

BULLETIN INTERNATIONAL  
DE L'ACADÉMIE DES SCIENCES DE CRACOVIE  
CLASSE DES SCIENCES MATHÉMATIQUES ET NATURELLES.



N° 5.

Mai

1902.

- Sommaire:** 34. M. T. LEVI-CIVITA. Sur les surfaces ( $S$ ) de M. Zaremba.  
35. M. C. KOSTANECKI. Sur la maturation et la fécondation de l'oeuf de *Cerebratulus marginatus*.  
36. M. C. KOSTANECKI. Sur les anomalies des figures mitotiques lors de la formation des globules polaires dans l'oeuf de *Cerebratulus marginatus*.  
37. M. PHILIPPE EISENBERG. Contribution à la connaissance des phénomènes de précipitation spécifique.  
38. M. CAMILLE KRAFT. Études expérimentales sur l'échelle des couleurs d'interférence.  
39. PUBLICATIONS DE LA CLASSE.

Séance du lundi 5 Mai 1902.

PRÉSIDENCE DE M. F. KREUTZ.

34. M. T. LEVI-CIVITA. Sur les surfaces ( $S$ ) de M. Zaremba<sup>1)</sup>.

.....

Dans une Note récente<sup>2)</sup> vous avez démontré que les surfaces pour lesquelles les fonctions fondamentales de M. Poincaré peuvent être déduites de celles de M. Stekloff ou de celles de M. Le Roy, sont toutes les surfaces ( $S$ ) et celles-là seulement, qui sont caractérisées par la propriété suivante:

„Désignons par  $A$  et  $B$  deux points quelconques pris sur une „de ces surfaces et par  $\alpha$  et  $\beta$  les angles formés par les normales „en  $A$  et  $B$  avec les directions  $AB$  et  $BA$ : il doit exister une fonction  $\psi(M)$  (non identiquement nulle, cela va sans dire) de la position d'un point  $M$  mobile sur la surface ( $S$ ), telle que l'on ait

$$\psi(A) \cos \beta = \psi(B) \cos \alpha \quad (1)$$

„pour toutes les positions des points  $A$  et  $B$  sur la surface.

<sup>1)</sup> Extrait d'une lettre adressée par l'auteur à M. le professeur Zaremba présenté à l'Académie, avec l'assentiment de l'auteur, par M. C. Żorawski m. c.

<sup>2)</sup> Voir ce Bulletin, Séance du 7 Janvier 1902.



„Cette fonction  $\psi$ , lorsqu'elle existe, n'est autre chose (à un facteur constant près) que la densité de l'électricité en équilibre sur la surface“.

J'ai tâché de me rendre compte de la nature de ces surfaces et j'ai pu reconnaître que leur classe est malheureusement très limitée.

Elles peuvent être seulement des quadriques, des cônes ou des cylindres.

Les quadriques sont bien des surfaces ( $S$ ). C'est ce qu'on vérifie immédiatement, d'après votre remarque, en prenant pour  $\psi$  l'expression bien connue de la densité de l'électricité en équilibre sur une surface du second ordre.

Quant aux cônes et aux cylindres, ils ne sont pas des surfaces ( $S$ ), en général, mais seulement sous une certaine condition (même très restrictive). Je n'ai pas poussé le calcul assez loin pour interpréter géométriquement cette condition.

Voici comment je justifie mes assertions.

Soient  $x, y, z; x + \Delta x, y + \Delta y, z + \Delta z$  les coordonnées de  $A$  et de  $B$ ;  $\psi, X, Y, Z; \psi + \Delta\psi, X + \Delta X, Y + \Delta Y, Z + \Delta Z$  les valeurs de la fonction  $\psi$  et des cosinus directeurs de la normale en  $A$  et en  $B$ .

En désignant par  $\Sigma$  une somme de termes semblables en  $x, y, z$ , nous avons

$$\cos \alpha = \frac{1}{AB} \Sigma X \Delta x,$$

$$\cos \beta = -\frac{1}{AB} \Sigma (X + \Delta X) \Delta x,$$

et l'équation (1) peut s'écrire

$$(1) \quad \psi \Sigma (2X + \Delta X) \Delta x + \Delta \psi \Sigma X \Delta x = 0.$$

Supposons que l'on ait tracé sur la surface une courbe quelconque joignant les points  $A$  et  $B$ . Soit  $s$  un paramètre quelconque qui fixe la position des points sur la courbe;  $s$  étant justement la valeur de ce paramètre au point  $B$ ,  $0$  sa valeur en  $A$ .

En appliquant aux fonctions  $x, X$  et  $\psi$  le développement de Mac-Laurin, il vient



$$\left\{ \begin{array}{l} \Delta x = \frac{dx}{ds} s + \frac{1}{2} \frac{d^2x}{ds^2} s^2 + \frac{1}{3!} \frac{d^3x}{ds^3} s^3 + \dots, \\ \Delta X = \frac{dX}{ds} s + \frac{1}{2} \frac{d^2X}{ds^2} s^2 + \dots, \\ \Delta \psi = \frac{d\psi}{ds} s + \frac{1}{2} \frac{d^2\psi}{ds^2} s^2 + \dots \end{array} \right.$$

Si nous introduisons ces développements dans (1'), les coefficients de  $s$  et de  $s^2$  s'annulent, car on a bien

$$\Sigma X \frac{dx}{ds} = 0,$$

et par suite

$$\Sigma \frac{dX}{ds} \frac{dx}{ds} = -\Sigma X \frac{d^2x}{ds^2}. \quad (2)$$

En exprimant que le coefficient de  $s^3$  doit aussi s'annuler on trouve

$$\psi \left\{ \frac{1}{3} \Sigma X \frac{d^3x}{ds^3} + \frac{1}{2} \Sigma \frac{dX}{ds} \frac{d^2x}{ds^2} + \frac{1}{2} \Sigma \frac{d^2X}{ds^2} \frac{dx}{ds} \right\} + \frac{1}{2} d\psi \Sigma X \frac{d^2x}{ds^2} = 0,$$

d'où, en remplaçant  $\Sigma X \frac{d^3x}{ds^3}$  par sa valeur, tirée de (2), à savoir

$$-2 \Sigma \frac{dX}{ds} \frac{d^2x}{ds^2} - \Sigma \frac{d^2X}{ds^2} \frac{dx}{ds},$$

nous avons

$$\Sigma \left( \frac{dX}{ds} \frac{d^2x}{ds^2} - \frac{d^2X}{ds^2} \frac{dx}{ds} \right) = 3 \frac{d \log \psi}{ds} \Sigma X \frac{d^2x}{ds^2}. \quad (3)$$

Cette relation doit être satisfaite en tout point et pour toute courbe d'une surface ( $S$ ).

Supposons en particulier que la courbe soit une asymptotique. On aura, d'après la définition de ces courbes,

$$\Sigma \frac{dX}{ds} \frac{dx}{ds} = 0, \quad (4)$$

ou bien, à cause de (2),

$$\Sigma X \frac{d^2x}{ds^2} = 0. \quad (4)$$



Le second membre de (3) s'annule donc pour toute asymptotique. D'ailleurs on a encore pour ces courbes

$$\Sigma \frac{d^2 X dx}{ds^2 ds} + \Sigma \frac{dX d^2 x}{ds ds^2} = 0 ;$$

l'égalité (3) se réduit par suite à

$$(5) \quad \Sigma \frac{dX d^2 x}{ds ds^2} = 0 .$$

Supposons d'abord que la surface (réelle) envisagée ne soit ni développable, ni sphérique.

Il n'est pas possible dans ce cas que les deux formes quadratiques binaires, relatives à notre surface,  $\Sigma dx^2$ ,  $\Sigma dX dx$ , aient des facteurs communs<sup>1)</sup>. Les asymptotiques ne sont donc pas (même lorsqu'elles sont imaginaires) des lignes de longueur nulle.

D'après cela, il est loisible, pour une asymptotique quelconque (qu'elle soit réelle ou imaginaire), de supposer le paramètre  $s$  choisi de sorte que l'on ait

$$\Sigma \left( \frac{dx}{ds} \right)^2 = 1 ,$$

et par suite

$$\Sigma \frac{dx d^2 x}{ds ds^2} = 0 .$$

On a alors à la fois, d'après (4') et (5),

$$(6) \quad \left\{ \begin{array}{l} \Sigma \frac{dx d^2 x}{ds ds^2} = 0 , \\ \Sigma X \frac{d^2 x}{ds^2} = 0 , \\ \Sigma \frac{dX d^2 x}{ds ds^2} = 0 . \end{array} \right.$$

En tenant compte de ce que

<sup>1)</sup> En effet, les deux formes étant réelles et la première ayant ses deux facteurs imaginaires conjugués, la seconde devrait les admettre tous deux. Elle serait alors proportionnelle à la première, ce qui arrive seulement pour le plan et pour la sphère. Voyez par exemple Bianchi: „Lezioni di Geometria differenziale“, Chap. IV, pag. 32.



$$\Sigma X^2 = 1, \Sigma \left( \frac{dx}{ds} \right)^2 = 1;$$

$$\Sigma X \frac{dX}{ds} = 0, \Sigma \frac{dX}{ds} \frac{dx}{ds} = 0, \Sigma \frac{dx}{ds} X = 0,$$

on trouve immédiatement que le carré du déterminant des coefficients du système (6) a pour valeur

$$\frac{\Sigma dX^2}{ds^2},$$

expression qui ne s'annule ni en général, ni pour les asymptotiques. En effet, comme il ne s'agit pas d'une surface développable,  $\Sigma dX^2$  est une forme définie et elle ne peut pas avoir de facteurs communs avec  $\Sigma dX dx^1$ , à moins que la surface ne fût une sphère, ce que nous avons également exclu.

Les équations (6) exigent par conséquent que l'on ait, pour toute asymptotique de la surface,

$$\frac{d^2x}{ds^2} = 0, \frac{d^2y}{ds^2} = 0, \frac{d^2z}{ds^2} = 0.$$

Les asymptotiques sont donc des droites. Mais, la surface n'étant pas développable, elle contient un double système d'asymptotiques. Donc elle est doublement réglée, c'est-à-dire une quadrique.

La sphère étant elle-même une quadrique, il n'y a pas, en dehors des quadriques, de surfaces ( $S$ ) non développables.

Venons maintenant au cas où l'on aurait affaire à une surface ( $S$ ) développable.

Permettez que je commence par établir quelques formules, auxquelles il me faudra avoir recours dans un moment.

Je rappelle d'abord que, pour toute surface réglée, les coordonnées  $x, y, z$  peuvent être définies en fonction de deux paramètres  $u, v$  par les trois équations

<sup>1)</sup> C'est ce qui résulte de l'identité

$$\Sigma dX^2 = K \Sigma dx^2 + H \Sigma dX dx,$$

où  $K$  et  $H$  désignent respectivement la courbure totale et la courbure moyenne de la surface (Bianchi, loco citato, pag. 116). En effet tout facteur commun aux deux formes  $\Sigma dX^2, \Sigma dX dx$  appartiendrait aussi (dès que  $K \geq 0$ ) à la forme  $\Sigma dx^2$ , tandis qu-, comme on vient de remarquer,  $\Sigma dx^2, \Sigma dX dx$  n'ont pas de facteurs communs.



$$(7) \quad \begin{cases} x = \alpha_1 u + a_1, \\ y = \beta_1 u + b_1, \\ z = \gamma_1 u + c_1, \end{cases}$$

où  $\alpha_1, a_1, \dots, c_1$  désignent des fonctions de la seule variable  $v$ .

La surface étant réelle, il est encore loisible (par un choix convenable des paramètres  $u$  et  $v$ ) de supposer

$$(8) \quad \Sigma \alpha_1^2 = 1, \Sigma a_1'^2 = 1, \Sigma \alpha_1 a_1' = 0.$$

Le signe  $\Sigma$  représente toujours une somme de termes semblables: en  $\alpha, \beta, \gamma; a, b, c$ ; ou, comme tout à l'heure, en  $x, y, z; X, Y, Z$ . Les accents dénotent des dérivations par rapport à  $v$ .

Il est bien clair que les génératrices rectilignes de la surface (7) correspondent aux lignes  $v = \text{const.}$

Les cosinus directeurs  $X, Y, Z$  de la normale sont définis par les équations

$$\Sigma X^2 = 1, \Sigma X \alpha_1 = 0, \Sigma X (\alpha_1' u + a_1') = 0.$$

Dire qu'une surface est développable, c'est dire que le plan tangent reste le même tout le long d'une même génératrice, ou, si l'on veut, que  $X, Y, Z$  ne dépendent pas de  $u$ . Il faut pour cela (et il suffit) que, en entendant désormais par  $X, Y, Z$  des fonctions de  $v$  seulement, on ait à la fois

$$(9) \quad \Sigma X^2 = 1, \Sigma X \alpha_1 = 0, \Sigma X \alpha_1' = 0;$$

$$(10) \quad \Sigma X \alpha_1' = 0.$$

Posons pour plus de symétrie

$$(11) \quad \begin{cases} a_1' = \alpha_2, & b_1' = \beta_2, & c_1' = \gamma_2, \\ X = \alpha_3, & Y = \beta_3, & Z = \gamma_3. \end{cases}$$

Les équations (8) et (9) expriment simplement que

$$\begin{aligned} & \alpha_1, \alpha_2, \alpha_3; \\ & \beta_1, \beta_2, \beta_3; \\ & \gamma_1, \gamma_2, \gamma_3 \end{aligned}$$

sont les cosinus directeurs d'un trièdre trirectangle. Leurs dérivées par rapport à  $v$  pourront donc s'exprimer toutes au moyen de trois fonctions auxiliaires  $p, q, r$ , par les formules classiques de Poisson.

L'équation (10) n'est autre chose que  $q = 0$ . On a de la sorte

$$(12) \quad \alpha_1' = \alpha_2 r, \alpha_2' = \alpha_3 p - \alpha_1 r, \alpha_3' = -\alpha_2 p$$

avec les autres semblables en  $\beta$  et  $\gamma$ .



Ceci posé, la différentiation des (7) nous donne

$$dx = \alpha_1 du + \alpha_2 (ru + 1) dv, \text{ etc. ;}$$

$$d^2x = \left[ 2\alpha_2 r du + \{(\alpha_3 p - \alpha_1 r)(ru + 1) + \alpha_2 r' u\} dv \right] dv, \text{ etc.}$$

On trouve de même, d'après les conventions (11),

$$dX = -\alpha_2 p dv, \text{ etc. ;}$$

$$d^2X = -\{(\alpha_3 p - \alpha_1 r)p + \alpha_2 p'\} dv^2, \text{ etc.}$$

d'où, à cause des relations d'orthogonalité,

$$\Sigma X d^2x = p(ru + 1) dv^2,$$

$$\Sigma dX d^2x = -\{2pr du + p r' u dv\} dv^2,$$

$$\Sigma d^2X dx = \{p r du + p'(ru + 1) dv\} dv^2.$$

Après ces remarques préliminaires, nous allons reprendre l'équation (3). Comme elle doit être vérifiée pour toute ligne de la surface, elle équivaut à

$$\Sigma (dX d^2x - d^2X dx) = 3 d \log \psi \Sigma X d^2x.$$

Les formules qu'on vient d'écrire montrent que, pour les surfaces développables, cette condition se réduit à

$$d \log \psi = -\frac{r}{ru + 1} du - \frac{1}{3} \left\{ \frac{r' u}{ru + 1} + \frac{p'}{p} \right\} dv \quad (13)$$

$$= -\frac{1}{3} d \log p(ru + 1) - \frac{2}{3} \frac{r}{ru + 1} du.$$

Elle exige que le second membre soit une différentielle exacte et par suite que  $r$  soit une constante.

Il est aisé d'en apercevoir la signification géométrique.

En effet, ou bien  $r = 0$ .

La première des (12) avec ses analogues exprime alors que

$$\alpha'_1 = \beta'_1 = \gamma'_1 = 0,$$

c'est-à-dire, d'après (7), que les génératrices rectilignes de notre surface sont toutes parallèles.

La surface est alors un cylindre.

Ou bien  $r \geq 0$ .

La comparaison des relations

$$\alpha'_1 = \alpha_2 r, \beta'_1 = \beta_2 r, \gamma'_1 = \gamma_2 r$$



avec

$$a'_1 = \alpha_2, \quad b'_1 = \beta_2, \quad c'_1 = \gamma_2$$

donne

$$a_1 = \frac{\alpha'_1}{r}, \quad b_1 = \frac{\beta'_1}{r}, \quad c_1 = \frac{\gamma'_1}{r},$$

d'où ( $x_0, y_0, z_0$  étant des constantes)

$$a_1 = \frac{\alpha_1}{r} + x_0, \quad b_1 = \frac{\beta_1}{r} + y_0, \quad c_1 = \frac{\gamma_1}{r} + z_0.$$

Les (7) définissent dans ce cas un cône ayant son sommet au point  $x_0, y_0, z_0$ .

Il résulte de là que les surfaces ( $S$ ) développables ne peuvent être que des cônes ou des cylindres. Ici toutefois la réciproque n'est plus vraie en général, mais seulement dans le cas, évidemment très particulier, où la fonction  $\psi$ , définie par l'équation (13), coïnciderait avec la densité de l'électricité en équilibre.

Je pense avec vous qu'ici encore on ne trouverait que des surfaces du second degré.

.....

Padoue le 29 Avril 1902.

35. M. C. KOSTANECKI m. c. Dojrzewanie i zapłodnienie jajka u *Cerebratulus marginatus*. (*Ueber die Reifung und Befruchtung des Eies von Cerebratulus marginatus*). (*Sur la maturation et la fécondation de l'oeuf de Cerebratulus marginatus*). Mémoire présenté par l'auteur dans la Séance du 4. Novembre 1901.

Die Grundlage zu dieser Untersuchung bilden mehrere Serien in regelmässigen Zeitabständen fixierter Eier, bei denen ich selbst im Frühjahr 1897, sodann auf meine Bitte Herr Dr. Siedlecki im Jahre 1899 in Neapel die künstliche Befruchtung vorgenommen hat. Als Fixierungsflüssigkeit diente vor allem das Perennyi'sche Gemisch, sodann Sublimat mit Zusatz von Eisessig. Die nach den von mir bei Gelegenheit anderer Arbeiten beschriebenen Methoden behandelten Eier wurden in Serien à 5  $\mu$  zerlegt und sodann nach



der Heidenhain'schen Eisen-Haematoxylinmethode mit Vorfärbung vermittelt Bordeaux R gefärbt.

Die frühesten Stadien, in denen ich die Entstehung der Richtungsspindel verfolgen konnte, entstammen Eiern, welche etwa 5 Minuten nach der Befruchtung fixiert wurden. Man gewahrt in denselben neben dem grossen, fast kugeligen Kern zwei Strahlungen mit je einem Centrakörper in der Mitte.

Die Centrakörper der beiden Strahlungen sind durch eine sehr deutliche, starke Centralspindel verbunden, welche in den Fig. 1, 2, 3, 7 der Tafeln aufs klarste zu sehen ist. An der Stelle, wo die Strahlensonnen die Kernmembran berühren, weist dieselbe deutliche Einbuchtungen, wellenförmige Einkerbungen auf; und da hierdurch die Kernmembran ihren Halt verliert, erscheint sie gewöhnlich auf dem ganzen Umfange wellenartig gefaltet (Fig. 1, 2, 3, 4, 5). In etwas späteren Stadien erscheint der Kern wie angeagt durch die ihn berührenden Strahlen; sodann senkt sich unter weiterem Wachstum gewissermassen die ganze achromatische Figur in den Kern hinein. Die Strahlen verbinden sich mit dem Liniengerüst desselben und man gewinnt den Eindruck, dass sie auf dessen Kosten wachsen und sich durch seine Vermittelung mit den kleinen Chromosomen in Verbindung setzen, welche sie nach der Mitte der Spindel befördern. Unterdessen schwindet allmählich die Kernmembran; die ganze karyokinetische Spindelfigur ist von den Resten des Kerngerüsts umgeben, welches in der Form eines deutlichen, anfänglich intensiv gefärbten, dann allmählich blässeren körnigen Reticulums erscheint (Fig. 7, 8. u. ff.). Während dieser Umwandlung verschwindet allmählich das Kernkörperchen. Anfänglich erscheint dasselbe auf stärker gefärbten Präparaten ganz einheitlich und sehr intensiv gefärbt (Fig. 1.), auf mehr differenzierten Präparaten sieht man in demselben ein dunkleres Gerüst mit hellerer Zwischenmasse (Fig. 5), in späteren Stadien erscheint im Inneren des Kernkörperchens eine an Grösse immer zunehmende helle Vacuole, die äusseren Theile, die wie eine Membran um dieselbe bilden, verlieren immer mehr ihr Tinctionsvermögen, so dass im Augenblick der definitiven Ausbildung der Richtungsspindel das Kernkörperchen überhaupt verschwunden ist.

Die anfängliche Lage der Richtungsspindel ist eine verschiedene, einmal mehr der Eimitte, ein andermal mehr der Eiperipherie zugewendet, was von der wechselnden ursprünglichen Lage der sich



entwickelnden achromatischen Figur abhängig ist. Im Verhältnis zum Eidurchmesser liegt die Spindel anfangs schief (Fig. 7, 8) und stellt sich erst dann, der Eiperipherie schon genähert, in einen Eiradius (Fig. 9). Da die aus dem Kerngerüst übrig bleibende körnige Masse mit der Richtungsspindel nach der Eiperipherie hinauf rückt und die grobkörnigen Deutoplasmamassen verdrängt, so bildet sich ein ausgesprochener Gegensatz zwischen dem animalen und vegetativen Pol aus (Fig. 9 u. ff.). In der definitiv ausgebildeten Richtungsspindel sieht man im Aequator die Chromosomen (16 an der Zahl) in der Form von typischen Vierergruppen (Fig. 7, 8). An den Spindelpolen sieht man kleine, schwarz tingierte, punktförmige Centrosomen, an welche die Strahlen herantreten. Im Aequator der Spindel sieht man eine deutliche Durchkreuzung der Polstrahlungen.

Die Polstrahlung des peripheren Pols nimmt, je mehr sich die Spindel der Eiperipherie nähert, ab. Sobald dessen Centrosoma die Eiperipherie berührt, erscheint an dieser Stelle zunächst eine kleine Einsenkung (Fig. 9), sodann bildet sich erst eine Hervorwölbung, in welche die Hälfte der Spindel sowie der Chromosomen gelangt. An der Abschnürungsstelle des I. Richtungskörpers bildet sich aus den schon vorhin im Aequator an den Centralspindelfasern auftretenden Verdickungen ein deutlicher Zwischenkörper.

Bisweilen sind die Centrosomen am inneren Pol der I Richtungsspindel schon in den Anaphasen doppelt; bevor noch die Ausstossung des I Richtungskörpers vollzogen ist, bereitet sich das Ei zur Ausstossung des II Richtungskörpers vor. Aber auch der periphere Pol der I Richtungsspindel weist sehr häufig doppelte Centrosomen auf, was auf eine Theilung des I Richtungskörpers in zwei Tochterzellen hinweist, wie sie in der That bei *Cerebratulus* sehr häufig zu sehen ist (vergl. Fig. 15 sowie Fig. 17., in welcher der I Richtungskörper eine karyokinetische Spindel im Dispiremstadium aufweist).

Aus den in der Eizelle verbliebenen Chromosomen und den Centrosomen bildet sich, umgeben von dem Hof der feinkörnigen Plasmamasse in typischer Weise die II Richtungsspindel aus, deren einzelne Phasen aus den Figuren 10, 11, 12 zu ersehen sind. An der Abschnürungsstelle bildet sich gleichfalls aus den Verdickungen der Centralspindelfasern ein deutlicher Zwischenkörper



aus (vgl. Fig. 14), der lange Zeit hindurch erhalten bleibt, und von dem aus ein Strahlenbündel in die Eizelle ausgeht (Fig. 16, 18).

Der Samenfaden dringt ins Ei in toto, sammt seiner Geißel hinein, die jedoch bald verschwindet. Seine Eintrittsstelle liegt im Verhältnis zu der Stelle, wo die Richtungskörper ausgestossen werden, sehr verschieden, wie aus den Fig. 5, 8, sodann 10—15 zu ersehen ist. Da der zunächst längliche, dann runde compacte Spermakern von der körnigen Plasmamasse der Eizelle umgeben ist und anfänglich der Strahlung entbehrt, so lässt sich an ihm ein Centrosom nicht nachweisen, deswegen kann man auch die Drehung desselben um 180°, wie sie aus Beobachtungen bei anderen Thieren bekannt ist, nicht feststellen. Während die Ausstossung des I Richtungskörpers sich vollzieht und die II Richtungsspindel sich zu bilden beginnt, quillt der compacte Spermakopf zu einem bläschenförmigen Kern heran; dicht neben ihm gewahrt man eine zunächst schwache Strahlung mit einem deutlichen Centralkörper in der Mitte (Fig. 10, 11). Während diese Strahlung anfänglich seitlich vom Spermakern liegt, gewinnt sie sodann ihre Lage vor dem Spermakern und geht ihm in der Wanderung gegen den Eikern (resp. anfangs gegen die am animalen Pol gelegene Richtungsspindel) voraus (Fig. 13, 14, 15, 16). Sie gewinnt rasch an Mächtigkeit, ihre Strahlen werden zahlreicher, stärker und länger und drängen die Deutoplasmakörner immer mehr zur Seite. Dabei entfernt sich die Strahlung (vergl. Fig. 13, 14, 15) von dem Spermakern mehr oder weniger weit (bisweilen, wie in der Fig. 15, sogar auf eine sehr bedeutende Strecke) und dringt gegen den feinkörnigen Hof am animalen Pol vor, wohin ihm der Spermakern sodann nachrückt (Fig. 16). Die Centrosomen sind in diesem Stadium gewöhnlich schon verdoppelt (Fig. 13, 15), sehr oft sieht man sie schon bedeutender von einander entfernt und durch eine deutliche Centralspindel verbunden (Fig. 14 und Fig. 12, welche einem dispermi befruchteten Ei entstammt; die eine Sperma-Strahlung ist einfach mit einem Centrosom in der Mitte, die zweite enthält zwei durch eine Centralspindel verbundene Centrosomen, um welche sich zwei Strahlensysteme gruppieren). In dem Stadium, wo die Spermastrahlung sammt dem ihr nahe anliegenden Spermakern schon in den feinkörnigen Hof am animalen Pol gelangt ist, erscheint sie stets verdoppelt und ihre Centrosomen liegen bereits ziemlich bedeutend von einander entfernt (Fig. 16).



Während der Zeit sind auch mit den im Ei verbliebenen Chromosomen des Eikerns und ihrer Strahlung bedeutende Veränderungen erfolgt: Die nach der Ausstossung des II Richtungskörpers in der Eizelle verbliebenen 16 Chromosomen (Fig. 14) bilden zunächst ebensoviele kleine bläschenförmige Kerne, welche sich zu mehreren Bläschen (Fig. 15, 16) vereinigen, diese fliessen sodann zu einem einzigen, zunächst lappigen, dann mehr oder weniger runden Kern zusammen. Beide Geschlechtskerne wachsen sodann gleichmässig und erscheinen bald als gleichmässig grosse, in jeder Beziehung gleich aussehende Blasen, welche man nur nach ihrer Lage als Ei- und Spermakern unterscheiden kann. Da sie sich bei ihrem Wachstum berühren, so platten sie sich gegenseitig ab und verschmelzen schliesslich zu einem einzigen Kernbläschen.

