

Wincenty Pajewski
**ZAGADNIENIE CHARAKTERYSTYKI
SKUTECZNOŚCI
PIEZOELEKTRYCZNEGO MIKROFONU
CYLINDRYCZNEGO**

23/1967

WARSZAWA



Na prawach rękopisu
Do użytku wewnętrznego

Zakład Badania Drgań IFPT PAN Nakład 150 egz.
Arkuszy wyd. 0.5. Arkuszy druk. 1.25. Oddane do druku
karni w listopadzie 1997 r. Wydrukowano w styczniu
1998 r. Nr Zam. 1103/o/97.

W.D.N. Warszawa, ul. Śniadeckich 8

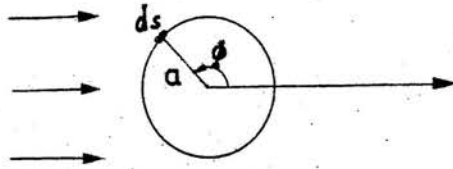
Zagędnienie charakterystyki skuteczności piezoelektrycznego
mikrofonu cylindrycznego

I. Wstęp

Ogólnie rzecz biorąc zagędnienie charakterystyki skuteczności mikrofonu piezoelektrycznego nie może być rozważane w oderwaniu od jego charakterystyki kierunkowości, gdyż zależnie od kierunku rozchodzenia się fali zmienia się bezwzględna wartość skuteczności i charakterystyka skuteczności mikrofonu. Nawet w przypadku mikrofonu kulistego o teoretycznej charakterystyce wszechkierunkowej obserwujemy w praktyce jej zniekształcenie spowodowane niejednorodnością materiału piezoelektrycznego, lub asymetrią obudowy.

Charakterystykę kierunkowości mikrofonu cylindrycznego w płaszczyźnie prostopadłej do jego osi i dla długości fali większej od średnicy cylindra jest charakterystyką wszechkierunkową, zaś w płaszczyźnie osi w tych samych warunkach wykazuje kierunkowość.

W praktycznym wykonaniu ważne jest symetria jego charakterystyk kierunkowości związana z symetrią wykonania i jednorodnością cylindrów z ceramiki piezoelektrycznej. Wiadomo, że uzyskanie symetrycznej charakterystyki kierunkowości dla mikrofonu cylindrycznego jest łatwiejsze niż dla kuli. Kulę mikrofonu składamy zwykle z dwóch półkul, dobieranie i łączenie półkul jest operacją trudną i nie zawsze udaną, cylinder może być wykonany z jednego kawałka ceramiki piezoelektrycznej o sprawdzonej jednorodności.



Rys.2 - Układ współrzędnych dla obliczenia ciśnienia na powierzchni cylindra w polu fali płaskiej

Na rys.2 podano układ współrzędnych cylindrycznych, którym posłużymy się w obliczeniach. Oś cylindra jest prostopadła do płaszczyzny rysunku, strzałkami zaznaczono kierunek przesuwania się fali. Rozkład ciśnienia na powierzchni cylindra wyraża się w funkcji kąta ϕ wzorem Morse'a [7]:

$$p_a = \frac{4p_0}{\pi ka} e^{j\omega t} \sum_{m=0}^{\infty} \frac{\cos(m\phi)}{C_m} e^{j(\gamma_m - \frac{\pi}{2}m)} \quad /1/$$

C_m - funkcje koef. amplitudy *

γ_m - funkcje koef. fazy *

p_0 - ciśnienie fali swobodnej

a - promień cylindra

$$k = \frac{2\pi}{\lambda}$$

λ - długość fali w ośrodku

Ciśnienie odkształca elementy powierzchni cylindra z ceramiki piezoelektrycznej, powodując powstanie napięcia na elektrodach cylindra. Napięcie to jest proporcjonalne do średniego ciśnienia panującego na powierzchni cylindra.

