony?

145. Gospodarz zebrał z dwu łąk siano. Z każdego hektara jednej łąki, mającej 17 hektarów, zebrał po 29 centnarów metrycznych, a z drugiej łąki, która miała 23 hektary, zebrał po 27 centnarów metrycznych z hektara. Zostawił sobie 178 centnarów metrycznych, a resztę sprzedał po 6 rubli za centnar metryczny. Ile otrzymał pieniędzy za sprzedane siano?

146. Jedna liczba jest 27 razy większa od 1348-u, a druga 13 razy większa od 2329-u. Która z tych dwu liczb jest większa i o ile większa?

147. Kto niepotrzebnie wydaje codziennie po 2 kopiejki, ile ich niepotrzebnie wyda od skończonych 18 lat do skończenia 62 lat wieku, jeżeli w rachunku przyjmiemy, że każdy rok ma 365 dni?

148. Pewnej osobie, która wydawała po 8 rubli dziennie przez 265 dni, pozostało 16 razy więcej pieniędzy, niż ich w ciągu owego czasu wydała. Ile pierwotnie miała pieniędzy?

149. Właściciel majątku zakupił 382 owce po 6 rubli, 34 woły po 118 rubli i 46 krów po 48 rubli. Wybudowanie owczarni kosztowało go 856 rubli, a obory 1572 ruble. Ile wydał razem na inwentarz i budynki dla niego?

150. Handlarz zboża kupił 634 czetwierti pszenicy po 14 rubli. Po wymłynkowaniu jej otrzymał czystego ziarna 572 czetwierti, które sprzedał po 18 rubli, i pośladu 59 czetwierti, które sprzedał po 8 rubli. Oczyszczenie zboża kosztowało go 38 rubli. Ile zarobił?

DZIELENIE LICZB CAŁKOWITYCH.

(Art. 47.) Utworzyć dwa zadania na dzielenie, odwrotne rozwiązanemu na mnożenie zadaniu: **151**. 105-emu; **152**. 106-emu; **153**. 109-emu *a*) i *b*); **154**. 114-emu; **155**. 125-emu; **156**. 126-emu.

(Art. 49, 50 i 52.) Zadania pamięciowe. **157**. Dano 360 rubli jako zapomogę 9-u biednym rodzinom. Ile średnio wypada na każdą rodzinę?

158. Jaką liczbę trzeba pomnożyć przez 12, aby otrzymać 132?

159. Jaka jest 15-ta część liczby 180?

160. Rozłożono 372 ruble na 12 równych części; ile jest rubli w każdej części?

161. Ile razy 216 arszynów jest większe od 18-u arszynów?

162. Gruszka kosztuje 4 kopiejki. Ile można kupić tych gruszek za 55 kopiejek i ile kopiejek pozostanie?

163. Kupiono 125 łokci sukna za 375 rubli; ile kosztuje łokieć tego sukna?

164. Podzielono 156 rubli na 12 części równych; 5 takich części dano jednej osobie, a 7 drugiej. Ile rubli otrzymała pierwsza, a ile druga osoba?

165. Kupiono za 2450 rubli wino w baryłkach po 50 rubli za baryłkę. Ile kupiono baryłek?

166. Rok zwyczajny ma 365, a rok przestępny ma 366 dni. Dzień Nowego Roku 1895-go przypada we wtorek, rok ten jest zwyczajny, a rok 1896 jest przestępny. Na jaki dzień tygodnia przypadnie Nowy Rok w roku 1896-ym, a na jaki w roku 1897-ym?

167. Znaleźć dwie liczby całkowite po sobie następujące, których suma jest 635?

168. Ile korcy pszenicy po 6 rubli za jeden korzec nabyć można za pieniądze, otrzymane ze sprzedaży 140 łokci sukna, po 3 ruble za metr?

169. Handlarz pszenicę, której czetwiert kupił po 17 rubli, sprzedaje po 20 rubli za czetwiert. Ile czetwierti ma sprzedać, aby zarobił 450 rubli?

170. Cztery jednakowe maszyny w 11 minutach wyciągają 396 metrów drutu miedzianego. Ile drutu wyciągną trzy takie maszyny w 12 minutach?

6*

171. Jeden robotnik zarobił dwa razy więcej od drugiego i nadto jeszcze 5 rubli, a obaj razem zarobili 89 rubli. Ile zarobił pierwszy z nich?

172. Rozdzielono 89 śliwek między chłopców: 7-u dano po 7 śliwek, a każdemu z pozostałych po 10. Ilu było chłopców?

173. Zrobiono składkę na ubogich: 18 osób dało po 5 rubli, 7 po 3 ruble, a 5 po rublu. Każdemu ubogiemu dano po 4 ruble. Ilu ubogich wsparto?

174. Dwaj robotnicy pracowali przez 15 dni i zarobili razem 135 rubli. Jeden z nich zarabiał dziennie po 5 rubli. Po ile rubli zarabiał drugi?

175. Rozdzielić liczbę 92 na takie cztery części, aby każda następna część była większa o 4 od poprzedniej. Jak wielka jest pierwsza część?

176. Kucharka za 93 kopiejki kupiła 30 jabłek i 30 śliwek. Płaciła po 24 kopiejki za 10 jabłek. Po ile płaciła za 10 śliwek?

177. Między trzech chłopców rozdzielono 72 orzechy tak, iż drugi otrzymał 4 razy więcej niż pierwszy, a trzeci tyle co drugi. Ile każdy chłopiec otrzymał?

178. Ojciec dał średniemu synowi 39 kopiejek, a najstarszemu o 3 kopiejki więcej, polecając, aby każdy z nich dał najmłodszemu bratu tyle, iżby wszyscy mieli jednakową ilość kopiejek. Ile kopiejek najmłodszemu bratu ma dać średni, a ile najstarszy?

179. W ciągu dnia wypalało się 6 świec, których 8 idzie na kilogram. Ile kilogramów świec wypali się w czterech tygodniach?

180. Kupiec zmieszał dwa gatunki towaru: 4 kilogramy po 26 i 2 kilogramy po 32 kopiejki. Po ile ma sprzedawać kilogram mieszaniny, jeżeli chce na wszystkiem zarobić 18 kopiejek?

Zadania piśmienne. **181.** 2184:91. **182.** 31185:81. **183.** 31230:81. **184.** 169320:83. **185.** 244206:18. **186.** 1786343:19. **187.** 39345:915. **188.** 6350528:536. **189.** 39468:915. **190.** 6350663:536.

191. Sprawdzić (po wykonaniu) dzielenia: *a*) w zad. 181-em, 182-em i 183-em; *b*) w zad. 184-em, 185-em i 186-em; *c*) w zad. 187-em i 189-em; *d*) w zad. 188-em i 190-em.

192. Jaką liczbę trzeba pomnożyć przez 532, aby otrzymać liczbę 151088?

193. *a*) Ile razy trzeba 4778 wziąć jako składnik, aby otrzymać 129006? *b*) Ile razy można 384 odjąć od 1516032-u?

194. Jaką liczbę dzieląc przez 146, otrzymujemy w ilorazie 3861, a w reszcie 78?

195. Za adamaszek zapłacono w fabryce 11729 rubli, płacąc po 37 rubli za metr; ile metrów kupiono?

196. Odległość środka ziemi od jej powierzchni jest 6366000 metrów. Przez ile sekund przebiegłaby taką drogę kula armatnia, gdyby w każdej sekundzie przebiegała 500 metrów?

197. Kupiec za 45 beczek wina zapłacił 3275 rubli, a chce na niem zarobić 685 rubli. Po ile ma sprzedawać beczkę?

198. W ilu latach uwolni się miasto od długu 2 379 300 rubli, spłacając go corocznie po 198 275 rubli?

199. Bogacz rozporządził w testamencie, aby 49-tą część jego majątku, wynoszącego 10 914 750 rubli, rozdać między 225-u mieszkańców jego wsi rodzinnej. Ile wypadło na każdego z nich?

200. Podzielić 2340 rubli między 12 osób tak, aby z 6-u osób każda otrzymała o 24 ruble więcej, aniżeli każda z 6-u pozostałych. Po ile dostaną te osoby?

201. Na okręt naładowano 194 równe paki cytryn, których było 193 612 sztuk. Dwie paki podczas podróży wpadły w morze. Ile cytryn dowieziono?

202. W 6-u dniach w cegielni wyrobiono z form 81 600 cegieł. Ilu robotników pracowało, jeżeli każdy z nich wyrabiał dziennie 425 cegieł?

203. Kupiec nabył 70 postawów sukna za 23-cią część 560 280-u rubli; ile płacił za metr sukna, jeżeli w każdym postawie było ich 58?

204. Kupiec nabył 845 sażeni sukna po 18 rubli za sażeń, a sprzedał po 22 ruble za sażeń; zarobione zaś pieniądze użył na zakupno 65-u kobierców. Po ile płacił średnio za kobierzec?

205. Tapicer obił jednakową ilość krzeseł i foteli. Na to obicie spotrzebował 2712 miedzianych gwoździ. Ile obił krzeseł, jeżeli na każdy fotel użył 75-u gwoździ, a na każde krzesło użył 38-u gwoździ?

206. Fabrykant sprzedał pewną ilość młocarń po 164 ruble, których wyrób kosztował po 138 rubli. Ile sprzedał maszyn, jeżeli osiągnął 1794 ruble zysku?

207. Po śmierci ojca każdy z synów otrzymał 15 200 rubli; jeden syn wkrótce umarł, a jego częścią podzielili się pozostali bracia, wskutek czego każdy z nich miał 19 000 rubli. Ilu było synów w chwili śmierci ojca i ile wynosił majątek ojca?

208. W twierdzy jest 500 żołnierzy. Żywności dla nich wystarczy na 48 dni. Po upływie 15-u dni załoga się zwiększyła, a wtedy żywność wystarczała tylko na 11 dni. Ilu żołnierzy przybyło do fortecy?

209. W twierdzy jest żywności dla załogi na 29 dni. Gdyby załoga była większa o 420-u ludzi, toby żywności wystarczyło tylko na dni 15. Z ilu żołnierzy składa się załoga?

210. Dwaj kupcy nabyli 5 postawów aksamitu po 31 metrów w każdym. Pierwszy dał 860 rubli, drugi o 170 rubli mniej. O ile metrów więcej ma otrzymać pierwszy kupiec?

211. Dwaj podróżni spotkali się. Każdy z nich dąży do tego miasta, z którego drugi wyjechał. Do chwili spotkania się jeden jechał 15 dni po 84 kilometry dziennie, a drugi 28 dni po 90 kilometrów dziennie. Ile każdy z nich potrzebuje dni na przebycie całej drogi, jadąc taksamo prędko, jak przed spotkaniem się?

212. Suma dwu liczb jest 199. Dzieląc większą z nich przez mniejszą, otrzymamy w ilorazie 2 i resztę 10. Jakie są te liczby?

213. Przedsiębiorca murarski zarobił 1050 rubli. Materyał kosztował go 3405 rubli, a 15-u murarzom, pracującym przez 70 dni, płacił po 3 ruble dziennie. Ile wybudował metrów sześciennych muru, jeżeli za metr sześcienny otrzymał po 9 rubli?

214. Do zbiornika, mającego 36 000 litrów, wlewa się woda przez 2 kurki. Przez jeden wlewa się jej 325, a przez drugi 475 litrów na godzinę. Zbiornik był próżny i oba kurki otwarto jednocześnie. Ilu trzeba godzin, aby się zbiornik napełnił?

215. Ktoś zarabia rocznie 2460 rubli, a spłaca dług 1620 rubli po 15 rubli miesięcznie. Ile mu pozostaje na utrzymanie miesięcznie i po ilu latach spłaci dług?

216. Z trzech centnarów metrycznych węgla kamiennego wypraża się 54 metry sześcienne gazu. Ile węgla zużyto w listopadzie w gazowni, która dostarczała po 16 470 metrów sześciennych gazu dziennie?

217. Ze stu kilogramów rzepaku otrzymuje się 39 kilogramów oleju. Jaka była wartość rzepaku, z którego otrzymano 12 baryłek oleju po 78 kilogramów w każdej, jeżeli za 100 kilogramów rzepaku płacono po 16 rubli?

218. Od 48-u krów było w ciągu dnia 528 kilogramów nawozu. Sprzedano 11 krów. Ile od pozostałych jest nawozu tygodniowo?

219. W trzech oborach wypasają się woły; w jednej jest ich 726, w drugiej 6 razy mniej niż w pierwszej, a ponadto 50, w trzeciej zaś o 9-tą część więcej niż w drugiej. Na własny użytek zatrzymano sztuk 17, a resztę sprzedano po 213 rubli. Ile ze sprzedaży ich otrzymano?

220. Hodowca drobiu ma 118 kurcząt, gęsi o 39 mniej niż kurcząt, kaczek 6 razy więcej niż gęsi, kur tyle, ile gęsi i kaczek razem, a indyków 7 razy mniej niż kur. Ile ma indyków?

221. Ktoś zebrał 15 684 ruble, a mianowicie: w pierwszym roku oszczędził 1796 rubli, w drugim 1318 rubli, pozostałą zaś sumę oszczędził w ciągu 5-u lat następnych, w każdym roku oszczędzając tę samą kwotę. Po ile oszczędzał w trzecim roku i w następnych latach?

222. Kupiec nabył 126 sztuk materyi za 63 756 rubli i sprzedał je, na każdych 253-ch rublach zarabiając 21 rubli. Po ile średnio sprzedawał sztukę materyi?

223. Przez ile dni trzebaby jechać do miasta odległego o 3830 kilometrów, jeżeli przez 12 pierwszych dni można jechać po 115 kilometrów, a w każdym z pozostałych dni o 17 kilometrów mniej?

224. Na 36 dzwonów i 36 armat wyszło 29160 kilogramów śpiżu; na każdy dzwon użyto o 300 kilogramów więcej niż na każdą armatę. Ile śpiżu wychodziło na każdą armatę?

225. Ktoś kupił majątek za 243857 rubli z zamiarem rozprzedania go częściowo. W zabudowania, ogrodzenia i t. p. włożywszy 92662 ruble, podzielił cały majątek na 24 części jednakiej wartości. Po ile sprzedawał każdą część, jeżeli na wszystkich zarobił 47697 rubli?