Die Strahlung, welche am inneren Pol des II Richtungskörpers zur Zeit seiner Abschnürung zu sehen ist (Fig. 14), erhält sich noch einige Zeit, wenn die Umwandlung der Ei-Chromosomen in kleine Bläschen erfolgt (Fig. 15); das vorhin deutlich sichtbare Centrosom ist aber nicht mehr zu sehen; falls es noch vorhanden ist, dürfte es von dem Chromosomen-Bläschenhaufen verdeckt sein. In späteren Stadien wird die Strahlung immer schwächer und man sieht ihre Überreste gewöhnlich zur Seite des lappigen Eikerns gerückt, woraus zu schliessen ist, dass auch hier die von M. Heidenhain als „Telophase“ bezeichnete Verlagerung der achromatischen Theile im Verhältnis zum Kern stattgefunden hat (vergl. Fig. 16, in welcher an einer Seite des Eikerns nur noch ein schwaches Strahlenbündel zu sehen ist). Wenn der Spermakern mit seiner doppelten Strahlung sich noch mehr nähert, schwindet auch dieser letzte Überrest der Eikernstrahlung, und die dem Spermakern vorgehende, mächtig entwickelte Strahlung mit ihren Centrosomen und ihrer, wie ich speciell hervorheben möchte, die ganze Zeit hindurch sehr deutlichen Centralspindel, kommt symmetrisch zwischen die beiden Geschlechtskerne zu liegen (vergl. Fig. 17, 18, 19. In Fig. 18 ist die Centralspindel sehr deutlich zu sehen, da der Schnitt etwas schief gefallen ist und der Eikern nur angeschnitten ist).

Für *Cerebratulus marginatus* kann es keinem Zweifel unterliegen, dass die Centrosomen der ersten Furchungsspindel von dem Spermatozoon stammen. Denn wenn auch bei *Cerebratulus* (ähnlich wie bei *Physa fontinalis* oder bei *Limax* (Mark), bei *Pterotrachea*



(Boveri), *Prostheceraeus* (Klinkowström), *Pleurophyllidia californica* (Mac Farland) u. a.) nach der völligen Annäherung der Geschlechtskerne ein Stadium eintritt, wo die Strahlung undeutlich wird und die Centrosomen infolge dessen nicht gefunden werden können, so halte ich doch die Centrosomen sammt der achromatischen Figur, welche bei *Cerebratulus*, ähnlich wie bei vielen anderen Thieren in dem Augenblick, wenn die Kerne mit ihrer Vorbereitung zur Theilung fertig geworden sind, wieder deutlich hervortreten, für dieselben Gebilde, welche wir im Augenblick der Annäherung der Geschlechtskerne so scharf ausgebildet sahen.

Gegen diese von fast allen Autoren, welche die Befruchtungsvorgänge bei verschiedenen Thieren genauer untersucht haben, anerkannte Deutung der Centrosomen der Furchungsspindel, der ich in meiner Arbeit über *Physa fontinalis* eine eingehendere Erörterung gewidmet habe, hat Carnoy Einspruch erhoben, indem er die von dem Spermatozoon eingeführten Centrosomen völlig zu Grunde gehen lässt, dagegen die Centrosomen der ersten Furchungsspindel als ausgewanderte Nucleolen der Geschlechtskerne deutet, welche zur Bildung einer neuen Strahlung Veranlassung geben sollen.

Für diese Deutung der Centrosomen als ausgewanderter Nucleolen der Geschlechtskerne hat Carnoy keine Anhänger gefunden, directe Beobachtungen sprechen dagegen (Lillie). Aber mehrere Autoren verwerthen die oben angeführten Angaben von Mark, Boveri, Klinkowström, sodann Kostanecki und Wheeler (*Myzostoma*), Katharina Foot (*Allolobophora foetida*), Coë (*Cerebratulus*), van Name (*Planocera*), Child (*Arenicola*), Lillie (*Unio*), um daraus den Schluss zu ziehen, dass die vom Spermatozoon eingeführten Centrosomen völlig zu Grunde gehen, die Centrosomen der ersten Furchungsspindel aber von neuem entstehen. „I believe that they are egg-products of new origin formed under the influence of the two germ-nuclei“. Lillie, der sich in dieser Weise für *Unio* äussert, stellt allerdings nicht in Abrede, dass bei anderen Thieren die Centrosomen der ersten Furchungsspindel eine andere Herkunft haben können: „I agree therefore that the centrosomes are of no special significance in fertilization. The cleavage centers may arise from the spermcenters, or from the egg-center, or in such a way that there is no discernible relation to either“. Ich glaube indes, dass in einer so fundamentalen Frage ein principieller Unterschied zwischen den verschiedenen Thierspecies nicht



bestehen kann, dass hier vielmehr eine Einheitlichkeit herrscht, und nur, sowie in einer Reihe von anderen Einzelheiten des Reifungs- und Befruchtungsprocesses, graduelle Unterschiede vorkommen können, indem derselbe Process bei einer Thierspecies mit grösserer, bei der anderen mit geringerer Deutlichkeit zu Tage tritt.

Von diesem Standpunkte aus sind von besonderer Wichtigkeit Beobachtungen an solchen Thieren, bei denen nach der Annäherung der Geschlechtskerne ein Schwund der dem Spermakern vorangehenden mächtigen Strahlenfigur nicht in dem Masse erfolgt, dass man sie nicht feststellen könnte. So kann ich für die Echinodermen aus eigener Erfahrung die Worte Boveris bestätigen, dass nach der Verschmelzung der Geschlechtskerne „jene 30—35 Minuten währende Periode folgt, in der die Strahlung zunächst an Intensität sehr stark abnimmt, bis sie schliesslich, wenn der Kern mit seiner Vorbereitung zur Theilung fertig geworden ist, von neuem wieder mächtig wird“.

Griffin stellt bei *Thalassema* fest: „In *Thalassema* the pause is of short duration, and while the asters are a trifle less distinct, they nevertheless show clearly throughout, and the persistence of their focal centrosome is easily demonstrated.

„From the above it is quite evident that the centrosomes persist entire throughout the whole of the critical stage where, in so many forms, they have been lost sight of“.

Dasselbe stellt Crampton für *Molgula* (eine Ascidie) fest, dessen Befunde ich nach Lillie citiere: „This egg offers especially clear evidence of the persistence of the sperm-centrosomes in the cleavage, because there are no asters associated with the maturation spindles, and the sperm-asters are perfectly distinct, and persistent from the time of entrance of the spermatozoon.“

Derartige Beobachtungen, die sich gewiss mehren dürften, sprechen gegen die Betheiligung der beiden Geschlechtskerne an der Genese der Centrosomen der ersten Furchungsspindel und entziehen vollends den Boden der Carnoy'schen Behauptung, wonach die ausgewanderten Nucleolen der beiden Geschlechtskerne zu Centrosomen der Furchungsspindel werden sollen.

Gegen diese Anschauung sprechen auch die Beobachtungen bei der Polyspermie, wo bekanntlich die Zahl der Pole der mehrpoligen Figuren der doppelten Anzahl der eingedrungenen Samenfäden entspricht, also  $2n$ , während sie im Sinne der Carnoy's-



sehen Auffassung  $n + 1$  betragen müsste, ferner die Experimente mit der Befruchtung kernloser Eistücke.

In meiner Arbeit über *Physa fontinalis* habe ich bei Besprechung des Schwundes der Spermastrahlung und des Auftretens der Furchungsspindel mich dahin geäußert:

„Während der ganzen Zeit, wo die Thätigkeit der protoplasmatischen Strahlen nicht in Anspruch genommen wird, wo sie keine Aufgabe zu erfüllen haben, geht mit ihnen dieselbe Veränderung vor, die nach jeder Mitose an jeder Zelle, wenn sie ins Ruhestadium übergeht, in dem protoplasmatischen Fadengerüst wahrzunehmen ist: die Strahlung wird undeutlich, geht in eine netzförmige Anordnung über, oder sie verliert sich in einer „entsprechenden molecularen Gruppierung“, die dann im gegebenen Augenblick durch eine der physiologischen Erregung entsprechende histologische Differenzierung wieder in Strahlenform sichtbar wird. In Anbetracht des ganzen weiteren Verlaufs des Processes können und müssen wir annehmen, dass das ganze Strahlensystem (Centralspindel und das Centrosoma, Polstrahlung und die nach den Kernen gerichteten Strahlenkegel) auch hier, wenn auch in modificierter Form, vorhanden sind“.

Coë, der bezüglich der Identität der Spermacentrosomen und der Centrosomen der Furchungsspindel meine Anschauung völlig theilt, ist jedoch der Ansicht, dass dies nicht auch für die Strahlenfigur gilt: „These new asters are entirely new formations and can have absolutely no relations with the old radiations of the sperm asters unless it be that they have the same centrosomes“.

Ich glaube indes an meiner Behauptung in der obigen Fassung festhalten zu müssen. Wenn wir das Auftreten der achromatischen Figur der I Furchungsspindel sammt ihrem ganzen Apparat (Zugfasern, Polstrahlung, Centralspindel) mit der sich nur langsam vollziehenden Entwicklung der achromatischen Figur bei jeder Karyokinese, sodann mit der so langsamen Entwicklung der Spermastrahlung vergleichen, so muss uns der auffallende Unterschied zu dem Schluss führen, dass diese achromatische Figur ihre Entstehung der vorhin schon durchgeführten und vorbereiteten dicentrischen Gruppierung und Anordnung des protoplasmatischen Gerüsts verdankt, wobei natürlich nicht Strahl für Strahl identisch mit den vorhin existierenden sein muss.



36. M. C. KOSTANECKI m. c. Nieprawidłowe figury mitotyczne przy wydzieleniu ciałek kierunkowych w jajkach *Cerebratulus marginatus*. (*Ueber abnorme Richtungskörpermitosen in befruchteten Eiern von Cerebratulus marginatus*). (*Sur les anomalies des figures mitotiques lors de la formation des globules polaires dans l'oeuf de Cerebratulus marginatus*). Mémoire présenté par l'auteur dans la Séance du 4. Novembre 1901.

Bei der Untersuchung der Reifung und Befruchtung des Eies von *Cerebratulus marginatus* habe ich in verschiedenen Serien neben den normalen Bildern abnorme karyokinetische Figuren angetroffen.

Am häufigsten waren dieselben durch Polyspermie hervorgerufen und boten die hierfür typischen, seit den Arbeiten der Gebrüder Hertwig und anderer Autoren so wohlbekanntes Bild dar, dass ich ihnen keine weiteren Bemerkungen widmen zu müssen glaube. Dagegen haben meine Aufmerksamkeit in hohem Grade Bilder in Anspruch genommen, die ich zunächst vereinzelt, dann bei der Durchsicht vieler Tausende von Präparaten in grösserer Zahl angetroffen habe, und welche gleichfalls vielpolige mitotische Figuren betreffen, die aber nicht der Polyspermie sondern einer Abweichung im Verlauf des Processes der Richtungskörperausstossung ihre Entstehung verdanken.

Das Auffinden derartiger Figuren, und, wenn man sie gewahrt wird, das Auffinden sämtlicher Serienschritte eines bisweilen auf 20 Schritte zerlegten Eies ist ungemein zeitraubend, aber ich habe diese Bilder um so eingehender verfolgt, als sie mit Hinblick auf neuere in der Cytologie aufgeworfene Fragen von grosser Bedeutung sein können.

Die Bilder, welche ich angetroffen habe, will ich in der, der normalen Richtungsmiitose entsprechenden Aufeinanderfolge gruppieren, ohne hiermit den genetischen Zusammenhang der zu beschreibenden Bilder präjudicieren zu wollen.

Das Bild der normal sich entwickelnden I Richtungsspindel von *Cerebratulus marginatus* ist uns vom frühesten Stadium an bekannt: neben dem grossen kugeligen Kern erscheinen zwei durch eine deutliche Centralspindel verbundene und von typischen Strahlensonnen umgebene Centrosomen. Nun habe ich aber ab und zu Bilder gefunden, wo den Eikern eine ganze Reihe von Strahlungen umgab, vergl. Fig. 1—4. Wir sehen in denselben um den Eikern 6—8 Strahlungen gruppiert; die Figuren sind je nach einem 5  $\mu$  dicken Serienschritt gezeichnet; wenn man sich die Bilder recon-



struiert, so kann man feststellen, dass der ganze Eikern von allen Seiten von einer ganzen Menge derartiger Strahlensonnen umgeben ist. Alle diese Strahlungen bieten dasselbe Aussehen dar, in ihrer Mehrzahl sehen wir deutliche dunkel tingierte Punkte, wie typische Centrosomen; in einigen sind dieselben doppelt (Fig. 1.), bisweilen sind einzelne Strahlungen durch eine deutliche Centralspindel verbunden (Fig. 1 u. 4.).

Diese Figuren haben meine Aufmerksamkeit in desto höherem Grade gefesselt, als Mead im Jahre 1898 bei *Chaetopterus pergamentaceus* ähnliche Strahlungen als normale Bildungen beschrieben und auf Grund derselben behauptet hat, dass die achromatische Figur der ersten Richtungsspindel in der Weise entsteht, dass im Protoplasma zunächst eine Reihe von Strahlungen (secondary asters) erscheint, und dass erst nachträglich zwei von denselben (primary asters) an Mächtigkeit gewinnen und die definitiven beiden Pole der Richtungsspindel bilden, während die übrigen verschwinden. Ähnliche Bilder von accessorischen Strahlungen im Protoplasma hat früher bereits Carnoy im befruchteten Ei von *Ascaris megalocéphala*, sodann Watase bei *Macrobdella*, neulich Griffin bei *Thalassema* als normale Bildungen beschrieben. Eine Analogisierung dieser Beschreibungen mit den in der botanischen cytologischen Literatur verzeichneten Beobachtungen von Strasburger, Belajeff, Osterhout, Mottier und Juel (wo um den Kern herum im Protoplasma eine ganze Reihe von Strahlenkegeln erscheint, die dann erst zu einer zweipoligen Spindelfigur verschmelzen) erscheint uns nicht durchführbar.

Mead erblickt in den von ihm beobachteten Bildern eine Analogie mit den bekannten von Reinke bei Gewebszellen in den Vorstadien zur Mitose beschriebenen „secundären mechanischen Centren“, deren Auftreten jedoch bisher von anderer Seite nicht bestätigt wurde.

Alle diese Beobachtungen lassen für manche Hypothesen weiten Spielraum, lassen sich aber (— auch vorausgesetzt, dass sie bei den betreffenden Objecten normale und regelmässige Bildungen sind —) zu einer einheitlichen Erklärung nicht verwerten. Für die befruchteten Eier von *Cerebratulus* muss ich aufs entschiedenste feststellen, dass sie abnorme, pathologische Bildungen sind.

In den Fig. 1—4 sahen wir die Strahlungen neben dem Kern mit noch erhaltener Kernmembran liegen; in der Fig. 5 sehen wir



die Kernmembran im Schwund begriffen, an einer Seite des Kerns sehen wir schon die Chromosomen in der Form von Vierergruppen im Aequator einer Spindel liegen, die von einer zweiten Spindel gekreuzt wird und mit einer dritten an einem Pol vereint ist, ausserdem sehen wir in dem einen Schnitt(!) noch 7 andere Strahlungen. In Fig. 6 sehen wir die Kernmembran schon völlig geschwunden und eine vierpolige Spindelfigur gebildet, in der die Eichrosomen auf 3 Spindeln vertheilt sind, ausserdem ist in der Figur der Spermakopf sammt seiner Strahlung zu sehen.

Gleichfalls Bilder nach völliger Auflösung der Kernmembran aber mit viel zahlreicheren, schon auf einem Schnitt sichtbaren Strahlungen stellen die Fig. 7 und 8 dar, die folgenden zugehörigen Schnitte weisen eine noch viel grössere Zahl der Strahlungen auf. (In Fig. 7 sind ausserdem 2 Spermastrahlungen zu sehen). In den Fig. 9a—9f sind 6 aufeinanderfolgende Schnitte einer Serie abgebildet, aus denen man sich das völlige Bild der die in Fig. 9b und 9c abgebildeten Chromosomen umgebenden Strahlungen (24 an der Zahl), reconstruieren kann; ausser diesen Strahlungen sieht man auch hier im Protoplasma zahlreiche Spermaköpfe und Spermastrahlungen zerstreut. Die Chromosomen, welche entweder die typische Form von Vierergruppen aufweisen oder kreisförmig erscheinen würden in den Fig. 7, 8, 9, ihrer Lage nach, im Vergleich zu den normalen mitotischen Richtungsfiguren, dem Stadium auf dem Übergang zwischen lockerem Knäuel und dem Mutterstern entsprechen.

In der Fig. 10 sehen wir eine vielpolige Figur im Stadium des Muttersterns, wie die Gestalt der Chromosomen zeigt, sogar schon im Beginn der Metakinese. Die Chromosomen sind innerhalb einer grossen, die Mitte der Figur einnehmenden Spindel angeordnet, welche jedoch nach ihren beiden Enden wie gespalten erscheint, ausserdem sind ringsherum symmetrisch zahlreiche Strahlungen mit theils einfachen, theils doppelten Centrosomen gruppiert. Sowohl die vorhergehenden als auch die nachfolgenden Serienschnitte weisen wiederum noch zahlreiche Strahlensonnen auf, so dass in Wirklichkeit die grosse Spindel wie von einem Mantel von Strahlungen allseits umgeben ist<sup>1)</sup>.

<sup>1)</sup> Ausser den oben beschriebenen Bildern habe ich im Stadium des Muttersterns noch andere Abnormitäten gefunden. So sehen wir in Fig. 11 eine Spaltung der Spindelenden und im Centrum dreier von den vier Spindelpolen ein helleres



Es drängt sich hier von selbst die Frage auf, ob derartig abnorme Figuren wirklich zur Ausstossung des I Richtungskörpers führen können. Deswegen habe ich denn auch mit besonderem Eifer meine Präparate studiert, ob ich nicht Figuren antreffen werde, die sich als weitere Stadien dieser Abnormität deuten liessen, wo also entweder eine vielpolige Richtungsspindel sich der Eiperipherie nähert oder über die Eiperipherie sich emporwölbt. Da ich indes derartige Figuren nicht gefunden habe, so sehe ich nur zwei Möglichkeiten: entweder führen diese abnormen Richtungsmitosen nicht zur Ausstossung des I Richtungskörpers, oder aber der Process spielt sich so rasch ab, dass es mir nicht möglich war, dessen Bild zu fassen. Wenn auch die letztere Möglichkeit für mich die wahrscheinlichere ist, so kann ich doch, in Anbetracht des Mangels von positiven Thatsachen, mich nicht mit absoluter Sicherheit für dieselbe äussern.

Aus demselben Grunde möchte ich hier nicht eingehender discutieren, in welcher Weise sich die Ausstossung des I Richtungskörpers abspielen kann, zumal da wir, sobald wir den Process der Ausstossung des II Richtungskörpers kennen lernen werden, eine Beantwortung derjenigen Fragen finden werden, welche wir hier nur hypothetisch erörtern könnten.

Abnorme Bilder bei der Ausstossung des II Richtungskörpers habe ich viel häufiger, als andere Abnormitäten der Richtungsfiguren angetroffen, und es lässt sich aus denselben unter Bezugnahme auf die normalen Figuren eine vollkommene Reihe aufstellen, wobei die einzelnen Glieder der Reihe wiederum ein sehr verschiedenes Bild darbieten können.

Ähnlich wie die normalen Richtungsmitosen, liegen auch diese Figuren auf dem animalen Pol mitten in der feinkörnigen Plasmamasse.

Feld mit, theilweise wenigstens wiederum dicentrisch angeordneter Strahlung. Es ist möglich, dass auch hieraus weiterhin eine mehrpolige Figur sich herausbilden kann.

Anderseits habe ich gar nicht selten auffallend kleine, compacte, aus dicht gedrängten Fasern gebildete und deswegen sehr intensiv sich färbende Spindeln angetroffen, an deren Enden bisweilen die Centrosomen fehlten und auch die Polstrahlung nicht immer zu sehen war. Auch unter diesen Spindeln kamen noch weitere Abnormitäten vor, so z. B. die, welche in der Fig. 12 abgebildet ist: Die auffallend kleine Spindel hat nach beiden Enden keine deutlichen typischen Pole, seitlich von ihr liegt dagegen eine deutliche Strahlung mit zwei Centrosomen.



In der Fig. 13 sehen wir den I Richtungskörper ausgestossen, an der Abschnürungsstelle ist sogar ein Zwischenkörper zu sehen. Die im Ei verbliebenen Chromosomen liegen ähnlich wie normal, nur etwas mehr zerstreut; von ihnen nach innen zu sehen wir aber anstatt einer zweipoligen Spindel, eine ganze Reihe von Strahlungen sammt Centrosomen um ein helleres ovales Feld angeordnet, um welches auf den vorhergehenden und nachfolgenden Schnitten weitere Strahlungen sich gruppieren; ausserdem sieht man in Fig. 13 einen Spermakern sammt dicentrischer Spermastrahlung, auf weiteren Schnitten waren noch andere Spermatozoën sammt Strahlungen zu finden, das Ei war polysperm befruchtet.

In Fig. 14 sehen wir ein ähnliches Bild, nur ist die Zahl der Strahlungen geringer, und eine von den Strahlungen sammt ihrem Centrosom rückt zwischen den Chromosomen mehr gegen die Eiperipherie vor (der I Richtungskörper lag auf dem vorhergehenden Schnitt).

Weitere Stadien stellen die Fig. 15 und 16 dar; ein Pol rückt allmählich gegen die Eiperipherie hinauf, während sich an dem inneren Spindelpol die anderen Strahlungen gruppieren. Beide Eier waren polysperm befruchtet, bei der Durchmusterung der completeen Serien dieser Eier habe ich mich überzeugt, dass in dem in Fig. 15 reconstruierten Ei zusammen 5 Spermaköpfe sammt den zugehörigen Strahlungen, in dem nach einem Schnitt in Fig. 16 abgebildeten Ei 4 Spermaköpfe und ebensoviele Spermastrahlungen zu finden waren.

In dem Stadium, wo der äussere Pol bereits die Eiperipherie berührt, kann der innere Pol mit seinen zahlreichen Strahlungen ein sehr verschiedenes Aussehen darbieten, dieselben gruppieren sich entweder um ein einheitliches helleres Feld (Fig. 17, 18), oder bilden wie ein Netz von sich theilweise durchkreuzenden Spindeln (Fig. 19). Seltener ist eine Anordnung wie in Fig. 20. Die Fig. 21 stellt gewissermassen einen Übergang zwischen den normalen und den vielpoligen Spindeln dar.

In den Fig. 15—21 betrafen die Abnormitäten der II Richtungsspindel ausschliesslich den inneren Spindelpol, während sonst das Bild der achromatischen Spindel sammt Chromosomen fast ganz normal war; wir finden aber ab und zu auch noch weiter greifende Abnormitäten vor. So sehen wir in den Fig. 22 und 23 zwar nur einen Pol mit der Eiperipherie in Berührung, aber die Chromoso-



men sind auf zwei Spindeln vertheilt, welche theilweise mit einander verbunden sind. (In Fig. 23, welche durch Reconstruction gewonnen wurde, sehen wir ausserdem 6 Spermakerne mit den zugehörigen Strahlungen).

In der Fig. 24 ist die Spindel nach innen zu gespalten, an einem Pol liegt nur ein Centrosoma von der Strahlung umgeben, am anderen liegen vier Strahlungen sammt Centrosomen symmetrisch angeordnet.

Ein noch viel complicierteres Bild stellt die Fig. 25 dar, sie weist zwei völlig abgeschnürte Richtungskörper auf, unter ihnen sieht man über der Eiperipherie sich einen protoplasmatischen Hügel emporheben, der zur Abschnürung eines dritten Richtungskörpers führen wird. Wir sehen in ihm einige Ei-Chromosomen und sodann einen Chromatinkörper, welcher seinem ganzen Aussehen nach als der Kopf eines Spermatozoon sich charakterisiert, der wohl in der Nähe der Stelle der Richtungskörperausstossung eingedrungen sein muss und darauf in diesen überzähligen Richtungskörper hineingerathen ist<sup>1)</sup>. Sodann sieht man in dem protoplasmatischen Hügel Fasern der Centralspindel, welche sich nach unten zu in zwei Spindeln spaltet, an denen die Chromosomen (nur je 6 an der Zahl) in der Form je eines Tochtersterns angebracht sind; nach innen davon sieht man am Ende der einen Spindel ein Centrosoma, welches wiederum durch eine Centralspindel mit einem zweiten Centrosoma verbunden ist, am Ende der zweiten ausser dem dieselbe abschliessenden Centrosoma noch 4 symmetrisch angeordnete Centrosomen nebst Strahlungen. Auch die in diesem Ei sichtbaren Spermastrahlungen bieten eine bemerkenswerte Eigenthümlichkeit: die eine Strahlung hat sich in zwei Strahlungen getheilt und in jeder sieht man wiederum je 2 Centrosomen, was normalerweise niemals vorkommt, die zweite Strahlung weist in ihrer Mitte 4 Centrosomen auf.

Eine genauere Analyse dieser Figur führt zu dem Schluss, dass die zwei ausgeschiedenen Richtungskörper in der That der I und II Richtungskörper sind, dass dagegen der Richtungskörper, dessen Ausstossung sich vor uns abspielt, ein dritter, überzähliger

<sup>1)</sup> Einen in den II Richtungskörper eingedrungenen Samenfaden habe ich bei *Physa fontinalis* beschrieben und abgebildet. (vgl. Arch. f. mikrosk. Anat. Bd. 49. Taf. XXX. Fig. 29).



Richtungskörper ist; hierfür spricht auch die geringe Zahl der auf die drei Pole vertheilten Chromosomen. Es drängt sich hier die Vermuthung auf, dass die grosse Zahl der am inneren Pol der II Richtungsspindel angesammelten Strahlungen nach Ausstossung des II Richtungskörpers nicht geschwunden ist, sondern zur Bildung einer neuen karyokinetischen Figur Veranlassung gegeben hat.

Auch in der Fig. 26 haben wir, glaube ich, eine dritte Richtungsspindel vor uns. Zwei Richtungskörper sind ausgestossen, im zweiten bereitet sich, der Lage der Chromosomen nach zu urtheilen, eine Zweitheilung vor. Die an der Eiperipherie gelegene Spindel bietet, abgesehen von der geringen Zahl der Chromosomen, ein normales Aussehen dar. Nach innen von ihr liegen vier um ein helleres Feld gruppierte Strahlungen mit je zwei Centrosomen in der Mitte. von denen eine mit dem inneren Spindelpol durch Strahlen, wie durch eine Art von Spindel, verbunden ist. Diese Strahlungen können nur die am inneren Spindelpol vorhin angesammelten Strahlungen sein, welche nicht mit der Spindel mit hinaufgerückt sind. Eine andere Deutung lassen sie nicht zu, denn für jeden der Spermaköpfe, welche in der durch Reconstruction gewonnenen Fig. 26 zu sehen sind, liess sich, mit Ausnahme eines der beiden compacten, offenbar später eingedrungenen Samenfadencöpfe, die entsprechende Strahlung auffinden.