* Uwaga: wartości C_m i γ_m podane są w książce Morse'a w zależności od ka .

Średnią wartość ciśnienia na powierzchni cylindra o jednostkowej długości obliczymy według wzoru:

$$P_{sr} = \frac{1}{\pi a} \int_0^{\pi} p_a a d\phi = \frac{1}{\pi} \int_0^{\pi} p_a d\phi \quad /2/$$

πa - pole powierzchni cylindra o długości jednostkowej

$ds = a d\phi$ - element powierzchni cylindra, na którym panuje ciśnienie p_a .

Podstawiając do wzoru /2/ wartość p_a ze wzoru /1/ otrzymujemy:

$$P_{sr} = e^{j\omega t} \frac{4p_0}{\pi^2 ka} \int_0^{\pi} \sum_{m=0}^{\infty} \frac{\cos(m\phi)}{C_m} e^{j(rm - \frac{\pi}{2}m)} d\phi \quad /3/$$

Całkując poszczególne wyrazy szeregu we wzorze /3/ stwierdzamy, że odpowiednie wartości całek $\int_0^{\pi} \frac{\cos(m\phi)}{C_m} d\phi$ są równe zero dla $m > 0$. [$\sin(m\pi) = 0$]

Zatem wzór /3/ bardzo upraszcza się i przybiera postać:

$$P_{sr} = \frac{4p_0}{\pi ka} e^{j(\omega t + r_0)} \int_0^{\pi} \frac{\cos 0}{C_0} d\phi = \frac{4p_0}{\pi ka C_0} e^{j(\omega t + r_0)} \quad /4/$$

$$\text{Moduł stosunku wyraża się wzorem } \frac{P_{sr}}{p_0} = \frac{4}{\pi ka C_0} \quad /5/$$

Wzór /5/ pozwala nam obliczyć względną charakterystykę skuteczności mikrofonu cylindrycznego w funkcji ka , ponieważ P_{sr} jest proporcjonalne do napięcia na mikrofonie.

We wzorze tym współczynnik C_0 jest funkcją ka , odpowiednie jego wartości można znaleźć w tablicach na końcu książki Morse'a /7/

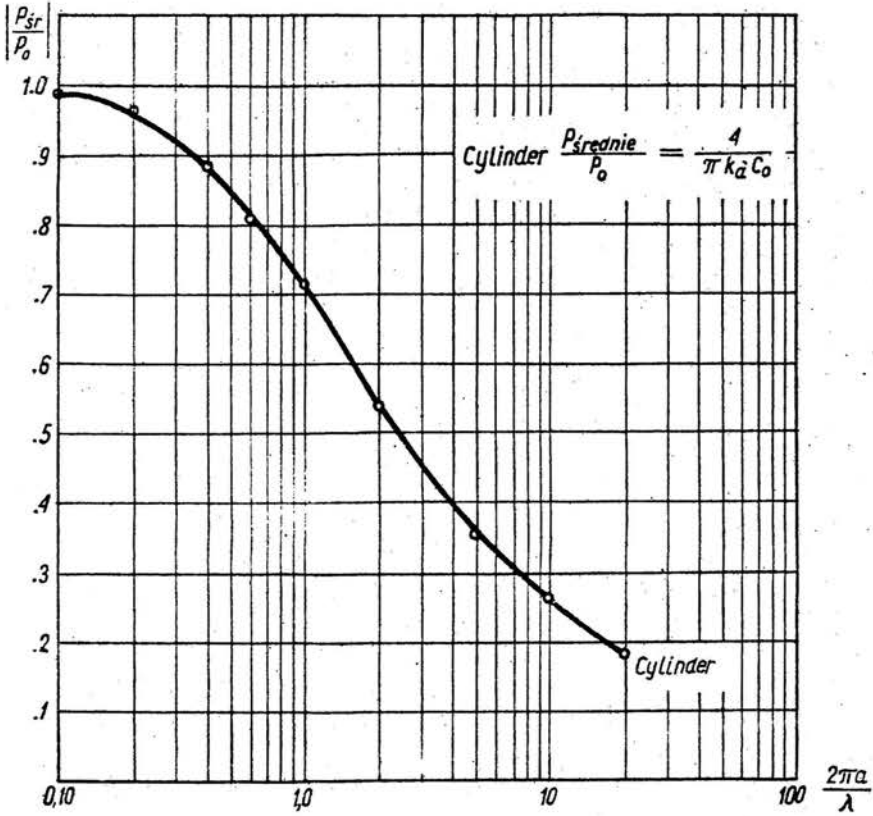
Przybliżone wartości C_0 obliczamy według wzorów