226. Do ukwaszenia kupiono 3 wozy ogórków; na jednym wozie było 13 worków, a w każdym po 236 ogórków, na drugim 12 worków po 274 ogórki, a na trzecim 14 worków po 196 ogórków. Z tego odrzucono 370 zepsutych ogórków, a pozostałe ukwaszono w 18-u jednakowych beczkach. Po ile wypada ogórków średnio na jedną beczkę?

227. Handlarz win sprowadził z zagranicy 187500 litrów wina i za każde 1500 litrów zapłacił 1250 rubli. Wszystko to wino zlał do beczek, po 300 litrów do każdej i sprzedał. Do ilu beczek zlał to wino i ile miał zarobku na całej sprzedaży, jeżeli za każdą beczkę wina brał 350 rubli?

228. Dwaj podróżni wyjeżdżają jednocześnie naprzeciw siebie z dwu miejsc oddalonych o 1422 kilometry. Po ilu dniach spotkają się z sobą, jeżeli pierwszy robi dziennie po 76, a drugi po 82 kilometry?

229. Młynarz ma grunt, który wydzierżawił za 2850 rubli. Dzierżawca zapłacił mu gotówką 435 rubli, a resztę spłacił pszenicą, którą ceniono po 7 rubli za korzec. Ile korcy pszenicy dał dzierżawca młynarzowi?

230. Fotograf dokonał w jednym miesiącu 233-ch zdjęć, w drugim o 89 mniej, w trzecim 11 razy więcej niż w drugim, w czwartym 9 razy mniej niż w trzecim, a w piątym o 36 mniej niż w czwartym. Ile zdjęć wykonał w tych pięciu miesiącach?

231. Fabrykant sprzedał 160 jednakowych zwierciadeł za 25920 rubli. Gdyby był wziął za nie o 2560 rubli więcej, to na każdym rublu byłby zarobił rubel. Ile zarobił na jednem zwierciedle?

232. W pierwszej z trzech przegród sakwy jest 12 razy więcej pieniędzy niż w drugiej, a w trzeciej 3 razy więcej niż w obu pierwszych razem. We wszystkich razem było 18356 rubli. Ile jest w każdej przegrodzie?

233. Towarzystwo złożone z 68-u osób zarobiło 60000 rubli. Dzielą się zarobkiem, przyjmując, iż każda z 24-ch osób bierze dwa razy, a każda z 14-u 3 razy więcej, niż przypada na każdą z pozostałych. Po ile otrzymała każda osoba z tych trzech grup?

234. Do 165-u garncy spirytusu po 150 kopiejek dolano trzecią część wody. Po ile należy sprzedawać garniec mieszaniny, aby na każdym garncu spirytusu zarobić 26 kopiejek?

235. Suma trzech liczb, z których druga jest 6 razy mniejsza od pierwszej, a trzecia 5 razy mniejsza od drugiej, jest 5652. Znaleźć te liczby.

236. Jaka jest suma trzech liczb, z których pierwsza, o 2108 mniejsza od liczby 7964, jest 76 razy mniejsza od drugiej, a trzecia 384 razy mniejsza od drugiej?

237. W mennicy wybito sztuk monet 10-ofrankowych 18 razy mniej niż 20-ofrankowych, wartości ogólnej 11 100 000 franków. O ile więcej było drugich monet niż pierwszych?

238. Kupiec nabył z 3-ch galarów drzewo: z pierwszego 1279 sążni sześciennych, z drugiego o 829 sążni sześciennych więcej, a z trzeciego 3 razy mniej niż z pierwszych dwu galarów razem. Dawano mu za wszystko drzewo 22 580 rubli. Wolał sprzedawać je częściowo i sprzedał: w pierwszym miesiącu 985 sążni sześciennych po 4 ruble; w drugim o 127 sążni sześciennych więcej, a każdy sążeń sześcienny po 5 rubli; w trzecim tyle, ile w pierwszych dwu razem, a każdy sążeń sześcienny po 6 rubli; w czwartym po tej samej cenie, ale 9 razy mniej niż w trzecim; a w piątym resztę po 7 rubli za sążeń sześcienny. O ile więcej wziął za drzewo, sprzedając je częściowo?

239. Trzej kupcy kupili spólnie 497 korcy zboża i sprzedawali je po jednakiej cenie. Gdy pierwszy sprzedał za 1590, drugi za 2400, a trzeci za 2340 rubli, to u pierwszego zostało 25, u drugiego 32, a u trzeciego 18 korcy. Ile korcy otrzymał był każdy kupiec przy podziale?

(Art. 51.) **240.** Za pomocą dzielenia sprawdzić mnożenia: *a*) w zad. 117-em, 118-em i 119-em; *b*) w zad. 120-em i 121-em.

(Art. 53.) **241.** W iloczynie czterech czynników: *a*) pomnożono pierwszy przez 27, drugi przez 8, trzeci podzielono przez 6, a czwarty przez 12; co się stało z iloczynem? *b*) pierwszy czynnik podzielono przez 27, drugi czynnik pomnożono przez 6, trzeci podzielono przez 16, a czwarty pomnożono przez 9; przez jaką liczbę został iloczyn podzielony?

(Art. 54.) **242.** Jak się zmieni iloraz, jeżeli: *a*) dzielną pomnożymy przez 12, a dzielnik przez 36; *b*) dzielną podzielimy przez 4, a dzielnik przez 12; *c*) dzielną podzielimy przez 5, a dzielnik przez 20; *d*) dzielną podzielimy przez 5, a dzielnik pomnożymy przez 7?

NAWIASY.

(Art. 55.) **243.** Oznaczyć, że mamy od różnicy liczb 17 i 3, pomnożonej przez 5, odjąć iloczyn liczby 2 przez różnicę liczb 7 i 3.

244. Oznaczyć, że mamy sumę iloczynu 19 przez 4 i liczby 8 pomnożyć przez 15, od tego odjąć iloczyn sumy 6 i 2 przez 45, a całe to wyrażenie podzielić przez 9.

Wskazać działania, które wykonać należy na liczbach danych w zadaniu: **245.** 95-em; **246.** 140-em; **247.** 150-em; **248.** 229-em; **249.** 236-em; **250.** 238-em.

Jaką liczbę przedstawia każde z wyrażeń:

251. $(13+27-8)-(32+15-7\times 4)+(19-7)$,

252. $50-[35-(20-4)\times 2]\times 15-5$,

253. $\{512-(237+17-98)\times 2-100\}:\{96-[65-(11+4)+21]\}$,

254. $\{9738-[(31+42)\times 91+(119\times 4-271)\times 15]\}:10$,

255. $43-\{[(1792+357\times 4)-(1780+962)+2316:6]:24\}$.

LICZBY DZIESIĘTNE WOGÓLE.

(Art. 57.) **256.** Różnymi sposobami przeczytać liczby: *a*) 24,0203; *b*) 1007,2546; *c*) 2,023002; *d*) 0,05006; *e*) 80,7807807; *f*) 3050,03056; *g*) 400,023007.

(Art. 58.) **257.** Liczby: *a*) 5,30761, *b*) 17,005, *c*) 0,0215 powiększyć 1000 razy.

258. Liczby, otrzymane po wykonaniu zadania poprzedniego, powiększyć jeszcze 100 razy.

259. Liczby: *a*) 234 286,35, *b*) 347,2156, *c*) 0,35 zmniejszyć 10 000 razy.

260. Ile kosztuje arszyn sukna, jeżeli za 100 arszynów zapłacono 437 rubli?

261. Ktoś postanowił od każdych 100 rubli dochodu odłożyć jedną na ubogich. Odłożył w ciągu roku na ubogich 36,57 rubla; ile miał dochodu w owym roku?

262. Kupiec, otwierając sklep, wydał na sprzęty 7486,5 rubla i chce ten wydatek w swych obrachunkach rozłożyć na lat 10. Po ile wypadnie strącać z dochodu w jednym roku?

263. Znaleźć liczbę 100 000 razy mniejszą od iloczynu liczb 12 625 i 36.

264. Jeden robotnik za dzień pracy otrzymał 4,43, a drugi 5,27 rubla, a każdy pracował 10 godzin. Po ile każdy otrzymał za godzinę pracy?

Uwaga. Wypadałoby, iż pierwszy otrzymał 0,443, a drugi 0,527 rubla. W odpowiedzi opuszczamy części mniejsze od 0,01 rubla, przyczem, jeżeli pierwsza z opuszczanych cyfr jest 5 lub większa od 5, powiększamy ostatnią z zatrzymanych cyfr o 1. Tu więc w odpowiedzi przyjmiemy 0,44 i 0,53 rubla. — Podobnie przedstawiać należy odpowiedzi na dalsze zadania.

265. Za 100 łokci wstążki zapłacono 282,75 rubla. Ile należy zapłacić za 1 łokieć tej wstążki?

266. Ktoś kupił 1000 sztuk owiec za 7 456 rubli; ile średnio płacił za owcę?

267. Kasyer w muzeum, otwartem przez 250 dni w roku po 4 godziny dziennie, pobiera rocznie, po potrąceniu opodatkowania, 1425,36 korony. Ile mu przypada za godzinę pracy w kasie?

DODAWANIE I ODEJMOWANIE LICZB DZIESIĘTNYCH.

(Art. 62 i 64.) **268.** 23,02375+0,836+104,5+7,23104 = ?
269. 25,3417+6,207011+0,3265+8,124789 = ?
270. 18,0201005 − 6,7483296 = ? **271.** 19,56 − 0,08203 = ?
272. 157 − 36,00075. **273.** 23,78 − (3,2406 + 2,3075) = ?
274. 23,78 − (3,2406 − 2,3075) + (8,0015 − 3,9876) = ?
275. 23,5 − 1,427 − (82,36 − 79,47983) = ?
276. 36,405 + 18,2065 − 2,4 − {23,05 − (3,7006 − 2,0123)} = ?

277. W dno rzeki wbito pal. W ziemię weszło 2,27 metra; głębokość rzeki w tem miejscu jest 6,74 metra, a część pala wystająca nad powierzchnię wody ma 1,58 metra. Jaka jest długość pala?

278. Do składu hurtowego nadeszło koleją żelazną pudów: 254,059 cukru, 16,436 kawy, 387,243 soli i 375,189 krup. Właściciel składu płacił woźnicy za dostawienie ze stacyi do składu po rublu od każdych 10-u pudów. Ile woźnicy zapłacił za cały ten transport?

279. Przez dni trzy kopano studnię: w trzecim dniu 5,67 metra, w drugim o 2,74 metra więcej niż w trzecim, a w pierwszym o 0,98 metra więcej niż w drugim. Jak głęboka jest studnia?

280. Parter domu przynosi dochodu 1285 rubli, drugie piętro o 10-tą część tego więcej, a pierwsze przynosi od drugiego piętra dochodu więcej o 10-tą część. Jaki dochód przynosi ten dom?

281. Zebrano centnarów metrycznych siana: z jednej łąki 592,67, z drugiej o 145,76 mniej, a z trzeciej o 87,21 mniej niż z pierwszych dwu razem. Ile wszystkiego zebrano siana?

282. Drut miał długości 82,2 metra. Odcięto trzy kawałki: jeden 14,58 metra, drugi o 5,22 metra dłuższy od pierwszego, a trzeci o 3,7 metra krótszy od długości obu pierwszych razem. Ile zostało z całego drutu?

283. Ktoś ma 1854,34 rubla. Za konia zapłacił 425 rubli, za 4 krowy zapłacił o 10-tą część mniej niż za konia, a za 30 owiec zapłacił mniej niż za 4 krowy o 10-tą część. Prócz tego wydał 87,34 rubla. Ile mu pieniędzy pozostało?

284. Miałem zapłacić w sklepie za towar dawniej wzięty 87,56 rubla, a za świeżo wzięty towar o 17,88 rubla więcej niż za wzięty dawniej. Kupiec na całej sumie odstąpił mi dziesiątą część. Po uregulowaniu rachunku zostało mi pieniędzy o 10-tą część mniej od tego, ile w sklepie zapłaciłem. Z tej sumy wydałem jeszcze 24,75 rubla. Ile mi ostatecznie pieniędzy pozostało?

285. Właściciel 4-ch kamienic otrzymał w ciągu roku dochodu czystego z jednej 3684,27 rubla, z drugiej 2705,23 rubla, z trzeciej o 10-tą część mniej niż z dwu pierwszych razem, a z czwartej o tyle więcej niż z pierwszej, o ile otrzymał więcej z trzeciej niż z drugiej. Dziesiątą część dochodu, otrzymanego ze wszystkich kamienic, obrócił na kupno placu, a resztę umieścił w kasie oszczędności. Ile umieścił w kasie?

(Art. 65.) **286**. W sumie czterech składników powiększyłem jeden o 12,345, drugi zmniejszyłem o 18,005, trzeci zmniejszyłem o 13,21, czwarty zaś powiększyłem o 0,0276. Jak się zmieniła suma?

287. Odjemną zmniejszyłem o 2,257, odjemnik zmniejszyłem o 7,32; co się stało z różnicą?

288. W wyrażeniu liczebnem 18,26 — (6,5 — 2,371) pierwszą liczbę w nawiasie powiększam o 2,4, a drugą powiększam o 1,25. Jak się zmieni liczba, którą to wyrażenie przedstawia?

MNOŻENIE LICZB DZIESIĘTNYCH.

(Art. 66.) **289**. Każdą z liczb: 30, 3, 0,3, 0,03, 0,003, 0,0003 pomnożyć przez każdą z liczb 100, 10, 1, 0,1, 0,01, 0,001.

290. *a*) Każdą z liczb: 267, 26,7, 2,67, 0,267, 0,0267 pomnożyć przez każdą z liczb 100, 10, 1, 0,1, 0,01, 0,001, 0,0001; *b*) każdej z liczb: 267, 26,7, 2,67, 0,267, 0,0267 znaleźć 0,1, znaleźć 0,01, znaleźć 0,001, znaleźć 0,0001.

(Art. 68.) **291**. Każdą z liczb: 300, 30, 3, 0,3, 0,03, 0,003, 0,0003 pomnożyć przez każdą z liczb 0,2, 0,02, 0,002, 0,0002. (Z iloczynu $0{,}3 \times 0{,}02 = 0{,}006$ wypada, iż: »mnożąc dziesiąte przez setne otrzymujemy tysiączne«; z iloczynu $0{,}03 \times 0{,}02$ wypada.....).

