7.71 — ogólna teoria układów mechanicznych

Stefan Kotowski

METODA DOBORU STEROWANIA UKŁADEM MANIPULATORA

42/1990

WARSZAWA 1990

ISSN 0208-5658

Praca wpłynęła do Redakcji dnia 18 listopada 1988 r.

IPPT PAN

Na prawach rękopisu

Instytut Podstawowych Problemów Techniki PAN
Nakład 100 egz. Ark.wyd.0,4 Ark.druk.0,5
Oddano do drukarni w listopadzie 1990 r.
Nr zamówienia 373/90

Warszawska Drukarnia Naukowa, Warszawa,
ul.Śniadeckich 8

Stefan Kotowski
Samodzielna Pracownia
Mechaniki Układów Dyskretnych
IPPT

METODA DOBORU STEROWANIA UKŁADEM MANIPULATORA

Streszczenie

W pracy przedstawiono zastosowanie teorii równań rózniczkowych z nieciągłą funkcją do sterowania układem manipulatora. Dobór sterowania, w klasie funkcji nieciągłych, zapewnia mozliwość realizacji szerokiej klasy trajektorii, zgodnych z trajektoriami wzorçowymi. Sterowanie jest nieciągłe wzdłuz pewnej powierzchni. Celem sterowania jest realizacja rozwiązań poślizgowych pozostających na zadanej powierzchni.

Mozliwości zastosowań robotów i manipulatorów są coraz większe, równocześnie wymagania dotyczące ich elastyczności rosną jeszcze szybciej. Totez zagadnienie analizy dynamiki układów manipulatorów, oraz metody syntezy sterowania , które zapewniłyby spełnienie coraz wyzszych wymagań, zajmują centralne miejsce w badaniach robotów. Powstaje konieczność analizy dynamiki takich układów, jako obiektów sterowanych.

Te potrzeby praktyki, tworząc wyzwanie dla nauki poprzez stawianie ciekawych i trudnych zadań, spowodowały powstanie wielu prac w których podjęto zadanie rozwiązania tych zagadnień. Jednakze do pełnego ich rozwiązania jest jeszcze daleko.

Konstrukcja modeli manipulatorów oparta jest o klasyczne metody mechaniki analitycznej, wykorzystujące równania Lagrange'a, d'Alamberta lub Newtona. W wyniku zastosowania tych metod otrzymujemy równania dynamiki obiektu w postaci analitycznej.

Dla syntezy sterowania niezbędna jest znajomość analitycznej postaci modelu manipulatora. Nie mozemy zatem korzystać z komputerowo zorientowanych metod modelowania manipulatorów gdyż ich stosowanie pozwala na wyznaczanie charakterystyk dynamicznych robotów bez jawnej konstrukcji równań ruchu w postaci analitycznej.

Model manipulatora, zbudowany w postaci układu równań rózniczkowych, często jest niedostatecznie zidentyfikowany, wskutek czego nasza wiedza o pewnej ilości parametrów moze być niepełna. Ponadto nieliniowość, złozoność, wielowymiarowość równań dynamiki utrudnia ich analize i powoduje ze uzyskanie wartościowych wyników staje się niemozliwe.

Przeprowadzenie linearyzacji równań dynamiki ułatwia ich analizę, jednak dobór sterowania przeprowadzony w oparciu o układ zlinearyzowany nie daje zadowalających rezultatów w sytuacji gdy wymagana jest wysoka dokładność i powtarzalność ruchów przy zmieniających się obciązeniach.

Dobierając sterowanie manipulatorem powinniśmy znaleźć algorytm który zapewni niezmienniczość ruchu manipulatora względem zmian parametrów układu, zaburzeń, obciązeń i warunków zewnętrznych.

Równocześnie z wymaganiem powtarzalności stawiany jest postulat elastyczności manipulatora, która dawałaby mozliwość łatwego, a równocześnie precyzyjnego generowania róznorodnych ruchów manipulatora, nawet w warunkach niepełnej wiedzy o zmianach obciązeń parametrów i innych warunków pracy.

Powstaje zatem zadanie zapewnienia niezmienniczości i powtarzalności szerokiej klasy ruchów przy zmianach parametrów i obciązeń, a niekiedy, takze i struktury manipulatora. W pracy podjęta zostanie próba rozwiązania tego zagadnienia przez przeprowadzenie syntezy sterowania w klasie funkcji nieciągłych.