$$\begin{aligned} \text{gdy } ka >> \frac{1}{2} & \quad C_0 \cong \sqrt{\frac{8}{\pi ka}} \\ ka << \frac{1}{2} & \quad C_0 \cong \frac{4\pi}{ka} \end{aligned}$$

Jak widać po podstawieniu wartości C_0 do wzoru /5/

dla $ka \ll \frac{1}{2}$ moduł $\frac{P_{sr}}{P_0} \cong \frac{1}{\gamma_1}$ ma wartość stałą
 zaś dla $ka \gg \frac{1}{2}$ moduł $\frac{P_{sr}}{P_0} \cong \frac{4}{\sqrt{\pi ka}}$

Jak wynika z tych przeliczeń dla większych wartości ka skuteczność mikrofonu cylindrycznego jest odwrotnie proporcjonalna do pierwiaska kwadratowego z częstotliwości.



Rys.3 - Charakterystyka względnej skuteczności mikrofonu cyl.obliczona według wzoru /5/

Na rysunku 3 przedstawiono obliczoną względną charakterystykę skuteczności mikrofonu cylindrycznego, która opada wolniej dla $ka > 1$ niż odpowiednia charakterystyka dla mikrofonu kulistego.

3. Wpływ rezonansów cylindra na charakterystykę skuteczności mikrofonu piezoelektrycznego cylindrycznego

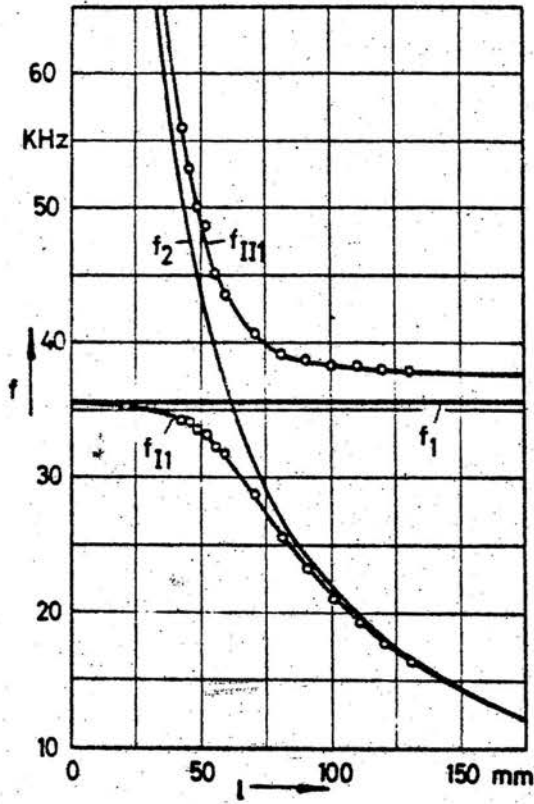
W przypadku cylindra o skończonej długości istnieją dwie postacie drgań rezonansowych /5/, których częstotliwości na rys.4 oznaczono jako f_I i f_{II} .

W zależności od stosunku długości cylindra do jego średnicy ulegają zmianie częstotliwości rezonansowe obu postaci drgań.