292. *a*) $0{,}07 \times 0{,}008$; *b*) $700 \times 0{,}008$; *c*) $0{,}2 \times 0{,}3 \times 0{,}1$; *d*) $0{,}02 \times 0{,}03 \times 0{,}02$; *e*) $0{,}02 \times 0{,}02 \times 0{,}2$; *f*) $0{,}003 \times 0{,}003 \times 0{,}01$; *g*) $0{,}08 \times 0{,}06 \times 0{,}04$; *h*) $0{,}024 \times 0{,}012 \times 0{,}1$.

293. *a*) $2{,}345 \times 5{,}27$; *b*) $2{,}345 \times 5{,}24$; *c*) $2{,}625 \times 5{,}28$.

294. *a*) $7{,}1245 \times 0{,}032$; *b*) $0{,}1776 \times 0{,}875$; *c*) $456{,}72 \times 0{,}02305$; *d*) znaleźć 0,24 liczby 15,355; *e*) znaleźć 3,2 liczby 2,825; *f*) znaleźć 2,345 liczby 0,0764.

295. Ojciec daje synowi na drobne wydatki miesięcznie 7,25 rubla. Ile mu daje rocznie?

296. Parobek dostaje tygodniowo 7,15 funta chleba; ile funtów dostaje rocznie?

297. Las jednostajny zajmuje obszar 49,35 hektara. Po wycięciu jednego hektara ułożono 38,5 metra sześciennego drew. Ile spodziewać się należy drew z wycięcia reszty lasu?

298. Metr aksamitu kosztuje 8,35 rubla. Ile kosztować będzie 3,24 metra, a ile 0,48 metra tego sukna?

299. Ile należy zapłacić za 6 postawów sukna, jeżeli w każdym jest 48,75 metra, a metr kosztuje 4,66 rubla?

300. Z fontany wytryska na minutę 2,43 metra sześciennego wody. Ile jej fontana wyrzuci w ciągu 1,85 godziny?

301. Gdy sztabę żelazną ogrzejemy o jeden stopień, to wydłuży się o 0,0000128 swej pierwotnej długości. O ileby się przedłużyła szyna na drodze 5875 metrów, nie mająca przerw, przy ogrzaniu się o 16 stopni?

302. Kupiec z postawu sukna, mającego 26,4 metra, sprzedał 15,8 metra po 6,16 rubla, a resztę po 8,1 rubla za metr. Ile zarobił, jeżeli płacił za metr po 5,75 rubla?

303. Kupiłem materyi 12,15 metra po 5,36 rubla, 23,3 metra po 7,55 rubla i 9,45 metra po 3,48 rubla za metr. Zostało mi pieniędzy 10 razy więcej, niż za wszystką materyę się należało. Ile miałem pieniędzy przed tem kupnem?

304. Ile się oszczędzi, kupując głowę cukru, ważącą 18,75 kilograma, za 6,15 rubla, zamiast kupowania oddzielnemi kilogramami po 0,36 rubla za kilogram?

305. Kupiec, sprzedając metr sukna po 7,35 rubla, zarabia na nim 0,65 rubla. Ile zapłacił za 684,25 metra tegoż sukna?

306. Ktoś kupił 91,62 hektara lasu po 1225,35 rubla i ogrodu 57,25 hektara po 950 rubli za hektar. Sprzedał zaś las po 1530 rubli, a ogród po 1125,5 rubla za hektar. Ile zarobił?

307. Postaw aksamitu, mający 42,5 metra, kosztował kupca 286,87 rubla; sprzedawał zaś metr po 8,75 rubla. Ile zarobił na całym postawie?

308. Kupiono 9 beczek oliwy. W każdej było po 145,75 kilograma. Za kilogram oliwy płacono po 1,2 rubla, a koszt dostawy wyniósł 6,45 rubla od beczki. Ile kosztował ten cały zapas oliwy?

309. Gospodarz miał 18,55 czetwierti żyta, za które dawano mu na miejscu 87,54 rubla. Zawiózł żyto do miasta i tam je sprzedał po 7,6 rubla za czetwiert, a koszt odwiezienia wyniósł 9,72 rubla. Ile zyskał na tem, że nie sprzedał żyta na miejscu?

310. Podróżny ma przebyć drogę 281,7 kilometra, a idzie na godzinę średnio po 4,64 kilometra. Pierwszego dnia był w drodze 8,5, drugiego 12,4, trzeciego i czwartego po 7,8 godziny. Jaką ma jeszcze drogę przed sobą?

311. Pewna rodzina wypijała przy obiedzie i przy kolacyi po 3 flaszki wody gazowej, która kosztowała po 0,4 rubla za flaszkę. Po pewnym czasie zastąpiono ją mieszaniną 4 litrów wina z 3-ma litrami wody, którejto mieszaniny przy jednym posiłku wypijano po 2 litry. Wino kosztowało po 0,9 rubla za litr. Ile wskutek tego oszczędzono w 19-u tygodniach?

312. Zasiano grochem 18,0745 hektara po 24,5 hektolitra na hektar. Jeżeliby urodzaj był 32 ziarna, to ile zebranoby grochu?

313. Kupiec beczkę rodzynków, w której było ich 976 kilogramów, kupił po 0,72 rubla za kilogram, a sprzedał 120,25 kilograma po 0,84 rubla, 347 kilogramów po 0,81 rubla, a resztę po 0,88 rubla. Ile zarobił?

314. Chory przebywał w domu zdrowia od początku maja do końca grudnia i płacił za mieszkanie i jedzenie po 9,65 rubla dziennie, za światło po 7,75 rubla miesięcznie, lekarzowi po 8 rubli tygodniowo, a za usługę po 4,25 rubla tygodniowo. Nadto za lekarstwa zapłacił 98,27 rubla. To, co wydał w domu zdrowia, było o 540,27 rubla większe od jego dochodu rocznego. Jaki miał dochód roczny?

315. $(3,752+4,071)\times 6,51-(47,96-13,647)\times 0,68=?$

316. $18,545-2,005\times 0,08\times(27-15,896)=?$

317. $\{(8,55-3,27)\times 64,8+8,8\times(2,276-1,169-0,107)\}\times 12,5-$ $-(326,984+220,116)\times[13,231-(7,084-1,853)]=?$

DZIELENIE LICZB DZIESIĘTNYCH.

(Art. 71, 72.) **318.** 459,14:55. **319.** *a*) 43,75:32; *b*) 4,375:32. **320.** *a*) 280,39:176; *b*) 2,8039:176.

321. *a*) 3,3:1,28; *b*) 0,033:1,28; *c*) 0,33:12,8.

322. *a*) 48,719:3,52; *b*) 48,719:0,352; *c*) 48,719:0,00352.

323. *a*) 2,7573:11,375; *b*) 275,73:113,75; *c*) 2,7575:1137,5.

324. *a*) 202,202:6,3125; *b*) 202 202:63,125; *c*) 2022,02:63,125.

325. Za wóz siana należy się 41,85 rubla, licząc za centnar po 1,65 rubla. Ile było centnarów siana?

326. W ilu godzinach można przejechać 437 kilometrów pociągiem, jadącym na godzinę średnio po 23,75 kilometra?

327. Kupiec nabył 10 postawów sukna za 2271,75 rubla, a w każdym postawie było po 48,75 metra. Ile go kosztuje metr tego sukna?

328. Naczynie, które puste waży 49,039 kilograma, po napełnieniu wodą morską ważyło 1201,75 kilograma. Ile było litrów tej wody w naczyniu, jeżeli jeden jej litr waży 1,026 kilograma?

329. Zapłacono 4566,05 rubla za sukno, którego metr kosztował 6,7 rubla. Ile kupiono metrów?

330. Swieca kosztowała 0,13 rubla, a paliła się przez 6,5 godziny. Ile kosztuje na godzinę oświetlenie pokoju 8-u świecami?

331. Lokomotywa na godzinę jedzie 38,85 kilometra, a koń w 7-u minutach przebiegł 1,225 kilometra. Ile razy bieg lokomotywy jest szybszy od biegu konia?

332. 27 worków mąki, po 268,2 kilograma w każdym, zmieszano z 2766,6 kilograma innej mąki i tę mąkę rozsypano jednakowo w 96 worki. Ile kilogramów było w każdym z tych worków?

333. Piotr kupił 37,5 sażeni sukna za 356,25 rubla. Jan kupił tegoż sukna po tej samej cenie za 242,25 rubla; ile kupił?

334. Dwaj kupcy mieli razem kapitału 8925,56 rubla. Urządzili wspólnie sklep, a za pozostałe pieniądze jeden nabył 783,8 metra sukna, średnio po 4,8 rubla, drugi zaś nabył 5086 metrów perkalu, średnio po 0,404 rubla za metr. Jaki był kapitał każdego z tych kupców?

335. Trzej tkacze, z których jeden w 16 godzinach wyrabia 20,4 metra, drugi w 20 godzinach 25,6 metra, a trzeci w 24 godzinach 31,2 metra płótna, pracowali przez 42 godziny. Ile utkali płótna?

336. Robotnik pracujący w fabryce, która jedynie w niedzielę nie jest w ruchu, zarabia dziennie po 5,4 rubla, a wydaje codziennie po 4,35 rubla. Wziął dla żony na kredyt maszynę do szycia za 87,75 rubla. Jeżeli wszystkie swe oszczędności będzie obracał na spłacenie tego długu, to po ilu tygodniach go spłaci?

337. Próżny zbiornik, obejmujący 45,324 metra sześciennego, napełniono wodą przez dwie jednocześnie otworzone rury w ciągu 18-u godzin. Wiedząc, iż pierwszą rurą wlało się o 0,387 metra sześciennego więcej wody niż drugą, obliczyć, ile wpływa wody przez każdą rurę w ciągu godziny.

338. Próżny zbiornik, obejmujący 48 metrów sześciennych, napełniono wodą przez dwie jednocześnie otworzone rury w ciągu 12,8 godziny. Przez jedną rurę w ciągu 5-u godzin wlewa się 9,38 metra sześciennego wody. Ile przez drugą rurę wlewa się wody w ciągu 7-u godzin?

339. Ktoś za 1249,6 rubla sprzedał 2 beczki wina; jedną, obejmującą 432 kwarty, sprzedał po 2 ruble za kwartę, a drugą sprzedał po 4 ruble za każde 3 kwarty. Obliczyć, ile było kwart w drugiej beczce?

340. Zrobiono 12 litrów atramentu, rozpuszczając w gotującej się wodzie 1,5 kilograma galasu po 2,5 franka, 0,88 kilograma siarczanu żelaza po 0,5 franka, 0,25 kilograma siarczanu miedzi po 1,6 franka i 0,48 kilograma gumy arabskiej po 2,5 franka za kilogram. Oceniając opał i robotę na 2,61 franka, po ile należy cenić koszt jednego litra atramentu?

341. Z pewnego miasta o godzinie 4,8 rano wyjechał podróżny i jedzie po 12,5 kilometra na godzinę. Z tegoż miasta o godzinie 9,6 rano puścił się za nim w pogoń jego służący, który jedzie po 14,9 kilometra na godzinę. Po ilu godzinach dopędzi służący swego pana?

342. Z pewnego miejsca wyjechały jednocześnie dwa wozy pocztowe, dążąc do tej samej stacyi. Jeden jedzie po 13,64 kilometra, a drugi po 11,99 kilometra na godzinę. Pierwszy dojechał do celu swej podróży o 5,25 godziny prędzej niż drugi. Ile godzin jechał pierwszy?

343. Towarzystwo postanowiło zebrać składkę, mianowicie: każda z 46-u osób miała zapłacić po 2,5 rubla, a każda z pozostałych po 1,75 rubla. Tymczasem 50 osób dało po 4,8 rubla, a każda z pozostałych po 2,4 rubla. Wskutek tego zebrano

o 144 ruble więcej niż zamierzano. Ile osób było w tem towarzystwie?

344. 130-u robotnikom należało się po 43,6 rubla. Z należnej im sumy strącono na rzecz ubezpieczeń robotniczych 113 rubli, wskutek czego pewna ilość robotników otrzymała po 42,8 rubla, a pozostali po 41,9 rubla. Ilu było pierwszych, a ilu drugich?

345. Na statku parowym sprzedano o 24 bilety mniej do klasy I niż do II; bilet klasy I kosztował 2,8 rubla, a klasy II 1,56 rubla. Za wszystkie bilety otrzymano 508,32 rubla. Ile sprzedano biletów każdej klasy?

346. Miałem za pewną sumę kupić 4,5 kilograma towaru. Wziąłem jednak za tęż sumę tylko 2,8 kilograma towaru, droższego o 4,76 rubla na kilogramie. Za ile kupiłem owego towaru?

347. $\{1,2 \times (4,5 - 2,1)\} : \{1,5 \times (1,88+2,12)\} = ?$

348. $\{(2772 \times 0,15 : 0,24) : 2,5\} - 593 = ?$

349. $(16,9702 : 0,214 - 0,214) \times 2,45 - 193,7607 = ?$

350. $\{(128,883 + 15,7 \times 2,73) \times 2,7\} : 10,8 = ?$

351. $\{7,21 \times 0,035 - (0,02406 + 0,05539)\} : 0,0325 - 3,3696 : 0,78 = ?$

352. $\{(0,9962 : 2,93 + 76,83) - (7,52 \times 15,3 + 516,372) : 8,4\} \times 156,8 = ?$

353. $6,292 : \{5,78 - (2,279 \times 11 + 8,931) \times 1,9 + 0,1343 : 0,17\} = ?$

354. Wyznaczyć z 8-u cyframi dziesiętnemi iloraz: *a*) 2,35 : 7; *b*) 145 : 26; *c*) 109 : 74; *d*) 10 : 101.

355. Doprowadzić do stotysiącznych części iloraz: *a*) 3478,256914 : 19; *b*) 835,43672 : 34,235.

356. Robotnik miał dostać za 6 dni pracy 20,15 rubla. Pracował tylko jeden dzień. Ile wypada mu zapłacić?

357. We wsi jest 320-u gospodarzy. Umówili się z przedsiębiorcą, iż naprawi 6,7 wersty drogi, biorąc 56,5 rubla od wersty, i 264,6 metra grobli po 6 rubli za metr. Ile średnio ma zapłacić każdy gospodarz?

358. Paczka 500-arkuszowa papieru jest gruba na 0,06 metra. Ile arkuszy tego papieru jest w stosie wysokim na 1 metr? (Ułamek arkusza opuścić.)

