

Piotr WYROST &amp; Jerzy KUCHARCZYK

**Versuch der Bestimmung der Widerristhöhe des Hundes  
mittels der inneren Hirnhöhlenlänge**

[Mit 1 Tabelle &amp; 1 Abb.]

Es wird versucht die Widerristhöhe des Hundes nach den Massen der inneren Hirnhöhlenlänge zu bestimmen. Anhand von Messungen an 35 erwachsenen Hunden 19 verschiedener Rassen wurde eine Korrelation von 95,1% zwischen diesen Merkmalen festgestellt. Die praktisch besten Ergebnisse wurden mit der Regressionsgeraden  $W = 1,016 \cdot D - 31,2$  erzielt, wobei  $W$  die Widerristhöhe in cm und  $D$  die innere Hirnhöhlenlänge in mm bedeuten. Nach dieser Formel kann die Widerristhöhe mit einem Standardfehler von 4,6 cm bestimmt werden.

Bei archäologischen Ausgrabungen findet man nur sehr selten gänzlich erhaltene Skelette, nach denen man die Höhe der entsprechenden Tiere bestimmen könnte. Schon seit langher werden Versuche unternommen — siehe Koudelka (1886), Kiese-walter (1888), Witt (1952), Müller (1955), Boessneck (1956) und Calkin (1961) — die Tiereshöhe auf Grund bestimmter Knochenmasse, besonders die der langen Knochen (*Ossa longa*) oder des Schädels, zu errechnen. Die Widerristhöhen-Quotienten werden auf zweierlei Weise bestimmt: entweder rein empirisch als Verhältnis der Tiereshöhe zur Länge der Knochenelemente (Koudelka, 1886; Boessneck, 1956), oder als Verhältnis der Mittelwerte der in Frage kommenden Merkmale (Calkin, 1961). Wie wir feststellen werden, sind beide Methoden nicht die besten.

Das behandelte Problem ist ein typisches Beispiel der in der Statistik bekannten und fast klassischen Regressionsanalyse (Perkal, 1963; Elandt, 1964). Bei Gelegenheit von anderen Untersuchungen (Wyrost & Kucharczyk, 1964), welche die Analysis einiger Parameter des Hundeschädels bezüglich ihres taxonomischen Wertes betrafen, hatten wir eine grosse Korrelation zwischen Widerristhöhe des Hundes und

der inneren Hirnhöhlenlänge (*Basion — Ethmoideum*) festgestellt<sup>1)</sup>. Wir werden nun versuchen mit statistischen Regressionsmethoden das in der Praxis für die Morphologie wichtige Problem der Bestimmung der Widerristhöhe des Hundes auf Grund der inneren Hirnhöhlenlänge anzugreifen.

Als Ausgangsmaterial dienen die Messungen der inneren Hirnhöhlenlänge (D) und der Widerristhöhe (W) von 35 erwachsenen Hunden 19 verschiedener Rassen (9 Hündinnen und 26 Rüden). Die Werte der Messungen sind der Tabelle 1 zu entnehmen. Eine allgemeine Charakteristik der Messungen sieht wie folgt aus: (1) Innere Hirnhöhlenlänge (*B — Ethm.*): Bereich von 52 bis 115 mm, Spannweite 63 mm, Mittelwert 88 mm, Standardfehler  $\pm 14$  mm, Variationskoeffizient 15,9%. (2) Widerristhöhe: Bereich von 20 bis 80 cm, Spannweite 60 cm, Mittelwert 58,2 cm, Standardfehler  $\pm 15$  cm, Variationskoeffizient 25,7%. Der Korrelationskoeffizient für diese zwei Merkmale ist sehr hoch und beträgt 95,1%.

Zuerst werden wir versuchen den Quotienten für die Höhenbestimmung zu berechnen. Nach der Methode von Calkin (1961) würden wir ihn als Verhältnis der beiden Mittelwerte erhalten, d.i.  $58,2/88,0 = 0,66$ . Nun aber werden wir ihn so bestimmen, wie man es in statistischen Regressionsmodellen macht.