Na rysunku 4 mamy też dwie asymptoty odpowiadające częstotliwościom f_1 i f_2 , które oblicza się według wzorów:

$$f_1 = \frac{v_d}{2la} \quad /6/$$
$$f_2 = \frac{v_d}{2l} \quad /7/$$

gdzie l - długość cylindra, prędkość dźwięku $v_d = \sqrt{\frac{Y}{\rho}}$
 Y - moduł Younga, ρ - gęstość materiału cylindra.



Rys.4 - Zależność częstotliwości rezonansowych cylindra od jego długości /średni promień 19,3 mm grubość ścianki 10 mm/ /według Leistera/

Wzór /6/ można stosować do obliczenia częstotliwości rezonansowej drgań cylindra krótkiego $a > l$, w tym przypadku $f_I = f_1$, zaś wzór /7/ do obliczenia częstotliwości rezonansowej drgań wzdłużnych cylindra, gdy $a < l$ wówczas $f_{II} = f_2$.

W zakresie pośrednim stosunku $\frac{l}{a} \approx \eta$ częstotliwości rezonansowe cylindra f_I i f_{II} oblicza się ze wzorów przybliżonych:

$$f_I = \frac{v_d}{2\eta a (1 + \epsilon)} \quad /8/$$

gdzie σ liczba Poissona

$$f_{II} = \frac{v_d}{2l(1-\sigma)} \quad /9/$$

Należy zauważyć, że w obszarze tym występuje sprzężenie się obu postaci drgań. /rys.4/

Częstotliwość rezonansu radialnego gdy $l > a$ oblicza się według wzoru $f_{II} = \frac{v_d}{2lla(1-\sigma^2)}$ /10/

Częstotliwość drgań wzdłużnych gdy $l < a$ obliczamy ze wzoru

$$f_I = \frac{v_d}{2l(1-\sigma^2)} \quad /11/$$

Zależność częstotliwości rezonansowych od długości i średnicy cylindra pozwala nam na odpowiednie ustawienie rezonansów mikrofonu na skali częstotliwości i częściowe rozszerzenie płaskiej części charakterystyki skuteczności na wartości $ka > 1$ przez dobranie długości lub średnicy cylindra /rys.5/. Inny sposób zmiany częstotliwości rezonansowej mikrofonu cylindrycznego polega na osadzeniu cylindra z ceramiki piezoelektrycznej na rdzeniu z metalu o znacznej właściwej oporności akustycznej /2/.

Częstotliwość rezonansową drgań promieniowych walca z ciała stałego, dla którego liczba Poissona $\sigma = 0,30$, /6/ można wyznaczyć ze wzoru:

$$f_R = 2,405 \frac{v_c}{2lb} \quad /11/$$

v_c - prędkość fali w materiale walca $v_c = \sqrt{\frac{Y}{\rho}}$;
 $2b$ - średnica zewnętrzna walca.

Wzór /11/ można wykorzystać do obliczenia częstotliwości rezonansowej mikrofonu, wykonanego z walca metalowego pokrytego cienką warstwą ceramiki piezoelektrycznej.

Porównując wzór /11/ i /6/ widzimy, że przez wprowadzenie rdzenia metalowego do środka cylindra, zwiększamy częstotliwość drgań radialnych około 2,4 raza. To przesunięcie rezonansu radialnego nie jest jednoznaczne z rozszerzeniem płaskiej części charakterystyki skuteczności jak to sugeruje Berger i Hunt /2/, gdyż potrzeba jeszcze uwzględnić także wyniki obliczenia charakterystyki według wzoru /5/.

Należy też wziąć pod uwagę tę okoliczność, że charakterystykę skuteczności mikrofonu zależy od stosunku średnicy mikrofonu do długości fali to jest od liczby ka , podczas gdy częstotliwości rezonansowe mikrofonu nie ulegają zmianom w ośrodku, zatem zwiększona skuteczność wywołana rezonansem mikrofonu będzie występowała w różnych ośrodkach dla innej wartości ka . rys.3.