Ob die abnormen Verhältnisse an der II Richtungsspindel öfters zu derartigen Bildungen, wie in Fig. 25 und 26 Veranlassung geben, oder welches ihre weiteren Schicksale sind, ist sehr schwer zu entscheiden. Und hierbei waren es vor allem drei Momente, welche die Untersuchung der folgenden Stadien erschwerten, ja unmöglich machten. Vor allem verläuft die abnorme Richtungsmitose so langsam, dass ich abnorme Bilder der II Richtungsspindel in den Serien antraf, wo die normalen Eier schon viel weiter entwickelt waren, wo ihre Geschlechtskerne bereits zu grossen sich berührenden Blasen herangewachsen waren, oder wo selbst schon die erste Furchungsspindel sich ausgebildet hat. Und da ich über dieses Stadium hinaus keine fixierten Eier mehr zur Verfügung hatte, so glaube ich kaum, dass in meinen Serien spätere Stadien überhaupt vorhanden waren. Sodann ist es bekannt, dass nach Ausstossung des II Richtungskörpers in normalen Eiern die Strahlung allmählich schwächer wird und dann schwindet, möglich ist es, dass bei einem Theil der abnormen Eier wenigstens die Strahlung gleichfalls schwächer



wurde und deswegen die Figuren wenig auffallend wurden. Sodann muss man berücksichtigen, dass fast alle Eier, welche diese abnormen Bildungen aufwiesen, polysperm befruchtet waren; und da die Spermastrahlungen in späteren Stadien sehr mächtig heranwachsen und immer mehr die Eizelle beherrschen, so verdecken sie andere Strahlungen und machen ihr Auffinden unmöglich.

Die ganze Untersuchung und Deutung dieser Figuren würde erst dann sicheren Boden erhalten, wenn es gelänge, derartige Abnormitäten auf experimentellem Wege systematisch zu erzeugen und die Reihenfolge der Veränderungen auf unzweifelhafte Weise festzustellen. Denn wenn auch die Zusammenstellung der Bilder der vielfachen Strahlungen um den Eikern (Fig. 1—4), sodann der sich allmählich herausbildenden vielpoligen Spindel (Fig. 5—9), dann der vielpoligen Muttersternfigur (Fig. 10) und dann der ganzen Reihe von Abnormitäten der II Richtungsspindel uns die Annahme eines genetischen Zusammenhangs zwischen denselben nahe legt, so ist doch, bis ein positiver experimenteller Beweis geliefert ist, nicht mit absoluter Sicherheit die Möglichkeit auszuschliessen, dass jede von den abnormen Figuren auf besondere Weise entstanden ist, dass z. B. die vielfache Strahlung am inneren Pol der zweiten Richtungsspindel nicht das Resultat einer vielpoligen Figur des I Richtungskörpers zu sein braucht, sondern dadurch entstanden sein kann, dass in einer normalen II Richtungsspindel das Centrosoma und die Strahlung am inneren Pol sich abnorm zu theilen begannen. In derselben Weise könnte man für jede Figur die verschiedenen Möglichkeiten discutieren.

In meiner Untersuchung musste ich mich auf die Bilder beschränken, welche ich mehr zufällig unter den Hundert Tausenden von normalen Bildern angetroffen habe.

Noch schwieriger zu entscheiden ist die Frage nach der Herkunft der vielfachen um den Eikern herum erscheinenden Strahlungen und ihrer Centrosomen.

Es gibt nur zwei Möglichkeiten: Entweder erscheinen neben den beiden normalen Strahlensonnen und unabhängig von ihnen neue Strahlungen mit Körnchen in der Mitte, welche sich weiterhin in jeder Beziehung ganz identisch wie Centrosomen verhalten, da wir ja sogar ihre Fähigkeit, sich zu theilen, feststellen konnten; dies würde ein ganz neues Licht auf die Rolle und Bedeutung der Centrosomen werfen. Oder aber die überzähligen Centrosomen und



Strahlungen entstehen durch eine sich vielfach wiederholende Theilung der ursprünglichen normalen Centrosomen des Eies. In meinen Präparaten habe ich nur ein einziges Ei gefunden, welches eine Abnormität der achromatischen Figur in einem früheren Stadium aufwies, als die in Fig. 1—4 abgebildeten Eier. In der Fig. 27a und 27b sehen wir zwei Serienschnitte dieses Eies abgebildet, zwischen welchen einige Schnitte lagen, auf denen aber neben dem Eikern keine Strahlungen zu sehen waren. Auf dem Schnitt 27a sehen wir neben dem Eikern zwei ziemlich weit von einander entfernte Strahlungen, und anstatt je eines Centrosomas in der Mitte, sehen wir in der einen wie einen Kranz, in der anderen wie einen Haufen von kleinen Körnchen. Auf dem zweiten Schnitt sehen wir wiederum zwei, aber näher bei einander gelegene Strahlungen; mitten in der einen sehen wir einen, vielleicht nur infolge ungenügender Entfärbung nicht punktförmigen, sondern kegelförmigen Centralkörper, mitten in der zweiten vier punktförmige Centralkörper, zu je zwei durch zwei minimale Spindeln verbunden.

Ob alle diese Strahlungen dadurch entstanden sind, dass die anfänglich normalen zwei Strahlungen sich nochmals theilten, um, wie dies die Bilder der Centrosomen anzudeuten scheinen, sich sodann weiterhin zu theilen, kann ich, in Anbetracht des Mangels von Übergangsstadien, nicht sicher feststellen, aber ich glaube, dass diese Bilder sich für diese Deutung verwerten lassen. In diesem Falle müssten sich fernere Untersuchungen vor allem der Frage zuwenden, welche Bedingungen und welche Reize eine derartige Proliferation der Centrosomen hervorrufen können. Der Umstand, dass ich diese Abnormitäten nur sehr selten, einmal unter Tausenden von normal sich entwickelnden Eiern, gefunden habe, beweist, dass minimale Reize genügen, um diese Abweichungen hervorzurufen und zwar nur in schwächeren, weniger widerstandsfähigen Eiern; denn, dass diese Eier in der That weniger widerstandsfähig waren, beweist die Thatsache, dass die meisten Eier mit abnormen Richtungsmitosen polysperm befruchtet waren.

Auf die aufgestellten zwei Möglichkeiten sollten, meiner Ansicht nach, die zukünftigen Untersuchungen gerichtet sein. Die eben erwähnte und oben mehrfach betonte Thatsache jedoch, dass diese Eier in der Mehrzahl der Fälle polysperm befruchtet waren, könnte leicht die Vorstellung hervorrufen, dass die überzähligen Strahlungen als Spermastrahlungen aufzufassen seien, welche sich von den



Spermaköpfen entfernt und Beziehungen zum Eikern oder den Richtungsspindeln gewonnen haben. Ich habe daher diesem Moment eingehende Berücksichtigung geschenkt und kann diese Ursprungsquelle der überzähligen Strahlungen mit völliger Sicherheit und Bestimmtheit ausschliessen. Wenn wir die meiner Ansicht nach früheren Stadien, wie sie in Fig. 1—6 abgebildet sind, durchmustern, so sehen wir, dass die Eier fast durchweg nur von einem Samenfadens befruchtet sind (in Fig. 6 ist ein Spermakopf sammt Strahlung abgebildet), die Polyspermie tritt erst später auf. Bisweilen, wie z. B. in dem in den Fig. 9a—9f abgebildeten Ei, ist die Zahl der eingedrungenen Spermatozoen eine recht beträchtliche, in diesen Fällen sieht man im Protoplasma auch eine ganze Reihe von Spermastrahlungen zerstreut. Die Zugehörigkeit einer jeden Strahlung zu je einem Spermakern festzustellen, ist absolut unmöglich in Anbetracht des Umstandes, dass auch in normalen Eiern die Spermastrahlung einmal mehr, ein andermal weniger von ihrem Kern wegrückt, im polysperm befruchteten Ei also jede Spermastrahlung nicht durchaus dem nächst gelegenen Kern zu entsprechen braucht. Dass die Zahl der Spermastrahlungen, namentlich in den Fällen, wo die Spermakerne noch compacte Chromatinkugeln darstellen, nicht immer der Zahl der Kerne entspricht, ist leicht erklärlich in Anbetracht des Umstandes, dass zunächst auch in normalen Eiern die Strahlung sich individuell rascher oder langsamer entwickelt und bald früher, bald später erscheint (wenn sie auch gewöhnlich erst dann deutlich hervortritt, wenn der Kern Bläschenform annimmt), zweitens in Anbetracht des Umstandes, dass die Samenfäden nicht alle gleichzeitig ins Ei eingedrungen zu sein brauchen, was auch ein früheres oder oder späteres Auftreten der Strahlung zur Folge hat.

Dass in der That nicht alle Spermatozoen gleichzeitig eingedrungen sein können, lehren uns Bilder, wie die Fig. 19, 24, 26, in denen die einen Kerne zu mehr oder weniger grossen Bläschen angewachsen sind, während die anderen noch als compacte Chromatinkörper erscheinen. Überall da, wo die Kerne bereits deutliche Bläschenform angenommen haben, war in der Serie des Eies die entsprechende Zahl von Strahlungen zu finden. In einigen Eiern (Fig. 15, 23), wo sämtliche in der Eiserie befindliche Spermakerne die gleiche Bläschenform aufwiesen, war auch die ihnen genau entsprechende Zahl von Strahlungen zu finden.



In der Literatur finden wir bei verschiedenen Autoren, welche die Reifungserscheinungen bei verschiedenen Thieren untersucht haben, gelegentliche, wenn auch ganz vereinzelt Beobachtungen von gespaltenen oder mehrpoligen Richtungsspindeln oder von accessorischen Strahlungen neben denselben.

In diese Kategorie fallen die Beobachtungen von van Beneden, Carnoy, Nussbaum, Zacharias, Kultschitzky, Boveri sowie die von Sala experimentell hervorgerufenen Abnormitäten der Richtungsspindeln bei *Ascaris megalcephala*, welche indes zu einer allgemeineren Erklärung sich nicht verwerten lassen, da bei diesem Thiere die Richtungsspindeln keine deutlichen Centrosomen und Polstrahlungen aufweisen.

Beobachtungen, welche den unsrigen viel näher stehen, sind verzeichnet in den Arbeiten von Wheeler (*Myzostoma glabrum*), sodann eine grössere Zahl in zwei Arbeiten von O. van der Stricht (*Amphioxus lanceolatus*, *Thysanozoon Brocchi*), in der Arbeit von Bochenek (*Aplysia depilans*), schliesslich erwähnt Coë ganz kurz gerade bei *Cerebratulus* Bilder der II Richtungsspindel mit Vermehrung der Centrosomen an den Polen, welche sicherlich den oben beschriebenen Figuren entsprechen dürften. Accessorische, im Plasma neben den Richtungsspindeln gelegene Strahlungen erwähnen Conklin (*Crepidula plana*), Lillie (*Unio*), Smallwood (*Bulla solitaria*).

Fast alle Autoren sind geneigt, diese Bilder durch eine wiederholte Theilung der Centrosomen und der Strahlungen der Richtungsspindeln zu erklären, welche, wie sich Coë ausdrückt, unter gewissen Bedingungen „a most abnormal activity“ zeigen können.

Auf diese Weise würden sich dieselben bezüglich ihrer Entstehungsweise der mehrpoligen oder mehrfachen Karyokinese, welche in den Riesenzellen einiger Organe und bisweilen in den samenbildenden Zellen mancher Thiere vorkommt, anreihen (vergl. meine Arbeit über Karyokinese in Riesenzellen, sowie die Arbeit Godlewski's über mehrfache bipolare Mitose). Ebenso würde hierhin die interessante Beobachtung Samassa's zu zählen sein, der in der Keimscheibe der Forelle neben vielpoligen mitotischen Figuren (ähnlich den von Henneguy beschriebenen) plasmatische Territorien mit einer ganzen Reihe von Strahlungen mit Centrosomen beobachtet hat, die zu keinem Kern in Beziehung standen, und



welche Samassa als Abkömmlinge der ursprünglichen Centrosomen deutet.

In mancher Beziehung erinnern aber wiederum die uns beschäftigenden Bilder an die in den Eiern vieler Thiere experimentell hervorgerufenen künstlichen Astrosphären Morgan's und Wilson's, welche berechtigtes Aufsehen erregt und eine lebhaft Discussion hervorgerufen haben und gewiss noch eine grosse Rolle in der Beurtheilung der Bedeutung der Centrosomen spielen werden. Diese Beobachtungen stellen fest, dass unter gewissen chemischen Einflüssen, unabhängig von den Eicentrosomen im Eiprotoplasma Strahlungen und in ihrer Mitte sogar mit der Theilungsfähigkeit begabte typische Centrosomen entstehen können.

Bei eventuellen experimentellen Arbeiten über die Abnormitäten der Richtungsmitosen bei *Cerebratulus* würden diese Arbeiten in erster Linie zu berücksichtigen sein.

---

37. M. PHILIPPE EISENBERG. **Badania nad strącaniem się ciał białkowych pod wpływem swoistych precypityn.** Część pierwsza. (*Beiträge zur Kenntnis der spezifischen Praecipitationsvorgänge. Erste Mittheilung*). (*Contribution à la connaissance des phénomènes de précipitation spécifique. Première partie*). Mémoire présenté par M. L. Marchlewski m. c.

In folgender Mittheilung bringe ich in gedrängter Form die bisherigen Ergebnisse meiner Untersuchungen über spezifische Praecipitinreactionen, zumal vor kurzer Zeit zwei einschlägige Publicationen erschienen sind (Müller, Halban und Landsteiner), deren Inhalt sich vielfach mit meinen Ergebnissen berührt und zum Theil auch deckt, und die leider erst spät zu meiner Kenntnis gelangt sind.

Als Ausgangspunkt dieser Untersuchungen dienten Anschauungen und Erfahrungen, die sich in der gemeinsam mit Herrn Dr. R. Volk ausgeführten Arbeit über den Agglutinationsvorgang ausführlich auseinandergesetzt finden. Die vielfachen Analogien, die die beiden Vorgänge, Agglutination und Praecipitation, aufweisen, drängten dazu, bei der Untersuchung der letzteren die dort gewonnenen Erfahrungen zu verwerten, sowie Methoden anzuwenden, die sich dort bewährt hatten.

Zur Untersuchung gelangten spezifische Sera, die durch in-



traperitoneale Behandlung von Kaninchen mit Hühnereiereiweiss resp. normalem Pferdeserum gewonnen wurden.

Nachdem in Analogie mit dem Agglutinationsvorgange angenommen werden konnte, dass es sich bei der Praecipitation um eine chemische Verbindung beider reagierenden Substanzen handelt, wurden behufs genauer quantitativer Analyse dieses Vorganges folgende Einheiten aufgestellt. Als Einheit der praecipitablen Substanz bezeichne ich diejenige geringste Menge, die in einer gegebenen Volumeinheit enthalten zum Auftreten der specifischen Reaction genügt; wenn also eine bestimmte Eiweisslösung noch in 1000-facher Verdünnung auf Serumzusatz mit Niederschlagsbildung reagiert, enthält 1 cm<sup>3</sup> davon 1000 Einheiten praecipitabler Substanz. Als Einheit des Praecipitins bezeichne ich diejenige geringste Menge, die bei einer gegebenen (willkürlich gewählten) Eiweissconcentration eben genügt, die Reaction hervorzurufen. Wenn also ein bestimmtes Serum mit einer Eiweisslösung  $\frac{1}{100}$  bis zur Verdünnung  $\frac{1}{100}$  Reaction gibt, enthält 1 cm<sup>3</sup> davon 100 Praecipitineinheiten. Wenn man nun der Ehrlich'schen Absorptionmethode folgend ein specifisches Serum mit einer Eiweisslösung zusammenbringt und den Gehalt des Gemisches an beiden Substanzen vor und nach der Reaction bestimmt, so ergibt ein Vergleich dieser Werte die stattgehabte Absorption. Auf diese Weise kann zunächst gezeigt werden, dass thatsächlich beide reagierenden Substanzen an der Reaction quantitativ theilnehmen, d. h. theilweise dabei aufgebraucht werden, indem sie zur Verbindung zusammentreten. In voller Uebereinstimmung damit befindet sich der von Müller für die Milchpraecipitation, von Leblanc für die Haemoglobinpraecipitation erbrachte Nachweis, dass im Praecipitum beide reagierenden Substanzen enthalten sind. Angesichts dieser Thatsachen dürfte es kaum angehen, den chemischen Charakter der Praecipitinreaction in Abrede zu stellen, wie Halban und Landsteiner dies thun. Die von diesen Autoren als Beweis herangezogene Beobachtung, dass salzfreies Serumalbumin auf 100° C. erhitzt seine Fällbarkeit zum Theil einbüsst, obwohl es im chemischen Sinne ebensoviel Eiweiss enthält als zuvor, spricht durchaus nicht dagegen; bekanntlich wird dabei das Eiweiss denaturiert und fällt nach Salzzusatz sogleich aus, eine solche Lösung enthält also kein natives Eiweiss mehr, kann folglich keine Reaction mehr geben (s. Cohnheim S. 6). Gerade die ungeheuere Empfindlichkeit (im Serum von Ascoli fand eine Reac-



tion mit Hühnereiweiss in Verdünnung 1/500.000 statt) und der elective Charakter scheinen mir die Praecipitinreaction als chemische Reaction in bestem Sinne zu kennzeichnen.

Zur näheren Charakterisierung dieser Reaction mussten zunächst die quantitativen Gesetze dieser Verbindung eruiert werden; die vorläufigen Ergebnisse dieser Untersuchungsreihe sollen hier Platz finden, während ihre ausführliche Publication der folgenden Mittheilung vorbehalten bleibt. Um in die quantitativen Gesetze Einsicht zu erlangen, wurden Versuchsreihen aufgestellt, in denen auf eine constante Menge der einen Substanz wechselnde Mengen der anderen einwirkten, und es wurde bei jeder Probe die absolute sowie die relative Absorption des Praecipitins bestimmt. Als absolute Absorption (ähnlich wie beim Agglutinationsvorgange) wird die Differenz der pro Volumeinheit ursprünglich vorhandenen und der in der oberen Flüssigkeit zurückbleibenden Praecipitineinheiten bezeichnet; die relative Absorption, die durch den Absorptioncoefficienten ausgedrückt wird, gibt das Verhältnis der absorbierten Menge zur ursprünglich gegebenen als Bruch wieder; durch sie wird die Ausbeute des Praecipitins durch die praecipitable Substanz quantitativ charakterisiert. Gibt man nun zu einer gleichbleibenden Menge praecipitabler Substanz wechselnde Mengen Praecipitins, so wird mit steigendem Praecipitinzusatz die absolute Absorption immer grösser, die relative immer kleiner. Gibt man gleiche Mengen Praecipitins zu wechselnden Mengen praecipitabler Substanz, so wächst die Absorption nicht proportional der steigenden Menge der praecipitablen Substanz; die Zunahme der Absorption entspricht nur der infolge der wachsenden Concentration der praecipitablen Substanz eingetretenen relativen Verdünnung des Praecipitins. Gleiche absolute Mengen der reagierenden Substanzen ergeben identische Absorptionseffecte unabhängig vom Volumen des Mediums, in dem die Reaction vor sich geht.

Das Resultat der Praecipitinreaction ist dadurch charakterisiert, dass ausser dem Reactionsproduct, dem Praecipitum, immer noch Überschüsse beider reagierenden Substanzen nachweisbar sind, die aber durch frischen Zusatz der einen oder der anderen Substanz zur oberen Flüssigkeit sich nachweisen lassen. Wir stehen also vor der Erscheinung, dass zwei Substanzen, die für einander ausgesprochene Affinität zeigen, nach stattgehabter partieller Reaction nebeneinander existieren, ohne weiter reagieren zu können. Wir



haben hier die Wirkung eines allgemeinen Gesetzes der chemischen Statik vor uns, wonach die Reaction still steht, wenn ein Gleichgewichtszustand zwischen den Componenten eines Systems eingetreten ist — den reagirenden Substanzen einerseits und dem Reactionsproduct andererseits. Wird dem System neue Energie zugeführt in Form von weiterem Zusatz einer der reagirenden Substanzen, so kommt die Reaction wieder in Gang. Durch entsprechend grosse Mengen einer Substanz kann man den Verlauf der Reaction in der Weise beeinflussen, dass die andere bis auf geringe Reste aufgebraucht wird; doch lassen sich selbst bei solcher scheinbar vollkommenen Absorption durch geeignete Methodik noch diese Reste nachweisen, die zu gering sind, um durch die gewöhnlichen Methoden nachgewiesen zu werden. Die Analogie dieser Verhältnisse mit den z. B. bei der Esterification der Alkohole durch Säuren beobachteten, dürfte wohl ohne weitere Demonstration ersichtlich sein.

Die ausgeführten quantitativen Bindungsgesetze stehen keineswegs isoliert da, es scheint vielmehr, dass sie bei der Bindung spezifischer Körper allgemeine Gültigkeit haben dürften. Von mir und Volk wurde ihre Existenz beim Agglutinationsvorgange festgestellt, auch haben wir darauf hingewiesen, dass, nach dem spärlichen vorliegenden Untersuchungsmaterial zu urtheilen, auch bei der Bindung des haemolytischen Zwischenkörpers an die Erythrocyten ähnliche Verhältnisse obwalten. In einer vorläufigen Untersuchungsreihe habe ich sie auch bei der Vesuvium-Agglutination der Bakterien feststellen können, und in seiner jüngst erschienenen interessanten Mittheilung spricht Heidenhain die Annahme aus, dass auch bei der Fällung der Eiweisskörper durch Farbsäuren verschiedene Mengen der Farbsäure ans Eiweiss gebracht werden können, eine Annahme, die die Ausdehnung dieser Gesetze auf eine grosse Reihe organischer Verbindungen erwarten lässt. In derselben Mittheilung führt Heidenhain den sehr wichtigen Nachweis, dass die Färbungsvorgänge der Eiweisskörper, die in ihren Gesetzen grosse Analogien mit den von uns studierten Vorgängen aufweisen, als rein chemische Reactionen aufzufassen sind, während Bordet, der die Färbung als physikalischen Adsorptionsprocess auffasst, auf eben diese Analogien gestützt, auch die Bindung des Haemolysins an die Erythrocyten als Adsorptionsvorgang aufgefasst sehen wollte.

Die Analyse der Absorptionsverhältnisse genügt jedoch keines-



wegs alle beim Praecipitationsvorgange beobachteten quantitativen Erscheinungen genügend aufzuklären. Die Erscheinungen der Praecipitation sind ähnlich, wie die der Agglutination, Concentrationenwirkungen; ein gegebenes Serum ist bei gleichbleibender Concentration der Eiweisslösung nur bis zu einer gewissen Verdünnung wirksam, darüber hinaus bleibt die Niederschlagsbildung aus. Am besten wird dieses Verhalten durch folgenden Versuch illustriert: in eine Reihe von Reagensgläsern werden die gleichen Mengen beider Substanzen gegeben, sodann im ersten z. B. auf 4 cm<sup>3</sup>, im zweiten auf 8 cm<sup>3</sup>, im dritten auf 12 cm<sup>3</sup>, in vierten auf 16 cm<sup>3</sup> u. s. w. Gesamtvolumen aufgefüllt; während nun z. B. im ersten und zweiten Glase die Reaction auftritt, ist im dritten nur noch eine Spur zu bemerken, in den folgenden bleibt sie ganz aus. Trotzdem also in allen Proben gleichbleibende Mengen beider Substanzen auf einander eingewirkt hatten, fällt die Reaction je nach dem Volumen, in dem sie sich abgespielt hat, verschieden aus. Die scheinbar nächstliegende Deutung dieser Verhältnisse, wonach bei einer gewissen Verdünnung der reagierenden Substanzen die Energie ihrer Affinität zu gering wird, um die Reaction herbeizuführen, verträgt sich schlecht mit den beobachteten Thatsachen; nach der Schnelligkeit des Reactionsverlaufs zu schliessen (bisweilen erfolgt die Reaction momentan) ist die Affinität der Substanzen sehr gross, und könnte höchstens infolge der Verdünnung der Verlauf verlangsamt werden. Auch haben wir gesehen, dass bei gleichbleibenden Mengen der reagierenden Substanzen der Bindungseffect von der Verdünnung gar nicht beeinflusst wird. Es bleibt also noch eine zweite Möglichkeit, dass die Reaction wohl eintritt, jedoch die Niederschlagsbildung unterbleibt, und diese Möglichkeit wird durch den Versuch bestätigt. Es wurde unter Benützung einer Serumverdünnung, die nahe an der Wirkungsgrenze des betreffenden Serums lag, in einer Reihe von Röhren der specifische Niederschlag erzeugt, nach einiger Zeit die obere Flüssigkeit abgehoben, zum Niederschlag wechselnde Mengen physiol. NaCl-Lösung zugegeben und der Wiedereintritt des aufgewirbelten Niederschlags (Repraecipitation) beobachtet. Es zeigte sich, dass in dem Röhren, wo das ursprüngliche Volumen der Probe hergestellt war, sowie in den folgenden, wo das Volumen auf das 2—4-fache des ursprünglichen gebracht war, Repraecipitation eintrat, beim 8-fachen Volumen nur eine Spur von Niederschlag zu sehen war, während beim 16-fa-



chen und darüber jeder Niederschlag auch nach 48 Stunden ausblieb. Während also die früher mitgetheilten Versuche den Einfluss der Concentration auf das Eintreten der sichtbaren Reaction darthun, sehen wir hier, dass bereits vorhandener Niederschlag in einem grossen Flüssigkeitsvolumen suspendiert entweder in Lösung geht oder eine so feine Suspension gibt, dass sie unseren Augen als Lösung imponiert oder aber dass beide Möglichkeiten zutreffen, wenn man sich der Ansicht mancher Autoren anschliesst, wonach Colloide überhaupt keine Lösungen, sondern nur Pseudolösungen geben. Dass die beobachteten Thatsachen für Eiweissniederschläge überhaupt Geltung haben, zeigten mir zwei Versuchsreihen mit Niederschlägen, die Serumeiweiss mit dem Essbach'schen Reagens giebt, sowie mit Niederschlägen, die bei der Vesuvin-Agglutination der Bakterien entstehen, Versuchsreihen, die völlig identisch mit der oben beschriebenen verliefen. Nach diesen Ergebnissen müssen wir uns also vorstellen, dass, wenn bei steigenden Verdünnungen immer geringere Mengen der activen Substanzen auf einander einwirken, auch immer geringere Mengen der Verbindung resultieren; es wird dadurch das Verhältnis dieser Menge zum Flüssigkeitsvolumen immer kleiner, bis jenseits der Wirkungsgrenze einer der reagierenden Substanzen oder beider der Punkt eintritt, wo die geringe Menge der Verbindung im Überschuss der Flüssigkeit in Lösung oder Pseudolösung geht. Dasselbe Verhalten konnte ich in einer noch nicht publicierten Untersuchungsreihe über den Agglutinationsvorgang feststellen, und aus den Angaben London's zu schliessen, dürften sich für den Vergang der Haemolyse ähnliche Gesichtspunkte ergeben.