359. Robotnik spożywa dziennie 0,75 kilograma chleba, którego kilogram kosztuje 0,12 rubla, a wypala dziennie tytoniu za 0,1 rubla. Na ile dni miałby chleba za sumę wydaną w ciągu roku (365 dni) na tytoń? (Ułamek dnia opuścić.)

360. Tkacz w 12-u dniach z 55-u kilogramów nici, po 4,5 rubla za kilogram, utkał 120 metrów materyi. Po ile ma sprzedawać metr, jeżeli dzień swej pracy ocenia na 3,25 rubla?

(Art. 73.) **361**. Jak się zmieni iloczyn, jeżeli pierwszy jego czynnik pomnożymy przez 3,75, drugi podzielimy przez 0,064, trzeci pomnożymy przez 0,037, czwarty pomnożymy przez 2,7, a piąty podzielimy przez 0,111?

362. Co się stanie z ilorazem, jeżeli pomnożymy dzielną przez 0,185, a dzielnik przez 2,96?

363. Co się stanie z ilorazem, jeżeli dzielną podzielimy przez 0,0064, a dzielnik pomnożymy przez 0,875?

MIARY.

(Art. 75.) **364.** Ile dekametr ma decymetrów, centymetrów, milimetrów? Ile hektometr ma dekametrów, decymetrów, centymetrów, milimetrów? Ile kilometr ma centymetrów?

365. Jaką część hektometra przedstawiają 24 centymetry?

366. Wyrazić milę pocztową w kilometrach.

367. Ile milimetrów przedstawiają 23,45 dekametra?

368. Za 60 centymetrów wstążki zapłacono 2,1 rubla, ile kosztuje metr tej wstążki?

369. Za 12,5 decymetra sznura zapłaciłem 6 kopiejek. Ile kosztuje metr tego sznura?

370. Ktoś przeszedł 150 *m*, zrobiwszy 198 kroków. Ile ich zrobi idąc 1 *km*, a ile idąc 1,5 myriametra?

(Art. 76.) **371.** *a*) Ile 1 m^2 ma dm^2, cm^2, mm^2? *b*) Ile km^2 ma m^2, dm^2?

372. *a*) Ile 1 *a* ma dm^2, cm^2, mm^2? *b*) Ile 1 *ha* ma m^2, dm^2, cm^2?

373. *a*) Ile 1 km^2 ma *ha* i ile *a*? *b*) Ile myriametr kwadratowy ma *ha* i ile *a*?

374. Wyrazić 442,5 dm^2: *a*) w m^2; *b*) w dekametrach kwadratowych.

375. 0,0025 dekametra kwadratowego wyrazić: *a*) w dm^2; *b*) w cm^2; *c*) w *ha*.

376. Pole kwadratu jest 1 *ha*; jak długi jest jego bok?

377. Obliczono, iż pewien kraj ma 78496,99 km^2 obszaru; wyrazić obszar tego kraju w *ha*.

378. Obszar 345,5 *a* sprzedano za 5528 rubli; ile płacono za m^2?

379. Właścicielowi ogrodu, obejmującego 14,875 *ha*, dają po 1,25 rubla za m^2. Ile mu dają za cały ogród?

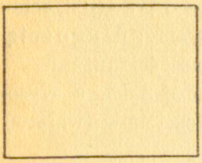
380. Wyrazić w *ha* obszar ogrodu, za który zapłacono wraz z kosztami przeniesienia własności 1043,2 rubla, jeżeli owe koszta wyniosły 219,6 rubla, a za 1 m^2 płacono 0,58 rubla.

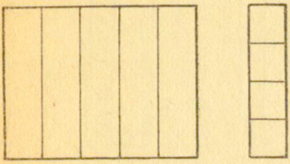
381. Całkowita powierzchnia pewnej ulicy jest 120 dekametrów kwadratowych. Środek tej ulicy, po oddzieleniu na chodniki 1080 m^2, wybrukowano kostkami, z których każda zajmuje 546 cm^2 i kosztuje 0,5 rubla. Za piasek i robotę zapłacono po 0,75 rubla od 1 m^2. Ile kosztuje ów bruk kostkowy?

382. Bok kwadratu ma 1520 *m*; ile *a* ma pole tego kwadratu?

383. Bok kwadratu ma 0,726 *m*; ile pole tego kwadratu ma cm^2?

Figura, utworzona przez cztery odcinki linii prostej, z których każdy spotyka się tylko z dwoma z pozostałych i jest względem nich jednakowo nachylony, nazywa się **prostokątem**. Odcinki owe nazywamy **bokami** prostokąta. Z dwu sąsiednich boków prostokąta jeden nazywa się **podstawą**, a drugi **wysokością** prostokąta.





Niech np. podstawa prostokąta będzie długa na 5 *dm*, a jego wysokość na 4 *dm*. Możemy ten prostokąt podzielić na 5 mniejszych prostokątów (pasów), z których każdy ma podstawę długą na 1 *dm*, a wysokość na 4 *dm*. Każdy taki mniejszy prostokąt możemy podzielić na 4 dm^2. Cały więc prostokąt ma 4 $dm^2 \times 5 = 20$ dm^2.

384. Podstawa prostokąta ma 18 *m*, a jego wysokość 12,5 *m*. Jakie jest pole tego prostokąta?

385. Podstawa prostokąta ma 15,25 *dm*, a wysokość 7,4 *dm*. Jakie jest jego pole?

386. Ogród ma kształt prostokąta, którego dwa sąsiednie boki są: 7625 *m* i 3576 *m*. Za 1 *ha* dają 2340,5 rubla; ile dają za cały ogród?

387. W trzech pokojach, z których jeden jest kwadratowy o boku 4,3 *m*, a dwa są prostokątnymi, jeden o bokach 5,2 *m* i 4,5 *m*, drugi o bokach 6,2 *m* i 3,75 *m*, chcemy dać posadzkę, której 1 m^2 wraz z ułożeniem kosztować będzie 3,5 rubla. Ile wypadnie zapłacić za posadzkę w tych trzech pokojach?

388. Malarz zgodził się pomalować dwie ściany domu narożnego po 0,24 rubla za 1 m^2, bez potrącania za okna i drzwi wchodowe, a bez naddatku za gzymsy. Obie ściany mają do dachu wysokości 12,5 *m*, długość jednej wynosi 24·48 *m*, a drugiej 16,20 *m*. Ile się należy malarzowi?

(Art. 77.) **389**. *a*) Ile 1 m^3 ma dm^3, cm^3, mm^3? *b*) Ile 1 m^3 ma *l*, ile *hl*, ile *dl*, ile *cl*?

390. Wyrazić 4326 cm^3 *a*) w dm^3; *b*) w m^3.

391. 0,00102 m^3 wyrazić *a*) w dm^3; *b*) w mm^3.

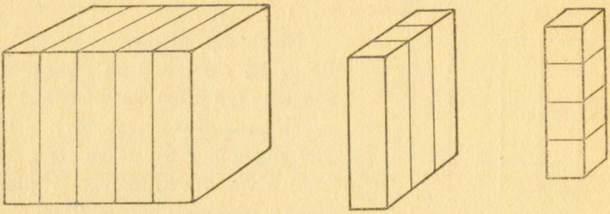
392. 0,0425 *hl* wyrazić w cm^3 i w m^3.

393. Kupiono dla kur 20 *l* pośladu pszenicy za 0,96 rubla. Kupiec przy tej cenie zarabiał 125 rubli na 100 *hl*. Ile go kosztuje 1 *hl* tego pośladu?

394. Jeżeli krawędź sześcianu ma 2,5 *m*, to ile m^3 ma objętość tego sześcianu?

Figura zamknięta samymi tylko prostokątami nazywa się **prostopadłościanem**. Każdy z tych prostokątów nazywa się **ścianą** prostopadłościanu, a odcinek linii prostej, powstający wskutek przecięcia się dwu sąsiednich ścian z sobą, nazywamy jego krawędzią. Trzy jego krawędzi, schodzące się z sobą w jednym punkcie (wierzchołku), nazywamy: długością, szerokością (lub grubością) i wysokością prostopadłościanu.

Prostopadłościan, którego długość jest np. 5 *dm*, szerokość 3 *dm*, a wysokość 4 *dm*, możemy rozdzielić na 5 mniejszych prostopadłościanów (warstw),



mających tę samą szerokość i wysokość, ale długości tylko 1 *dm*. Każdy taki mniejszy prostopadłościan możemy rozdzielić na 3 jeszcze mniejsze prostopadłościany (słupki), mające długości 1 *dm*, szerokości 1 *dm*, a wysokości 4 *dm*. W jednym słupku jest 4 dm^3, w jednej warstwie jest 4 $dm^3 \times 3$, a w całym prostopadłościanie jest 4 $dm^3 \times 3 \times 5 = 60\ dm^3$.

395. Prostopadłościan ma długości 8,5 *dm*, szerokości 4,4 *dm*, a wysokości 7,5 *dm*. Jaka jest jego objętość?

396. Paka ma kształt prostopadłościanu, a jej wewnętrzna długość, szerokość i wysokość są odpowiednio: 3,2 *m*, 2,4 *m*, 1,25 *m*. Napełniono ją zbożem; ile w nią wsypano *hl* zboża?

397. Zbiornik, którego ściany są prostokątami, ma 8,4 *m* długości, 6,25 *m* szerokości i 3,2 *m* wysokości. Przez dwie jednocześnie otworzone rury napełnia się wodą. Przez jedną rurę w 7-u minutach wpływa 3027,5 *l*, a przez drugą w 4-ch minutach 1470 *l* wody. W ciągu jakiego czasu napełnił się zbiornik?

(Art. 78.) **398.** *a)* Ile waży: dm^3 wody, m^3 wody, mm^3 wody? *b)* Ile waży *hl* wody? *c)* Ile wody waży 4,0265 *dkg*?

399. Ile cm^3 żelaza waży 19,5 *kg*, jeżeli żelazo jest 7,8 raza cięższe od wody?

400. 1 *hl* zboża waży średnio: pszenicy 79, żyta 72, jęczmienia 63, a owsa 46 *kg*. Ile w gramach waży cm^3 każdego z tych gatunków zboża?

401. Wyrazić ciężar 14,23 dm^3 wody: *a*) w *dkg*; *b*) w *dg*.

402. Naczynie pełne wody waży 214,745 *kg*, próżne zaś 15,395 *kg*. Jaka jest zawartość naczynia: *a*) w *l*; *b*) w cm^3?

403. Skrzynię, której wnętrze ma długości 1,04 *m*, szerokości 3,5 *dm*, a wysokości 37,5 *cm*, napełniono wodą. Ile ta woda waży?

404. 1 dm^3 kutego żelaza waży 7,78 *kg*. Ile kosztuje 0,5 m^3 tego kruszcu, jeżeli 1 *t* kosztuje 110 rubli?

405. Ile się należy za przewóz 28-u worków pszenicy po 2 *hl* w każdym, jeżeli dm^3 tej pszenicy waży 78,5 *dkg* i jeżeli za przewóz 1 *q* płaci się 0,15 rubla?

406. Cal liniowy ma 24 *mm*. Ile waży cal sześcienny śpiżu, jeżeli śpiż jest 8,75 raza cięższa od wody?

407. Z 33-ch *kg* rudy wytapia się 24 *kg* żelaza; ile *kg* rudy potrzeba, aby otrzymać 258 *q* żelaza?

408. Przywieziono na okręcie 492 *t* nafty i sprzedano ją w porcie po 23 ruble za 3 *hl*. Ile otrzymano, jeżeli dm^3 nafty waży 820 *g*?

409. *a*) Ile waży 0,124 *l* rtęci, jeżeli rtęć jest 13,59 raza cięższa od wody? *b*) Ile waży 150-olitrowa beczka piwa, jeżeli próżna waży 19,5 *kg* i jeżeli cm^3 piwa waży 1,024 *g*?

(Art. 80.) **410.** Ktoś przywiózł 143,75 korca pszenicy i sprzedał ją po 7,2 ruble za 1 *hl*. Z otrzymanych pieniędzy kupił 75 łokci sukna po 6,4 rubla za 1 *m*. Ile zostało mu pieniędzy?

(Art. 81.) **411.** Wiadro wody waży 30, a czetwieryk 64 funty. Ile wiader obejmuje 45 czetwieryków?

412. O ile w 7 pudach jest więcej funtów aptek. niż zwykłych?

WYRAŻANIE LICZBY WIELORAKIEJ JAKO MIANOWANEJ PROSTEJ I NAWZAJEM.

(Art. 84.) **413.** Wyrazić *a*) w cm^2, *b*) w m^2 liczbę 2 hektometry kwadratowe $+ 4\,m^2 + 17\,dm^2 + 5\,cm^2$.

414. Liczbę 2 sażeni kw. + 7 arszynów kw. + 88 werszków kw. wyrazić w werszkach kwadratowych.

415. Liczbę $3\,m^3 + 14\,cm^3 + 29\,mm^3$ wyrazić: *a*) w dm^3; *b*) w *hl*.

416. Ile *kg* waży $4\,dm^3 + 5\,cm^3 + 250\,mm^3$ masła, jeżeli ono jest taksamo ciężkie jak woda?

417. Liczbę 7 korcy + 3 ćwierci + 2 garnce wyrazić w *hl*.

418. Liczbę 11 łokci + 16 cali wyrazić w *m*.

419. Liczbę $13^0\,15'\,42''$ wyrazić: *a*) w sekundach; *b*) w minutach.

420. Liczbę 5 tygodni + 4 dnie + 7 godzin + 55 minut + 12 sekund wyrazić: *a*) w sekundach; *b*) w minutach; *c*) w dniach.

(Art. 85.) Wyrazić jako liczbę wieloraką: **421.** 94068 doli. **422.** 52678 wersz. kw. **423.** 24,5267008 m^3. **424.** 73 245,6″ sekundy. **425.** 235,23478 *hl*. **426.** 325,32050674 *q*.

427. Metr sześcienny ile zawiera korcy, ćwierci, garncy i kwart?

428. W 18-u *m* ile jest łokci i cali?

429. W 1036,584 m^2 ile jest łokci i cali kwadratowych?

430. Rok słoneczny ma 365,2422 dnia. Ile ma dni, godzin, minut i sekund?

DODAWANIE LICZB WIELORAKICH.