1. Model mechaniczny manipulatora

Układ mechanizny manipulatora modelujemy jako łańcuch kinematyczny o n-stopniach swobody. Model dynamiczny układu wyznaczymy korzystając z równań Lagrange'a. Otrzymany model przekształcony zostanie w ten sposób. ze w wyniku otrzymamy układ równań w postaci "liniowej". Elementy i węzły manipulatora poddane są działaniu sił uogólnionych oraz sterowania. O sterowaniach tych mozemy załozyć ze są ograniczone:

$$\exists\ k,\ \forall\ i\ \{1,\dots,n\}\quad |u_i| \le k$$

Współrzędne uogólnione oznaczamy przez x_i. Wówczas energia kinetyczna układu moze być zapisana w postaci

$$T = \frac{1}{2}\sum_{i,j=1}^{n} m_{i,j}(x)\dot{x}_i\dot{x}_j$$

Korzystając z równań Lagrangea drugiego rodzaju, ruch układu mechanicznego manipulatora mozemy opisać równaniem

$$\frac{d}{dt}\frac{\delta T}{\delta \dot{x}_i} - \frac{\delta T}{\delta x} = M_i(x) + u_i(t)$$

gdzie M(x) - jest n-wym wektorem (siły uogólnione).

Przekształcając powyzsze równanie do postaci rozwiniętej, otrzymujemy

$$\Sigma m_{ij}(x)\ddot{x}_j + \Sigma\left(\frac{\delta T}{\delta x_k} - \frac{1}{2}\frac{\delta m_j}{\delta x_i}\right) \dot{x}_j \dot{x}_k = M_i + u_i \qquad (1)$$

Jest to układ równań rózniczkowych rzędu drugiego. Układ ten mozemy przedstawić w postaci macierzowej. W tym celu wprowadzimy następujące oznaczenia:

$[m_{ij}(x)] = B(x)$ - macierz bezwładności n x n

$$\sum_{j,k=1}^{n}\left(\frac{\delta m_{ij}}{\delta x_k} - \frac{1}{2}\frac{\delta m_{kj}}{\delta x_j}\right)\dot{x}_j\dot{x}_k = F(x,\dot{x})$$ - wektor sił odśrodkowych i Coriolisa n-wym.

Równanie dynamiki manipulatora mozna teraz zapisać w postaci:

$$B(x)\ddot{x} + F(x,\dot{x}) = M(x) + U(t) \qquad (2)$$

Powyzsze równanie opisuje zachowanie manipulatora pod działaniem sił uogólnionych i sterowania. Równanie to przekształcone zostanie do postaci:

$$\dot{\bar{x}} = A(\bar{x})\dot{\bar{x}} + D(\bar{x})\bar{u} \qquad (3)$$

Macierze $A(\bar{x})$ i $D(\bar{x})$ są wyznaczone na podstawie następującej procedury [1]:

$\bar{x} = [x, \dot{x}]$

$$A(\bar{x}) = \left|\begin{array}{c|c} 0 & I_n \\ \hline B^{-1}(x)E(x) & -B^{-1}(x)C(x)(x) \end{array}\right|$$

$$F(x,\dot{x}) = \begin{vmatrix} \dot{x}_1\dot{x}_1 \\ \dot{x}_1\dot{x}_2 \\ \vdots \\ \dot{x}_n\dot{x}_n \end{vmatrix} \qquad M(x) = E(x)\begin{vmatrix} x_1 \\ \vdots \\ x_n \end{vmatrix}$$

$$Z(\dot{x}) = \left|\begin{array}{c|c|c|c} x_1 I_n & & 0^T & \\ \cline{3-4} & \dot{x}_2 I_{n-1} & & 0^T \\ \cline{4-4} & & & \\ & & & \dot{x}_n \end{array}\right|$$

$$D(x) = \left| \begin{array}{c} 0 \\ \text{-- -- --} \\ B^{-1}(x) \end{array} \right| \qquad \bar{u} = \left| \begin{array}{c} 0 \\ \text{-- --} \\ u \end{array} \right|$$

2. Dobór sterowania manipulatorem.

Przed zadaniem syntezy sterowania manipulatorem stawiane jest wymaganie zapewnienia realizacji dostatecznie szerokiej klasy ruchów. Wymaganie precyzyjnego i powtarzalnego realizowania możliwie szerokiej klasy ruchów jest wprowadzone w postaci modelu wzorcowego. Celem doboru sterowania jest zapewnienie, że manipulator realizować będzie ruchy zgodne z ruchami generowanymi przez model wzorca. Wystarczająco szeroka klasa ruchów może być przedstawiona przez model w postaci układu m równań różniczkowych drugiego rzędu o stałych współczynnikach. Taki model wzorca pozwala na generowanie szerokiej klasy trajektorii przy wykorzystaniu niewielkiej liczby parametrów, oraz pozwala na względną prostotę obliczeń. Model ten ma postać [1] :

$$\ddot{x}_{Mi} + a_{1i}\dot{x}_{Mi} + a_{0i}x_{Mi} = u_{Mi} \tag{4}$$

Celem uzyskania zgodności struktury modelu wzorca ze strukturą modelu manipulatora, przekształcimy go do postaci układu równań pierwszego rzędu:

$$\dot{x}_M + A_M x_M + B_M u_M = 0$$

gdzie $x_M \in R^{2n}$, $u_M \in R^{2n}$

$$A_M = \left|\begin{array}{c|c} 0 & I_n \\ \hline A_0 & A_o \end{array}\right| , \quad A_o = -\operatorname{diag}(a_{0i}), \; A_1 = -\operatorname{diag}(a_{1i})$$

$$B_M = \left|\begin{array}{c} 0 \\ \hline I_n \end{array}\right|$$

Dobór sterowania które zapewniałoby zgodność ruchów realizowanych przez manipulator, z wymaganiami modelu wzorca prowadzić będziemy porównując w spółrzędne uogólnione manipulatora ze współrzędnymi generowanymi przez model.