Damit sind jedoch noch nicht alle Eigenheiten der quantitativen Verhältnisse bei der Praecipitinreaction erschöpft. Wenn man ein praecipitierendes Serum unter Verwendung verschieden concentrirter Eiweisslösungen auswertet, so zeigt es sich, dass das Serum mit einer stärker verdünnten Eiweisslösung geprüft, in viel stärkeren Verdünnungen Reaction gibt als bei concentrirteren Lösungen. So z. B. gab ein Serum mit einer Eiweissverdünnung  $\frac{1}{2}$  Reaction bis zur Verdünnung  $\frac{1}{8}$ , mit einer Lösung  $\frac{1}{30}$  bis  $\frac{1}{60}$ , mit einer Lösung  $\frac{1}{100}$  bis  $\frac{1}{100}$ . Es resultiert daraus, dass bei einer gegebenen Serumverdünnung, hier z. B. bei  $\frac{1}{100}$ , die Reaction gegenüber einer concentrirten Eiweisslösung ausbleibt, während sie bei einer verdünnten eintritt. Dieses Verhalten widerspricht dem, was



man theoretisch voraussetzen sollte; durch die concentrirtere Eiweisslösung wird mehr Praecipitin gebunden, es entsteht folglich eine grössere Menge der Verbindung, und trotzdem bleibt die Reaction aus. Es hemmt also ein Ueberschuss praecipitabler Substanz das Auftreten der Reaction; ob diese Hemmung identisch ist mit der einen von Halban und Landst beschriebenen, lässt sich angesichts der etwas ungenauen Ausdrucksweise genannter Autoren schwer entscheiden; nach ihrer Beschreibung könnte man daran denken, dass in ihrer Versuchsanordnung nicht der Ueberschuss praecipitabler Substanz, sondern die Verdünnung des Praecipitins (gleichbleibender Zusatz von HS bei wechselnden Mengen von MS resp. KS) für das Ausbleiben der Reaction verantwortlich zu machen ist. Jedenfalls ist diese Hemmung keine spezifische Serumwirkung, wie diese Autoren anzunehmen scheinen, da ich sie auch bei Verwendung von Hühnereiereiweiss sowie bei der Bakterienagglutination feststellen konnte. Welches ist nun der Mechanismus dieser Hemmung? Kommt die Verbindung überhaupt nicht zu Stande oder wird die entstandene Verbindung am Ausfallen verhindert? Diese Annahme wird durch folgenden Versuch wahrscheinlich gemacht: wenn man zu einem schon bestehenden spezifischen Niederschlag (in nicht zu grosser Menge), von dem die obere Flüssigkeit abgehoben wurde, in einer Probe physiol. NaCl-Lösung, in einer anderen ebensoviel einer concentrirteren Eiweisslösung zusetzt und gut durchmischt, so erfolgt in der ersten Probe nach kurzer Zeit Repraecipitation, in der anderen bleibt sie dauernd aus. Wir werden uns also vorzustellen haben, dass der spezifische Niederschlag bis zu einem gewissen Grade im Ueberschusse der Eiweisslösung löslich ist, etwa wie Alkalialbuminat mit Säuren Niederschlag gibt, der sich im Ueberschuss der Säure auflöst.

Auf dieselbe Erscheinung der Hemmung durch Ueberschuss praecipitabler Substanz ist vielleicht eine Thatsache zurückzuführen, der man bei der Auswertung der Praecipitinsera regelmässig begegnet; stellt man nämlich parallele Versuchsreihen auf, die sich untereinander durch die wechselnden Concentrationen praecipitabler Substanz unterscheiden und in denen die correspondierenden Proben die gleichen Serumconcentrationen enthalten, so wird man bemerken, dass die einzelnen Proben jeder Reihe je nach dem Serumzusatz proportional wachsende Mengen von Niederschlag aufweisen, während die correspondierenden Proben verschiedener



Reihen nur geringe Unterschiede aufweisen, so dass etwa Unterschiede, die geringen Änderungen der Serumconcentration entsprechen, erst durch bedeutende Variationen in den Eiweissconcentrationen erreicht werden können. Man kann sich vorstellen, dass mit steigender Menge praecipitabler Substanz wohl eine grössere Menge der Verbindung entsteht, aber infolge der Concentration der praecipitablen Substanz theilweise in Lösung bleibt, und dass auf diese Weise der Einfluss der steigenden Concentration z. Th. aufgehoben wird. Jedenfalls fordert dieses interessante Verhalten, dass dem Praecipitin bezüglich der Menge des entstehenden Niederschlags ein ausschlaggebendere Rolle zukommt als der praecipitablen Substanz, zu weiteren Untersuchungen in dieser Richtung heraus.

Es war ferner von Interesse die Constitution der reagierenden Substanzen näher kennen zu lernen, zumal unsere Untersuchungen über die an der Agglutination beteiligten Körper uns zur Annahme eines complexen Aufbaues dieser Körper geführt hatten. Auf  $68^{\circ}$ — $70^{\circ}$ C. durch eine halbe Stunde vorsichtig erhitztes Serum verliert bekanntlich seine praecipitierende Wirkung, ein Vorgang, der wie mir auch aus anderweitigen Untersuchungen wahrscheinlich geworden ist, in engstem Zusammenhange mit der Denaturierung der Eiweisskörper des Serums steht und keineswegs eine selbständige Eigenschaft des Immunkörpers darstellt. Buchner hat gezeigt, dass Fermente, Toxine und Alexine in trockenem Zustande Erhitzung auf  $100^{\circ}$  gut vertragen, indem dabei die Processe der Hydratation in Wegfall kommen; Camus hat dasselbe Verhalten für getrocknetes antitoxisches Serum festgestellt. Ich konnte nun nachweisen, dass die durch Ammonsulfat-Fällung dargestellten Globuline agglutinierender sowie praecipitierender Sera, die die betreffenden Immunstoffe quantitativ enthalten, in getrocknetem Zustande halbstündiges Erhitzen auf  $100^{\circ}$  C. vertragen, während sie bei  $130^{\circ}$ — $135^{\circ}$  C. zerstört werden. Diese Thatsache coïncidiert völlig mit der in der Eiweisschemie bekannten Erscheinung, dass Eiweisskörper in trockenem Zustande auf  $100^{\circ}$  erhitzt werden dürfen, ohne denaturiert zu werden, während bei  $130^{\circ}$ — $135^{\circ}$ C. die Denaturierung eintritt. Thatsächlich sind auch die auf  $100^{\circ}$  erhitzten Globuline noch fast vollkommen wasserlöslich, die auf  $130^{\circ}$  zum grössten Theile unlöslich geworden. Berücksichtigt man noch dabei die grosse Aehnlichkeit der Einwirkung verschiedener chemischer Agentien auf Eiweisskörper einerseits, auf Immunkörper andererseits, sowie die Thatsache, dass die in Seris



verschiedener Thierspecies enthaltenen identischen Immunkörper verschiedene Zerstörungstemperaturen aufweisen je nach dem Coagulationspunkte des betreffenden Serums (so z. B. die Trypanosomen-Agglutinine des Rattenserums bei 63° nach Laveran und Mesnil), so wird man zu dem Schlusse gedrängt, dass die specifischen Zerstörungstemperaturen der Immunkörper vielleicht mit Ausnahme der Complemente sowie der specifischen Koaguline A und K (Pick) unbekannt sind und dass das, was wir als solche bisher bezeichnen, nur einen Ausdruck gibt für den bisher unaufgeklärten engen Zusammenhang zwischen den Eiweisskörpern eines gegebenen Serums und den darin enthaltenen Immunkörpern. Bezüglich der Complemente sowie der specifischen Koaguline, die schon bei 49°—56° C. inactiviert werden, folglich bei Temperaturen, die von der Coagulationstemperatur der betreffenden Sera noch ziemlich fern liegen, ist meiner Meinung nach die Möglichkeit nicht auszuschliessen, dass schon geringfügige Umsetzungen im Eiweissmolecül, die unseren Untersuchungsmethoden bisher unzugänglich sind, genügen, die daran hängenden sehr empfindlichen Immunkörper zu schädigen. Die eben erwähnte Thatsache, dass Alexine in trockenem Zustande auf 100° C. erhitzt werden dürfen, ohne ihre specifischen Eigenschaften einzubüssen, bekräftigt diese Anschauung.

Solches inactiviertes Praecipitinserum (ich verwende meistens Serum, das 5mal mit destilliertem Wasser verdünnt durch  $\frac{3}{4}$ —1 Stunde auf 72° C. erhitzt wurde) kann nun, soweit meine bisherige Erfahrung zeigt, weder durch homo- noch durch heterologes Normalserum activiert werden; auch gelingt dies nicht durch Zusatz geringer Mengen activen Serums, die an sich unwirksam sind. Solches Serum weist dagegen eine neue Eigenschaft auf: es hemmt die Praecipitation durch actives Serum, u. zw. sowohl, wenn es zuvor zur Eiweisslösung gegeben wird, dann aber erst das active Serum, als auch, wenn beide gleichzeitig mit der Eiweisslösung zusammengebracht werden. Wir haben also drei Körper vor uns, die bei dieser Hemmung in Betracht kommen: das hemmende Serum, das active und die Eiweisslösung; durch entsprechend variierte Combinationen sowie durch genaue quantitative Analyse der Erscheinung sind wir im Stande, den Mechanismus dieser Hemmung aufzuklären. Wenn man zunächst bei gleichbleibenden Mengen des inactivierten Serums sowie der Eiweisslösung die Menge des nachträglich zugesetzten activen Serums variiert, sieht man, dass die Hemmung



nur bis zu einem gewissen Zusatz andauert, bei grösseren Mengen activen Serums versagt sie. Auch kann man sich überzeugen, dass geringere Mengen des inactivierten Serums die Wirkung kleinerer Zusätze activen Serums aufzuheben im Stande sind als grössere Mengen. Aus Tab. I, II und III, die derartige Versuchsreihen mit

Tabelle I—IV.

Nr.	Inactives Ser. verd. $\frac{1}{5}$ Tropfen	Eiweiss- lösung Tropfen	Physiolog. NaCl-Lös. Tropfen	Actives Serum Tropfen	Resultat
I.					
1.	1	1	57	0.6	klar
2.	1	1	56	1.2	klar
3.	1	1	55	3	Nied.
4.	1	1	52	6	Nied.
5.	1	1	46	12	Nied.
6.	1	1	28	30	Nied.
II.					
7.	5	1	53	0.6	klar
8.	5	1	51	3	klar
9.	5	1	42	12	klar
10.	5	1	24	30	Spur Nied.
11.	5	1	1	53	Nied.
III.					
12.	15	1	43	0.6	klar
13.	15	1	42	1.2	klar
14.	15	1	41	2	klar
15.	15	1	38	6	klar
16.	15	1	32	12	klar
17.	15	1	14	30	klar
18.	15	1	0	44	klar
IV.					
19.	15	1	41	3	klar
20.	15	3	39	3	klar
21.	15	10	32	3	Nied.
22.	15	30	12	3	Nied.
Contr.	0	1	58	0.6	Nied.

einem Hühnereiweiß-Praecipitin wiedergeben, sind diese Verhältnisse am besten zu ersehen.

Während 1 Tropfen inactivierten Serums die Wirkung von



1—2 Tropfen des activen aufhebt, hemmen 5 Tropfen des inactiven die Wirkung von 30 des activen, für 15 Tropfen des inactiven konnte die obere Grenze der Hemmungswirkung bei der gegebenen Versuchsanordnung nicht erreicht werden. Nach diesen Ergebnissen könnte man sich versucht fühlen anzunehmen, dass die Hemmung durch Einwirkung des inactivierten Serums auf das active zu Stande kommt. Dieser Annahme widersprechen jedoch weitere sogleich mitzutheilende Befunde. Wäre die soeben ausgesprochene Annahme richtig, so müsste folgerichtig die Reihenfolge der Zusätze für das Resultat der Hemmung belanglos sein; ob man nun das inactive Serum zuerst zur Eiweisslösung gibt, dann aber das active zusetzt, ob beide gleichzeitig, der Effect müsste derselbe sein. Dem ist jedoch nicht so: vergleichen wir zwei Versuchsreihen (s. Tab. V), in denen die Mengen der Zusätze in entsprechenden Proben identisch sind und die sich nur durch die Reihenfolge der Zusätze in dem oben erwähnten Sinne unterscheiden, so sehen wir, dass in Probe 4, 5, 6 und 7 der A-Reihe Niederschlag eintritt, während er in den entsprechenden Proben der B-Reihe ausbleibt. Die Hemmungswirkung des inactivierten Serums ist also grösser wenn es zuvor mit der praecipitablen Substanz in Contact kommt, als wenn es gleichzeitig mit dem activen auf dieselbe einwirkt.

Tabelle V.

Nr.	Inact. Serum verd. $\frac{1}{5}$ Tropfen	Eiweisslösung Tropfen	Physiol. NaCl-Lös. Tropfen	Actives Serum Tropfen	A. (Inact. Ser. + Activ. Ser.) + Eiweisslösung	B. (Inact. Ser. + Eiweisslös.) + Actives Serum
1.	15	1	43	06	klar	klar
2.	15	1	42	12	klar	klar
3.	15	1	41	3	klar	klar
4.	15	1	38	6	schwach. Nied.	klar
5.	15	1	32	12	Nied.	klar
6.	15	1	10	30	Nied.	klar
7.	15	1	0	44	Nied.	klar

Dieses Verhalten lässt an einen engeren Zusammenhang zwischen hemmender und praecipitabler Substanz denken, welche An-



nahme durch folgende Versuchsreihe vollends bestätigt wird, in der bei unveränderter Menge sowohl des activen als des inactiven Serums die Menge der praecipitablen Substanz variiert wurde (s. Tab. IV). Diese Versuchsreihe zeigt, dass dieselbe Menge inactiven Serums sich einer kleinen Menge der Eiweisslösung gegenüber wirksam erweist, während bei Verwendung einer grösseren Menge Niederschlagsbildung eintritt.

Wie sollen wir uns nun den Mechanismus der eben beschriebenen Hemmung vorstellen? Die hemmende Substanz könnte entweder auf das Praecipitin oder aber auf die praecipitable Substanz einwirken, um die Hemmung herbeizuführen. Dass ersteres nicht der Fall sein kann, beweist einerseits der schon hervorgehobene Umstand, dass die Reihenfolge der Zusätze des activen sowie des inactivierten Serums für den Erfolg der Hemmung nicht gleichgültig ist, andererseits der Einfluss, den die Menge der praecipitablen Substanz auf diesen Erfolg ausübt und der sich mit der Annahme einer Einwirkung der hemmenden Substanz auf das Praecipitin durchaus nicht verträgt. Es wirkt also die hemmende Substanz auf die praecipitable ein, indem sie sie der Wirkung des Praecipitins unzugänglich macht; diese Hemmung ist eine quantitativ streng begrenzte, giebt man zuviel der praecipitablen Substanz, so bleibt ein Theil davon von der Wirkung der hemmenden Substanz unberührt und reagiert mit dem disponiblen Praecipitin. Diese Einwirkung dürfte man kaum als Zerstörung der praecipitablen Substanz deuten, da bei Zusatz grösserer Mengen activen Serums und gleichbleibender Menge beider anderer Factoren die Niederschlagsbildung doch stattfindet; auch die Hilfsannahme, dass die praecipitable Substanz nur theilweise zerstört wird und der intacte Rest nur auf stärkere Serumconcentrationen reagiert, lässt sich mit den Thatsachen nicht in Einklang bringen, da wir wissen, dass je geringer die Menge praecipitabler Substanz, desto geringere Serumconcentrationen genügen, um die Reaction hervorzurufen, und da unsere Zusätze an activem Serum sich immer in den Grenzen der noch wirksamen Verdünnungen bewegen, wie die Controlprobe in Tab. I—IV beweist. Nach alledem wird man kaum fehlgehen anzunehmen, dass die hemmende Substanz eine Affinität zur praecipitablen Substanz aufweist ebenso wie das Praecipitin und, da der Angriffspunkt beider identisch ist, die hemmende Substanz dadurch im Stande ist, die praecipitable Substanz zu besetzen und



das Praecipitin an der Wirkung zu verhindern. Die Thatsache, dass die Hemmung auch bei gleichzeitigem Zusatz des inactivierten sowohl wie des activen Serums eintritt und zwar selbst dann, wenn die Mengen beider Sera gleich sind (wie in Probe 6, Tabelle V, Reihe A), deutet darauf hin, dass die Affinität der hemmenden Substanz zur praecipitablen grösser ist, als diejenige des Praecipitins. Bei gleichzeitigem Zusatz beider Sera erfolgt eine Concurrenz um die praecipitable Substanz; ist der Zusatz activen Serums gering oder mässig, so gelingt es der hemmenden Substanz alle disponible praecipitable Substanz an sich zu reissen; ist die Menge des activen Serums relativ gross, so kann es trotz der geringeren Affinität doch einen Theil der praecipitablen Substanz besetzen, und es erfolgt Niederschlagsbildung. Wird dagegen die praecipitable Substanz zuerst mit dem inactivierten Serum zusammengebracht und dann erst das active Serum zugegeben, so wird der Effect selbstverständlich grösser sein; die Thatsache, dass auch hier trotzdem bei grossen Mengen des activen Serums doch Praecipitation eintritt, dürfte dahin zu deuten sein, dass die grossen Mengen durch Massenwirkung einen Theil der schon besetzten praecipitablen Substanz der Verbindung entziehen und an sich reissen, wie etwa der Ueberschuss des Antitoxins das schon an die Zellen verankerte Diphtherietoxin in den Versuchen von Dönitz.

Ueber die Herkunft und Entstehungsweise der hemmenden Substanz könnte man sich nun verschiedene Vorstellungen machen. Als grundlegende Thatsache muss man festhalten, dass bei der Inactivierung das active Praecipitin verschwindet und die hemmende Substanz auftritt. Es könnte nun die hemmende Substanz schon im activen unerhitzten Serum praexistieren, ihre Wirkung aber durch das active Praecipitin verdeckt sein — eine an sich unwahrscheinliche Annahme, da alsdann ein Ueberschuss an praecipitabler Substanz bei Verwendung activen Serums keine hemmende Wirkung ausüben dürfte, wie wir sie thatsächlich beobachten, sondern umgekehrt eine niederschlagsfördernde. Diese Annahme wird vollends widerlegt durch die Thatsache, dass durch Zusatz praecipitabler Substanz das seines Praecipitingehaltes entledigte Serum keine hemmende Wirkung ausübt. Es bleibt also nur die Annahme, dass die hemmende Substanz erst beim Erwärmen aus einer schon praexistierenden Substanz gebildet wird.

Ein einfacher Versuch zeigt, dass diese Muttersubstanz im



Praecipitin zu suchen ist. Wird nämlich das Praecipitin eines Serums durch Zusatz praecipitabler Substanz absorbiert, so tritt beim Erwärmen dieses Serums keine hemmende Substanz auf (über ganz identische Versuche mit demselben Ergebnis berichtet Müller bezüglich des Laktoserums). Durch alle diese Thatsachen werden wir dazu geführt, am Praecipitin zwei Gruppen zu unterscheiden, eine labile, die den sichtbaren Praecipitationsvorgang bedingt — die praecipitierende Gruppe und eine andere stabilere, die die Affinität des Praecipitins zur praecipitablen Substanz repraesentiert, — die haptophore Gruppe. Eine solche Constitution hat schon Ehrlich auf Grund theoretischer Erwägungen für Praecipitine postuliert, wir werden also gemäss seiner Nomenclatur die Praecipitine als Receptoren zweiter Ordnung zu bezeichnen haben. Es gereicht mir zu besonderer Genugthuung, dass die unlängst erschienenen interessanten Untersuchungen von Müller über das Laktoserum in den wichtigsten Punkten mit meinen Befunden übereinstimmen, sowie dass dieser Forscher ähnliche Schlussfolgerungen daraus gezogen hat wie ich. Die Beobachtung von Myers, dass inactiviertes Praecipitin für Witte's Pepton durch normales Kaninchenserum activierbar ist, folglich aus Immunkörper und Complement besteht und den Receptoren dritter Ordnung zuzurechnen wäre, steht vorderhand ganz isoliert da, und beabsichtige ich wegen des besonderen Interesses, das diese Feststellung böte, dieselbe in meinen weiteren Untersuchungen nachzuprüfen. Bis auf weiteres müssen wir aber nach den vorliegenden Thatsachen sowie auf Grund der Analogie mit den Agglutininen an der Einheitlichkeit der Praecipitine festhalten.

Von Hemmungen, die einen ähnlichen Mechanismus, wie die beschriebene aufweisen, kennen wir bereits einige Beispiele. Neisser und Wechsberg haben festgestellt, dass bei manchen baktericiden Seris ein Ueberschuss des Immunkörpers den baktericiden Effect beeinträchtigen oder gänzlich hemmen kann. Diese Autoren nehmen an, dass der freie Immunkörper eine grössere Affinität zum Complement aufweist als der an die Bakterien verankerte und dass dadurch das Complement von den Bakterien abgelenkt wird<sup>1)</sup>. Für

<sup>1)</sup> In seiner jüngst erschienenen Arbeit (Cbl. f. Bakt. I. Abth. Orig. XXXI. B. N. 10. S. 460) bestätigt Lipstein diese Ansicht und widerlegt durch geeignete Versuche die dagegen von Metchnikoff und Gruber erhobenen Einwände. (Anm. während der Correctur).



die Haemolyse stellen die Autoren diesen Vorgang in Abrede; tatsächlich sind bis jetzt unter der grossen Menge von Beobachtungen nur zwei Fälle mitgeteilt worden, in denen eine Hemmung der Haemolyse durch Ueberschuss des Zwischenkörpers eingetreten war; Nolf beobachtete sie bei der Haemolyse von Hühnerblut durch Kaninchen-Immunserum, Neisser und Döring bei der Haemolyse von Kaninchenblut durch Menschenserum (bei einem Fall von chronischer Nephritis). In der mehrfach citierten Arbeit über die Agglutination konnte ich gemeinsam mit Dr. Volk die von uns sowie von Pick beobachtete Hemmung der Agglutination bei Verwendung abgeschwächter oder durch verschiedene chemische Agentien modificierter Sera auf die Wirkung von Agglutinoiden zurückführen, die aus dem Agglutinin durch Verlust der praecipitierenden Gruppe entstehen. Bei der specifischen Koagulation durch die Serumkoaguline A und K beobachtete Pick eine der hier beschriebenen völlig analoge Hemmung durch inactiviertes Serum; freilich nimmt dieser Forscher dafür einen von dem unsrigen abweichenden Mechanismus in Anspruch, indem nach seiner Meinung die hemmende Substanz nicht dem Koagulin seine Entstehung verdankt und nicht auf die koagulierbare Substanz (Bakterienkoagulin), sondern auf das Serumkoagulin selber einwirkt. Angesicht der grossen Analogie, die der Koagulationsvorgang einerseits, derjenige der Praecipitation andererseits aufweisen, wäre es auffallend, beim Vorgange der Hemmung eine so tiefgreifende Differenz zu finden, weshalb ich es für angezeigt halte, auf die interessanten Erörterungen sowie die gewissenhaft erhobenen Befunde Pick's näher einzugehen.

Aus der Thatsache, dass mit Aether-Alkohol geschütteltes Serum seine Koagulationswirkung eingebüsst hat, ohne hemmende Eigenschaften zu erlangen, glaubt Pick schliessen zu dürfen, dass die hemmende Substanz unabhängig vom Koagulin entsteht; demgegenüber muss betont werden, dass die Abwesenheit der Koagulinwirkung noch durchaus nicht die Zerstörung des Koagulins beweist, ebenso wie z. B. angesäuertes Agglutinin- oder Praecipitin-Serum wirkungslos ist, jedoch durch Neutralisation wieder activ wird. Es kann gerade diese Thatsache in Verbindung mit der Beobachtung, dass solches Serum durch Erhitzen hemmende Eigenschaften erlangt, als Beweis dafür herangezogen werden, dass die hemmende Substanz im activen Serum nicht praexistiert, und nicht durch Ausschaltung der Koagulinwirkung, sondern nur durch den Vorgang



der Erhitzung zum Vorschein gebracht wird. Es scheint, dass erst unter dem Einfluss der erhöhten Temperatur das inactive Koagulin seine Affinität zur koagulierbaren Substanz erhöht, wodurch es zur Ausübung der hemmenden Wirkung befähigt wird; das Beispiel des Cholera-Immunsersums zeigt, dass die Temperatur, bei der diese Affinitätserhöhung eintritt, durchaus nicht mit der Inactivierungstemperatur des betreffenden Koagulins zusammenzufallen braucht, indem dieses Serum bei 58° C inactiviert wird, aber erst bei 73° die hemmenden Eigenschaften erlangt. Auch der andere Beweis, wonach Serum, dessen Koagulingehalt durch Ueberschuss koagulabler Substanz absorbiert wurde, nach Erhitzung hemmend wirkte, dürfte Einwänden zugänglich sein; durch den Nachweis, dass koagulable Substanz im Gemisch in Ueberschuss vorhanden war, ist die Möglichkeit durchaus nicht ausgeschlossen, dass auch actives Koagulin gegenwärtig war, das dann durch Erhitzung die hemmende Substanz lieferte, zumal wir gesehen haben, dass trotz stattgehabter Reaction beide reagierenden Körper im Ueberschusse nebeneinander coexistieren können. Die Versuchsreihen, durch die Pick den Angriffspunkt der hemmenden Substanz zu eruieren sucht, beweisen wohl, dass die Menge des activen Serums für den Effect der Hemmung von grosser Bedeutung ist, scheinen mir jedoch für die Praecisierung der Rolle der koagulablen Substanz bei der Hemmung unzureichend zu sein; es wurden höhere Zusätze koagulabler Substanz nicht versucht, und in Vers. N. 2.  $\beta$  Reihe (S. 439) scheint mir sogar eine Andeutung von Hemmung ersichtlich zu sein. Dass aus dem Gemische: inactives Serum + actives Serum + Bakterienkoagulin die koagulable Substanz durch verschiedene Agentien isoliert werden kann, beweist nichts gegen eine vorherige Bindung dieser Substanz, wenn man sich an die ähnlichen Versuche von Calmette, Phisalix und Bertrand sowie Wassermann mit Toxin-Antitoxingemischen erinnert. Kraus hat (in einer noch nicht publicierten Arbeit) gezeigt, dass der Hemmungseffect von der Menge der koagulablen Substanz abhängt, dass er bei Ueberschuss dieser Substanz ausbleibt, ein Befund, den auch ich in meinen Versuchen bestätigt fand. Andererseits konnte ich feststellen, dass auch für die Koagulationshemmung dasselbe Verhalten zutrifft, das sich bei der Praecipitationshemmung findet, dass nämlich die Reihenfolge der Zusätze des activen und des hemmenden Serums für den Hemmungseffect nicht gleichgültig ist: er ist grösser, wenn das hemmende



Serum zuerst mit der koagulablen Substanz zusammengebracht wird und dann erst das active Serum zugesetzt wird, als wenn beide Sera gleichzeitig zugegeben werden. Folgende Tab. VI veranschaulicht diese Verhältnisse.

Tabelle VI.

