Formulation asymptotique des problemes de fluage sous sollicitations periodiques en presence de liaisons multilaterales(*)

B. NAYROLES (MARSEILLE)

LES PROBLÈMES de Mécanique des Solides comportant des liaisons unilatérales sans frottement peuvent classiquement se ramener a la formulation suivante:

Le champ de déplacement u et la variable f figurative des efforts de liaison unilatérale prennent leur valeurs respectives dans deux espaces vectoriels $\mathbf{U}$ et $\mathbf{F}$ mis en dualité séparante par la forme bilinéaire $\langle \cdot, \cdot \rangle$ du travail virtuel. Soit $\mathbf{C}$ un ensemble convexe fermé de $\mathbf{U}$ dans lequel la liaison unilatérale assujettit le point $u(t)$ a rester; les équations du mouvement se ramènent au système suivant:

$$\forall t \geqslant t: \quad u(t) \equiv \mathbf{C} \quad \text{et} \quad \forall v \equiv \mathbf{C}: \quad \langle v-u(t), f(t) \rangle \geqslant 0, \tag{1}$$

$$\forall t \geqslant t: \quad f(t) = \mathbf{K}(u(t)), \tag{2}$$

ou t_0 est une date a preciser.

(*) Unpublished

La loi de comportement globale **K** prend en compte les équations d'équilibre, toutes les autres lois d'effort autres que (1), en particulier celle du matériau, et aussi d'éventuelles déformations imposées.

Supposons maintenant que toutes les sollicitations soient périodiques de période T; alors, dans de nombreux cas, la correspondance fonctionnelle **K** sera elle-même une correspondance entre fonctions périodiques. Plus précisément:

Lorsque le matériau est un véritable solide **K** peut être une correspondance entre les fonctions T-périodiques $t \to f(t)$ et $t \to u(t)$ en sorte qu'on peut demander au système $\{(1), (2)\}$ d'etre satisfait pour tout t réel, c'est-à-dire pour $t_0 = -\infty$.

En revanche lorsque le matériau présente du fluage **K** est au plus une correspondance entre les fonctions T-périodiques $t \to f(t)$ et $t \to \partial u/\partial t$, et qui ne définit u qu'à une constante additive près. Lorsque la vitesse $\partial u/\partial t$ n'est pas de valeur moyenne nulle on ne peut espérer que le régime périodique asymptotique soit solution de $\{(1), (2)\}$ pour tout t réel, mais seulement (et avec un certain optimisme) à partir d'une date t_0 inconnue et finie.

Soient respectivement $\bar{f}$ et $\bar{\bar{f}}$ la valeur moyenne et la partie à valeur moyenne nulle de f, a la valeur moyenne de la vitesse $\partial u/\partial t$: u se met sous la forme $u(t) = at + p(t)$.

Soit $\mathbf{\Gamma}$ le cône asymptote de $\mathbf{C}$, c'est-à-dire:

$$\mathbf{\Gamma} = \{s \in \mathbf{u}/\forall v \in \mathbf{C} \forall \lambda \geqslant 0 : v + \lambda s \in \mathbf{C}\},$$

on montrera que l'équation (1), ou la date finie t_0 est inconnue, equivaut au systeme suivant:

$$a \in \mathbf{\Gamma} \quad \text{et} \quad \forall b \in \mathbf{\Gamma} \quad \langle b - a, \bar{f} \rangle \geqslant 0, \tag{3}$$

$$\forall t \in \mathbf{R} : p(t) \in \mathbf{C} \quad \text{et} \quad \forall q \in \mathbf{C} \langle q - p(t), f(t) \rangle \geqslant 0 \tag{4}$$

pour lequel une solution unique avait été maise en evidence dans le cas d'une correspondence **K** linéaire et d'un convexe **C** conique, du temps ou l'auteur et ses amis avaient la chance de fréquenter Antoni Sawczuk.