Wir haben für jeden der 35 Hunde ein Paar der Messungen  $W_i$  und  $D_i$  (wobei  $i = 1, 2, \dots, 35$  alle Hundenummern durchläuft). Wir wollen so einen Quotienten X finden, dass er, mit der inneren Hirnhöhlenlänge D multipliziert, die Widerristhöhe des Hundes ergibt nach der Gleichung  $W = X \cdot D$ . Für jedes Tier einzeln ist  $X_i = W_i/D_i$ , aber dieses Verhältnis ändert sich von Tier zu Tier wie aus der letzten Spalte der Tabelle 1 ersichtlich ist. Wir suchen jedoch einen gemeinsamen Quotienten X für alle Hunde, demnach wird sich die nach ihm berechnete „theoretische“ Widerristhöhe  $V_i$  von der reellen Widerristhöhe  $W_i$  unterscheiden. Den absoluten Betrag der Differenz dieser beiden Werte werden wir den Regressionsfehler nennen  $S_i = |W_i - V_i|$ . Wir möchten nun den Quotienten X so bestimmen, dass die Summe der Quadrate der Regressionsfehler für alle Hunde möglichst klein ist, d.h.

$$\sum S_i^2 = \sum (W_i - V_i)^2 = \sum (W_i - X \cdot D_i)^2 = \text{Minimum.}$$

Diese Bedingung ist erfüllt für

$$X = \frac{\sum D_i \cdot W_i}{\sum D_i^2}$$

Nach einer kleinen Rechnung erhält man den Wert  $X = 0,67$ . Wie aus obiger Formel ersichtlich ist, ist der vom statistischen Standpunkt aus beste Quotient X demnach nicht als Verhältnis der Mittelwerte, oder an-

<sup>1)</sup> Widerrist nennt man den zwischen den Schulterblattknorpeln höchstgelegenen Rückenteil, für welchen die Dornfortsätze der ersten Brustwirbel das Knochenskelett darstellen.

**Tabelle 1.**  
Die reellen und nach Formeln (1)–(5) berechneten Widerristhöhen.

Nr.	Rasse, Inventar-Nr. und Geschlecht	Innere Hirnhöhlenlänge /D/ in mm	Widerristhöhe /4/ in cm					Verhältnis W/D	
			reelle	berechnet nach Formel					
				/1/	/2/	/3/	/4/		/5/
1	Ratle Pinscher 56 - ♀	52,0	20,0	34,6	21,6	26,7	17,2	27,2	0,385
2	Pekinese 86 - ♂	55,0	26,0	36,9	24,7	28,6	21,1	28,8	0,473
3	Grossspitz 47 - ♀	68,0	38,0	45,6	37,9	38,2	37,1	37,4	0,559
4	Grossspitz 55 - ♂	66,0	38,5	44,2	35,9	36,6	34,7	35,9	0,583
5	Poln. Tiefland-Schäferhund <sup>1/74</sup> - ♂	79,0	48,0	52,9	49,1	47,9	49,5	46,6	0,608
6	Poln. Tiefland-Schäferhund 85 - ♀	78,5	52,0	52,6	48,6	47,5	49,0	46,1	0,662
7	Scottish Terrier 87 - ♂	74,0	31,0	49,6	44,0	43,4	44,0	42,2	0,419
8	Skye-Terrier 63 - ♀	70,0	31,0	46,9	39,9	39,9	39,4	38,9	0,443
9	Foxterrier 89 - ♀	73,0	45,0	48,9	43,0	42,5	42,8	41,3	0,616
10	Airedale-Terrier 5 - ♀	91,0	55,0	61,0	61,3	60,2	62,0	59,2	0,604
11	Deutsch Drahthaar 7 - ♂	86,0	56,0	57,6	56,2	54,9	56,9	53,6	0,651
12	Deutsch Kurzhaar 73 - ♂	87,0	56,0	58,3	57,2	55,9	58,0	54,7	0,644
13	Spanischer Spaniel 54 - ♂	92,0	57,5	61,6	62,3	61,3	63,0	60,4	0,625
14	Irish Setter 93 - ♂	86,0	58,0	57,6	56,2	54,9	56,9	53,6	0,674
15	Irish Setter 80 - ♂	93,0	63,5	62,3	63,3	62,4	64,0	61,7	0,683
16	Boxer 84 - ♂	78,0	56,0	52,3	48,0	47,0	48,4	45,7	0,718
17	Boxer 81 - ♂	87,0	60,0	58,3	57,2	55,9	58,0	54,7	0,690
18	Boxer 29 - ♂	88,0	61,0	59,0	58,2	57,0	59,0	55,8	0,693
19	Riesenschнауzer 93 - ♀	99,0	70,0	66,3	69,4	69,3	69,7	69,5	0,707
20	Poln. Bergland-Schäferhund <sup>2/92</sup> - ♂	99,0	70,0	66,3	69,4	69,3	69,7	69,5	0,707
21	Bernhardiner 76 - ♀	92,0	67,0	61,6	62,3	61,3	63,0	60,4	0,728
22	Bernhardiner 71 - ♂	96,0	68,0	64,3	66,3	65,8	66,9	65,5	0,708
23	Bernhardiner 72 - ♂	106,0	69,5	71,0	76,5	77,9	76,0	80,0	0,656
24	Bernhardiner 90 - ♂	96,0	73,0	64,3	66,3	65,8	66,9	65,5	0,760
25	Bernhardiner 13 - ♂	100,0	75,0	67,0	70,4	70,5	70,6	70,9	0,750
26	Bernhardiner 32 - ♂	115,0	76,0	77,1	85,6	89,9	83,5	95,8	0,661
27	Bernhardiner 33 - ♂	104,0	80,0	69,7	74,5	75,4	74,2	76,8	0,769
28	Deutsche Dogge 21 - ♂	105,0	75,0	70,4	75,5	76,7	75,1	78,4	0,714
29	Deutscher Schäferhund 6 - ♂	93,0	58,0	62,3	63,3	62,4	64,0	61,7	0,624
30	Deutscher Schäferhund 16 - ♂	95,0	64,0	63,7	65,3	64,7	65,9	64,2	0,674
31	Deutscher Schäferhund 83 - ♂	96,0	68,0	64,3	66,3	65,8	66,9	65,5	0,708
32	Collie 67 - ♀	90,0	62,0	60,3	60,2	59,1	61,0	58,1	0,689
33	Collie 91 - ♂	94,0	67,0	63,0	64,3	63,5	64,9	62,9	0,713
34	Collie 61 - ♂	96,0	71,0	64,3	66,3	65,8	66,9	65,5	0,740
35	Collie 88 - ♂	101,0	71,0	67,7	71,4	71,7	71,5	72,4	0,703
	Durchschnittsfehler			5,2	3,5	4,0	3,5	4,6	
	Standardfehler			6,8	4,6	5,2	4,5	6,0	
	Multipler Korrelationskoeffizient			89,3%	95,1%	93,7%	95,3%	91,7%	