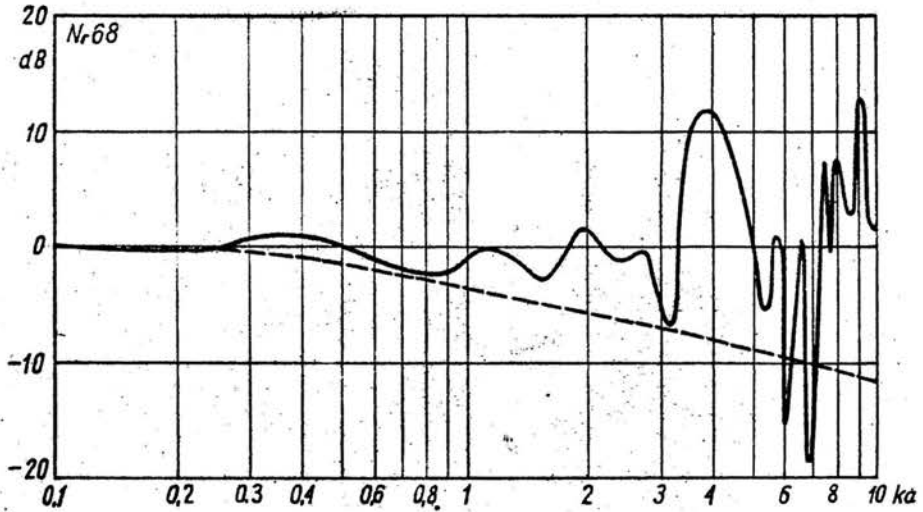
Większa prędkość fali w ośrodku, odpowiadająca dłuższej fali, powoduje to, że częstotliwości rezonansowej odpowiada mniejsza wartość ka i odwrotnie. Wynika z tego, że charakterystykę skuteczności musi być mierzone w tym ośrodku, w którym będą wykonywane pomiary.

4. Wyniki pomiarów

Badaniami objęto mikrofony cylindryczne o średnicy 1,5 mm i grubości ścianki 0,2 mm i o średnicy 5 mm i grubości ścianki około 1 mm.

Cylindry ceramiczne wykonano z jednego kawałka ceramiki, przez szlifowanie.

Charakterystyki skuteczności mikrofonów obliczono z przebiegów czasowych napięcia wyjściowego, uzyskanych przez działanie na mikrofon falą uderową wytworzoną w powietrzu /rura uderowa/.



Rys.5 - Względne charakterystyki skuteczności mikrofonu cylindrycznego o średnicy 4 mm i wysokości cylindra 4 mm w powietrzu zmierzona metodą rury uderzeniowej

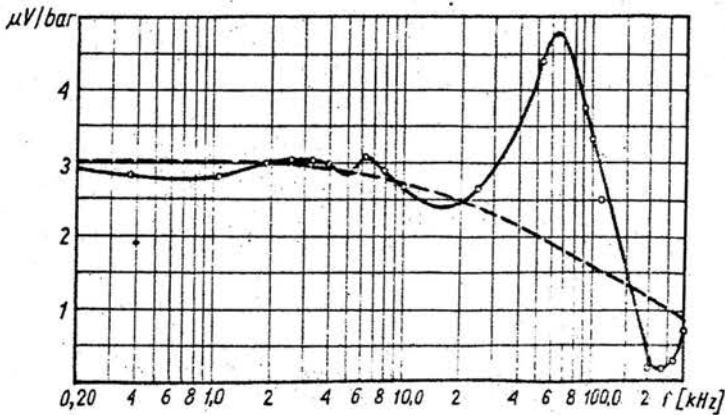
Na rysunku 5, widzimy charakterystykę skuteczności mikrofonu o średnicy elementu piezoelektrycznego 5 mm i długości $l = 5$ mm i grubości ścianki 1 mm, wykonanego z ceramiki o bazie z cyrkonio-tytanianu ołowiu /PZT/.