(Art. 86.) **431.** Wieśniak ma żyta na jednym kawałku gruntu 5 kóp + 2 mendle + 4 snopki, na drugim kawałku ma

3 kopy + 3 mendle + 10 snopków, a na trzecim 6 kóp + 12 snopków. Ile razem ma żyta?

432. Wieśniaczka sprzedała w jednym domu 2 kopy+3 tuziny, w drugim 2 kopy + 8 sztuk, w trzecim 1 kopę + 4 tuziny + 5 sztuk, a na targu sprzedała resztę, a mianowicie 7 kóp + 4 tuziny + 8 sztuk jaj. Ile miała wszystkich jaj?

433. Koło jest podzielone na stopnie, minuty i sekundy, a w środku jego jest na osi utwierdzona wskazówka. Posunąłem ją o 152° 3′ 45″, następnie w tymże samym kierunku posunąłem ją raz o 140° 57′ 24″, drugim zaś razem o 147° 43′ 31″. O ile jest oddalona teraz wskazówka od pierwotnego położenia?

434. Europa leży pomiędzy 11° 50′ 20″ długości zachodniej a 60° 30′ długości wschodniej względem Paryża. Ile stopni, minut i sekund równika przypada między skrajnymi południkami Europy?

435. Ktoś na pytanie, ile ma lat, odpowiada: pierwszego dnia nauki w klasie I gimnazyum miałem lat 10, miesięcy 2 i dni 27; otrzymałem świadectwo dojrzałości po upływie lat 7-u, 9-u miesięcy i dni 20-u; o 5 lat, 4 miesiące i dni 15 później złożyłem ostatni egzamin w uniwersytecie; od owego zaś dnia do dzisiaj upłynęło 20 lat, 9 miesięcy i 18 dni. Jak długo żyje ta osoba? (Przyjąć, iż miesiąc ma 30 dni.)

(Art. 87.) **436.** Najbliższe przejście planety Wenus przed tarczą słońca przypadnie w r. 2004-ym 7-go czerwca, a następne o 7 lat i dni 363 później. Kiedy nastąpi owo drugie przejście?

437. Ktoś urodził się w r. 1823-im 9-go listopada i żył 62 lata i 345 dni; kiedy umarł?

438. Przyjechałem do miasta 5-go marca o godzinie 8-ej minut 42 po południu, a wyjechałem po upływie 4-ch miesięcy, 29-u dni, 20-u godzin i 50-u minut. Kiedy wyjechałem?

(Art. 88.) **439.** Ktoś ma 3 ogrody: jeden ogród ma 12 040 m^2, drugi ma 3 *ha*+25,5 *a*, a trzeci ma 17 *ha*+7,25 *a*. Jaki obszar w *ha* i *a* zajmują te 3 ogrody razem?

440. Jedno naczynie obejmuje 32 *hl*+7 *l*, drugie o 1 m^3+208 dm^3 więcej, a trzecie tyle, ile dwa pierwsze razem. Ile *hl* i *l* jest w tych 3-ch naczyniach razem?

ODEJMOWANIE LICZB WIELORAKICH.

(Art. 89.) **441.** Zebrano 180 czetwierti+7 czetwieryków żyta, a sprzedano 69 czetwierti+7 czetwieryków+4 garnce. Ile jeszcze żyta pozostało?

442. Suma trzech kątów trójkąta jest 180°. Jeden kąt danego trójkąta ma 60° 9′ 46″, a drugi 72° 57′ 34″. Jak wielki jest trzeci kąt tego trójkąta?

443. W kopcu było kartofli 26 korcy+1 ćwierć+3 garnce. Po odkryciu kopca wybrano 23 korce+3 ćwierci+6 garncy kartofli zdrowych. Ile kartofli zgniło?

444. Rok słoneczny ma 365·2422 dnia, a rok cywilny ma średnio 365·25 dnia. O ile minut i sekund jest dłuższy średni rok cywilny od roku słonecznego? (Ułamki w danych liczbach lat przedstawić przy pomocy mniejszych jednostek.)

(Art. 90.) **445.** Ostatnie dwa przejścia planety Wenus przed tarczą słońca były 8-go grudnia r. 1874-go i 6-go grudnia r. 1882-go. Ile czasu upłynęło między niemi?

446. Urodziłem się . . . ., a najbliższa lekcya arytmetyki przypadnie . . . .; ile wtedy będę miał lat i dni?

447. Jeżeli odpowiedź, przytoczoną w zad. 435-em, usłyszeliśmy tydzień temu, to kiedy dający ową odpowiedź się urodził?

448. Osoba, urodzona w r. 1802-im 18-go października o godzinie 6-tej wieczór, zmarła w r. 1860-ym (przestępnym) 10-go marca o godzinie 3-ej rano. Ile żyła lat, miesięcy, dni i godzin?

449. Ktoś umarł w r. 1885-ym 9-go października o godzinie 2-ej rano, przeżywszy lat 66, dni 165 i godzin 15. Kiedy przyszedł na świat?

450. Ile osoba, urodzona w r. 1860-ym (przestępnym) 15-go września o godzinie 6-tej wieczór, będzie miała lat, dni i godzin dzisiaj w południe?

(Art. 91.) **451.** Z naczynia, w którem było 6 l+3 dl+2 cl cieczy, odlano 2 l+7 dl+8 cl; ile jej pozostało?

452. Od liczby 43 m^2+15 dm^2+6 cm^2+18 mm^2 odjąć liczbę 14 m^2+85 dm^2+72 cm^2+36 mm^2.

MNOŻENIE LICZB WIELORAKICH.

(Art. 92.) **453.** Zegar opóźnia się na godzinę o 1 minutę i 2 sekundy. O ile minut i sekund opóźni się ten zegar w ciągu 20-u godzin i 45-u minut?

454. Wyraziwszy korzec przy pomocy hektolitra i litra, obliczyć, ile jest hl i l w 23 korcach?

455. Z powodu uroczystości w stolicy wyprawiają z pewnego miasta pociągi osobne do stolicy co 2 godziny i 28 minut. Pierwszy pociąg wyprawiono o godz. 6-tej minut 50 rano. Kiedy wyjdzie pociąg dziesiąty?

456. Salwy dawano w odstępach co 3 minuty i 45 sekund. Pierwszą salwę dano o godz. 10-ej minut 37 przed południem. Kiedy dano 101-szą salwę?

457. Na 9-u wozach wiozą zboże; na każdym wozie jest 6 czetwierti+6 garncy. Ile jest na wszystkich wozach?

458. Ile dni utworzy w ciągu 400-u lat różnica między średnim rokiem cywilnym a rokiem słonecznym? (Zob. zad. 444-te.)

(Art. 93.) **459.** Ile zapłacono za 12 postawów sukna, jeżeli w każdym postawie jest 38 m+5 dm+4 cm i jeżeli metr tego sukna płacono po 8 rs. i 26 kop.?

460. Przywieziono do składu 432 worki mąki, z których 218 ważyło po 73 kg+20 dkg+7 g, a pozostałe po 84 kg+31 dkg+8 g. Ile ważyły wszystkie te worki?

461. Metr sześcienny granitu waży średnio 2 t+9 q+27 kg. Na podstawę pomnika użyto 11 m^3+47 dm^3 granitu. Ile waży podstawa pomnika?

462. Prostokąt ma długości 4 m+5 dm+6 cm, a szerokości 3 m+7 dm+8 cm. Ile m^2, dm^2 i cm^2 ma pole tego prostokąta?

463. Długość prostopadłościanu jest 7 m+5 dm+6 cm, szerokość 4 m+8 cm, a wysokość 2 m+7 dm. Ile m^3, dm^3 i cm^3 ma objętość tego prostopadłościanu?

DZIELENIE LICZB WIELORAKICH.

(Art. 94 i 95.) **464.** Utworzyć dwa zadania na dzielenie odwrotne zadaniu: *a*) 453-emu; *b*) 457-emu.

465. Znaleźć 64-tą część berkowca.

466. Przez jaką liczbę trzeba pomnożyć 22° 13′ 20″, aby otrzymać w iloczynie 360°?

467. Ile stopni, minut i sekund jest w 25-tej części 62-u stopni?

468. W dwu skrzyniach jest 8 korcy+2 ćwierci+3 garnce kartofli. Gdy z drugiej skrzyni przełożymy 3 ćwierci i 2 garnce do pierwszej, to w pierwszej będzie 4 razy więcej kartofli niż w drugiej. Ile było kartofli w każdej skrzyni?

469. Planeta Saturn dokonywa swego obiegu około słońca w ciągu 10746 dni+22,5 godziny, a rok średni cywilny ma 365 dni+6 godzin. W ciągu ilu lat Saturn dokonywa swego obiegu około słońca? (Ułamek roku opuścić.)

(Art. 96.) **470.** Motor zużywa na godzinę 2 q+95 kg węgla; na jak długo wystarczy 1 t+4 q+16 kg węgla?

471. Decymetr sześcienny kutego żelaza waży 7 kg+78 dkg. Ile kosztuje 2,5 m^3 tego żelaza, jeżeli 1 t kosztuje 110 rs.?

472. Robotnik ma napełnić kadź o objętości 25 hl+8 l. Ma dwie konewki, jedną 16-olitrową, a drugą 17-olitrową. Odległość kadzi od studni jest 47 m+5 dm. Ile drogi zrobi ten człowiek, nosząc każdym razem obie konewki, aby napełnić tę kadź?

473. Ile będzie kosztowało 47 a+87,5 m^2, sprzedanych po 4 rs. za każde 3 m^2, jeżeli prócz tego za każdy całkowity ar dolicza się, według umowy, 15 rs.?

474. Gazometr zawiera 2860 m^3 gazu. Na ile palników gazowych wystarczy tego gazu, jeżeli każdy palnik zużywa 125 l gazu na 1 godzinę, a ma świecić przez 4 godziny i 24 minuty?

475. Jaka jest wysokość skrzyni, długiej na $3\,m + 2\,dm + 8\,cm$, a szerokiej na $1\,m + 8\,dm + 5\,cm$, jeżeli jej objętość jest $10\,m^3 + 619\,dm^3$?

LICZBY PIERWSZE I LICZBY ZŁOŻONE.

(Art. 97.) Wymienić wszystkie liczby pierwsze pośrednie między: **476.** 30 i 40. **477.** 40 i 50. **478.** 50 i 60.

479. Ile jest liczb złożonych, pośrednich między 20 i 41?

(Art. 99—107.) **480.** Między dwiema liczbami pierwszemi 89 i 97 niema liczby pierwszej. Przez jakie najmniejsze liczby są podzielne liczby pośrednie?

481. Przez jakie najmniejsze liczby są podzielne liczby pośrednie między dwiema liczbami pierwszemi 113 i 127?

482. Ile jest liczb złożonych między 23 i 53? Ile z nich jest podzielnych przez 8, ile przez 9, ile przez 3, ile przez 5, ile przez 25 i ile przez 11?

483. Biorąc każdą z liczb pośrednich między 911 a 919, oznaczyć, przez którą z liczb 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 i 11 owa wzięta liczba jest podzielna?

484. Mając wykonać dzielenie 7370 : 616, zastąpić te liczby dane przez mniejsze tak, iżby iloraz zmianie nie uległ.

485. Ile jest liczb podzielnych przez 8, pośrednich między 1501 i 1579, a ile między 1401 i 1479?

(Art. 109.) Rozłożyć na czynniki pierwsze liczbę: **486.** 72. **487.** 96. **488.** 104. **489.** 153. **490.** 228. **491.** 539. **492.** 792. **493.** 684. **494.** 1008. **495.** 847.

(Art. 110.) Znaleźć wszystkie dzielniki liczby; **496.** 72. **497.** 96. **498.** 98. **499.** 125. **500.** 150. **501.** 190. **502.** 240. **503.** 847.

NAJWIĘKSZY SPÓLNY DZIELNIK.

(Art. 111.) Znaleźć największy spólny dzielnik liczb:
504. 48 i 72. **505.** 48, 72 i 120. **506.** 48, 72, 120 i 168.
507. 54 i 81. **508.** 54, 81 i 90. **509.** 54, 81, 90 i 147.
510. 90 i 135. **511.** 48, 90 i 135. **512.** 48, 50, 90 i 135.
513. 49 i 81. **514.** 88, 220 i 242. **515.** 90, 450 i 540.
516. 162, 243, 324, 405 i 486. **517.** 136, 170 i 204.
518. 513, 855, 1710 i 1881.

NAJMNIEJSZA SPÓLNA WIELOKROTNOŚĆ.

(Art. 112.) Znaleźć najmniejszą spólną wielokrotność liczb
519. 6, 8 i 9. **520.** 8 i 9. **521.** 6, 8 i 18. **522.** 8, 18 i 30.

523. 7, 14, 21 i 35. **524.** 44, 66, 88 i 99. **525.** 99, 165 i 231. **526.** 48, 144, 192 i 288. **527.** 5, 7, 9 i 15. **528.** 260, 325, 390 i 520. **529.** 440, 520, 600, 920 i 1040. **530.** 336, 378, 429, 462, 504 i 546.

Jakie otrzymamy liczby, dzieląc najmniejszą spólną wielokrotność liczb danych: **531.** w zad. 521-em przez każdą z liczb w owem zadaniu danych? **532.** w zad. 523-em przez każdą z liczb w owem zadaniu danych? **533.** w zad. 524-em przez każdą z liczb w owem zadaniu danych?

Jakie otrzymamy liczby, dzieląc najmniejszą spólną wielokrotność liczb: **534.** 5, 8 i 9 przez każdą z nich? **535.** 4, 9, 11 i 25 przez każdą z nich?

POWSTAWANIE UŁAMKÓW ZWYCZAJNYCH.

(Art. 113.) **536.** Z 2-u łokci wstążki zrobiono 9 jednakowych kokard. Ile wyszło na jedną kokardę?

537. Z 4-ch funtów mąki upieczono 5 jednakowych bochenków chleba. Ile wyszło mąki na jeden bochenek?

538. Między 8-u chłopców rozdzielono 3 funty orzechów. Ile dostał każdy chłopiec?

539. Chłopiec rozdzielił jabłko na 8 równych części, z których 3 zjadł. Jaka część jabłka pozostała?

540. Z 3-ch arkuszy papieru skleił chłopiec 8 jednakowych pudełek. Ile papieru zużył na każde pudełko?

541. Ile kop. jest: *a*) w $\frac{3}{4}$ rs.; *b*) w $\frac{2}{5}$ rs.; *c*) w $\frac{7}{20}$ rs.; *d*) w $\frac{11}{25}$ rs.?