ders gesagt, nicht als Verhältnis der Merkmalssummen zu berechnen. Die grosse Übereinstimmung beider Zahlenwerte in unserem Fall ist rein zufällig.

Der Quotient  $X = 0,67$  erlaubt es mittels der inneren Hirnhöhlenlänge  $D$  die Widerristhöhe  $W$  eines Hundes zu berechnen, und zwar mit einem Durchschnittsfehler von 5,2 cm und einem Standardfehler von 6,8 cm. Dies ist nicht die beste Approximation der Widerristhöhe, wie aus

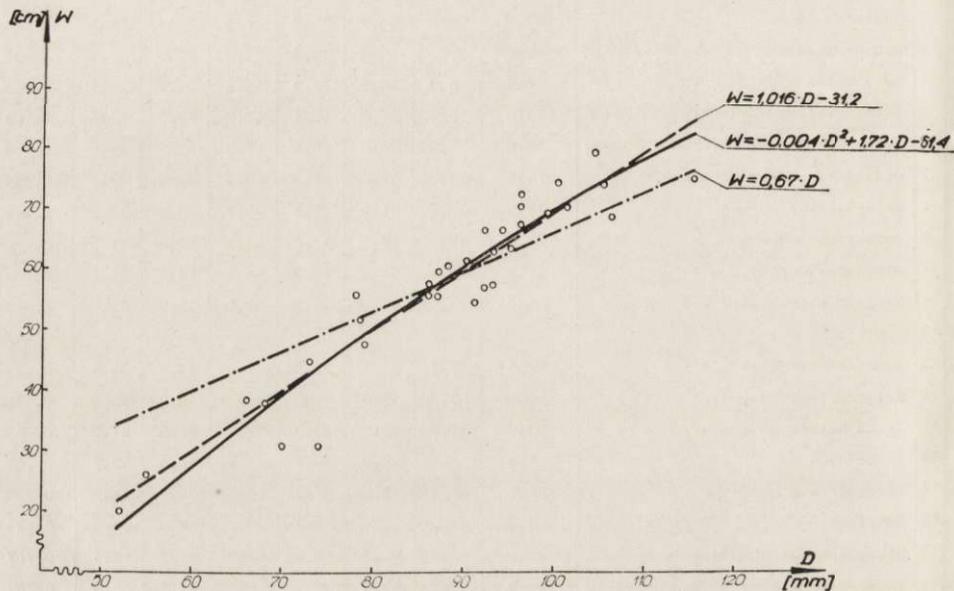


Abb. 1. Darstellung der Abhängigkeit zwischen innerer Hirnhöhlenlänge ( $D$ ) und Widerristhöhe ( $W$ ) des Hundes.