Jako nową współrzędną wprowadzimy odchylenie trajektorii manipulatora od trajektorii modelu:

$$e = x_M - \bar{x}$$

Sterowanie powinno być tak dobrane , aby przy wykorzystaniu informacji o stanie obiektu i modelu , odchylenie było sprowadzone do zera. W tym celu równqanie ruchu zapiszemy w postaci zależności od wektora odchylenia:

$$\dot{e} = A_M e + (A_M - A)x + B_M u_M - D\bar{u} \qquad (5)$$

Sterowanie dobierać będziemy w klasie funkcji nieciągłych wzdłuż pewnych powierzchni [2], tak aby zapewnić warunki powstawania ruchu w poślizgu , dla równania (5). Ruch poślizgowy realizowany będzie na pewnej rozmaitości o wymiarze k, wyznaczonej przez układ równań :

$$s \doteq Ke = 0$$

Warunkiem powstania ruchu w poślizgu na powierzchni nieciągłości jest, aby iloczyn gradientów powierzchni nieciągłości i wektorów pola wyznaczających ruch poślizgowy był równy zero.

Na mocy tego warunku możemy wyznaczyć sterowanie wymuszające powstanie powstanie rozwiązań poślizgowych dla równania (5), jeśli

$(KD)^{-1}$ istnieje: $(KD)^{-1} \neq 0$

$$u_p = (KD)^{-1} KA_M e + (KD)^{-1} K(A_M - A)x + (KD)^{-1} B_M u_M \qquad (6)$$
$$s = 0$$

W równaniu tym wektory $(A_M - A)e$ i $B_M u_M$ mozemy traktować jako zaburzenia. Poniewaz odchylenie powinno być sprowadzone do zera, koniecznym jest uniezaleznienie się od ich wpływu na przebieg ruchu w poślizgu.

Warunkiem niezalezności rozwiązań równania równania (6) jest istnienie wektora $\lambda(e,t)$ spełniającego równość:

$$(A_M - A)e = D\lambda(e,t)$$
$$B_M u_M = D\lambda_1(e,t) \qquad (7)$$

Warunek ten jest równowazny następującemu warunkowi:

$$(I - D(KD)^{-1} K)(A_M - A)e = 0$$
$$(I - D(KD)^{-1} K)B_M u_M = 0$$

Wypełnienie powyzszych warunków powoduje, ze rozwiązania poślizgowe nie zalezy od macierzy A, oraz ze sterowania modrelu wzorca u_M. Równanie opisujące rozwiązania poślizgowe ma wówczas postać

$$\dot{e} = [I - D(KD)^{-1} K]A_M e \qquad (8)$$

Warunkiem powstania poślizgu jest dobór sterowań w postaci funkcji nieciągłych spełniających układ nierówności

$$\min (\bar{u}_i^-, \bar{u}_i^+) \leq u_{pi} \leq \max (\bar{u}_i^-, \bar{u}_i^+)$$

Analiza struktury sterowania u_p odpowiadającego istnieniu rozwiązań poślizgowych, pozwala na stwierdzenie , ze jest ono kombinacją liniową wektorów e, x, u_M. Zatem mozna je oszacować poprzez funkcję $H(e,x,u_M)$ o postaci:

$$H(e,x,u_M) = \alpha|e| + \beta|x| + \gamma|u_M|$$

gdzie α, β, γ są liczbami dodatnimi.

Oszacowanie to pozwala na takie dobranie sterowań ze na powierzchni poślizgu powstaje stabilny ruch poślizgowy. Warunki te może spełniać sterowanie przedstawione w postaci:

$$u = k(-\alpha|e| - \beta|x| - \gamma|u_{M}|)\mathrm{sgn}Ds$$

gdzie D jest pewną macierzą, może to być macierz diagonalna z niezerowymi elementami diagonalnymi.

LITERATURA

[1]. A.Balestrino, G. De Maria, L. Sciavicco,. An adaptive model following control for robotic manipulators. Transaction ASME, Journal of dynamic systems, measurement, and control.

[2]. А.Ф.Филиппов. Дифференциалъные уравнения ц разрывной правой частъю. Москва . Наука 1985.