542. Ile minut jest: *a*) w $\frac{3}{4}$ godziny; *b*) w $\frac{7}{10}$ godziny; *c*) w $\frac{11}{20}$ godziny; *d*) w $\frac{11}{30}$ godziny; *e*) w $\frac{7}{15}$ godziny?

543. Ile g jest: *a*) w $\frac{3}{4}$ kg; *b*) w $\frac{3}{8}$ kg; *c*) w $\frac{3}{10}$ kg; *d*) w $\frac{3}{20}$ kg; *e*) w $\frac{3}{40}$ kg; *f*) w $\frac{3}{80}$ kg; *g*) w $\frac{3}{5}$ kg; *h*) $\frac{3}{25}$ kg?

544. Ile cm^3 jest: *a*) w $\frac{3}{4}$ dm^3; *b*) w $\frac{4}{5}$ dm^3; *c*) w $\frac{5}{8}$ dm^3; *d*) w $\frac{11}{20}$ dm^3; *e*) w $\frac{12}{25}$ dm^3; *f*) w $\frac{17}{40}$ dm^3; *g*) w $\frac{17}{80}$ dm^3?

545. Przekupka sprzedała śliwek za $\frac{3}{5}$ rs., biorąc za tuzin po 5 kop. Ile sprzedała śliwek?

546. Chłopiec miał 1 rs. i za $\frac{17}{25}$ rs. kupił książkę, a za resztę pomarańcz po 4 kop. za sztukę. Ile kupił pomarańcz?

547. Robotnik pracuje po $\frac{5}{12}$ doby i zarabia na godzinę po 15 kop. Ile zarobi w ciągu 6-u dni?

548. Chłopiec wydał 1 rs.; za $\frac{19}{25}$ rs. kupił papieru rysunkowego po 4 kop. za arkusz, a za resztę ołówków po 8 kop. sztuka. Ile kupił papieru i ile ołówków?

549. Gmina miała w pewnym czasie zrobić 1 werstę drogi pod karą 0,75 rs. za każdą sażeń niewykończoną na termin. W oznaczonym terminie było wykończonych $\frac{16}{25}$ wersty. Jaką karę powinna gmina zapłacić?

550. Z $\frac{3}{5}$ metra drutu zrobiono kółka po 12 *cm* obwodu w każdem, a z reszty metra kółka po 5 *cm* obwodu w każdem. Ile zrobiono kółek?

(Art. 114.) **551.** Jaka jest *a*) 5-ta część 37-u, *b*) 8-a część 57-u, *c*) 15-ta część 196-u?

552. Za 4 rs. kupiono 17 *m* płótna. Ile kupiono za 1 rs.?

553. Pociąg kolei żelaznej w 7-u godzinach przejechał 250 *km*. Ile jechał na godzinę?

554. Wyciągnąć całkowite z ułamków niewłaściwych: *a*) $\frac{17}{5}$; *b*) $\frac{84}{25}$; *c*) $\frac{83}{15}$; *d*) $\frac{202}{45}$; *e*) $\frac{387}{8}$; *f*) $\frac{1000}{7}$.

555. Włączyć w ułamki niewłaściwe liczby: *a*) $5\frac{3}{11}$, *b*) $8\frac{7}{15}$; *c*) $24\frac{3}{7}$, *d*) $35\frac{9}{11}$, *e*) $85\frac{19}{20}$.

556. Jaką liczbę należy podzielić przez 18, aby otrzymać $7\frac{5}{18}$ jako iloraz?

557. Liczbę 12 przedstawić jako ułamek z mianownikiem: *a*) 5; *b*) 7; *c*) 11; *d*) 18; *e*) 25.

558. Pręt ma długości 6 *m*. Ile razy jest od niego dłuższa lina, mająca 71 *m*?

559. Kupiono 129 *m* linki, płacąc po 1 rs. za każde 6 *m*. Ile się należy za kupioną linkę?

560. Opiekun szkółki chce dać dzieciom po 1 *kg* pierników na 8-ro dzieci i po 1 *kg* orzechów na 4-ro dzieci. Ile potrzeba pierników i ile orzechów, jeżeli w szkółce jest 87 dzieci?

561. Sala szkolna ma długości 8 *m*, szerokości 6 *m*, a wysokości 3 *m*. Jest w niej 27-u uczniów. Ile m^3 powietrza wypada na każdego ucznia?

562. Sad ma kształt prostokąta i jest długi na 75 sażeni, a szeroki na 24 sażeni. Jest w nim drzew owocowych 203. Po ile drzew wypada na 100 sażeni kwadratowych średnio?

563. Tonę zboża ma przenieść 2-u robotników; jeden $\frac{3}{5}$ tony, drugi resztę. Każdy rozdzielił swój ciężar na 7 równych części, i naraz przenosił jedną z nich. Ile *kg* każdy naraz przenosił?

564. Woźnica zgodził się przewozić 3 *q* towaru za 1 rs. Przewiózł 257 *q*. Ile mu trzeba zapłacić rubli i kopiejek?

565. Miałem 10 rs. Za 8-ą ich część kupiłem książkę; za $\frac{4}{5}$ rs. papieru, a za $\frac{3}{25}$ rs. piór stalowych. Ile mi rubli i kopiejek zostało?

WŁASNOŚCI UŁAMKÓW ZWYCZAJNYCH.

(Art. 115.) **566.** Cukru 2 *kg* wystarczyło na 10 dni. Jakiej części *kg* użyto średnio dziennie?

567. Jaką część metra przedstawia: *a*) 40 *cm*; *b*) 75 *cm*; *c*) 8 *cm*; *d*) 35 *cm*; *e*) 45 *cm*; *f*) łokieć?

568. Jaką część m^2 przedstawia: *a*) 2 dm^2; *b*) 16 dm^2; *c*) 65 dm^2?

569. Jaką częścią kopy jest: *a*) tuzin; *b*) mendel?

570. Jaka jest: *a*) 12-ta część 100-u; *b*) 8-a część 100-u; *c*) 24-ta część 400-u; *d*) 25-ta część 140-u; *e*) 27-a część 144-ch; *f*) 64-ta część 1000-a; *g*) 72-a część 600 (sześciuset)?

571. Za 36 arszynów sukna zapłacono 150 rs. Ile kosztuje arszyn?

572. Za 6 tuzinów łyżek zapłacono 624 rs. Ile kosztuje łyżka?

573. Średni rok cywilny ma 365 dni i 6 godzin. Gdyby miesiące miały być sobie równe, to ile dni i godzin miałby każdy miesiąc?

574. Ile stopni i minut ma 64-ta część okręgu koła?

575. Ile stopni, minut i sekund ma 28-a część okręgu koła?

576. Jaka jest 22-a część doby?

(Art. 116.) **577.** Co się stanie z każdym z ułamków: *a*) $\frac{2}{7}$; *b*) $\frac{3}{10}$; *c*) $\frac{3}{16}$; *d*) $\frac{4}{9}$; *e*) $\frac{4}{15}$; *f*) $\frac{5}{12}$; *g*) $\frac{5}{18}$; *h*) $\frac{11}{24}$, gdy licznik pomnożymy przez 3? Jak inaczej można przedstawić liczby otrzymane wskutek tego pomnożenia z liczb: pod *d*), pod *e*), pod *f*), pod *g*), pod *h*)?

578. Staś otrzymał na imieniny $\frac{3}{4}$ funta cukierków, a Zosia 3 razy więcej. Ile ona otrzymała funtów?

579. Kupiłem papieru za $\frac{2}{5}$ rs., a książkę za $1\frac{1}{5}$ rs. Ile razy więcej zapłaciłem za książkę niż za papier?

580. Kopa jabłek kosztuje $\frac{5}{6}$ rs., a kopa śliwek $\frac{5}{24}$ rs. Ile razy jabłka są droższe od śliwek?

581. Kupiłem 2 kosze jednakowej wagi, z których jeden był napełniony winogronami, a drugi śliwkami. Za winogrona zapłaciłem $5\frac{2}{5}$ rs., a za śliwki zapłaciłem $1\frac{2}{25}$ rs. Ile razy winogrona droższe są od śliwek?

582. Ktoś mówi: „Korzec żyta sprzedałem po $6\frac{3}{5}$ rs.; z rachunków po ojcu widzę, iż przed pół wiekiem było żyto 5 razy tańsze.“ Ile po owej dawnej cenie płaconoby rubli za korzec żyta?

583. Z liczb $\frac{4}{5}$, $\frac{4}{15}$, $1\frac{1}{3}$ ile razy pierwsza jest większa od drugiej, a ile razy druga jest mniejsza od trzeciej?

584. Z liczb $\frac{5}{12}$, $\frac{7}{12}$, $2\frac{11}{12}$ ile razy pierwsza jest mniejsza od trzeciej i ile razy trzecia jest większa od drugiej?

585. Chłopiec ma 2 równej wielkości pręty; od jednego odciął $\frac{2}{5}$ długości, a od drugiego $\frac{22}{25}$ długości. Reszty prętów porównywa z sobą; która jest większa i ile razy?

586. Do linki przymocowano na końcu ołowianą kulę i puszczono linkę do studni; kula nie doszła do dna. Wzięto linkę 4 razy dłuższą i z przymocowaną na końcu kulą wpuszczono ją do studni; kiedy kula dostała do dna, ponad cembrowinę studni wystawała jej część tak wielka, jak $\frac{2}{5}$ pierwszej linki. Jaka część większej linki jest w studni?

DODAWANIE UŁAMKÓW ZWYCZAJNYCH.

(Art. 117.) **587**. Na jedną kokardę użyto $\frac{3}{8}$, na drugę $\frac{7}{8}$, a na trzecią $\frac{5}{8}$ arszyna wstążki. Ile wyszło wstążki na te 3 kokardy?

588. Uczeń kupił książek za $4\frac{1}{5}$ rs., papieru za $\frac{7}{10}$ rs., na atrament, pióra i ołówek wydał $\frac{1}{2}$ rs., a na karty geograficzne $\frac{3}{4}$ rs. Ile razem wydał pieniędzy?

589. Do zbiornika prowadzą 3 rury. Próżny zbiornik napełniłby się przez samą tylko pierwszą rurę w ciągu 8-u godzin, przez samą drugą w ciągu 6-u godzin, a przez samą trzecią w ciągu 12-u godzin. Jaka część próżnego zbiornika się napełni, jeżeli na godzinę otworzymy jednocześnie wszystkie 3 rury?

590. Kupiłem 6 paczek herbaty: w jednej było $\frac{1}{2}$ funta, w drugiej $\frac{1}{4}$ funta, w trzeciej $\frac{1}{6}$ funta, w czwartej $\frac{1}{8}$ funta, w piątej $\frac{3}{8}$ funta, a w szóstej $\frac{1}{16}$ funta. Ile kupiłem herbaty?

591. Z 4-ch prętów jeden ma długości 1 *m*, drugi $\frac{2}{5}$ *m*, trzeci $\frac{5}{6}$ *m*, a czwarty $\frac{7}{10}$ *m*. Ustawiono je wzdłuż tak, iż tworzą linię prostą. Jaka jest jej długość?

592. Z beczki pełnej odlano naprzód $11\frac{7}{9}$ *l*, a następnie $8\frac{1}{4}$ *l*, potem $10\frac{2}{9}$ *l*, a za czwartym razem resztę, mianowicie o $2\frac{1}{3}$ *l* więcej niż za pierwszym razem. Ile *l* obejmuje beczka?

593. Jaka jest suma liczb: $2\frac{1}{2}$, $1\frac{3}{4}$, $3\frac{2}{3}$ i $2\frac{4}{5}$?

594. $3\frac{1}{4}+2\frac{1}{5}+3\frac{1}{6}+7\frac{2}{3}+5\frac{1}{2}=?$

595. Jakie części metra przedstawiają: 5 *dm*, 25 *cm*, 125 *mm*? Jaka część metra przedstawia suma tych ułamków?

596. Z 3-ch prętów drugi był 4 razy dłuższy, trzeci zaś 2 razy krótszy niż pierwszy, a drugi miał długości 9 *dm*. Jaką część metra stanowi suma długości pierwszego i trzeciego pręta?

597. Mam 4 sznurki: jeden ma $1\frac{4}{5}$ *m*, drugi jest dłuższy od pierwszego o $\frac{1}{3}$ *m*, trzeci jest o $\frac{1}{2}$ *m* dłuższy od sumy dwu pierwszych, a czwarty jest tak długi jak pierwszy i trzeci razem. Jaka jest długość wszystkich sznurków?

598. $3\frac{5}{8}+2\frac{5}{6}+\frac{1}{9}+4+3\frac{2}{3}+5\frac{3}{4}+1\frac{5}{6}+2\frac{1}{2}=?$

ODEJMOWANIE UŁAMKÓW ZWYCZAJNYCH.

(Art. 118.) **599**. Od sznurka długiego na $8\frac{3}{8}$ arszyna odcięto $3\frac{5}{8}$ arszyna. Ile pozostało?

600. Z 3-ch sznurków pierwszy ma długości 8 *m*, drugi jest od pierwszego krótszy o $2\frac{3}{4}$ *m*, a trzeci od drugiego krótszy o $1\frac{1}{2}$ *m*. Jaka ma długość trzeci sznurek?

601. Dwaj chłopcy kupili pierniki: jeden wziął 5 takich pierników, których 16 idzie na funt, a drugi wziął 10 takich, których 30 idzie na funt. Którego chłopca pierniki więcej ważą i o ile?

602. Kupiec nabywa tuzin ołówków za 27 kop., a sprzedaje 2 ołówki po 9 kop. Ile zarabia na każdym ołówku?

603. Próżny zbiornik przez rurę, doprowadzającą do niego wodę, może się napełnić w ciągu 9-u godzin, a pełny może przez rurę, odprowadzającą z niego wodę, opróżnić się w ciągu 12-u godzin. Kiedy zbiornik był próżny, otwarto jednocześnie obie rury. Jaka część zbiornika była po upływie godziny zajęta przez wodę?

604. Miałem 18 rs.; kupiłem kaszy za $2\frac{1}{4}$ rs., mąki za $3\frac{3}{5}$ rs., mięsa za $1\frac{6}{20}$ rs., a masła za tyle, o ile mniej zapłaciłem za kaszę niż za mąkę. Ile mi pieniędzy pozostało?