Abb. 1 ersichtlich. Auf Abb. 1 sind die Punkte, die die wahren Messungen darstellen<sup>2)</sup>, angegeben; mit einer Strich-Punkt-Linie ist die Gerade

$$(1) \quad W = 0,67 \cdot D$$

dargestellt. Der Korrelationskoeffizient dieser Regressionsgeraden beträgt 89,3%. Allgemeinverständlich gesagt würde dies bedeuten, dass etwa 89,3% der Variabilität des  $W$  durch Gleichung (1) „aufgenommen“ oder „erklärt“ wird.

Wie aus Abb. 1 ersichtlich, kann die Approximation verbessert werden, wenn die Regressionsgerade im zur Uhrzeigerrichtung entgegengesetzten Sinne gedreht wird. Mathematisch bedeutet das, dass man die Bedingung, die Regressionsgerade soll durch den Nullpunkt des Koordinatensystems gehen, fallen lässt. Wir werden jetzt solche Parameter  $X$

<sup>2)</sup> Die Zahl der Punkte auf Abb. 1 beträgt nur 33, da zwei Punktpaare (Hunde Nr. 19 und 20, sowie Nr. 22 und 31) zusammenfallen.

und  $Y$  suchen, damit  $W_i = X \cdot D_i + Y$  wird. Wie vorher fordern wir

$$\sum S_i^2 = \sum (W_i - V_i)^2 = \sum (W_i - X \cdot D_i - Y)^2 = \text{Minimum.}$$

Diese Bedingung ist erfüllt wenn  $X$  und  $Y$  nach den folgenden Formeln berechnet werden:

$$X = \frac{N \sum D_i \cdot W_i - \sum D_i \cdot \sum W_i}{N \sum D_i^2 - (\sum D_i)^2}$$

$$Y = \frac{1}{N} (\sum W_i - X \cdot \sum D_i),$$

$$N = \text{Anzahl der Messungen.}$$

In unserem Fall erhalten wir  $X = 1,016$  und  $Y = -31,2$ . Die gesuchte Regressionsgerade hat demzufolge die Form:

$$(2) \quad W = 1,016 \cdot D - 31,2.$$

Die nach Formel (2) berechnete Widerristhöhe hat einen Durchschnittsfehler von 3,5 cm und einen Standardfehler von 4,6 cm. Das bedeutet, dass die Approximation besser geworden ist. Auf Abb. 1 ist die Gerade (2) durch eine gestrichelte Linie dargestellt. Der entsprechende Korrelationskoeffizient hat sich auf 95,1% erhöht. Es sind also nur noch etwa 5% der Widerristhöhenstreuung in Gleichung (2) nicht berücksichtigt.

Wir versuchten den multiplen Korrelationskoeffizienten zu vergrößern, indem wir noch die folgenden Regressionsformeln ausprobierten:

$$W = X \cdot D^2 + Y, \quad W = X \cdot D^2 + Y \cdot D + Z, \quad W = X \cdot \exp(Y \cdot D),$$

$e$  = Basis der natürlichen Logarithmen.

Die Berechnungen haben die folgenden Ergebnisse ergeben:

$$(3) \quad W = 0,006 \cdot D^2 + 10,5$$

$$(4) \quad W = -0,004 \cdot D^2 + 1,72 \cdot D - 61,4$$

$$(5) \quad W = 9,6 \cdot e^{0,02 \cdot D} \quad (e = 2,71828 \dots)$$

Alle diese Gleichungen approximieren die Abhängigkeit zwischen Widerristhöhe  $W$  und innerer Hirnhöhlenlänge  $D$  besser als der Quotient  $X$  (Gleichung (1)). Jedoch nur Formel (4) gibt bessere Ergebnisse als Formel (2). Den Verlauf von (4) kann man auf Abb. 1 verfolgen (stetige Linie).