Charakterystyka skuteczności zdjęta doświadczalnie przebiega nieco powyżej, charakterystyki obliczonej według wzoru /5/.

Silny rezonans dla $k_e = 4$, odpowiada drganiom radialnym cylindra.

Podobnie jak i dla mikrofonu kulistego mamy i tutaj wiele rezonansów dodatkowych, których częstotliwości nie jesteśmy w stanie przewidzieć. Dobroć tych drgań jest jednak niewielka i wpływają one raczej korzystnie na przebieg charakterystyki skuteczności.

Zekres częstotliwości / $k\omega$ /, w którym może być używany mikrofon /rys.5/ jest szerszy niż dla mikrofonu piezoelektrycznego kulistego o promieniu kuli równym promieniowi cylindra. W granicach $k\omega$ od 0 do 2,8, zmiany skuteczności mikrofonu cylindrycznego nie przekraczają +2dB -3dB.



Rys.6 - Charakterystyka skuteczności mikrofonu cylindrycznego o średn. 15 mm i wys.cylindra 15 mm zdjęta w wodzie

Na rys.6 mamy charakterystykę skuteczności mikrofonu cylindrycznego o wymiarach cylindra \varnothing 15 mm i grubości ścianki 1 mm.

Charakterystyki skuteczności mikrofonów z rys.5 i 6 mają zbliżony przebieg w funkcji $k\omega$, pomimo że mikrofony te różnią się rozmiarami elementów piezoelektrycznych i zakresem częstotliwości.

5. Wnioski

Ogólnie rzecz biorąc, charakterystyki skuteczności mikrofonów cylindrycznych są korzystniejsze niż charakterystyki mikrofonów kulistych a to dzięki temu, że ich rezonanse radialny lub wzdłużny występują na opadającej części charakterystyki skuteczności, obliczonej według wzoru 5 i w ten sposób zwiększają skuteczność mikrofonu cylindrycznego w tym zakresie częstotliwości.

W przypadku mikrofonu cylindrycznego jego charakterystyka skuteczności w powietrzu jest płaska w zakresie ka od 0 do 2,8
rys.5.

Zakres częstotliwości, który można pokryć mikrofonem cylindrycznym w wodzie jest większy niż w powietrzu, ale nie przekracza 2 MHz, ze względu na trudności wykonania odpowiednio małych cylindrów.

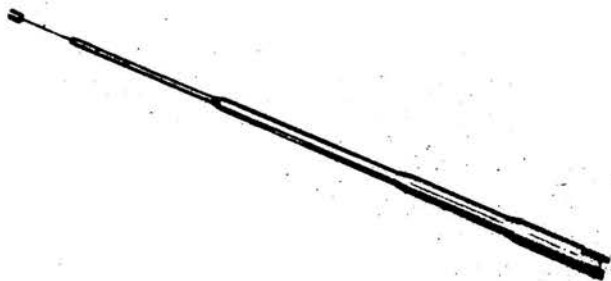
Metodę opisaną przez Romanienkę /8/ stosowaną do wykonywania miniaturowych mikrofonów kulistych, można wykorzystać i do mikrofonów cylindrycznych.

Mikrofon w tym przypadku może być wykonany z małego cylindra pletynowego, pokrytego cienką warstwą ceramiki piezoelektrycznej, jednakże biorąc pod uwagę ograniczenie wynikające ze wzoru /5/ jest mało prawdopodobne, aby udało się uzyskać płaską charakterystykę skuteczności w wodzie do 5 MHz, odpowiada to bowiem średnicy mikrofonu 0,015 mm.