605. Ktoś przez $\frac{1}{13}$ roku odbywał ćwiczenia powołany na manewry, przez $\frac{1}{4}$ roku przebywał w mieście, a przez resztę roku gospodarował na wsi. Przez jaką część roku gospodarował?

606. Piotr ma o $\frac{1}{10}$ rs. więcej niż Jan, a razem mają $\frac{1}{5}$ rs. Ile kopiejek ma każdy?

607. Z 4-ch prętów jeden ma długości $10\frac{3}{4}$ *dm*, drugi jest krótszy od pierwszego o $2\frac{1}{2}$ *dm*, trzeci krótszy od sumy dwu pierwszych o $1\frac{1}{8}$ *dm*, a czwarty krótszy od sumy długości pierwszego i trzeciego o $5\frac{3}{4}$ *dm*. Jak długi jest czwarty pręt?

608. Od $15\frac{1}{2}$ odjąć tak sumę liczb $1\frac{3}{4}$ i $\frac{5}{8}$, jakoteż różnicę tychże dwu liczb.

MNOŻENIE UŁAMKÓW ZWYCZAJNYCH.

(Art. 121.) **609.** Arszyn sukna kosztuje $3\frac{1}{8}$ rs.; ile kosztuje: *a*) 8, *b*) 4, *c*) $\frac{1}{3}$, *d*) $\frac{2}{3}$, *e*) $8\frac{1}{3}$, *f*) $4\frac{2}{3}$ arszyna?

610. Jaką część rubla stanowi: *a*) $\frac{1}{5}$ dwu rubli, *b*) $\frac{2}{5}$ dwu rubli; *c*) $\frac{2}{25}$ pięciu rubli, *d*) $\frac{7}{20}$ szesnastu rubli?

611. Ze sztuki płótna długości $40\frac{1}{2}$ *m* odcięto na tuzin koszul po $2\frac{3}{8}$ *m* na każdą. Ile płótna zostało?

612. Młocarnia w ciągu godziny dała $6\frac{1}{2}$ *hl* żyta. Ile może wymłócić przez 10 dni po $11\frac{1}{3}$ godziny dziennie?

613. Próżny zbiornik przez jedną z dwu rur może być napełniony w ciągu 18-u godzin, przez drugą zaś w ciągu 12-u godzin. Jaka się część próżnego zbiornika napełni, gdy obie rury będą otwarte jednocześnie: *a*) przez 1-ą godzinę; *b*) przez 5 godzin?

614. Prostokąt ma długości $8\frac{3}{4}$ *m*, a szerokości $3\frac{1}{5}$ *m*. Jakie jest pole tego prostokąta?

615. Co jest większe, czy $\frac{1}{2}m^2$, czyteż pole kwadratu, którego bok ma długości $\frac{1}{2}$ *m*?

616. Jeżeli przyjąć, że na jedną osobę wychodzi tygodniowo $\frac{3}{32}$ funta herbaty, to ile powinno wyjść herbaty w ciągu 4-ch tygodni, jeżeli w pierwszym piło ją 7, w drugim 5, w trzecim 4, a w czwartym 9 osób?

617. Kupiono tuzin łyżek srebrnych, z których każda ważyła $\frac{1}{16}$ *kg*, oraz trzy pary świeczników srebrnych, z których każdy ważył $\frac{7}{12}$ *kg*. Za 1 *kg* srebra płacono 84 rs. Ile zapłacono za wszystko?

618. Chłopiec, mając $2\frac{1}{2}$ rubla, kupił $\frac{3}{8}$ funta orzechów włoskich, których 1 funt kosztuje $\frac{1}{5}$ rs., oraz za $\frac{1}{4}$ rs. orzechów laskowych. Ile mu pieniędzy pozostało?

619. Miałem 9 rs.; tych pieniędzy $\frac{1}{12}$ wydałem na kapelusz, $\frac{1}{6}$ na naprawę obuwia i $\frac{3}{20}$ na książkę. Ile mi rubli pozostało?

620. Dwa konie razem ruszyły; pierwszy przebiega na minutę $\frac{2}{5}$ *km*, a drugi $\frac{5}{12}$ *km*. Jeden z nich stanął u mety w 9-u minutach. O jaką część *km* wyprzedził drugiego konia?

621. Jeden bochenek chleba waży $\frac{7}{8}$ funta, a drugi $\frac{9}{10}$ funta i jest droższy o $\frac{1}{2}$ kop. Ile zapłacono za każdy z tych bochenków?

622. Sznur miał długości $10\frac{1}{8}$ *m*. Odcięto $\frac{1}{3}$ sznura, a resztę, po przymocowaniu na końcu kulki ołowianej, spuszczono do studni. Kiedy kula doszła do dna, ponad cembrowinę studni wystawała $\frac{1}{9}$ część spuszczonego sznura. Ile *m* sznura jest w studni?

623. W dwu workach było razem $20\frac{1}{4}$ *kg* kawy, a $\frac{5}{9}$ wszystkiej kawy było w jednym worku. Z tego worka wziąłem 5-tą część kawy. Ile *kg* kawy w nim pozostało?

624. Dwa oddziały wojska maszerowały od 4-tej rano do 10-ej godziny przed południem. Pierwszy odpoczywał 3 razy po $\frac{1}{4}$ godziny, a szedł po 7 *km* na 2 godziny. Drugi odpoczywał 4 razy po $\frac{1}{8}$ godziny i szedł 10 *km* na 3 godziny. Który oddział więcej zrobił drogi i o ile?

625. Z majątku 24000 rubli jedno dziecko otrzymuje $\frac{1}{3}$, drugie $\frac{5}{16}$, trzecie $\frac{1}{4}$, a resztę majątku otrzymuje dalszy krewny. Ile ten ostatni otrzymał?

626. Miałem 100 rs. Kupiłem $4\frac{1}{2}$ *m* sukna po $7\frac{1}{3}$ rs. oraz $2\frac{1}{2}$ *m* kortu po $6\frac{1}{5}$ rs. za 1 *m*. Ile mi pieniędzy pozostało?

627. Z przygotowanego materyału odlano 3 dzwony; na jeden użyto $\frac{1}{3}$, na drugi $\frac{1}{4}$, a na trzeci reszty materyału. Dwa pierwsze dzwony razem są cięższe od trzeciego o 5 pudów. Ile każdy waży?

DZIELENIE UŁAMKÓW ZWYCZAJNYCH.

(Art. 123.) **628.** *a*) Za 5 *m* taśmy zapłacono $\frac{3}{4}$ rs.; ile zapłacono za 1 *m*? *b*) Za $5\frac{1}{3}$ *m* taśmy zapłacono $\frac{4}{5}$ rs.; ile zapłacono za 1 *m*? *c*) Za $\frac{1}{3}$ *m* taśmy zapłacono $\frac{1}{20}$ rs.; ile zapłacono za 1 *m*?

629. Z 3-ch *kg* srebra ile złotnik sporządzi łyżek, jeżeli na każdą potrzeba $\frac{1}{18}$ *kg*?

630. Kupiono jedno źrebię za $8\frac{3}{20}$ rs., drugie za $9\frac{1}{5}$ rs., a trzecie za $8\frac{3}{10}$ rs. Po czemu płacono średnio jedno źrebię?

631. Wieśniaczka sprzedała troje prosiąt za $1\frac{2}{5}$ rs., czworo za $2\frac{1}{4}$ rs., a troje po $\frac{3}{4}$ rs. każde. Ile średnio brała za każde prosię?

632. 6 funtów kawy rozsypano w paczki po $\frac{2}{3}$ funta w każdej; ile zrobiono paczek?

633. Ile kupiono *m* sukna po 6 rs. za 1 *m*, jeżeli zapłacono: *a*) 36 rs.; *b*) 6 rs.; *c*) 1 rs.; *d*) $\frac{1}{6}$ rs.; *e*) $\frac{1}{2}$ rs.; *f*) $\frac{1}{3}$ rs.; *g*) $1\frac{1}{2}$ rs.?

634. Ile *m* trzeba pomnożyć przez 6, aby otrzymać: *a*) 12 *m*; *b*) 3 *m*; *c*) 2 *m*; *d*) $\frac{1}{2}$ *m*; *e*) $1\frac{1}{2}$ *m*; *f*) $\frac{1}{3}$ *m*; *g*) $\frac{2}{3}$ *m*?

635. Jaką liczbę trzeba pomnożyć przez $\frac{1}{6}$, aby otrzymać: *a*) 3 *m*; *b*) $\frac{1}{3}$ *m*; *c*) $\frac{2}{3}$ *m*; *d*) $1\frac{1}{2}$ *m*; *e*) $5\frac{1}{6}$ *m*; *f*) $2\frac{5}{12}$ *m*; *g*) $3\frac{1}{7}$ *m*?

636. Przez jaką liczbę należy pomnożyć $\frac{5}{6}$, aby otrzymać: *a*) 5; *b*) 2; *c*) $\frac{1}{3}$; *d*) $\frac{1}{4}$; *e*) $\frac{1}{6}$; *f*) $\frac{5}{8}$; *g*) $\frac{1}{12}$; *h*) $\frac{5}{12}$; *i*) $1\frac{1}{2}$; *k*) $1\frac{1}{6}$; *l*) $2\frac{1}{7}$; *m*) $3\frac{2}{3}$?

637. Jakiej długości: *a*) $\frac{3}{4}$ stanowi 6 *m*, *b*) $\frac{4}{5}$ stanowi 2 *dm*, *c*) $\frac{2}{7}$ stanowi $6\frac{1}{2}$ *km*?

638. *a*) $\frac{5}{6}$ pewnej liczby jest $6\frac{2}{3}$; jaka jest owa liczba? *b*) $\frac{5}{12}$ pewnej liczby jest $1\frac{1}{24}$; jaka jest owa liczba?

639. Krawiec z 3-ch kawałków sukna, mających $4\frac{9}{16}$, $2\frac{3}{8}$ i $1\frac{5}{16}$ arszyna zrobił kurtki dla chłopców; na każdą poszło $\frac{3}{4}$ arszyna. Sprzedał je wszystkie za $63\frac{4}{5}$ rs. Ile brał średnio za jedną kurtkę?

640. W ciągu tygodnia wydałem $8\frac{1}{10}$ rs.; pierwszego, drugiego i trzeciego dnia po $1\frac{1}{4}$ rs., czwartego wydałem 5-tą część tego, co w 3-ch pierwszych dniach razem, a resztę wydałem w pozostałych dniach tygodnia. Po ile średnio w każdym z tych 3-ch dni wydałem?

641. Pociąg kolei żelaznej przejechał $\frac{3}{10}$ odległości między dwoma miastami w ciągu $6\frac{3}{4}$ godziny. Ilu godzin potrzebuje, aby przejechać całą tę odległość?

642. Próżny zbiornik może być napełniony przez jedną rurę w 5-u godzinach, a przez drugą w 10-u godzinach. Przez obie rury jednocześnie w ciągu godziny wpływa do zbiornika $3\frac{3}{5}$ wiadra wody. Jaka jest zawartość zbiornika?

643. Muzyk urządził koncert, z którego 10-ta część dochodu poszła na wynajęcie sali, 5-ta na spółuczestników koncertu, a 4-tą część ofiarował na cele dobroczynne; pozostało mu $364\frac{1}{2}$ rs. Jaki był cały dochód z koncertu?

644. W worku było $\frac{5}{6}$ *q* mąki. Sprzedano z tego worka 5-tą część mąki, a z reszty wypieczono 150 bochenków chleba. Ilu *kg* mąki użyto na 1 bochenek?

645. Dwa konie ruszyły jednocześnie; pierwszy w 3-ch minutach przebiega $\frac{3}{4}$ *km*, a drugi w 4-ch minutach $\frac{2}{3}$ *km*. Po upływie 14-u minut jeden koń dobiegł do mety. O ile *km* wyprzedził pozostałego konia?

646. Służąca na rachunek zasług za 8 miesięcy wybrała $18\frac{3}{4}$ rs., co stanowi $\frac{3}{16}$ należnej jej sumy za cały ten czas służby. Ile ona zarabia miesięcznie?

647. Oddałem złotnikowi 4 świeczniki srebrne, z których każdy ważył $\frac{2}{3}$ funta, aby z nich zrobił mi łyżki po $\frac{1}{9}$ funta każda. Za robotę wziął złotnik 30 rs. Po ile brał za robotę jednej łyżki?

648. W kadzi było $10\frac{4}{5}$ garnca wody. Kiedy dolano wody 3 razy po $5\frac{1}{5}$ garnca, to woda zajmowała $\frac{3}{5}$ kadzi. Jak wielka jest objętość kadzi?

649. Pociąg przejechał $\frac{3}{5}$ odległości między dwiema stacyami, a pozostałą odległość przejedzie w $7\frac{1}{5}$ minuty. Ile minut pociąg jedzie między temi dwiema stacyami i jaka jest ich odległość od siebie, jeżeli pociąg przebiega 1 *km* w $\frac{9}{10}$ minuty?

ODPOWIEDZI.

33. 5000 gwiazd. **34.** 55257000 diesiatyn. **35.** 10820 rubli. **36.** 1278 rubli. **37.** 1772 ruble. **38.** 6328 rubli. **39.** 402085 rubli. **40.** 2363 funty. **41.** 20636 rubli. **42.** 965 dzieł. **43.** 2076 korcy. **50.** Zostanie 72. **51.** 262. **67.** 494 ruble. **68.** 586 hektolitrów. **69.** 11666 rubli. **70.** 15437 rubli. **71.** 11715 czetwierti. **72.** O 9642867 ludzi. **73.** O 53709 rubli. **74.** O 1848 żołnierzy. **75.** 24968 rubli. **76.** 3000 rubli. **77.** 470095 mieszkańców. **78.** 367896 rubli. **79.** 4093 metry. **80.** 1723 ruble. **81.** 809 rubli. **82.** 14 lat. **83.** 12348. **84.** 76380 rubli. **85.** Za 2700 rubli. **86.** 36469 rubli. **87.** 34110 rubli. **91.** Zmniejszy się o 1756. **92.** 1036 rubli. **95.** 16677 rubli. **96.** 2516 rubli. **97.** 2975 rubli. **98.** 3250 rubli. **101.** 75 lat. **113.** 280. **121.** 4036287373475. **122.** 44253432. **123.** 1221252525. **125.** 62720000 razy. **126.** 448560 garncy. **127.** Za 373282 ruble. **128.** 36470 rubli i 88 kopiejek. **129.** 76284 ruble. **130.** 1612 rubli i 80 kopiejek. **131.** 1540 rubli. **132.** 3922 ruble. **133.** 2678 rubli. **134.** 311249 drzewek. **135.** 657108 rubli. **136.** 498330 kilogramów. **137.** O 18564 ruble. **138.** Kupiec z Moskwy 944 ruble. **139.** 2430 rubli. **140.** 36 kilometrów. **141.** 2102700 rubli. **142.** O 11222900 rubli. **143.** 93244 ruble. **144.** 5929 cyfr. **145.** 5616 rubli. **146.** Pierwsza o 6119. **147.** 32120 kopiejek. **148.** 36040 rubli. **149.** 10940 rubli. **150.** 1854 ruble. **177.** (Naprzód trzeba znaleźć, jaką część wszystkich orzechów otrzymał pierwszy chłopiec.) **180.** Po 31 kopiejek.