Nr.	inactiv.	Bakterien-	actives	A. (inact. Ser. + act.	B. (inact. Ser. + Bak-
	Ty-Serum	koag. K.	Ty-Serum	Ser. + Bakterkoag. K)	terkoag. K) dann act.
	Tr.	Tr.	Tr.	gleichzeitig.	Serum.
1.	15	15	15	klar	klar
2.	15	15	30	Nied.	klar
3.	15	15	45	Nied.	klar
4.	15	15	60	Nied.	klar

Es folgt daraus, dass auch bei der Koagulationshemmung der Angriffspunkt der hemmenden Substanz an der koagulablen zu suchen ist, dass bei gleichzeitiger Einwirkung des activen sowie des inactivierten Serums, das active, falls in grösserer Menge vorhanden, einen Theil der koagulablen Substanz an sich reisst und mit ihr die Reaction gibt. Es wäre folglich auch das Koagulin seiner Constitution nach den Praecipitinen anzureihen und an ihm eine haptophore sowie eine praecipitierende Gruppe zu unterscheiden. Dafür, dass die hemmende Substanz umgewandeltes Koagulin ist — Koaguloid könnte man sie in Analogie mit dem Agglutinoid und Praecipitoid nennen — geben übrigens auch einige von Pick beobachtete Thatsachen einen Anhalt: sowohl das Koagulin als auch die hemmende Substanz sind in der Euglobulinfraction des Serums enthalten, langes Stehen sowie Fäulnis zerstören das Koagulin und berauben das Serum der Fähigkeit durch Erhitzung hemmende Substanz zu liefern.

Nachdem auf diese Weise die Constitution des Praecipitins festgestellt ist, wäre jetzt die praecipitable Substanz nach denselben Gesichtspunkten zu untersuchen. Nachdem durch die bahnbrechenden Untersuchungen Ehrlich's ein complexer Bau des Toxinmolecöls festgestellt war, konnte ich in Gemeinschaft mit Dr. Volk an der agglutinierbaren Substanz der Bakterien die Existenz einer haptophoren und einer praecipitablen Gruppe nachweisen, eine Beobachtung, die unlängst von Prof. A. Wassermann bestätigt und



durch neue experimentelle Beweise gestützt werden konnte. Auch die Bakteriensubstanz, die am Prozesse der Bakteriolyse theilnimmt, scheint einen ähnlichen Bau aufzuweisen; bekanntlich werden erhitzte Bakterien durch bakteriolytische Sera nicht mehr aufgelöst (Kraus u. Clairmont), obwohl sie noch Bakteriolsin zu absorbieren im Stande sind (Bail, Wilde).

Nach alledem war es naheliegend, auch bei der praecipitablen Substanz eine analoge Constitution vorauszusetzen. Tschistovitsch fand, dass auf 80° C. erhitztes Aalserum durch Immunpraecipitin nicht mehr gefällt werden kann, nach Schütze verliert die Milch durch halbstündiges Erhitzen im Dampfkochtopf die Fähigkeit auf Laktoserum zu reagieren (allerdings wird dies von Müller bestritten). Für Hühnereiereiweiss fand ich, dass 1—1½ stündiges Erhitzen einer verdünnten Lösung auf 78° C. ihre Praecipitierbarkeit vernichtet; die Lösungen werden dabei stark opalescent und reagieren stärker alkalisch als im nativen Zustande. Durch Absorptionsversuche kann jedoch gezeigt werden, dass solches Eiweiss eine ganz unverminderte Bindungsfähigkeit für Praecipitin aufweist, dass folglich an ihm die haptophore Gruppe erhalten ist, während die praecipitable der Zerstörung anheimfiel. Das erhitzte Eiweiss hat ausserdem die Fähigkeit erworben, die Praecipitation unerhitzter Eiweisslösungen durch Praecipitin zu hemmen. Durch entsprechend combinierte Versuchsreihen kann nachgewiesen werden, dass das Resultat dieser Hemmung von der Menge der erhitzten Lösung einerseits, des Serums andererseits bestimmt wird, dass dagegen die Menge der unerhitzten Eiweisslösung dabei belanglos ist. In Parallelreihen, in denen bei identischen Mengen der einzelnen Substanzen die Reihenfolge der Zusätze geändert wurde, indem in einer Reihe alle drei Substanzen gleichzeitig zusammengebracht wurden, in der anderen das erhitzte Eiweiss zunächst auf das Serum einwirkte und dann erst das nicht erhitzte Eiweiss zugesetzt wurde, konnte keine Differenz der Hemmungsergebnisse erhoben werden. Es folgt daraus, dass das erhitzte Eiweiss das Praecipitin besetzt, sodass dieses nicht mehr mit dem nativen Eiweiss reagiert, ferner dass die Affinität des erhitzten Eiweisses zum Praecipitin grösser sein muss als diejenige des nativen. Die oben erwähnte Thatsache, dass die Reaction der Eiweisslösungen beim Erhitzen immer nach der alkalischen Seite verschoben wird (s. Cohnheim S. 7.), und dass andererseits mit Alkali versetztes Eiweiss ebenfalls seine Praecipita-



bilität einbüsst, lässt daran denken, dass vielleicht beide Vorgänge in Zusammenhang zu bringen wären. Von sonstigen Einwirkungen auf die praecipitable Substanz, die ebenfalls eine Zerstörung oder Modification der praecipitablen Gruppe zur Folge haben, wäre die Wirkung von concentrirter Harnstofflösung sowie von Formalin zu nennen, zwei Körpern, die bekanntlich das Eiweiss uncoagulierbar machen und deren analoge Function gegenüber der agglutinierbaren Substanz von mir und Dr. Volk schon festgestellt wurde. Zusatz von 4 Theilen conc. Harnstofflösung zu 1 Theil Eiweisslösung macht sie unpraecipitabel, ohne ihre Affinität zum Praecipitin zu tangieren; vom Formalin genügen dazu schon ganz kleine Mengen.

Was die Bedingungen der Praecipitinreaction betrifft, möchte ich nur kurz einige vorläufige Versuche über die Wirkung der Salze mittheilen. In Analogie mit den Befunden von Joos für die Agglutination haben Hamburger sowie Müller auf die Unerlässlichkeit der Kalksalze für das Zustandekommen der Laktopraecipitation hingewiesen. Die Thatsache, dass manche Salze in concentrirten Lösungen die Agglutination (ich u. Dr. Volk), die Koagulation (Pick) sowie die Alexinwirkungen (Lingelsheim) hemmen, führte dazu, diese Wirkung auch bei der Praecipitation zu untersuchen. Es zeigte sich, dass das Kochsalz selbst in hohen Concentrationen (bis zur Fällungsgrenze der Eiweisskörper d. i. ca. 18%) keinen Einfluss auf die Praecipitation übt, dass dagegen Ammonsulfat schon in 0.25 N. Lösung die Reaction vollständig hemmt, Magnesiumchlorid in 0.5 N. Lösung die Reaction merklich ungünstig beeinflusst, in 2 N. Lösung sie vollkommen aufhebt. Weitere Untersuchungen sollen den Mechanismus dieser Hemmung genauer aufklären.

Weiterhin wurden auch die Eigenschaften des Praecipitums einer Untersuchung unterworfen; in Uebereinstimmung mit Tschistowitsch wurde festgestellt, dass dasselbe in verdünnten Säuren sowie Alkalien löslich ist, unlöslich in Lösungen von Alkalicarbonaten sowie in NaCl-Lösungen (auch in gesättigten). Die Angabe von Myers, dass das Hühnereiereiweiss-Praecipitum in 2% NaCl-Lösung löslich ist, konnte nicht bestätigt werden. Der in Säure gelöste Niederschlag fällt bei der Neutralisation wieder aus, verhält sich also wie ein Acidalbumin (daher konnte auch die Beobachtung von Müller, dass aus dem Laktoserum-Praecipitat das Praecipitin durch Lösung in starker Essigsäure regeneriert wird, nicht



nachgeprüft werden). Beim Erhitzen des gut gewaschenen Praecipitums in physiologischer NaCl-Lösung wird es coaguliert und kann nachher nicht mehr in schwachen Säuren gelöst werden; es verhält sich also wie gerinnende Eiweisse, die durch die entsprechenden Fermente zur Gerinnung gebracht dann noch durch Hitze einwirkung coaguliert werden können. Das Praecipitum bei der Laktopraecipitation ebenso wie die ausgefallte Verbindung von Agglutinin und agglutinierbarer Substanz verhalten sich abweichend, indem sie bei höherer Temperatur in Lösung gehen. Weiter mag noch erwähnt werden, dass der Niederschlag ähnlich wie bei der Agglutination in concentrirter Harnstofflösung, in Formalin sowie gesättigter Magnesiumchloridlösung löslich ist. Wir ersehen aus diesen Befunden, dass die Eigenschaften des Praecipitums durch die beiden Componenten bedingt werden, dass folglich mit wechselnden Componenten auch die Eigenschaften der resultierenden Verbindung sich verändern.

Bezüglich der Angabe von Leblanc, dass alle Immunkörper in der Pseudoglobulinfraction des Serums enthalten sein dürften, muss ich bemerken, dass dies nicht einmal für die im Kaninchen serum enthaltenen Praecipitine stimmt, da ich in einem Falle, wo ich daraufhin untersucht habe, das Pferdeserum-Praecipitin in der Euglobulinfraction des betreffenden Kaninchenimmenserums enthalten fand.

Endlich will ich noch bemerken, dass ich zweimal im Humor aqueus von mit Hühnereiereiweiss behandelten Kaninchen Praecipitin nachweisen konnte, während der Harn in beiden Fällen sich als praecipitinfrei erwies. Ich will hier nur an die Beobachtung von Levy und Gissler erinnern, die im Humor aqueus Typhusimmunagglutinin nachgewiesen haben.

Zum Schlusse erfülle ich eine angenehme Pflicht, indem ich meinem hochverehrten Lehrer und Chef, Herrn Prof. O. Bujwid für das meiner Arbeit entgegengebrachte rege Interesse sowie für die thatkräftige Unterstützung, die dieselbe immer seinerseits erfahren, meinen wärmsten Dank ausspreche.

Aus dem hygienisch-bakteriologischen Institute der Universität Krakau.



## Literatur:

- Bail: Inaugural-Dissertation. Ueber die Einwirkung der Serumalexine auf Bakterien.
- Buchner: Ueber den Einfluss der Neutralsalze auf Serumalexine, Enzyme, Toxalbumine, Blutkörperchen u. Milzbrandsporen Arch. f. Hyg. XVII, 93. S. 138.
- Camus: Compt. rend. Soc. de Biol. 98. N. 50.
- Cohnheim: Chemie der Eiweisskörper. In Roscoë-Schorlemmer's Lehrb. d. Chemie, IX B. Braunschweig 1901.
- Ehrlich: Schlussbetrachtungen im VIII B. des Nothnagel'schen Handb. Wien, 1901.
- Eisenberg u. Volk: Untersuchungen über die Agglutination. Wien. klin. Wochenschr. 1901. N. 50.
- idem: Ztschr. f. Hyg. u. Inf. XL B.
- Halban u. Landsteiner: Ueber Unterschiede des foetalen u. mütterlichen Blutserums und über eine agglutinations- und fällungshemmende Wirkung des Normalserums. Münch. med. Woch. 1902. N. 12.
- Hamburger: Biologisches über die Eiweisskörper der Kuhmilch und über Säuglingsernährung. Wien. Klin. Woch. 1901. N. 49.
- Heidenhain: Die Anilinfarben als Eiweissfällungsmittel. Münch. med. Woch. 1902. N. 11.
- Kraus u. Claimont: Ueber bakteriolytische Wirkungen des Taubenserums. Ztschr. f. Hyg. u. Inf. 1900. XXXIV.
- Laveran et Mesnil: Recherches morphologiques et expérimentales sur le Trypanosome des rats (Tr. Lewisi). Ann. de l'Inst. Past. 1901. XV. N. 9. p. 695.
- Leblanc: Contribution à l'étude de l'immunité acquise. Cellule. T. XVIII. Fasc. 2. 1901. p. 335—384.
- Levy u. Gissler: Untersuchungen über Typhus-Serum. Münch. med. Woch. 1897. S. 1435.
- v. Lingelsheim: Bedeutung der Salze für die baktericide Wirkung des Serums. Ztschr. f. Hyg. u. Inf. 1901. XXXVII. S. 131.
- London: Contribution à l'étude des hémolysines. Arch. russes des Sciences biol. St. Pétersbourg VIII. 1900/1901. N. 3. 4. p. 285—352.
- Müller: Vergleichende Studien über die Gerinnung des Caseins durch Lab und Laktoserum Münch. med. Woch. 1902. N. 7.
- Myers: Ueber Immunität gegen Proteide. Cbl. f. Bakt. 1900. XXVIII. S. 237—244.
- Neiser u. Doering: Zur Kenntnis der haemolytischen Eigenschaften des menschlichen Serums. Berl. Kl. Woch. 1901. N. 22.
- Neisser u. Wechberg: Ueber die Wirkungsart baktericider Sera. Münch. med. Woch. 1901. N. 13.
- Nolf: Contribution à l'étude des sérums antihématiques. Ann. de l'Inst. Past. 1900. XIV. N. 5. p. 297—330.
- Pick: Zur Kenntnis der Immunkörper. Beitr. z. chem. Physiol. u. Pathol. von F. Hofmeister I. B. 7—9 u. 10—12 H. 1901/1902.



- Schütze: Ueber ein biologisches Verfahren zur Differenzierung der Eiweisstoffe verschiedener Milcharten. *Ztschr. f. Hyg.* XXXVI. 1901. S. 5—8.
- Tschistovitsch: Études sur l'immunisation contre le sérum d'anguilles. *Ann. de l'Inst. Past.* 99. XIII. N. 5. p. 406—425.
- Uhlenhuth: Neuer Beitrag zum spezifischen Nachweis von Eiereiweiss auf biologischem Wege. *Deutsch. med. Woch.* 1900. Nr. 46.
- Wassermann: Discussion über Ehrlichs Vortrag i. d. Ver. f. inn. Med. Berlin 16. Dec. 1901. *Deutsch. med. Woch.* 1902. N. 3. Ver. Beil. N. 3. S. 18.
- Wilde: Ueber die Absorption der Alexine durch abgetödtete Bakterien. *Berl. Klin. Woch.* 1901. N. 34.

---

38. M. CAMILLE KRAFT. **Badania doświadczalne nad skalą barw interferencyjnych. (*Études expérimentales sur l'échelle des couleurs d'interférence*).** Mémoire présenté par M. A. Witkowski m. t.

Par l'échelle des couleurs d'interférence j'entendrai le tableau faisant connaître la correspondance de ces couleurs aux différences de marche optique <sup>1)</sup>, la source lumineuse étant supposée à peu près blanche.

On accepte actuellement deux échelles de cette sorte: celle de Wertheim <sup>2)</sup>, dite quelquefois de Quincke ou même de Brücke, et celle de M. Rollett <sup>3)</sup>, un peu plus récente que celle-là. Elles diffèrent considérablement, de sorte que leur vérification s'impose. Encouragé par M. le professeur Witkowski à m'occuper de cette question, j'ai entrepris dans son laboratoire une étude expérimentale pour décider quelle est l'échelle qu'on pourrait adopter comme exacte.

J'ai employé des sources lumineuses différentes pour m'assurer dans quelle mesure les nombres de l'échelle peuvent dé-

<sup>1)</sup> Il ne s'agit ici que des couleurs d'interférence que présentent, par exemple, des lames cristallines observées dans le polariscope, ou des lames très minces éclairées par la lumière naturelle; la différence de marche optique des rayons qui interfèrent est dans ces cas la même pour toutes les longueurs d'onde (abstraction faite de la dispersion).

<sup>2)</sup> G. Wertheim „Mémoire sur la double réfraction temporairement produite dans les corps isotropes...“ *Annales de Chimie et de Phys.* 1854. (S. 3). T. XL, pag. 180.

<sup>3)</sup> A. Rollett „Über die Farben welche in den Newton'schen Ringsystemen auf einander folgen“. *Sitzungsberichte der Akad. d. Wissensch. in Wien. Math. naturw. Classe.* 1878. LXXVII Bd. Heft I—V, p. 213 et 229.



pendre des petites différences dans la nature des lumières qu'on regarde ordinairement comme blanches.

Avant de décrire ces recherches, je discuterai brièvement les méthodes employées par Wertheim et par M. Rollett, pour mettre en évidence combien différente des méthodes de ces savants est la voie que j'ai suivie dans mon travail.

### I. Méthodes de Wertheim et de M. Rollett.

1. Wertheim en construisant son échelle n'a déterminé directement les différences de marche que pour quelques places de l'échelle, notamment pour celles dans lesquelles il a constaté l'extinction complète de la lumière homogène du sodium et pour celles qui correspondaient aux teintes les plus sombres<sup>1)</sup>. Il admettait que ces dernières sont engendrées par l'extinction de la partie du spectre la plus lumineuse, pour laquelle il admettait comme longueur d'onde 550,6  $\mu$ . Quant aux autres teintes, ce n'est que par interpolation qu'il a déterminé les différences de marche qui leur correspondent<sup>2)</sup>.

Bien que la méthode de cette interpolation soit à peu près correcte, la supposition arbitraire concernant les différences pour les teintes les plus sombres et la possibilité des erreurs auxquelles on s'expose en constatant une extinction totale de la lumière du sodium, font naître certains doutes quant à l'exactitude des nombres de cette échelle.

2. M. Rollett a choisi une méthode plus directe. Il examinait les spectres prismatiques des couleurs en question et déterminait les longueurs d'onde des rayons supprimés pour calculer ensuite les épaisseurs des couches d'air correspondantes. Ici surgit tout d'abord la question de savoir quel est le lieu du spectre où les rayons sont totalement éteints. Il est bien connu que, selon la théorie approximative<sup>3)</sup>, l'affaiblissement de l'intensité de l'onde dont la longueur est  $\lambda$ , produit par l'interférence de deux rayons dont les

<sup>1)</sup> L. c. p. 176.

<sup>2)</sup> L. c. p. 178.

<sup>3)</sup> Cette théorie s'applique au cas de lames très minces éclairées par la lumière naturelle ainsi qu'à celui de lames cristallines placées entre les nicols croisés ou parallèles, en supposant que les directions des vibrations dans la lame cristalline font un angle de  $45^\circ$  avec celles dans les nicols.



marches optiques différent de  $\Delta$ , s'exprime par  $\sin^2 \frac{\pi\Delta}{\lambda}$  dans le cas des couleurs à origine noire et par  $\cos^2 \frac{\pi\Delta}{\lambda}$  dans celui des couleurs à origine blanche. Par conséquent les lieux d'extinction totale ne sont que des lignes mathématiques pour lesquelles  $\lambda$  satisfait à l'équation  $\sin^2 \frac{\pi\Delta}{\lambda} = 0$  ou  $\cos^2 \frac{\pi\Delta}{\lambda} = 0$ . L'oeil y voit au contraire des bandes obscures dont la partie parfaitement noire paraît plus ou moins large. La longueur d'onde qui vérifie l'équation ci-dessus, où est-elle placée dans cette partie parfaitement noire? Il est impossible de répondre à cette question sans tenir compte des données physiologiques. M. Rollett a simplement admis que c'est le centre de la bande noire qui coïncide avec le minimum théorique et cette supposition, il la croyait confirmée par des expériences spéciales. Or ces expériences, sans être en désaccord avec la supposition de M. Rollett, sont impropres à en établir l'exactitude<sup>1)</sup>. L'incertitude en question disparaîtrait peut-être sur le champ, si M. Rollett avait indiqué d'une manière plus précise qu'il ne l'a fait la largeur des bandes observées par lui au spectre; M. Rollett s'est borné à représenter par le dessin un très petit nombre de ces bandes<sup>2)</sup>. Je n'affirme pas que des erreurs de ce genre aient eu effectivement lieu dans son travail, mais même si elles y existaient, elles seraient, il me semble, trop petites pour qu'elles pussent par elles mêmes expliquer la grande différence de son échelle avec celle de Wertheim qui atteint parfois 30  $\mu\mu$ . Pour cela il faudrait que la largeur des parties parfaitement noires des bandes obscures correspondît au moins à 60  $\mu\mu$ . C'est ce qui s'accorde mal avec les figures mentionnées plus haut<sup>3)</sup> ainsi qu'avec les expériences que j'ai faites; en opérant avec une lumière aussi intense que celle dont s'était servi M. Rollett, je n'ai jamais obtenu de bandes d'une largeur supérieure à 20  $\mu\mu$  et cela dans un spectroscopie ordinaire.

Une seconde incertitude résulte de sa méthode de produire et d'observer les couleurs<sup>4)</sup>. Ayant égard à la variation très prompte

<sup>1)</sup> L. c. p. 203. et 224.

<sup>2)</sup> L. c. p. 201.

<sup>3)</sup> L. c. Taf. IV.

<sup>4)</sup> L. c. p. 210.



des teintes de la lame de gypse prismatique que M. Rollett employait dans son étude, on peut se demander s'il a toujours réussi à observer justement la teinte de la bande étroite colorée de la lame de laquelle provenait le spectre examiné. Mais même en admettant des erreurs causées par cette circonstance, elles semblent peut-être aussi trop petites pour qu'elles puissent expliquer la grande différence mentionnée.

Une autre incertitude résulte enfin de cette circonstance que M. Rollett n'a pas décrit d'une manière précise la nature de la lumière diffusée par un mur dont il se servait dans la plupart de ses observations<sup>1)</sup>. Mais il faut observer que ces mesures s'accordent suffisamment avec celles où les rayons directs du soleil formaient la source de la lumière.

Ainsi, pour ce genre de lumière blanche, l'échelle de M. Rollett paraît pouvoir s'appliquer avec l'approximation que semblent permettre toutes les inexactitudes citées. Mais, comme dans la méthode de Wertheim il est aussi difficile de trouver des causes d'erreurs considérables, il faut se demander si cet auteur n'a pas employé une lumière différente pour laquelle peut-être son échelle n'est pas fautive. C'est, il est vrai, „une plaque de porcelaine blanche (de Sèvres G.), fortement éclairée par la lumière blanche“ qui a servi à Wertheim de source lumineuse<sup>2)</sup>. Mais il n'explique point ce qu'il entend par le mot „blanche“.

3. Les questions ci-dessus ne pouvaient donc être résolues que par une révision de l'échelle des teintes d'interférence en évitant autant que cela est possible les causes d'erreurs mentionnées et en employant des sources lumineuses diverses. Pour rendre l'échelle utile dans la pratique, il fallait avoir, comme dans les méthodes ci-dessus, une suite continue de teintes, pour qu'on pût déterminer aussi exactement que possible les nombres correspondant aux limites des couleurs principales.

Il faut ajouter ici entre parenthèses que les nombres figurant dans l'échelle de M. Rollett indiquent les limites inférieures<sup>3)</sup>, tandis que les nombres de Wertheim correspondent aux nuances les

<sup>1)</sup> L. c. p. 211.

<sup>2)</sup> L. c. p. 172.

<sup>3)</sup> L. c. p. 213. et 228.



plus pures<sup>1)</sup> des couleurs principales, c'est-à-dire aux milieux de leur étendue. C'est pourquoi la différence apparente atteint parfois jusqu'à 50  $\mu\mu$ , tandis que, comme je l'ai déjà mentionné, en réalité elle ne surpasse pas 30  $\mu\mu$ .

## II. Appareil pour mesurer les différences de marche optique.

1. Parmi les méthodes connues qui servent à mesurer les différences de marche, l'analyse spectrale employée par M. Rollett m'a paru plus directe que les autres et d'autant plus pratique qu'elle permet de déterminer facilement la position des bandes noires sur le fond clair du spectre.

2. Cependant la partie parfaitement noire d'une semblable bande obscure est encore, comme je l'ai mentionné, plus ou moins large parce que les rayons les plus voisins du minimum théorique ont encore une intensité inférieure à celle que notre oeil peut apercevoir. La question proposée ci-dessus (I, 2) concernant la position exacte de ce minimum est donc, comme j'ai dit, d'ordre physiologique. Malgré que j'ai tenu compte des résultats des recherches physiologiques faites par M. Ebert<sup>2)</sup> et par M. Parinaud<sup>3)</sup> sur les intensités minima encore visibles dans le spectre, je n'ai pu résoudre la question des bandes larges même d'une manière qualitative, non seulement parce que les résultats de ces deux auteurs ne semblent pas être suffisamment concordants, mais encore parce que le phénomène, comme M. Parinaud l'a démontré, dépend considérablement de l'état de l'oeil (adaptation) et aussi sans doute du contraste du fond.

Puisque la détermination des minima d'après le centre des bandes larges peut causer des erreurs dont on ne peut estimer à présent le degré, il est nécessaire de se servir d'une lumière assez intense pour que les bandes soient très étroites. Les erreurs commises en prenant leur centre pour minimum seront suffisamment petites, car elles ne pourront évidemment pas surpasser la moitié de la partie parfaitement noire de la bande.

<sup>1)</sup> L. c. p. 176.

<sup>2)</sup> H. Ebert „Über den Einfluss der Schwellenvertheilung der Lichtempfindung auf den Charakter der Spectra“ Wiedem. Annalen d. Phys. u. Chem. 1888, Bd. XXXIII, p. 136.

<sup>3)</sup> H. Parinaud, *La vision*, Paris 1898, p. 31 et 39.



D'après les résultats obtenus par M. Ebert et par M. Parinaud, les „minima visibles“ ne dépendent pas, au milieu du spectre, d'une manière considérable de la longueur d'onde. On est donc autorisé à supposer que, si l'étendue de la partie noire n'excède pas  $2\mu\mu$  au plus et si la bande se trouve dans la partie centrale du spectre, l'erreur en question, qui a évidemment la caractère d'une erreur systématique, est au moins négligeable. Mais cette conclusion ne s'applique point aux bandes situées dans les parties extrêmes du spectre où, d'après les mêmes auteurs, les „minima visibles“ croissent rapidement vers les limites du spectre.

3. Si l'on pouvait accepter la supposition physiologique très simple que toutes les couleurs du spectre normal disparaissent dans le même instant quand l'intensité de la source lumineuse tombe au-dessous d'une certaine valeur, on trouverait à l'aide d'un raisonnement simple que le déplacement du centre apparent d'une bande est approximativement de

$$\lambda' - \lambda_0 = \frac{a^2}{2\lambda_0} \text{ vers le rouge;}$$

c'est une conséquence immédiate de la forme de la fonction  $\sin^2 \frac{\pi\Delta}{\lambda}$

qui exprime l'affaiblissement. Ici  $\lambda'$  signifie la longueur d'onde correspondante au centre observé,  $\lambda_0$  celle du minimum théorique,  $a$  l'étendue observée de la partie parfaitement noire de la bande. Ainsi, par exemple, le déplacement correspondant à une largeur  $a = 30 \mu\mu$  ( $\lambda_0 = 500$ ) ne sera que de  $0,9 \mu\mu$ .

Pour le spectre prismatique, on obtient (par voie de construction graphique) un résultat tout à fait différent: pour la même largeur apparente  $a = 30 \mu\mu$ , on trouve un déplacement de  $3 \mu\mu$  dans le sens contraire, c'est-à-dire vers le violet. Cependant on ne doit pas attacher trop d'importance à ces nombres à cause de l'inexactitude de l'hypothèse physiologique faite ci-dessus. Il ne serait donc pas impossible que le déplacement dans le spectre prismatique fût beaucoup plus grand que dans le spectre normal. Pour cette raison et quelques autres, je me suis décidé à employer, au lieu du prisme, un réseau de diffraction.