Skuteczność mikrofonów piezoelektrycznych cylindrycznych określona na podstawie pomiarów zależy od ich średnicy i leży w granicach od kilku dziesiątych $\mu V/\text{dyn}/\text{cm}^2$ do kilkunastu $\mu V/\text{dyn}/\text{cm}^2$.

Przy posługiwaniu się mikrofonem piezoelektrycznym należy mieć

na uwagę to, że charakterystyka skuteczności zdjęta w ośrodku o określonej prędkości i tłumieniu dźwięku nie jest w całej rozciągłości słuszna dla innego ośrodka o innej prędkości i tłumieniu dźwięku. Wynika to z tego, że w ośrodkach tych, tej samej częstotliwości fali odpowiadają różne wartości ka , w rezultacie czego rezonans własny mikrofonu występują w różnych punktach charakterystyki skuteczności określonej w funkcji ka wzorem /5/, ponadto i wielkość skuteczności ulega zmianom na skutek tłumienia rezonansu przez ośrodek.



Rys.7 - Mikrofon cylindryczny wykonany w I.P.P.T.

Wyniki pracy pozwalają nam na dokładniejsze poznanie działania mikrofonu piezoelektrycznego, jego zalet i wad, co ma duże znaczenie praktyczne przy wykonywaniu pomiarów natężenia ultradźwięków takim mikrofonem.

Spis literatury

1. Ananiewa A.A. - Mienaprowlennyje keramiceskije zwukopriomniki
Ak. Żurnoł t 2 nr 1 1956
2. Berger J.E.
Hunt F.V. - Solide Core probe hydrophone J.A.S.A. 1965
3. Drenetz A.I. - Spherical transducer U.S.A. patent 2.939970
Cullin H.I. June 7 1960
4. Lengerm R.A. - The Electro Acoustic Sensibility of
Cylindrical Ceramic Tubes J.A.S.A. t 26 1954
s 421-427
5. Leister R. - Elektische Ersatzschalbilder und Schwingsformen
von Bariumtitanatwandler
AZU t.12 zesz.12 1958 str.557-561.
6. Love A.E.H. - A Treatise on mathematical theory of
elasticity New York 1927
7. Morse P.M. - Vibration and Sound. New York 1948
8. Romanienko E.B.- Miniaturnyje piezoelektriceskije priomniki
ultrazwuka.Ak.Żur. t.3 nr 4 1957 /str.342/

Zagadnienie charakterystyki skuteczności cylindrycznego
mikrofonu piezoelektrycznego

S t r e s z c z e n i e

W artykule obliczono charakterystykę skuteczności mikrofonu cylindrycznego, której przebieg jest zależny od stosunku: wymiarów mikrofonu do długości fali, rezonansów własnych elementu piezoelektrycznego, oraz niejednorodności ceramiki piezoelektrycznej z której wykonano cylinder.

Punktem wyjścia obliczeń jest rozkład ciśnienia na powierzchni cylindra umieszczonego w polu fali płaskiej, podany przez Morse'a /7/. Ciśnienie to, działając na elementy cylindra z materiału piezoelektrycznego, wytwarza napięcie elektryczne na jego elektrodach, które jest proporcjonalne do średniego ciśnienia panującego na powierzchni cylindra. Opierając się na tym założeniu, możemy obliczyć charakterystykę względnej skuteczności mikrofonu cylindrycznego w polu fali płaskiej.

W dalszym ciągu przedyskutowano wpływ rezonansów własnych cylindra z ceramiki piezoelektrycznej na charakterystykę skuteczności mikrofonu. Rezonanse te mogą spowodować korzystną zmianę przebiegu charakterystyki, ale w znacznie mniejszym zakresie częstotliwości niż to się powszechnie przyjmuje. /2/

Wyniki obliczeń i pomiarów podane w artykule pozwalają na bardziej wnikliwą ocenę podstawowych i koniecznych warunków dobrej pracy mikrofonu piezoelektrycznego, co jest ważne przy pomiarach natężenia pola ultradźwiękowego.