195.

```
11729 rubli | 37 rubli
111         |---------
-----       | 317
  62        317 metrów
  37
 ----
 259
 259
 ----
   0
```

Odp. 317 metrów.

197.

```
 3275 rubli
+685 rubli
----------
3960 rubli | 45
360        |---------
----       | 88 rubli
 360
 360
 ---
   0
```

Odp. Po 88 rubli.

199. Po 990 rubli. **200**. Po 207 i 183 ruble. **201**. 191 616 cytryn. **202**. 32-u robotników. **203**. 6 rubli. **204**. Po 52 ruble. **205**. 24 krzesła. **206**. 69 młocarń. **207**. (Pozostali przy życiu synowie otrzymali każdy więcej o . . . . . rubli, rozdzieliwszy między siebie to, co miał otrzymać zmarły brat.) 5-u synów; 76000 rubli. **208**. (Po 15-u dniach zostało . . . . porcyj dziennych; one wystarczyły na 11 dni; dla ilu żołnierzy?) Przybyło 1000 żołnierzy. **209**. (420-u żołnierzy przez dni 15 spożyłoby . . . porcyj dziennych, które dla rzeczywistej ilości żołnierzy w załodze starczyłyby na . . . . . dni.) Z 450-u żołnierzy. **210**. O 17 metrów. **211**. Pierwszy dni 45, drugi 42. **212**. (Od danej sumy odjąwszy 10, otrzymamy liczbę . . . ., która jest . . . . razy większa od mniejszej z liczb szukanych.) 136 i 63. **213**. 845 metrów. **214**. 45-u godzin. **215**. 190 rubli; po 9 latach. **216**. 27450 centnarów metrycznych. **217**. 384 ruble. **218**. 2849 kilogramów. **219**. 227910 rubli. **220**. 79 indyków. **222**. Po 548 rubli. **223**. Przez 37 dni. **224**. 255 kilogramów. **225**. Po 16009 rubli. **226**. Po 485 ogórków. **227**. Do 625 beczek; 62500 rubli. **228**. Po 9 dniach. **229**. 345 korcy. **230**. 2277 zdjęć. **231**. 73 ruble. **232**. (Naprzód: ile razy więcej jest rubli we wszystkich trzech przegrodach sakwy, niż w przegrodzie drugiej?) 4236, 353 i 13767 rubli. **233**. Po 1000,.... rubli. **234**. Po 132 kopiejki. **235**. Pierwsza 4710. **236**. 452071. **237**. (Naprzód znaleźć, ile razy wartość wszystkich wybitych monet jest większa od wartości wybitych monet 10-ofrankowych.) O 510000. **238**. O 1523 ruble. **239**. 131, 192 i 174 korce. **251**. 25. **252**. 0. **253**. 4. **254**. 2. **255**. 7. **274**. 26,8608. **275**. 19,19283. **276**. 30,8498. **278**. 103,29 rubla. **279**. 23,47 metra. **280**. 4253,35 rubla. **281**. 1991,95 centnara metr. **282**. 17,14 metra. **283**. 615,25 rubla. **284**. 131,58 rubla. **285**. 16982,68 rubla. **294**. *a)* 0,227984; *d)* 3,6852. **299**. 1363,05 rubla. **300**. 269,73 metra sześciennego. **301**. O 1,2032 metra. **302**. 31,39 rubla. **303**. 3013,18 rubla. **304**. 0,6 rubla. **305**. 4584,48 rubla. **306**. 37959,41 rubla. **307**. 85,01 rubla. **308**. 1632,15 rubla. **309**. 43,72 rubla. **310**. 112,34 kilometra. **311**. (Nie obliczać wartości jednego litra mieszaniny wina z wodą, lecz odrazu obliczyć wartość tej mieszaniny wypitej w tygodniu.) 45,6 rubla. **312**. 1417,0408 hektolitra. **313**. 127,06 rubla. **314**. 2413 rubli. **315**. 27,59489 **316**. 16,7639184. **317**. 10. **322**. *a)* 13,840625. **323**. *a)* 0,2424. **324**. *a)* 32,032. **328**. 1123,5 litra. **330**. 0,16 rubla. **331**. 3,7 raza. **332**. 104,25 kilograma. **333**. 25,5 sażeni. **334**. 5316,53 i 3609,03 rubla. **335**. 161,91 metra. **336**. Po 45 tygodniach. **337**. 1,26975 i 1,24825 metra sześcien. **338**. 13,118 metra sześ. **339**. 289,2 kwarty. **340**. Po 0,7 franka. **341**. (W chwili wyjazdu służącego pan był przed nim o . . . . . kilometrów, a co godzina służący zbliżał się do pana o . . . . kilometra.) Po 25 godzinach. **342**. 38,15 godziny. **343**. (Pierwszych 46 osób dało razem więcej o . . . . rubla i prócz tego 4 osoby dały więcej o . . . . . rubla; pozostałe więc osoby dały więcej razem o . . . . rubli, a każda z nich o . . . . rubla.) 90 osób. **344**. (Gdyby każdemu wypłacono po 42,8 rubla, to wszyscy robotnicy otrzymaliby . . . . . rubli; różnica . . . . rubli wynikła z tego, iż byli robotnicy, z których każdy otrzymał mniej o . . . . rubla.) 120 i 10. **345**. (Od otrzymanej kwoty odjąwszy wartość 24 biletów klasy II, otrzymamy wartość jednakowej ilości biletów klas I i II.) I 108, II 132. **346**. Za 35,28 rubla. **347**. 0,48. **348**. 100. **349**. 0. **350**. 42,936. **351**. 1. **352**. 313,6. **353**. 57,2. **357**. 6,14 rubla. **358**. 8333. **359**. Na dni 405. **360**. Po 2,39 rubla. **368**. 3,5 rubla. **369**. 4,8 kopiejki. **370**. 1320 i 19 800 kroków. **378**. 0,16 rubla. **379**. 185 937,5 rubla. **380**. 0,142 *ha*. **381**. 108 190 rubli. **382**. 23 104 *a*. **383**. 5270,76 cm^2. **388**. 122,04 rubla. **393**. 3,55 rubla. **396**. 96 *hl*. **397**. (Jaka objętość zbiornika? ile się doń wody wlewa w jednej minucie przez obie rury razem?) W ciągu 210-u minut. **398**. *c*) 40,265 cm^3. **399**. 2500 cm^3. **402**. *a*) 199,35 *l*; *b*) 199 350 cm^3. **403**. 136,5 *kg*. **404**. 427,9 rubla. **405**. 6,59 rubla. **406**. 120,96 *g*. **407**. 35 475 *kg*. **408**. 46 000 rubli. **409**. *a*) 1,68516 *kg*; *b*) 173,1 *kg*. **410**. 1048,32 rubla. **411**. 96 wiader. **412**. O 40 funtów aptekarskich. **417**. 10 *hl*. **418**. 6,72 *m*. **419**. *a*) 47 742″; *b*) 795,7′. **420**. *a*) 3 398 112 sek.; *c*) 39,33 dnia. **424**. 20 godzin + + 20 minut + 45,6 sekundy. **427**. 7 korcy + 3 ćwierci + 2 garnce. **428**. 31 łokci + 6 cali. **429**. 3124 łokci kw. + 201 cali kw. **430**. 365 dni + 5 godzin + 48 minut + 46,08 sekundy. **431**. 15 kóp + + 2 mendle + 11 snopków. **432**. 14 kóp + 2 tuziny + 9 sztuk. **433**. W tymże kierunku o 80°44′40″. **434**. 72°20′20″. **435**. 44 lata + 2 miesiące + 20 dni. **436**. (Lata 2004 i 2012 będą przestępne.) W r. 2012-ym 5-go czerwca. **437**. W r. 1886-ym 20-go października. **438**. 4-go sierpnia o godzinie 5-tej minut 32 po południu. **439**. 21 *ha* + 53, 15 *a*. **440**. 152 *hl* + 44 *l*. **441**. 110 cztw. + 7 cztwk. + 4 garnce. **442**. 46°52′40″. **443**. 2 korce + 1 ćwierć + 5 garncy. **444**. O 11 minut i 13,92 sekundy. **445**. 7 lat + 363 dnie. **448**. 57 lat + 4 miesiące + + 20 dni + 9 godzin. **449**. W r. 1819-ym 26-go kwietnia o godzinie 11-tej rano. **453**. O 21 minut + 26,5 sekundy. **454**. 29 *hl* + 44 *l*. **455**. Nazajutrz o godzinie 5-tej minut 2 rano. **456**. O godzinie 4-tej minut 52 po południu. **457**. 54 cztwt. + 6 cztwk. + 6 garncy. **458**. 3,12 dnia. **459**. 3820,08 rubla. **460**. 34 003,178 *kg*. **461**. 32 334,569 *kg*. **462**. 17 m^2 + 23 dm^2 + 68 cm^2. **463**. 83 m^3 + + 280 dm^3 + 96 cm^3. **465**. 6 f. + 8 ł. **466**. Przez 16,2. **467**. 2°28′48″. **468**. (Naprzód znaleźć, ile byłoby, po wskazanem przełożeniu, w drugiej skrzyni.) W pierwszej 6 korcy+ +2 garnce, w drugiej 2 korce+2 ćwierci+1 garniec. **469**. W 29-u latach. **470**. Na 4 godziny +48 minut. **471**. 2139,5 rs. **472**. 7 *km*+172 *m*+5 *dm*. **473**. 7088,33 rs. **474**. Na 5200 palników. **475**. 1 *m*+7 *dm*+5 *cm*. **504**. 24. **505**. 24. **506**. 24. **507**. 27. **508**. 9. **509**. 3. **510**. 45. **511**. 3. **512**. 1. **513**. 1. **514**. 22. **515**. 90. **516**. 81. **517**. 34. **518**. 171. **519**. 72. **520**. 72. **521**. 72. **522**. 360. **523**. 210. **524**. 792. **525**. 3465. **526**. 576. **527**. 315. **528**. 7800. **529**. 3 946 800. **530**. 432 432. **531**. 12, 9, 4. **545**. 12 tuzinów. **546**. 8 pomarańcz. **547**. 9 rs. **548**. 19 arkuszy i 3 ołówki. **549**. 135 rs. **550**. 13 kółek. **558**. $11\frac{5}{6}$ raza. **561**. $5\frac{1}{3}\,m^3$. **562**. Po $11\frac{5}{18}$ drzewa. **563**. Jeden $85\frac{5}{7}$, drugi $57\frac{1}{7}$ *kg*. **564**. (85 rs. i $66\frac{2}{3}$ kop.) 85 rs. i 67 kop. **565**. 7 rs. i 83 kop. **572**. $8\frac{2}{3}$ rs. **573**. 30 dni i $10\frac{1}{2}$ godziny. **574**. $5^\circ 37\frac{1}{2}'$. **575**. $12^\circ 51' 25\frac{5}{7}''$. **576**. 1 godzina+5 minut+$27\frac{3}{11}$ sekundy. **585**. Pierwsza 5 razy. **586**. $\frac{9}{10}$. **588**. $6\frac{3}{20}$ rs. **589**. $\frac{3}{8}$. **590**. $1\frac{23}{48}$ funta. **591**. $2\frac{14}{15}$ *m*. **592**. $44\frac{13}{36}$ *l*. **593**. $10\frac{43}{60}$. **594**. $21\frac{47}{60}$. **595**. Suma $\frac{7}{8}$ *m*. **596**. $\frac{27}{80}$ *m*. **597**. $14\frac{3}{5}$ *m*. **598**. $24\frac{23}{72}$. **600**. $3\frac{3}{4}$ *m*. **601**. 2-go o $\frac{1}{48}$ funta. **603**. $\frac{1}{36}$. **604**. $9\frac{13}{20}$ rs. **605**. Przez $\frac{35}{52}$ roku. **606**. Piotr 15 kop., Jan 5 kop. **607**. $22\frac{7}{8}$ *dm*. **608**. 12. **611**. 12 *m*. **612**. $736\frac{2}{3}$ *hl*. **613**. *b*) $\frac{25}{36}$. **614**. 28 m^2. **616**. $2\frac{11}{32}$ funta. **617**. 357 rs. **618**. $2\frac{7}{40}$ rs. **619**. $5\frac{2}{5}$ rs. **620**. O $\frac{3}{20}$ *km*. **621**. Za pierwszy $17\frac{1}{2}$ kop., za drugi 18 kop. **622**. 6 *m*. **623**. 9 *kg*. **624**. Pierwszy o $\frac{1}{24}$ *km*. **625**. 2500 rs. **626**. $51\frac{1}{2}$ rs. **627**. 10, $7\frac{1}{2}$ i $12\frac{1}{2}$ puda. **630**. Po $8\frac{11}{20}$ rs. **631**. Po 59 kop. **638**. *a*) 8; *b*) $2\frac{1}{2}$. **639**. $5\frac{4}{5}$ rs. **640**. Po $1\frac{1}{5}$ rs. **641**. $22\frac{1}{2}$ godziny. **642**. 12 wiader. **643**. 810 rs. **644**. $\frac{4}{9}$ *kg*. **645**. O $1\frac{1}{6}$ *km*. **646**. $12\frac{1}{2}$ rs. **647**. Po $1\frac{1}{4}$ rs. **648**. 44 garnce. **649**. 18 minut, 20 *km*.

KONIEC CZĘŚCI PIERWSZEJ.