4. L'appareil spectral consistait en un réseau de Rowland monté de la manière bien connue indiquée par son auteur. La pièce portant l'oculaire était pourvue d'un vernier glissant le



long d'une échelle à millimètres, évaluée en longueurs d'onde et contrôlée souvent pendant la durée de mes expériences. Un millimètre de cette échelle correspondait à peu près à  $1 \mu\mu$ . Un diagramme construit pour l'interpolation présentait une ligne parfaitement droite. On peut donc être sûr que la détermination de  $\lambda$  était exacte à  $0,1 \mu\mu$  près. Une telle précision ne serait pas possible dans un spectroscopie prismatique ordinaire. En outre, j'ai trouvé que, dans l'appareil de Rowland, l'étendue des bandes obscures rapportée aux longueurs d'onde, était dans les mêmes conditions moindre que dans le spectre prismatique.

5. Pourvu que l'on employât une lumière assez intense pour que les bandes fussent très étroites, leur partie la plus obscure se marquait très bien, non pas par une obscurité complète, mais au contraire par la fraction très petite de la lumière diffusée par la surface du réseau, laquelle contrastait avec le fond obscur de la bande par une teinte à peu près complémentaire. Il est évident que c'est justement cette partie-ci de la bande qui contenait le minimum théorique. C'est l'étendue de cette partie que je comprendrai par l'expression „largeur de bandes obscures“ dans ce qui suit. La mise du fil de l'oculaire avec le centre d'un espace si bien défini pouvait être effectuée plus sûrement que dans le cas où la bande est complètement noire. Mais cet avantage ne se présentait qu'avec la lumière de l'arc électrique à 15 Ampères. Pour un courant plus faible la partie centrale de la bande apparaissait parfaitement noire, de sorte qu'on ne pouvait plus apercevoir le fil. Il faut ajouter que l'on opérait dans une chambre complètement obscurcie et que le réseau, l'oculaire et l'oeil étaient soigneusement préservés contre toute lumière étrangère.

Ce n'est que dans ces conditions et à l'aide d'une lumière aussi intense que j'ai obtenu des bandes dont la largeur ne dépassait pas  $4 \mu\mu$  pour les couleurs du premier ordre,  $3 \mu\mu$  pour le second, et  $2 \mu\mu$  pour le troisième, dans la partie centrale du spectre. Dans les parties extrêmes, ces nombres étaient respectivement 8, 4 et  $2 \mu\mu$ .

### III. Appareil aux couleurs d'interférence.

1. La largeur suffisamment petite des bandes n'étant garantie que dans une lumière très intense, il était désirable d'employer un



appareil producteur des couleurs d'interférence tel qu'il fût possible de le graduer une fois pour toutes en différences de marche optique. En procédant ainsi, on n'était pas obligé de répéter l'analyse spectrale dans les cas des lumières faibles. En outre, il importait que l'appareil donnât des teintes plates, non seulement sur la fente spectrale, mais encore sur un champ suffisamment grand pour permettre l'observation distincte des teintes.

Puisque, comme je l'ai dit (I 2), la lame de gypse prismatique employée par M. Rollett était très loin de satisfaire à cette dernière condition, j'ai renoncé à employer des lames prismatiques en général. L'appareil de Wertheim à double réfraction artificielle du verre<sup>1)</sup> produisait, il est vrai, des teintes plates et il semblerait en outre que l'on puisse le graduer facilement. Cependant j'ai constaté la possibilité d'une déformation permanente considérable dans le verre. De plus, il est difficile d'exclure ici le phénomène du retard élastique.

2. Je me suis donc décidé, après des expériences variées, à me servir du compensateur de Biot (dit aussi de Soleil) qui est composé, comme on sait, de trois lames de quartz taillées parallèlement à l'axe optique. Deux de ces lames sont légèrement prismatiques, elles ont le même angle et leurs axes sont parallèles. La troisième est plane et son axe est perpendiculaire aux axes des deux premières. L'ensemble agit à la manière d'une lame unique, très mince, mais d'épaisseur uniforme que l'on peut modifier à volonté en faisant glisser l'un des deux prismes.

Pour qu'un tel compensateur agisse réellement comme une lame unique, il faut avant tout que les directions des axes soient orientées précisément comme il a été indiqué ci-dessus. Cependant cette condition est loin d'être suffisante. Les directions des axes étant orientées avec une précision de 1 minute, je trouvais que le spectre d'une couleur quelconque produite par cet appareil, différait encore beaucoup de celui d'une couleur semblable provenant d'une lame unique. Au lieu d'une bande obscure simple, j'ai observé plusieurs bandes étroites, comme si la bande large était interrompue par des lacunes claires. On ne pouvait donc pas employer un tel spectre pour déterminer le minimum correspondant aux couleurs d'interférence ordinaires; en outre, il est possible que l'aspect

<sup>1)</sup> L. c. p. 169 et 173.



des couleurs d'interférence ne soit pas identique dans ce cas à celui des couleurs ordinaires.

Il est facile de se rendre compte de cette différence des spectres en question en suivant la théorie rigoureuse du compensateur de Babinet donnée par M. Voigt<sup>1)</sup> qui, le premier, a tenu compte des réflexions intérieures sur les surfaces des prismes. La différence de marche qui résulte de cette théorie se rapproche d'autant plus de celle qui convient à une lame unique, que l'indice de réfraction du milieu environnant diffère moins de celui des lames et que l'épaisseur de ces dernières augmente ainsi que leur distance.

Dans notre dispositif, l'épaisseur totale des trois lames excédait 4 mm. et il en était de même de la somme de leurs distances. Il semble que, sous ce rapport, nous nous sommes placés dans des conditions favorables. En effet, le compensateur ayant été tout entier plongé dans l'essence d'anis dont l'indice (1,548—1,557 pour D) diffère très peu de ceux du quartz (1,544 et 1,553 p. D)<sup>2)</sup>, les spectres en question ne différaient plus de ceux des couleurs d'interférence ordinaires.

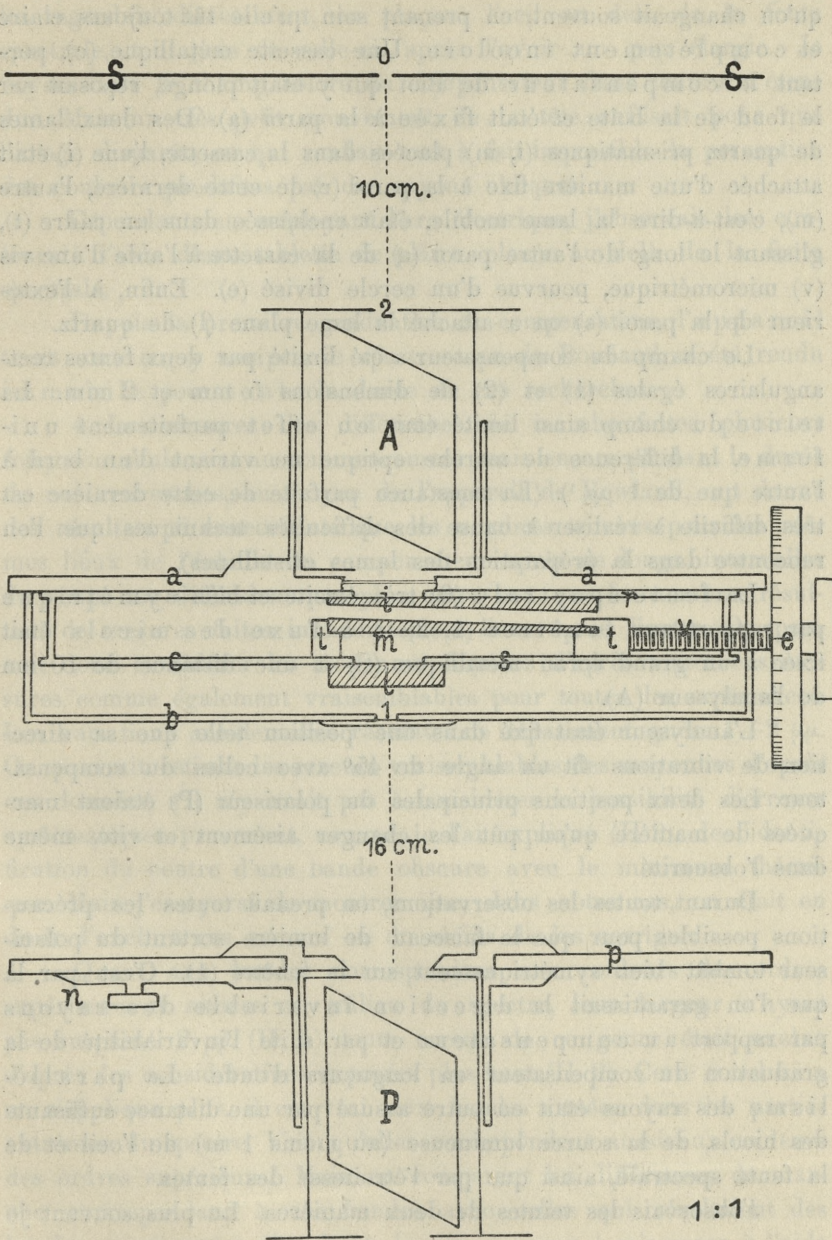
Ainsi, la superposition des lames épaisses équivaut à peu près complètement, vu les restrictions ci-dessus, à une lame unique. Il ne sera pas cependant inutile de remarquer que, tandis qu'une lame unique est très peu sensible, quant à sa coloration, à une petite déviation des rayons de la normale, par contre l'ajustement de la lame composée doit être très exacte à cet égard. Notre compensateur devait donc être monté d'une manière invariable par rapport à l'appareil de polarisation et à la direction des rayons pour que sa graduation pût avoir quelque valeur.

3. L'appareil de polarisation (voir la figure adjointe) se composait dans notre arrangement de deux grands nicols (P, A), éloignés l'un de l'autre de 20 cm. Leurs montures, précisément coaxiales, étant placées dans des parois métalliques (p, a) tout à fait rigides sur une base commune, ne permettaient qu'une rotation des nicols, qu'on pouvait lire en minutes à l'aide d'un vernier (n). Une boîte plate (b) soudée à la paroi (a) était remplie d'essence d'anis

<sup>1)</sup> W. Voigt „Über die Verzögerung, welche beim Durchgange des Lichtes durch eine Platte eintritt und über einige darauf gegründete Apparate“. *Wiedem. Annalen d. Phys. u. Chem.* 1884. Bd. XXII, p. 226 et 236.

<sup>2)</sup> Recueil de données numériques publié par la Soc. française de Physique; Optique, I et II fasc. Paris, 1899.







qu'on changeait souvent, en prenant soin qu'elle fût toujours claire et complètement incolore. Une cassette métallique (c), portant le compensateur de Biot qui y était plongé, reposait sur le fond de la boîte et était fixée à la paroi (a). Des deux lames de quartz prismatiques (i, m) placées dans la cassette, l'une (i) était attachée d'une manière fixe à la paroi (r) de cette dernière, l'autre (m), c'est-à-dire la lame mobile, était enchâssée dans un cadre (t), glissant le long de l'autre paroi (s) de la cassette à l'aide d'une vis (v) micrométrique, pourvue d'un cercle divisé (e). Enfin, à l'extérieur de la paroi (s) on a attaché la lame plane (l) de quartz.

Le champ du compensateur a été limité par deux fentes rectangulaires égales (1) et (2) de dimensions 5 mm et 2 mm. La teinte du champ ainsi limité était en effet parfaitement uniforme, la différence de marche optique ne variant d'un bord à l'autre que de  $1 \mu\mu^1$ . (La constance parfaite de cette dernière est très difficile à réaliser à cause des difficultés techniques que l'on rencontre dans la préparation des lames cristallines).

La fente spectrale (0) très étroite et bien symétrique par rapport aux fenêtres (1, 2) et à l'axe des nicols était fixée à un grand écran métallique (S) à une distance de 10 cm de l'analyseur (A).

L'analyseur était fixé dans une position telle que sa direction de vibrations fit un angle de  $45^\circ$  avec celles du compensateur. Les deux positions principales du polariseur (P) étaient marquées de manière qu'on pût les changer aisément et vite, même dans l'obscurité.

Durant toutes les observations, on prenait toutes les précautions possibles pour que le faisceau de lumière sortant du polariseur tombât bien symétriquement sur la fenêtre (1). C'est par là que l'on garantissait la direction invariable des rayons par rapport au compensateur et par suite l'invariabilité de la graduation du compensateur en longueurs d'onde. La parallélisme des rayons était en outre assuré par une distance suffisante des nicols, de la source lumineuse (au moins 1 m) de l'oeil et de la fente spectrale, ainsi que par l'étroitesse des fentes.

J'observais les teintes de deux manières. Le plus souvent je

<sup>1)</sup> Dans des lames prismatiques ordinaires la différence de marche varie de 60—120  $\mu\mu$  sur 2 mm ou même beaucoup plus.



les regardais directement, en plaçant l'oeil au delà de la fente spectrale, tout près de celle-ci, après l'avoir un peu élargie. Je voyais alors le champ coloré du compensateur dans toute son étendue. Mais un très petit mouvement de la tête suffisait pour que l'image disparût, ce qui rendait tout à fait impossible la perception des couleurs produites par des rayons obliques.

Cependant, en employant l'arc électrique, j'observais les couleurs à l'aide d'une tablette de plâtre placée au delà de la fente spectrale.

Depuis la première graduation du compensateur, l'appareil tout entier, y compris le spectroscopie de Rowland, a été rendu immobile pour toute la durée de ces recherches.

4. Les mesures des différences de marche faites plusieurs fois, non seulement au commencement mais encore pendant la durée de nos recherches, au moyen de l'appareil de Rowland, ont donné des résultats si concordants que les nombres trouvés pour les mêmes lieux de l'échelle du compensateur après de longs intervalles de temps ne différaient pas plus entre eux que les nombres résultant de mesures faites immédiatement l'une après l'autre. On pouvait donc considérer les moyennes formées d'après toutes ces mesures comme également vraisemblables pour toutes les expériences. Les variations accidentelles restantes ne dépassaient guère 1—2  $\mu\mu$ . On pourrait estimer les erreurs vraisemblables des moyennes d'après ces données, s'il n'y avait pas à considérer la possibilité d'erreurs systématiques provenant, comme je l'ai expliqué (II 2), de l'identification du centre d'une bande obscure avec le minimum théorique. Mais j'essayerai de montrer que, dans notre cas, on était en droit d'exclure ces erreurs ou du moins de les corriger.

Quant aux bandes correspondant aux couleurs des ordres supérieurs et situées au milieu du spectre, leur largeur n'ayant pas surpassé 2  $\mu\mu$  (II, 5) toute erreur de ce genre était exclue d'après les considérations exposées plus haut (II, 2). Cette conclusion ne s'applique plus, il est vrai, aux bandes situées dans les parties extrêmes du spectre, bien qu'elles correspondent aussi aux couleurs des ordres supérieurs. Mais, en comparant les différences de marche correspondant à ces bandes avec celles qui résultaient des bandes mentionnées plus haut, je suis parvenu à m'assurer, à l'aide d'une construction graphique tenant compte de la dispersion du quartz, qu'elles étaient correctes. En effet, la valeur de la dispersion



de biréfringence obtenue de cette manière, s'accordait très bien avec les données numériques trouvées par différents auteurs pour le quartz incolore<sup>1)</sup>.

Quant aux bandes correspondant aux couleurs du premier ordre, leur largeur était beaucoup plus grande, comme je l'ai dit plus haut (II, 5). Malgré cela, celles de ces bandes qui étaient situées dans la partie centrale du spectre n'ont pas occasionné d'erreurs systématiques. Je m'en suis assuré en traçant une courbe des différences de marche (en fonction de l'échelle du compensateur) qui doit être presque une droite. En effet, sa partie initiale déterminée d'après les bandes que nous venons de mentionner, était droite et s'accordait parfaitement, non seulement avec une autre partie de cette courbe déterminée d'une manière exacte d'après les bandes étroites des ordres supérieurs, mais encore avec son origine. Ce point, correspondant à la différence de marche égale à zéro, a pu être déterminé avec une grande sûreté à l'aide de la lumière si intense de l'arc électrique.

C'est seulement les différences de marche correspondant aux bandes du premier ordre situées aux extrémités du spectre (dont la largeur atteignait 8  $\mu\mu$ ) que j'ai corrigées d'après cette courbe et d'après les données de la dispersion.

Après ces remarques, on peut être assuré que l'erreur vraisemblable des déterminations définitives des différences de marche produites par le compensateur, a été moindre que  $\pm 1 \mu\mu$ .

Attendu que la différence de marche pour les rayons qui sont supprimés dans le spectre est un multiple pair ou impair de leur demi-onde, il résulte encore de la conclusion qui vient d'être énoncée que l'erreur vraisemblable des longueurs d'onde évaluées pour les minima, a été moindre que  $\pm 1, \frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4} \mu\mu...$  pour les couleurs à origine noire et que  $\pm 2, \frac{2}{3}, \frac{2}{5}, \frac{2}{7} \mu\mu...$  pour celles à origine blanche, selon l'ordre des couleurs.

#### IV. Les sources lumineuses.

1. Comme la situation du laboratoire me rendait très difficile l'emploi des rayons directs du soleil, je me suis contenté de la

<sup>1)</sup> Recueil de données numériques etc. ; Optique, II fasc. Paris, 1899. p. 428 et 429.



lumière solaire réfléchiée par une surface de neige fraîchement tombée qui couvrait un toit d'une couche compacte et uniforme. J'admets que les résultats obtenus ainsi ne différeraient pas beaucoup de ceux que l'on obtiendrait en employant les rayons directs.

2. Une seconde source de lumière blanche était un ciel gris mais très clair (brouillard) et parfaitement uniforme. C'est ce genre de lumière qui, au moins dans notre climat, sert le plus souvent de source lumineuse dans l'appareil de Nörremberg.

3. Troisièmement un ciel serein d'une teinte intermédiaire entre l'indigo et le bleu pur, peu saturée, c'est-à-dire assez claire.

On laissait entrer ces trois genres de lumière dans l'appareil au moyen de deux miroirs, la chambre étant rendue parfaitement obscure.

Les lampes employées étaient les quatre suivantes:

4. Un bec Auer.

5. Un bec Argand à gaz.

6. Une lampe électrique ordinaire à incandescence (de 16 bougies).

Comme les rayons directs de ces trois lampes éclairaient le champ coloré d'une manière très peu uniforme, il fallait employer un verre dépoli placé à 20 cm. au devant de ces lampes. Devant le bec Auer, on en plaçait deux pour rendre son intensité plus égale à celle des autres sources. Je ne crois pas qu'un verre semblable, tout à fait incolore, puisse changer le caractère de la lumière qui le traverse.

7. Enfin l'arc électrique.

Ne pouvant pas observer les couleurs dans la lumière directe de l'arc à cause de l'éblouissement, j'ai employé un écran formé par une lame plane du plâtre le plus pur, fraîchement préparé. On peut, il me semble, admettre qu'un tel écran ne change le caractère de la lumière diffusée que d'une manière insensible.

Il faut observer toutefois que la lumière de l'arc ne m'a pas paru bien déterminée quant à la distribution de l'énergie dans son spectre. Abstraction faite de ce fait que le charbon négatif produisait des couleurs fort différentes de celles du positif (la partie violette de celles-là étant plus faible), la nature de cette lumière change encore avec l'intensité du courant.

La lampe employée était de 15 Ampères. L'échelle des cou-



leurs figurant sur nos tableaux pour l'arc électrique, a été construite en employant la lumière du cratère positif et un courant de 15 à 18 *A*. Dans ce cas l'échelle ne diffère pas beaucoup de celle obtenue pour la neige. En employant au contraire un courant de 15—12 *A*, j'ai obtenu une échelle plus semblable à celle qui correspond au bec Auer. La température des charbons étant probablement constante, on ne peut expliquer ce fait qu'en admettant que l'intensité de la lumière violette de l'arc lui-même augmente avec l'intensité du courant.

Pour ce qui est de la lampe Argand et de celle à incandescence, j'ai réuni leurs échelles dans une table commune parce que ces échelles différaient très peu comme on pouvait l'espérer, les deux lumières étant rougeâtres à peu près dans la même mesure.

L'intensité de lumière était toujours celle que l'on observe le plus souvent dans l'appareil de Nörremberg. Cette remarque est importante, non seulement parce qu'elle garantit que les couleurs étaient pareillement saturées dans les divers cas, mais encore parce que les équations de mélange des couleurs ne semblent pas être indépendantes de l'intensité absolue de la source lumineuse. J'ai observé en effet que dans une lumière très forte, comme celle du soleil affaiblie un peu par les nicols, les couleurs des lames de gypse présentaient des teintes différentes de celles que l'on observe sur ces mêmes lames dans une lumière d'intensité ordinaire; à savoir des teintes telles qu'on les observerait si la sensation de la couleur violette était supprimée. Après avoir considérablement affaibli l'intensité de la lumière, j'observais au contraire que le bleu semblait plus verdâtre, pendant que les autres couleurs d'interférence ne paraissaient pas changer d'une manière sensible.

#### V. La définition des limites des couleurs principales.

1. Les erreurs de la méthode physique des recherches présentes sont presque tout à fait négligeables par rapport à celles qui peuvent résulter de l'incertitude dans l'appréciation et surtout dans le choix des teintes destinées à servir de limites aux couleurs principales. Pour s'en convaincre, il suffit par exemple d'observer la grande différence qui existe entre la table des couleurs spec-



trales construite par Helmholtz et celle de Drobisch<sup>1)</sup>. Ainsi la partie physiologique de notre problème se présente comme beaucoup plus difficile que la partie proprement physique; non moins difficile est la description précise des résultats des observations. Pour diminuer la dernière difficulté, j'ai jugé qu'il fallait expliquer autant que possible quelles teintes on doit entendre par les dénominations qui figurent dans mes tables et surtout comment j'ai défini les nuances aux limites des couleurs principales.

Je conserve presque partout la nomenclature employée jusqu'ici mais je ne la considère nullement comme une description fidèle de mes sensations; les termes de cette nomenclature ne sont en effet que des symboles nécessaires pour distinguer les couleurs voisines et surtout pour comparer les échelles qui correspondent à des lumières diverses.

Pour les couleurs d'interférence qui peuvent être comparées avec celles du spectre au moins d'une manière approximative, je me servirai du spectre comme d'objet de comparaison parce que les couleurs spectrales peuvent être bien définies par des longueurs d'onde, pourvu que le spectre soit pur et que la source lumineuse ne soit ni trop forte ni trop faible. Dans ce but, j'ai déterminé plusieurs fois la position sur le spectre des teintes qui me paraissaient le plus semblables aux couleurs distinguées par moi sur l'échelle d'interférence.

Je présente ces résultats dans la table suivante:

(Voir la table à la page 326).

Le rouge foncé du spectre ne figure pas exactement dans l'échelle d'interférence; on y voit plutôt un rouge mélangé avec le violet. Avec Helmholtz<sup>2)</sup> j'entendrai par „carmin“ la couleur rouge qui ne contient que des traces de violet et qui peut être placée immédiatement après le rouge spectral. Après le carmin vient le „poupre“ dans l'endroit où l'on voit déjà des traces prononcées de violet. Enfin le „violet“ qui suit le „pourpre“ est d'abord plus rouge que celui du spectre. Il faut remarquer que, dans une lumière un peu plus forte, les couleurs étant moins saturées, l'origine du pour-

<sup>1)</sup> Helmholtz, Handbuch der physiologischen Optik. Zweite Auflage, 1894, p. 278. et 309.

<sup>2)</sup> L. c. p. 278.



Longueur d'onde au spectre en $\mu\mu$	Noms employés pour les couleurs d'interférence dans toutes les tables suivantes	Longueur d'onde au spectre en $\mu\mu$	Noms employés pour les couleurs d'interférence dans toutes les tables suivantes
Limite du spectre visible	„Violet“ qui ne correspond qu'à la moitié plus bleue du Violet de l'échelle d'interférence	518—524	„Vert jaunâtre“
444—450		551—554	
461—465	„Indigo“	571—575	„Jaune verdâtre“
474—476	„Bleu“ pur où mon oeil ne distingue ni traces du violet ni traces du vert		
485—487	„Bleu verdâtre“	601—604	„Orangé“
	A cette limite je vois le bleu et le vert mélangés en parties égales	616—619	„Orangé rougeâtre“
505—510	„Vert bleuâtre“	650	„Rouge clair“
	„Vert“ pur		
518—524			

pre paraît semblable à la couleur rose; au dessus on voit le rose violet, au dessous le rose jaunâtre.

Ce que j'appelle „rouge clair“ dans l'échelle contient souvent déjà un peu de „carmin“; ce carmin clair commence alors immédiatement après „l'orangé rougeâtre“; c'est ce qui a lieu surtout dans l'échelle pour le ciel gris-clair et pour le ciel serein. Nonobstant je le nommerai toujours „rouge clair“.

Il faut ajouter que, dans les ordres supérieurs, la teinte jaune verdâtre se transforme en rouge presque sans l'entremise du jaune



ou de l'orangé en devenant très pâle, comme blanche rougeâtre. C'est cette teinte que j'appellerai „couleur chair“.

Je n'ai fait les remarques précédentes que pour expliquer comment je comprends les limites des couleurs, n'ayant point en vue de décrire l'aspect de ces couleurs d'une manière détaillée<sup>1)</sup>, ce qui serait très difficile parce que le caractère de ces couleurs dépend non seulement de leur ordre mais encore de l'intensité de la source lumineuse et de sa nature. Les mêmes couleurs, observées dans deux lumières différentes, sont toujours un peu différentes et par conséquent on ne peut les comparer entre elles d'une manière exacte. Nonobstant je conserve la même dénomination pour ces couleurs, afin de rendre possible la comparaison des échelles pour diverses lumières.

2. Après avoir choisi les limites en question, je cherchais dans toutes mes observations à évaluer les nombres de l'échelle, surtout pour ces limites. Les différences évidentes qui se présentaient alors pour les nombres correspondant aux mêmes limites, dans plusieurs séries de mesures faites avec la même lumière, ne pouvaient être rapportées qu'à l'incertitude physiologique dans le jugement des teintes en question, les erreurs de la méthode physique étant négligeables. Ces différences étaient différentes pour diverses limites et augmentaient en général avec l'étendue des couleurs voisines. Pour les teintes aux variations desquelles l'oeil est très sensible, comme dans le voisinage du violet, ces différences ne dépassaient sûrement pas 10—15% de l'étendue de la couleur voisine. Si, par exemple, le violet s'étend, selon une de mes tables, entre les nombres 551 et 571, sa limite supérieure ne variait plus que de 570 à 572 dans les diverses séries de mes mesures. Mais pour les teintes dont les variations n'affectent pas l'oeil d'une manière aussi prompte, comme p. e. aux limites entre le bleu, le vert et le jaune, ces différences atteignaient même 30% de l'étendue des couleurs voisines.