In Tabelle 1 sind die Werte der reellen Widerristhöhen der Hunde neben den aus den Formeln (1)–(5) errechneten zusammengestellt. Aus dieser Tabelle und aus Abb. 1 kann man den folgenden praktischen Hinweis ziehen. Zwar ist nach Gleichung (4) die Widerristhöhe am besten approximiert, aber der Unterschied zwischen den Ergebnissen der Formeln (4) und (2) ist nicht gross und der Rechenaufwand mit Formel (2) viel geringer, also folgt daraus, dass es praktisch angebracht sei, nach Formel (2) zu rechnen.

Ein Rechenbeispiel sei noch angegeben. Für Hund Nr. 3 (Grossspitz) ist die innere Hirnhöhlenlänge  $D = 68$  mm. Nach Formel (2) erhalten wir demnach die Widerristhöhe von  $W = 1,016 \cdot 68 - 31,2 = 37,88$  cm.<sup>3)</sup> Die gemessene, reelle Widerristhöhe dieses Hundes beträgt 38,0 cm.

<sup>3)</sup> In Tabelle 1 sind die errechneten Werte auf eine Dezimalstelle abgerundet.

## SCHRIFTTUM

1. Boessneck J., 1956: Ein Beitrag zur Errechnung der Widerristhöhe nach Metapodienmassen bei Rindern. Ztschr. Tierzücht. Zuchtungsbiol., 68, 1: 75—90.
2. Calkin V. I., 1961: Izmenčivost' metapodii u oviec. Biul. Mosk. Obšč. Isp. Prirody Otd. Biol., 66, 5: 115—132.
3. Elandt R., 1964: Statystyka matematyczna w zastosowaniu do doświadczalnicstwa rolniczego. Państw. Wyd. Nauk. Wrocław.
4. Kiesewalter L., 1888: Skelettmessungen am Pferde. Dissert. Leipzig.
5. Koudelka F., 1885: Das Verhältniss der *Ossa longa* zur Skelethöhe bei den Säugetieren. Verhandl. d. naturforsch. Ver. in Brünn, 24, 1: 127—131.
6. Müller H. H., 1955: Bestimmung der Höhe im Widerrist bei Pferden. Jhreschr. Mitteldeutsche Vorgesch., 39: 240—244.
7. Perkal J., 1963: Matematyka dla przyrodników i rolników. Państw. Wyd. Nauk., 2: 1—314. Warszawa.
8. Witt W. O., 1952: Lošadi Pazyrykskih kurganov. Soviets. Archeol, 16.
9. Wyrost P. & Kucharczyk J., 1964: Analiza przydatności niektórych parametrów czaszki psa do jej taksonomicznej oceny. Jubil. Zjazd Morfologów Polskich, Gdańsk 20—23.IX.64. Streszczenie referatów, 150.

*Eingang des Ms., 27 November 1965.*

Landwirtschaftliche Hochschule,  
Lehrstuhl für Anatomie der Tiere  
Wrocław 12, Koźuchowska 1—3.

und  
Wrocław Universität,  
Lehrstuhl für Statistik,  
Wrocław, Uniwersytecka 22.

Piotr WYROST i Jerzy KUCHARCZYK

PRÓBA OKREŚLENIA WYSOKOŚCI PSA W KLĘBIE NA PODSTAWIE  
WEWNĘTRZNEJ DŁUGOŚCI JEGO PUSZKI MÓZGOWEJ

Streszczenie

Badania nad określeniem wysokości psa w kłębie na podstawie wewnętrznej długości jego puszki mózgowej przeprowadzono na 35 dorosłych psach 19 różnych ras obu płci (9 samic i 26 samców) (Tab. 1).

W badaniach tych, po uwzględnieniu wysokiej korelacji (95,1%) między wewnętrzną długością puszki mózgowej (*Basion — Ethmoideum*), a wysokością psa w kłębie, zastosowano metody statystycznej regresji. Z pięciu ułożonych równań [(1), (2), (3), (4) i (5)], autorzy za najbardziej przydatne do stosowania w praktyce uważają równanie (2):

$$W = 1,016 \cdot D - 31,2$$

w którym *W* oznacza wartość poszukiwanej wysokości psa w kłębie w cm, a *D* — znaną wewnętrzną długość puszki mózgowej wyrażoną w mm.

Wzrost obliczony według tego równania odchyła się przeciętnie o 3,5 cm od wzrostu rzeczywistego, błąd standardowy wynosi 4,6 cm, a współczynnik korelacji wielorakiej — 95,1%. Oznacza to, że za pomocą tego równania zmienność wzrostu rzeczywistego można wytłumaczyć w około 95%.