A cause de ces discordances entre les différentes séries de mesures faites avec la même lumière, je répétais l'étude de l'échelle plusieurs fois avec chaque genre de lumière, alternativement et en divers temps. La comparaison de toutes ces mesures

<sup>1)</sup> On trouve une description des couleurs en question dans le mémoire de E. Brücke „Über die Aueinanderfolge der Farben in den Newton'schen Ringen“ *Annalen der Phys. u. Chemie von Poggenдорff*, 1848. Bd. 74. p. 582.



a toutefois montré que les différences, dans le cas de la même lumière, étaient en général considérablement moindres que les différences qui correspondent aux mêmes limites, sur les échelles de deux lumières différentes.

Les nombres qui figurent dans nos tables représentent les moyennes de toutes les mesures faites avec la même lumière.

Il faut ajouter que, pour rendre mon jugement des couleurs aussi juste que possible, j'évitais avec soin de laisser impressionner mon oeil par des couleurs étrangères et cherchais à le tenir dans un même état de bonne adaptation; la chambre était toujours parfaitement sombre.

## VI. Résultats.

1. Ainsi, j'ai obtenu de la manière que je viens de décrire six échelles différentes que l'on trouve dans les tables numériques 1.—6.<sup>1)</sup>; on y a tenu compte de la dispersion de biréfringence du quartz<sup>2)</sup>. Ces tables ne contiennent que les couleurs des trois premiers ordres, puisque celles des ordres supérieurs ne pouvaient être obtenues au moyen du compensateur employé.

Le résultat le plus intéressant de ce travail est fourni par la comparaison des échelles obtenues avec des lumières différentes. Le diagramme qu'on trouve sur les planches XXVIII, XXIX et XXX met directement en évidence<sup>3)</sup> dans quelle mesure l'échelle des teintes dépend de petites différences dans la nature de la lumière qu'on regarde communément comme blanche. On trouve surtout un déplacement relatif des limites des couleurs, de sorte que non seulement la position de leurs régions tout entières varie souvent avec la nature de la lumière, mais encore l'étendue de la même couleur est différente pour les différentes lumières. Ainsi, par exemple, dans la lumière

<sup>1)</sup> Voir plus loin, l'explication des tables (1).

<sup>2)</sup> La grandeur de cette dispersion est le résultat de la graduation elle-même du compensateur (faite à l'aide du spectroscope de Rowland); mais il faut rappeler (III, 4) qu'elle s'accorde très bien avec les données numériques trouvées pour le quartz par la voie ordinaire. (Voir „Recueil de données numériques publié par la Société française de Physique“, Optique. II fascic., Paris 1899. pag. 428. et 429; par exemple les nombres de M. Rudberg).

<sup>3)</sup> Voir plus loin: explication des tables (3).



du ciel gris-clair, les couleurs „indigo“ et „bleu“ s'étendent sur un grand espace, tandis que ces mêmes couleurs, observées dans la lumière du bec Auer, ne forment qu'une bande très étroite entre le violet et le bleu verdâtre. Si l'on trace sur ce diagramme une ligne horizontale à une hauteur quelconque à travers les colonnes verticales, on peut immédiatement se rendre compte de quelle manière varie la coloration d'une même lame de quartz pour les différentes sources de lumière blanche, l'épaisseur du quartz correspondant à la différence de marche indiquée (pour  $\lambda=550$ ) par l'ordonnée de la ligne tracée<sup>1)</sup>. Ainsi, par exemple, une lame de quartz qui paraît pourpre dans la lumière du bec Auer, prend une teinte indigo dans celle du ciel gris-clair. Il faut remarquer que, pour les teintes aux variations desquelles l'oeil est le plus sensible, c'est-à-dire pour les limites entre le pourpre et le violet et entre le violet et l'indigo, on trouve les différences de marche les plus grandes dans le cas de la lampe Argand, les plus petites dans le cas de la lumière du ciel serein.

En comparant enfin les couleurs à origine noire avec celles à origine blanche qui correspondent aux mêmes différences de marche (elles se trouvent sur la même ordonnée du diagramme XXVIII, XXIX, XXX ou sur la même abscisse du diagramme XXXI), on parvient au résultat que ces „couples complémentaires“ sont évidemment différents pour les lumières différentes.

Ce dernier résultat, mis en évidence par les courbes de la dernière planche (XXXI) d'une manière quantitative<sup>2)</sup>, nous montre nettement dans quelle mesure on doit tenir compte de la nature de la source lumineuse dans toutes les recherches sur les couleurs complémentaires en général<sup>3)</sup>.

<sup>1)</sup> Dans le cas simple où la lame est taillée parallèlement à son axe optique et placée perpendiculairement à l'axe du polariscope, son épaisseur peut s'exprimer, comme on sait, par  $\frac{\Delta_{550}}{N_{550}}$ , où, pour  $\lambda=550$ ,  $\Delta_{550}$  représente la différence de marche et  $N_{550}$  la différence des deux indices de réfraction du quartz.

<sup>2)</sup> Voir l'explication des planches (4).

<sup>3)</sup> Je rappelle que les couples de couleurs d'interférence qui correspondent aux mêmes différences de marche sont „complémentaires“ sensu strictissimo, pourvu que la source lumineuse soit blanche. L'affaiblissement de l'intensité des rayons de même longueur d'onde s'exprime, pour les deux couleurs, respectivement par



Le sens de toutes ces différences ne semble pas être en désaccord avec les différences dans la coloration des lumières employées. Cependant, cette coloration étant généralement très peu prononcée, il serait intéressant de déterminer d'une manière un peu plus exacte à quel degré ces différences observées s'accordent, d'une part avec les règles physiologiques des mélanges de couleurs, d'autre part avec les différences dans la nature physique des sources lumineuses (employées dans nos recherches) dont la connaissance est déjà assez avancée.

Pour répondre à cette question, on pourrait procéder de deux manières. L'une d'elles est celle que Lord Rayleigh <sup>1)</sup> a indiquée en déterminant les couleurs de lames minces au moyen d'un calcul basé sur la table des équations des couleurs construite par Maxwell. Cette table n'étant applicable que pour la lumière du soleil, il faudrait, pour répéter un pareil calcul pour d'autres sources lumineuses, tenir compte des rapports des intensités dans le spectre de ces lumières à celles dans le spectre solaire. Une autre voie a été indiquée par Lommel <sup>2)</sup> qui a réduit les règles numériques des mélanges de couleurs à quelques simples formules analytiques générales <sup>3)</sup>. Il les a appliquées en particulier pour exprimer la couleur d'interférence, ou plutôt la longueur d'onde de la couleur spectrale qui lui ressemble, en fonction de la différence de marche optique <sup>4)</sup>. Cette expression analytique doit donc représenter justement les relations que font connaître nos courbes de la planche XXXI construites d'après les observations <sup>5)</sup>. Cependant elle ne s'accorde pas avec ces courbes dans toute leur étendue. Néanmoins l'échelle des couleurs d'interférence, calculée d'après cette fonction par Lommel <sup>6)</sup> pour la lumière du soleil <sup>7)</sup>, paraît assez semblable à l'échelle que

$\sin^2$  et  $\cos^2$  d'un même angle (Voir I, 2). Ainsi la synthèse des deux couleurs ( $\sin^2 + \cos^2 = 1$ ) reproduit exactement la distribution des intensités dans le spectre qui est propre à la source lumineuse.

<sup>1)</sup> Rayleigh. Transactions of the Royal Society of Edinburgh, 1886. p. 157—170.

<sup>2)</sup> Lommel, Berechnung von Mischfarben, Wiedem. Annalen, 1891, Bd. XLIII, p. 473.

<sup>3)</sup> L. c. p. 478.

<sup>4)</sup> L. c. p. 480.

<sup>5)</sup> Voir l'explication des planches (4).

<sup>6)</sup> L. c. p. 496.

<sup>7)</sup> L. c. p. 476.



j'ai observée avec la lumière de la neige éclairée par le soleil. C'est pourquoi je me suis décidé à suivre cette voie théorique en essayant de généraliser la fonction donnée par Lommel de la manière suivante. J'ai introduit dans ses formules intégrales<sup>1)</sup> une expression qui résulte de l'équation spectrale de M. Wien et qui représente le rapport des intensités dans le spectre des sources lumineuses chaudes aux intensités dans le spectre solaire, en fonction de la longueur d'onde et de la différence de leurs températures absolues. La formule que j'obtins ensuite par intégration, rendait compte de la dépendance de la couleur d'interférence, non seulement de la différence de marche, mais aussi de la température de la source lumineuse. Cette formule, très compliquée, se réduisait toutefois exactement à la simple formule<sup>2)</sup> de Lommel en supposant la température de la source égale à celle du soleil; cette dernière figurait dans la formule comme une constante. En calculant cette formule pour la température du bec Argand 1600° C.<sup>3)</sup> (estimant la température du soleil à 5800° C.) et pour quelques valeurs de la différence de marche, j'ai obtenu plusieurs points de l'échelle d'interférence pour ce genre de lumière. D'après ce résultat théorique, elle différait de l'échelle de Lommel, c'est-à-dire de celle qui se rapporte au soleil<sup>4)</sup>, précisément dans le sens et à peu près au degré qui résultent de mes recherches expérimentales. Je ne reproduis pas ici ce calcul, car je n'attache pas beaucoup d'importance à ces résultats: les formules générales de Lommel semblant être basées sur des hypothèses physiologiques un peu trop arbitraires<sup>5)</sup>.

2. En comparant nos tables avec celles de M. Rollett, on trouve que les nombres correspondant sur ses tables aux minima, sont compris entre ceux de nos tables qui se rapportent à la lumière de la neige<sup>6)</sup> et à celle du ciel gris-clair. Quant aux couples de couleurs complémentaires, elles sont aussi dans ses tables à peu près les mêmes que celles qu'on rencontre dans mes échelles pour les mêmes genres de lumière. Ainsi, la différence entre son échelle et

<sup>1)</sup> L. c. p. 479.

<sup>2)</sup> L. c. p. 480.

<sup>3)</sup> M. O. Lummer. Le rayonnement des corps noirs, Rapports présentés au Congrès internat. de Physique réuni à Paris en 1900. T. II, p. 96.

<sup>4)</sup> L. c. p. 476.

<sup>5)</sup> L. c. p. 476 et 477.

<sup>6)</sup> éclairée par le soleil.



la mienne pour la lumière de la neige est assez petite pour que l'on puisse l'expliquer par des différences individuelles dans le choix des teintes de limite. On peut donc, il me semble, adopter l'échelle de M. Rollett comme à peu près valable pour la lumière du soleil.

Quant à l'échelle de Wertheim, ses nombres sont, pour une partie, voisins de ceux que j'ai trouvés pour la lumière du bec Auer, d'autres s'accordent suffisamment avec ceux pour la lampe Argand, d'autres encore correspondent plutôt à une lumière encore plus rougeâtre que celle du bec Argand. Quant aux couples de couleurs qui figurent dans sa table comme complémentaires, il semblerait aussi que leur synthèse ne reproduirait pas la lumière du soleil, mais plutôt une lumière plus rougeâtre. En me basant sur ce dernier fait, qui ne dépend plus des nombres mesurés, je crois qu'il est impossible de considérer les expressions de Wertheim „porcelaine blanche“ et „lumière blanche“ comme précises.

Il semble ainsi résulter de ces remarques que la grande différence entre les échelles de ces deux savants a vraisemblablement sa cause principale dans la différence des sources lumineuses dont ils se sont servis.

Je ne veux pas dire par là que l'échelle de Wertheim soit tout à fait correcte; les différences irrégulières qu'elle présente avec nos tables, font naître quelques doutes à ce sujet. Comme en outre cette échelle ne rend pas compte des limites des couleurs, ce qui est important dans la pratique, on peut, il me semble, l'abandonner entièrement.

3. Dans quelle mesure les résultats des recherches présentes ont augmenté l'utilité de l'échelle en question dans la pratique, c'est-à-dire en ce qui regarde la détermination des différences de marche d'après les teintes, c'est ce que je vais illustrer par un exemple. Supposons qu'une lame de quartz présente dans le polariscope croisé et éclairé par le bec Auer, une teinte violette qui peut être compensée par la première bande violette d'un prisme de gypse. En se rapportant à la table pour le bec Auer, on trouve que la différence de marche produite par cette lame est contenue entre 567 et 582,6  $\mu\mu$ . (pour les rayons  $\lambda=550\mu\mu$ ). A cause de la possibilité d'une incertitude dans l'appréciation des teintes, augmentons à dessein cette étendue de 565 jusqu'à 585. Si nous prenons maintenant la moyenne, c'est à dire 575  $\mu\mu$ , pour la différence de marche de la lame examinée, l'erreur ne peut sur-



passer  $\pm 10$  par rapport à 575, ou  $\pm 1,7\%$ . Cependant, en se servant dans ce cas de l'échelle de M. Rollett, on trouve pour les limites du violet les nombres 545 et 565<sup>1)</sup>. Si l'on prenait de même la moyenne (555) pour la différence de marche dans la lame en question, l'erreur pourrait atteindre  $585 - 555 = 30 \mu\mu$  ou  $5\%$ , c'est-à-dire qu'elle serait 3 fois plus grande que dans le premier cas. Un semblable calcul pour le bec Argand et la teinte violette montre que l'erreur devient 5 fois moindre, si l'on se sert de l'échelle propre à cette lumière au lieu de celle de M. Rollett.

Dans le premier cas, les erreurs que l'on commet dans la détermination des différences de marche d'après les teintes, se réduisent seulement aux erreurs résultant de l'étendue des régions des couleurs et de l'incertitude dans le jugement des teintes. C'est ce que l'on peut affirmer au moins dans les cas où l'on applique ces tables aux corps dont la dispersion de biréfringence est semblable à celle du quartz.

#### VII. De quelle manière doit-on appliquer l'échelle des teintes construite pour le quartz aux autres corps, en tenant compte de leur dispersion?

1. Supposons que l'on veuille appliquer nos échelles construites pour le quartz à la détermination des différences de marche dans les corps dont la dispersion de biréfringence diffère considérablement de celle du quartz. La différence de marche produite par un tel corps ne peut évidemment être égale à celle du quartz que pour les rayons d'une longueur d'onde déterminée. Il faut donc se demander quelle est la longueur d'onde pour laquelle le quartz et ce corps produisent la même différence de marche quand ils présentent la même couleur d'interférence, ou du moins les teintes les plus semblables, leurs teintes pouvant ne pas être comparables d'une manière exacte. Une réponse à cette question est absolument nécessaire pour la détermination correcte des différences de marche dans d'autres corps, à l'aide de l'échelle construite pour le quartz. En l'appliquant dans ce but d'une manière illégitime, on s'expose

<sup>1)</sup> Ces nombres représentent chez M. Rollett les longueurs d'onde des minima; en tenant compte de la dispersion du quartz, on obtiendrait les différences correspondantes de marche optique pour  $\lambda = 550 \mu\mu$  égales à 544,4 et à 566,6  $\mu\mu$ , leur moyenne serait donc exactement 555,5.



à des erreurs qui croissent avec la dispersion de ces corps. En employant au contraire l'échelle du quartz à la détermination de l'épaisseur d'une couche d'air, on ne commettra pas d'erreurs surpassant 2%, puisque la dispersion (de biréfringence) du quartz est elle-même encore assez faible.

2. Pour résoudre la question proposée ci-dessus, on pourrait suivre une voie théorique, c'est-à-dire entreprendre un calcul semblable à celui de Lord Rayleigh ou à celui de Lommel (voir VI. 1), mais en tenant compte de la dispersion. Cependant, si l'on ne voulait pas se fier aux résultats ainsi obtenus, il ne resterait qu'à chercher une solution de ce problème par une étude expérimentale semblable à la présente, mais faite sur un corps possédant une grande dispersion de biréfringence.

On pourrait toutefois trouver une certaine indication, au sujet de cette question, dans la circonstance suivante. J'ai observé que chaque teinte d'interférence dans la région du vert jaunâtre est très semblable à la couleur spectrale correspondant aux rayons qui ne souffrent aucun affaiblissement par l'interférence, dans le cas de cette teinte<sup>1)</sup>, ou brièvement au lieu du „maximum d'interférence“. Ce même fait résulte aussi de nos courbes sur la dernière planche (XXXI). Cette relation paraît très bien s'accorder avec la circonstance que la partie vert jaunâtre est la plus lumineuse dans le spectre. Ainsi, quand en outre un maximum d'interférence se trouve dans cette région, il est clair que cette teinte domine complètement dans la sensation de la couleur composée.

En me basant sur le fait que nous venons de mentionner, je crois pouvoir supposer que si deux corps ayant une dispersion différente, présentent la même teinte dans la région du vert jaunâtre, les maxima d'interférence dans leurs spectres correspondront presque à la même longueur d'onde. La différence de marche produite par ces corps est donc la même pour la longueur d'onde qui correspond à leur maximum commun. Si l'on tourne les nicols dans l'autre position principale, la teinte commune des deux corps passe à la teinte complémentaire, toujours la même pour ces deux corps; les maxima

<sup>1)</sup> C'est-à-dire aux rayons dont la longueur d'onde ( $\lambda$ ) satisfait à l'équation  $\sin^2\left(\frac{\pi\Delta}{\lambda}\right) = 1$  pour les teintes à origine noire et à  $\cos^2\left(\frac{\pi\Delta}{\lambda}\right) = 1$  pour celles à origine blanche (voir I, 2).



deviennent des minima; les différences de marche ne changent pas. La teinte est alors pourpre ou pourpre-violette, le minimum est situé à peu près entre les longueurs d'onde de 520 et 560  $\mu\mu$ . On pourrait donc énoncer la règle suivante: si deux corps différents quant à leur dispersion de biréfringence présentent la même teinte (et du même ordre) et si, dans le spectre de cette teinte, soit le minimum soit le maximum est situé à peu près entre 520 et 560  $\mu\mu$ , la différence de marche dans ces corps est presque la même pour les rayons qui correspondent, dans leur spectre, au minimum ou bien au maximum qui est aussi presque le même, dans ce cas, pour les deux corps.

Quant aux autres teintes de l'échelle, on parvient en excluant une discontinuité sous ce rapport, à la conclusion suivante: à mesure que les maxima ou les minima en question s'éloignent de l'intervalle central (520—560), la longueur d'onde pour laquelle la différence de marche est la même dans les deux corps (pareillement colorés), ne coïncide plus avec celle des minima mais se déplace vers le centre de l'intervalle mentionné<sup>1)</sup> (c'est-à-dire à peu près 540  $\mu\mu$ ), au moment où les minima ou les maxima se trouvent aux limites du spectre visible. Ainsi, si la couleur commune des deux corps est dans la région de l'orangé ou du vert-bleu, les longueurs d'onde soit des minima soit des maxima situés alors dans les parties extrêmes du spectre ne sont plus égales. La concordance de ces corps en ce qui concerne la différence de marche, a lieu plutôt dans la partie centrale du spectre.

J'ai aussi essayé de résoudre ce problème par une voie théorique en me basant sur les formules de Lommel mentionnées auparavant (VI, 1). J'ai introduit dans ces formules<sup>2)</sup> une expression approximative où j'ai tenu compte de la dispersion et le problème s'est réduit à celui de la résolution d'équations transcendantes. Après avoir résolu ces équations par une construction graphique, j'ai obtenu un résultat qui s'accordait assez bien avec les conclusions précédentes. Je ne donne pas ici les détails de cette opération pour la raison citée à la fin de l'article (1, VI).

<sup>1)</sup> Il faut bien remarquer que l'intervalle ici indiqué correspond à peu près à la lumière du soleil; il est un peu différent, ainsi que son centre, pour les autres sources lumineuses à peu près blanches et il varie aussi un peu avec l'ordre des couleurs.

<sup>2)</sup> L. c. p. 479.



Le problème en question ne peut donc, il est vrai, être résolu à présent d'une manière définitive. Mais tant qu'on n'aura pas une réponse plus sûre à cette question, c'est-à-dire une réponse fondée sur des recherches spéciales, on pourra se servir de la règle indiquée plus haut dans l'application de l'échelle construite pour le quartz aux corps ayant une grande dispersion. On ne commettra ainsi, il me semble, que des erreurs insignifiantes par comparaison à l'étendue des régions des couleurs et à l'incertitude dans le jugement des teintes.

C'est cette règle dont je me suis servi pour calculer l'échelle des épaisseurs d'une couche d'air (table numérique 7) d'après les échelles construites pour le quartz. Les erreurs dans les résultats obtenus par ce calcul ne peuvent, dans le cas de l'air, dépasser 2%, comme je l'ai déjà mentionné auparavant (VII, 1) et j'espère qu'elles sont réellement beaucoup plus petites si la règle appliquée a quelque valeur.

Qu'il me soit permis d'exprimer ici ma reconnaissance la plus vive à M. le Professeur A. Witkowski, pour les conseils précieux qu'il a bien voulu me donner pendant la durée de ces recherches.

Cracovie, Laboratoire de physique de l'Université.

#### Explication des tables et des planches.

Faisons remarquer tout d'abord que toutes les indications numériques des tables et des planches ont été données en prenant pour unité de longueur 1  $\mu\mu$  (un millionième de millimètre).

1. Parmi les tableaux numériques, les six premiers représentent les échelles observées à l'aide du quartz; chaque table correspond à une même et seule espèce de lumière. Tous les nombres placés dans une division horizontale correspondent à une même épaisseur du quartz. Parmi les cinq colonnes verticales la première à gauche contient les longueurs d'onde des minima observés au spectre (pour une épaisseur donnée du quartz) dans le cas des nicols croisés, ce qu'indique le symbole  $\lambda_{\text{Min}\times}$ . Pareillement la dernière colonne ( $\lambda_{\text{Min}\parallel}$ ) contient les longueurs d'onde des minima observés au spectre dans le cas des nicols parallèles. Dans la colonne verticale ( $\Delta_{\lambda_{\text{Min}\times}}$ ), on trouve les différences de marche (en millionnièmes de millimètre) pour les rayons de la longueur d'onde ( $\lambda_{\text{Min}\times}$ ) qui figure dans la même ligne horizontale.



Il en est de même de la colonne ( $\Delta_{\lambda_{\text{Min}} \parallel}$ ) où l'on trouve les différences de marche pour les rayons de la longueur d'onde ( $\lambda_{\text{Min}} \parallel$ ) qui figure dans la même ligne horizontale.  $\Delta_{\lambda_{\text{Min}} \times}$  et  $\Delta_{\lambda_{\text{Min}} \parallel}$  ont été calculés au moyen de  $\lambda_{\text{Min}} \times$  et  $\lambda_{\text{Min}} \parallel$  conformément aux indications données à la fin du chapitre III. Enfin, les nombres qui se trouvent dans la colonne centrale indiquent les différences de marche dans le quartz, pour les rayons d'une longueur d'onde de  $550 \mu\mu$ , ce qu'indique le symbole  $\Delta_{550}$  placé au-dessus de cette colonne. Ces derniers nombres ont été évalués à l'aide d'une construction graphique basée sur les résultats de la graduation elle-même du compensateur. Les épaisseurs du quartz correspondant aux divisions horizontales sont celles qui produisent les teintes aux limites des couleurs.

Les couleurs inscrites à gauche des colonnes numériques sont les couleurs observées dans les nicols croisés, c'est-à-dire à origine noire, celles à droite correspondent aux nicols parallèles.

2. La table numérique 7. fait connaître la correspondance des couleurs d'interférence aux épaisseurs d'une couche d'air éclairée par des rayons incidents normaux<sup>1)</sup>. Cette échelle n'est pas le résultat d'observations directes; on l'a construite d'après les considérations du dernier chapitre (VII, 2).

Tous les nombres qui figurent ici représentent donc les épaisseurs d'air. Les nombres qui se trouvent dans une même ligne horizontale se rapportent à la même limite des couleurs. Ils diffèrent entre eux parce qu'ils correspondent aux lumières différentes, ce qu'indiquent les lettres (L, A, a, s, g, c) inscrites au-dessus des colonnes verticales. (Pour la signification des lettres voir plus bas).

3. Pour faciliter la comparaison des différentes échelles qui résultent des recherches sur le quartz, on les a représentées à l'aide d'un diagramme qu'on trouve sur les planches XXVIII, XXIX et XXX. La première (XXVIII) contient les différences de marche depuis  $200 \mu\mu$  jusqu'à  $700 \mu\mu$ , la seconde (XXIX) celles de  $700$  à  $1200 \mu\mu$ , la troisième celles de  $1200$  à  $1700 \mu\mu$ .

Ainsi, on trouve dans la première planche les couleurs du premier ordre et une partie de celles du second, dans la seconde et la troisième celles du second et du troisième ordre.

<sup>1)</sup> Dans ce cas l'épaisseur d'air est égale, comme on sait, à la demi-différence de marche optique.



Les courbes tracées dans ce diagramme sont les courbes des minima: leurs abscisses représentent les longueurs d'onde ( $\lambda$ ) des rayons supprimés au spectre des couleurs en question; leurs ordonnées représentent les différences de marche optique ( $\Delta$ ) dans le quartz pour les rayons d'une longueur d'onde de  $550 \mu\mu$ .

Les courbes tracées en trait plein (—) indiquent les longueurs d'onde des minima observés au spectre des couleurs à origine noire ou bien celles des maxima<sup>1)</sup> dans le cas des couleurs à origine blanche. Au contraire les courbes tracées en pointillé (---) font connaître les minima au spectre des couleurs à origine blanche, par conséquent les maxima dans le cas de celles à origine noire.

De deux côtés de ce diagramme, on voit six colonnes verticales correspondant aux lumières différentes; les lettres placées au dessus de ces colonnes signifient: L— Lampe Argand à gaz ou lampe électrique à incandescence, A— bec Auer, a— arc électrique, s— neige éclairée par le soleil, g— ciel gris-clair (brouillard), c— ciel serein. Les traits horizontaux qu'on voit dans ces colonnes représentent les limites des couleurs. Prolongés à travers le diagramme, ils indiquent les différences de marche (pour  $\lambda = 550 \mu\mu$ ) et les positions des minima ou des maxima au spectre qui correspondent aux limites. Les noms des couleurs à inscrire entre les lignes de séparation sont désignés par les lettres suivantes:

<i>b</i> = bleu	<i>o</i> = orangé
<i>bv</i> = bleu verdâtre	<i>or</i> = orangé rougeâtre
<i>vb</i> = vert bleuâtre	<i>ch</i> = couleur chair
<i>v</i> = vert	<i>r</i> = rouge clair
<i>vj</i> = vert jaunâtre	<i>c</i> = carmin
<i>jv</i> = jaune verdâtre	<i>p</i> = pourpre
<i>j</i> = jaune	<i>f</i> = violet
<i>br</i> = brun	<i>i</i> = indigo

$\beta$  indique la région correspondant à peu près au „blanc du premier ordre“. Ainsi les couleurs marquées dans cette région sont très peu saturées, le blanc dominant tout à fait.

A gauche du diagramme on trouve les couleurs à origine noire, à droite celles à origine blanche.

<sup>1)</sup> C'est-à-dire les longueurs d'onde des rayons qui ne souffrent aucun affaiblissement par l'interférence.



4. On peut enfin présenter les résultats de ces recherches en ne se servant que de courbes, si l'on remplace les dénominations des teintes d'interférence par les longueurs d'onde des couleurs spectrales qui leur ressemblent. C'est ce qu'on trouve sur la dernière planche (XXXI). Les abscisses représentent les différences de marche ( $\Delta$ ) dans le quartz (pour  $\lambda = 550 \mu$ ), les ordonnées les longueurs d'onde ( $\lambda$ ) des couleurs spectrales dont j'ai indiqué auparavant la correspondance aux couleurs d'interférence (V, 1). Les courbes qui y sont tracées pour trois sources de lumière seulement, sont désignées par les mêmes lettres qu'auparavant (*L* bec Argand, *s* neige éclairée par le soleil, *c* ciel serein). Les courbes marquées ( $\times \times$ ) indiquent les couleurs à origine noire, les courbes marquées ( $\parallel \parallel$ ) celles à origine blanche.

Il est évident qu'un diagramme de ce genre ne rend compte que partiellement des résultats obtenus, parce que le carmin, le pourpre et le pourpre violet n'existent point dans le spectre. C'est pourquoi l'on ne trouve dans ce diagramme qu'un point simple relatif à un genre de lumière, pour les valeurs des abscisses qui représentent les différences de marche correspondant à la région des couleurs citées tout à l'heure. Par contre, on trouve toujours sur cette planche, pour les autres valeurs des abscisses, deux points relatifs à un genre de lumière, c'est-à-dire les deux couleurs complémentaires. Ce diagramme contient à peu près les couleurs du premier et du second ordre.

(Voir les Tables à la p. 340 et aux pages suivantes).



Table N° 1. Bec Argand (ou lampe électrique à incandescence).

Ordre	×	$\lambda_{\text{Min} \times}$	$\Delta \lambda_{\text{Min} \times}$	$\Delta_{550}$	$\Delta \lambda_{\text{Min} \parallel}$	$\lambda_{\text{Min} \parallel}$	
I	Le noir passe par le „gris de fer“ au gris indigo	—	—	0	—	—	La couleur de la source lum. passe directement au blanc jaunâtre
	gris bleu	—	—	60	—	—	
	gris bleu verdâtre	—	—	80	—	—	
	gris vert bleuâtre plus clair	—	—	180	—	—	
	blanc verdâtre	—	—	200	—	—	
	blanc (traces de vert jaunâtre)	—	—	210	215	430	
	blanc avec une teinte jaune verdâtre	—	—	230	233,4	466,8	
		—	—	246,5	249,1	498,2	
		—	—	254	256	512	
		—	—	271,8	272,2	544,4	
		—	—	288	286,7	573,4	
		—	—	291,7	290	580	
	jaune clair	—	—	298,7	296,3	592,6	
		—	—	309,4	305,7	611,4	
		—	—	315	310,6	621,2	
		—	—	337,5	330,4	660,8	
	orangé	—	—	369,8	—	—	
		444	444	435,5	—	—	
	orangé rougeâtre	478,8	478,8	472,5	—	—	
		481	481	474,7	—	—	
rouge clair	508,1	508,1	504	—	—		
	518,4	518,4	515,4	—	—		
carmin	542,2	542,2	541,4	—	—		
	553,9	553,9	554,3	—	—		
pourpre	573,8	573,8	576,4	—	—		
	582,3	582,3	585,8	—	—		
violet	586	586	590	—	—		
	598,7	598,7	604	—	—		
indigo	604,9	604,9	611	628,5	419		
bleu	610,6	610,6	617,3	633,4	422,3		
bleu verdâtre	663	663	676,8	689,4	459,6		
	677,4	677,4	693	704,4	469,6		
vert bleuâtre	—	—	722	730,5	487		
	—	—	735	743,1	495,4		
vert	—	—	761,6	767,5	511,7		
	—	—	780,4	784,7	523,2		
vert jaunâtre	—	—	818	818,8	545,9		
	420,5	841	818	818,8	545,9		
	424,8	849,6	827,4	827,2	551,5		
jaune verdâtre	441,8	883,6	863,4	859,6	573,1		
	445,1	890,2	871,2	866,5	577,7		
jaune							
II							rouge clair
							carmin
							pourpre
							violet



Suite.

Table N° 1.

Ordre	×	$\lambda_{\text{Min} \times}$	$\Delta \lambda_{\text{Min} \times}$	$\Delta_{550}$	$\Delta \lambda_{\text{Min} \parallel}$	$\lambda_{\text{Min} \parallel}$	
II	jaune	451	902	883,7	877,8	585,2	violet
		456,9	913,8	896,3	888,9	592,6	indigo
	orangé	461,2	922,4	905,6	897,1	598,1	bleu
		471,3	942,6	927,5	916,2	610,8	bleu verdâtre
	orangé rougeâtre	475,2	950,4	936	924,2	616,1	vert bleuâtre
		492,8	985,6	974,3	958	638,7	vert
	rouge clair	517	1034	1027,2	1005	670	vert jaunâtre
		528,3	1056,6	1052,1	1077,5	431	jaune verdâtre
	carmin	552,3	1104,6	1105	1128	451,2	jaune très pâle
		556,5	1113	1114,4	1136,3	454,5	jaune très pâle
	pourpre	573,3	1146,6	1151,7	1170,5	468,2	jaune très pâle
		579,6	1159,2	1165,7	1183,5	473,4	jaune très pâle
	violet	583,3	1166,6	1174	1191	476,4	jaune très pâle
		587,3	1174,6	1182,8	1199,5	479,8	jaune très pâle
indigo	588,7	1177,4	1185,9	1202,5	481	jaune très pâle	
	591,5	1183	1192,1	1208,2	483,3	jaune très pâle	
bleu verdâtre	598,5	1197	1207,7	1222,5	489	jaune très pâle	
	599,8	1199,6	1210,8	1225,2	490,1	jaune très pâle	
vert bleuâtre	605,4	1210,8	1223,3	1236,5	494,6	jaune très pâle	
	609,2	1218,4	1231,9	1244,6	497,8	jaune très pâle	
vert	421,6	1264,8	1300	1307,5	523	jaune très pâle	
	639,4	1278,8	1300	1307,5	523	jaune très pâle	
vert jaunâtre	442,9	1328,7	1300	1307,5	523	jaune très pâle	
	648,1	1296,2	1320	1325	530	jaune très pâle	
jaune verdâtre	448,8	1346,4	1320	1325	530	jaune très pâle	
	474	1422	1400,7	1398,2	559,3	jaune très pâle	
jaune très pâle	475,4	1426,2	1405,4	1402,5	561	jaune très pâle	
	489,4	1468,2	1450,7	1443,5	577,4	jaune très pâle	
couleur chair	493,2	1479,6	1463,1	1454,8	581,9	jaune très pâle	
	494,5	1483,5	1467,8	1458,8	583,5	jaune très pâle	
rouge très clair	496	1488	1472,5	1504,3	429,8	jaune très pâle	
	500,8	1502,4	1488,1	1463	585,2	jaune très pâle	
carmin clair	510,4	1531,2	1519,2	1508,8	431,1	jaune très pâle	
	529,2	1587,6	1581,5	1477	590,8	jaune très pâle	
pourpre très clair	534	1602	1597,1	1523,2	435,2	jaune très pâle	
	562,3	1686,9	1690,6	1505	602	jaune très pâle	
pourpre très clair	562,3	1686,9	1690,6	1552,2	443,5	jaune très pâle	
	562,3	1686,9	1690,6	1560,2	624,1	jaune très pâle	
pourpre très clair	562,3	1686,9	1690,6	1610	460	jaune très pâle	
	562,3	1686,9	1690,6	1574	629,6	jaune très pâle	
pourpre très clair	562,3	1686,9	1690,6	1624,3	464,1	jaune très pâle	
	562,3	1686,9	1690,6	1457,5	663	jaune très pâle	
pourpre très clair	562,3	1686,9	1690,6	1710,8	488,8	jaune très pâle	
	562,3	1686,9	1690,6	1710,8	488,8	jaune très pâle	



Table N° 2.

## Bec Auer.

Ordre	×	$\lambda_{\text{Min} \times}$	$\Delta \lambda_{\text{Min} \times}$	$\Delta_{500}$	$\Delta \lambda_{\text{Min} \parallel}$	$\lambda_{\text{Min} \parallel}$	
I	Le noir passe par le „gris de fer“ au gris bleu	—	—	0	—	—	La couleur de la source lum. passe directement au blanc jaunâtre
	gris bleu verdâtre	—	—	70	—	—	blanc brunâtre, brun clair
	gris vert bleuâtre plus clair	—	—	165	—	—	orangé rougeâtre
	<i>blanc</i> avec une légère teinte verte	—	—	190	—	—	rouge
		—	—	216	220,4	440,8	carmin foncé
	<i>blanc</i> avec une légère teinte vert jaunâtre	—	—	222	226	452	pourpre foncé
		—	—	234	237	474	violet foncé
	blanc avec une teinte jaune verdâtre assez prononcée	—	—	250	252,1	504,2	indigo
		—	—	259	260,6	521,2	bleu
	jaune clair	—	—	261	262,3	524,7	bleu verdâtre
		—	—	282,5	281,8	563,6	vert bleuâtre
	brun	—	—	286,4	285,3	570,6	vert
		—	—	290,4	288,8	577,6	vert jaunâtre
	orangé	—	—	296,7	294,5	589	jaune verdâtre
		—	—	300	297,4	594,8	jaune
	orangé rougeâtre	—	—	303,2	300,2	600,4	orangé
		—	—	347,2	338,9	677,8	orangé rougeâtre
	rouge clair	—	—	370	—	—	rouge clair
		—	—	386,7	—	—	carmin
	carmin	463,5	463,5	456	—	—	pourpre
478,9		478,9	472,6	—	—	violet	
pourpre	497,4	497,4	492,5	—	—	indigo	
	511,8	511,8	508,2	—	—	bleu	
violet	532,6	532,6	530,7	—	—	bleu verdâtre	
	565,4	565,4	567	—	—	vert bleuâtre	
indigo	569,4	569,4	571,6	—	—	vert jaunâtre	
	579,4	579,4	582,6	—	—	jaune verdâtre	
bleu	586,5	586,5	590,6	—	—	jaune	
	589,7	589,7	594,1	—	—	orangé	
bleu verdâtre	599,2	599,2	604,6	—	—	orangé rougeâtre	
	649,6	649,6	661,9	675,6	450,4	rouge clair	
vert bleuâtre	—	—	724,3	733,3	488,9	carmin	
	—	—	739,7	747,4	498,3	pourpre	
vert	—	—	771	776,1	517,4	violet	
	—	—	797	799,8	533,2	indigo	
vert jaunâtre	435	870	849,3	846,7	564,5	bleu	
	437,2	874,4	854	851,3	567,5		
jaune verdâtre	445,1	890,3	871,3	866,6	577,8		
	449,4	898,8	880,6	874,8	583,2		
jaune	451,9	903,8	885,5	879,3	586,2		



Suite.

Table N° 2.

Ordre	×	$\lambda_{\text{Min} \times}$	$\Delta_{\lambda_{\text{Min} \times}}$	$\Delta_{500}$	$\Delta_{\lambda_{\text{Min} \parallel}}$	$\lambda_{\text{Min} \parallel}$	
II	jaune	455,5	911	894	886,8	591,2	bleu
		471,4	942,8	927,8	916,5	611	bleu verdâtre
	orangé	488,8	977,6	965	949,5	633	vert bleuâtre
	orangé rougeâtre	502,7	1005,4	995,8	977	651,3	
	rouge clair	521,2	1042,4	1036,5	1013,1	675,4	vert
					1063,3	425,3	
	carmin	536,5	1073	1070	1094,2	437,8	
	pourpre	564,9	1129,8	1133	1153	461,2	vert jaunâtre
	violet	569,1	1138,2	1142,4	1161,8	464,7	
	indigo	577,5	1155	1161	1179,2	471,7	jaune verdâtre
	bleu	583,1	1166,2	1173,5	1190,8	476,3	
III	bleu verdâtre	584,5	1169	1176,5	1193,8	477,5	
	bleu verdâtre	587,4	1174,8	1183	1199,7	479,9	jaune impur très pâle
	vert bleuâtre	594,3	1188,6	1198,3	1213,8	485,5	
	vert	598,5	1197	1207,9	1222,7	489,1	
		599,6	1199,2	1210,4	1224,8	489,9	blanc orangeâtre
		610,6	1221,2	1234,9	1247,5	499	rouge très clair
		422,8	1268,4				
		646,7	1293,4	1316,7	1322,2	528,9	carmin clair
		447,9	1343,7				
		660,5	1321	1347,8	1350,3	540,1	pourpre clair
		457,6	1372,8				
	vert jaunâtre	484,1	1452,3	1433,5	1428,3	571,3	
		700,5	1401	1438,2	1182,3	572,9	violet pâle
		485,6	1456,8		1474,9	421,4	
	jaune verdâtre	492,1	1476,3	1460	1452	580,8	indigo impur grisâtre
					1497,3	427,8	
jaune impur très pâle	493,1	1479,3	1462,8	1454,5	581,8	„bleu“ impur grisâtre	
				1499,7	428,5		
	495,9	1487,7	1472,2	1462,8	585,1	bleu verdâtre	
				1508,5	431		
couleur chair	499,3	1497,9	1483,5	1474	589,2		
				1519	434		
	500,9	1502,7	1488,4	1477,3	590,9	vert bleuâtre	
				1523,5	435,3		
rouge très clair	503,8	1511,4	1498,1	1485,9	594,4		
				1531,9	437,7		
	525,9	1577,7	1570,3	1550,3	620,1	vert	
				1599,8	457,1		
carmin clair	537,9	1613,7	1610	1585	634		
				1634,5	467		
poupre très clair	543,5	1630,5	1628,3	1601,8	640,7	vert jaunâtre	
				1653,1	472,3		



Table N° 3.

## Arc électrique.

Ordre	$\times$	$\lambda_{\text{Min}\times}$	$\Delta\lambda_{\text{Min}\times}$	$\Delta_{550}$	$\Delta\lambda_{\text{Min}\parallel}$	$\lambda_{\text{Min}\parallel}$	$\parallel$	
I	Le noir passe par le „gris de fer“ au gris indigo	—	—	0	—	—	La couleur de la source lum. passe directement au blanc jaunâtre	
	gris bleu	—	—	65	—	—	brun clair	
	gris bleu verdâtre plus clair	—	—	90	—	—	orangé rougeâtre	
	blanc avec une teinte vert bleuâtre	—	—	190	—	—	rouge	
	blanc avec des traces de vert	—	—	221,7	225,7	451,4	carmin foncé	
	blanc (vert jaunâtre)	—	—	226	229,6	459,2	pourpre foncé	
	jaune verdâtre très clair	—	—	236,4	239,6	479,2	violet foncé	
	jaune clair	—	—	246,4	249	498	indigo	
	brun	—	—	252,8	254,8	509,6	bleu	
	orangé	420	420	263,9	265	530	bleu verdâtre	
	orangé rougeâtre	464,4	464,4	276,1	276	552	vert bleuâtre	
	rouge clair	479	479	286,2	285,1	570,2	vert	
	carmin	494	494	299	296,5	593	vert jaunâtre	
	pourpre	502,4	502,4	320,5	315,7	630,4	jaune verdâtre	
	violet	508,3	508,3	347	338,7	677,4	jaune	
	indigo	522,4	522,4	420	—	—	orangé	
	bleu	550,9	550,9	464,4	—	—	orangé rougeâtre	
	bleu verdâtre	553,7	553,7	479	—	—	rouge clair	
	II	vert bleuâtre	569,1	569,1	494	—	—	carmin
		vert	583,1	583,1	502,4	—	—	pourpre
vert jaunâtre		583,1	583,1	504,3	—	—	violet	
jaune verdâtre		611,2	611,2	519,7	—	—	indigo	
jaune		648,9	648,9	551	—	—	bleu	
orangé		688,6	688,6	554,1	—	—	bleu verdâtre	
orangé rougeâtre		—	—	558,7	634,1	422,7	—	
rouge clair		—	—	571,3	674,8	449,9	—	
carmin		—	—	586,6	716,1	477,4	—	
pourpre		—	—	618	724,9	483,3	—	
violet	—	—	661,2	743,1	495,4	—		
indigo	—	—	705,5	758	509,4	—		
bleu	—	—	715	764,2	511,9	—		
bleu verdâtre	—	—	735	767,8	519,6	—		
vert bleuâtre	—	—	758	782,4	521,6	—		
vert	—	—	778	797,1	531,4	—		
vert jaunâtre	426,3	852,6	830,4	829,9	553,3	—		
jaune verdâtre	427,8	855,6	833,7	832,9	555,3	—		
jaune	438	876	856	853,1	568,7	—		
	444,5	889	870,1	865,4	577	—		
	454,4	908,8	890,3	883,6	588,4	—		



## Suite

Table N° 3.

Ordre	×	$\lambda_{\text{Min} \times}$	$\Delta \lambda_{\text{Min} \times}$	$\Delta_{550}$	$\Delta \lambda_{\text{Min} \parallel}$	$\lambda_{\text{Min} \parallel}$		
II	jaune	469,1	938,2	922,8	912,4	608,3	bleu verdâtre	
	orangé	475,9	951,8	937,6	925,7	617,1		
	orangé rougeâtre	478,6	957,2	943,5	930,7	620,5		
	rouge clair	500	1000	990	971,3	647,5		
	carmin	515,6	1031,2	1024,2	1002,3	668,2		
	pourpre	525,6	1051,2	1046	1071,5	428,6		vert
		527,4	1054,8	1050,1	1075,5	430,2		
	violet	550,9	1101,8	1102	1127	450,8		vert jaunâtre
		555,1	1110,2	1111,3	1133,3	453,3		
	indigo	566,5	1133	1136,3	1156,2	462,5		jaune verdâtre
	bleu	571,9	1143,8	1148,5	1167,5	467		jaune impur très pâle
	bleu verdâtre	578,9	1157,8	1164,1	1182	472,8		
	vert bleuâtre	596,1	1192,2	1202,4	1217,8	487,1		couleur chair
		609	1218	1231,6	1244,3	497,7		
421,5		1264,5						
vert	630,3	1260,6	1279,3	1288	515,2	rouge très clair		
	436,3	1308,9						
	637,1	1274,2	1294,9	1302,5	521			
	441,1	1323,3						
	644,6	1289,2	1312	1317,8	527,1			
446,5	1339,5							
vert jaunâtre	649,9	1299,8	1324	1328,5	531,4			
	450	1350						
III	jaune verdâtre	673	1346	1375,9	1375,8	550,3		
		466,2	1398,6					
	jaune imp. très pâle	675,5	1351	1381	1380,3	552,1		
		467,8	1403,4					
	couleur chair	476,9	1430,7	1410,1	1406,8	562,7		
		481,8	1445,4					
	rouge très clair	487,4	1462,2	1444,2	1437,5	575		
		492,8	1478,4					
	carmin clair	494,9	1484,7	1469	1454	581,6		
		514,4	1543,2					
pourpre très clair	520,5	1562	1553,1	1535	614			
	532,6	1597,8						
violet pâle grisâtre	533,3	1599,9	1595	1572	628,8			
	557,9	1673,1						
jaune verdâtre	557,9	1673,1	1676	1644,7	657,9			
	557,9	1673,1						
jaune verdâtre	557,9	1673,1	1676	1697	484,9			
	557,9	1673,1						



Table N° 4. Neige éclairée par le Soleil.

Ordre	×	$\lambda_{\text{Min} \times}$	$\Delta \lambda_{\text{Min} \times}$	$\Delta_{550}$	$\Delta \lambda_{\text{Min} \parallel}$	$\lambda_{\text{Min} \parallel}$		
I	Le noir passe par le „gris de fer“ au gris indigo	—	—	0	—	—	La couleur de la source lum. passe directement au	
	gris bleu	—	—	65	—	—	blanc jaunâtre	
	gris bleu verdâtre plus clair	—	—	90	—	—	brun clair	
	<i>blanc</i> avec une teinte vert bleuâtre	—	—	190	—	—	orangé rougeâtre	
	<i>blanc</i> avec des traces de vert	—	—	222	226	452	rouge	
	<i>blanc</i> (vert jaunâtre)	—	—	226,6	230,2	460,4	carmin foncé	
	jaune verdâtre très clair	—	—	237	240,2	480,4	pourpre foncé	
	jaune clair	—	—	246,3	248,9	497,8	violet foncé	
	brun	—	—	253,7	255,7	511,4	indigo	
	orangé	—	—	262,9	264	528	bleu	
	orangé rougeâtre	422	422	272	272,4	544,8	bleu verdâtre	
	rouge clair	462,3	462,3	273,4	273,6	547,2	vert bleuâtre	
	carmin	479,3	479,3	286	284,9	569,8	vert	
	pourpre	494,2	494,2	300,8	298	596	vert jaunâtre	
	violet	505,3	505,3	325,7	320,1	640,2	jaune verdâtre	
	indigo	508,1	508,1	351,9	—	—	jaune	
	bleu	518,6	518,6	422	411,5	—	orangé	
	bleu verdâtre	525,4	525,4	462,3	454,6	—	orangé rougeâtre	
	II	vert bleuâtre	479,3	479,3	473	—	—	rouge clair
		vert	494,2	494,2	489,1	—	—	carmin
vert jaunâtre		505,3	505,3	501	—	—	pourpre	
jaune verdâtre		508,1	508,1	504,1	—	—	violet	
jaune		518,6	518,6	515,6	—	—	indigo	
orangé		525,4	525,4	522,9	—	—	bleu	
orangé rougeâtre		551,1	551,1	551,2	—	—	bleu verdâtre	
rouge clair		568,8	568,8	571	—	—	jaune	
carmin		582,7	582,7	586,2	—	—	orangé	
pourpre		616,2	616,2	623,7	639,6	426,4	orangé rougeâtre	
violet	649,2	649,2	661,5	675,1	450,1	rouge clair		
indigo	688,3	688,3	705,2	715,8	477,2	carmin		
bleu	—	—	714,6	724,5	483	pourpre		
bleu verdâtre	—	—	735,1	743,1	495,4	violet		
vert bleuâtre	—	—	761,8	767,7	511,8	indigo		
vert	—	—	777,3	781,8	521,2	bleu		
vert jaunâtre	—	—	796	798,7	532,8	bleu verdâtre		
jaune verdâtre	425	850	827,7	827,5	551,7			
jaune	437,2	874,4	854	851,3	567,5			
orangé	443,6	887,2	868,1	863,7	575,8			
	454,6	909,2	892	884,8	589,9			
	469,2	938,4	923	912,6	608,4			



Suite.

Table N° 4.

Ordre	×	$\lambda_{\text{Min} \times}$	$\Delta \lambda_{\text{Min} \times}$	$\Delta_{550}$	$\Delta \lambda_{\text{Min} \parallel}$	$\lambda_{\text{Min} \parallel}$	
II	orangé	475	950	935,7	923,9	615,9	bleu verdâtre
	orangé rougeâtre	480,5	961	947,5	934,2	622,8	
	rouge clair	500,1	1000,2	990,2	971,4	647,6	vert bleuâtre
		516,8	1033,6	1026,8	1004,7 1054	669,8 421,6	
	carmin	524	1048	1042,7	1018,8 1068,8	679,2 427,5	vert
	pourpre	528,2	1056,4	1051,9	1077,3	430,9	vert jaunâtre
		552,2	1104,4	1104,8	1129,3	451,7	
	violet	566,4	1132,8	1136,1	1156	462,4	jaune verdâtre
	indigo	573,2	1146,4	1151,5	1170,3	468,1	
	bleu	579,6	1159,2	1165,7	1183,5	473,4	jaune impur très pâle
	bleu verdâtre	595,6	1191,2	1201,4	1216,8	486,7	couleur chair
	vert bleuâtre	609,1	1218,2	1231,7	1244,4	497,7	
		421,5	1264,5				
	vert	632,9	1265,8	1285,5	1294	517,6	rouge très clair
438,2		1314,6					
635,7		1271,4	1291,7	1299,3	519,7		
440,2		1320,6					
vert jaunâtre	642,6	1285,2	1307,3	1313,7	525,5	carmin clair	
	445	1335					
jaune verdâtre	651,3	1302,6	1326,7	1331	532,4	pourpre clair	
	450,9	1352,7					
III	vert jaunâtre	674,5	1349	1379	1378,5	551,4	violet pâle
		467,2	1401,6				
	jaune verdâtre	477,8	1433,4	1413,2	1409,8	563,9	indigo grisâtre
	jaune imp. très pâle	481,7	1445,1	1425,7	1421	568,4	„bleu“ grisâtre
		486,6	1459,8	1441,3	1435 1478,4	574 422,4	bleu verdâtre
	couleur chair	492,1	1476,3	1460	1452 1497,3	580,8 427,8	
		494,6	1483,8	1468,1	1459 1504,6	583,6 429,9	vert bleuâtre
	rouge très clair	515,1	1545,3	1534,8	1519 1565,6	607,6 447,6	
		519,5	1559	1550	1532,3 1581,3	612,9 451,8	vert
	carmin clair	532,1	1596,3	1590,9	1568,5 1618,7	627,4 462,5	
		533,9	1601,7	1596,8	1573,7 1624	629,5 464	vert jaunâtre
	pourpre très clair	557,6	1672,8	1675,1	1643,8 1696,1	657,5 484,6	jaune verdâtre



Table N° 5. Ciel gris-clair (brouillard).

Ordre	×	$\lambda_{\text{Min} \times}$	$\Delta \lambda_{\text{Min} \times}$	$\Delta_{550}$	$\Delta \lambda_{\text{Min} \parallel}$	$\lambda_{\text{Min} \parallel}$		
I	Le noir passe par le „gris de fer“ au gris indigo	—	—	0	—	—	La couleur de la source lum. passe par le blanc au blanc jaunâtre	
	gris bleu	—	—	110	—	—	blanc brunâtre, brun	
	blanc avec une teinte bleu verdâtre	—	—	160	—	—	orangé rougeâtre	
	blanc avec des traces de vert bleuâtre	—	—	222,2	226,2	452,4	rouge	
	blanc (teinte verte)	—	—	226,4	230	460	carmin foncé	
	blanc avec une teinte vert jaunâtre	—	—	236,8	240	480	pourpre foncé	
	jaune verdâtre très clair	—	—	245	247,7	495,4		
	jaune clair	—	—	250,2	252,2	504,4	violet foncé	
	brun	—	—	252,8	254,8	509,6		
	orangé	—	—	263,7	264,8	529,5	indigo	
	orangé rougeâtre	—	—	268,6	269,3	538,6		
	rouge clair	—	—	277,3	277,1	554,2	bleu	
	carmin	—	—	282,1	281,4	562,8		
	pourpre	—	—	326,7	321	642	bleu verdâtre	
	violet	—	—	347,5	339,2	678,4		
	indigo	—	—	366	—	—	vert bleuâtre	
	bleu	—	—	406	—	—	vert	
	II	bleu verdâtre	444,2	444,2	435,7	—	—	vert jaunâtre
		vert bleuâtre	479,2	479,2	472,9	—	—	jaune verdâtre
		vert	493,7	493,7	488,5	—	—	jaune
vert jaunâtre		504,4	504,4	500	—	—	orangé	
jaune verdâtre		511,9	511,9	508,3	—	—	orangé rougeâtre	
jaune		518,2	518,2	515,2	—	—	rouge clair	
orange		532,9	532,9	531	—	—	carmin	
orange rougeâtre		542,6	542,6	541,8	—	—	pourpre	
rouge clair		554,4	554,4	554,9	—	—	violet	
carmin		561,7	561,7	563	—	—	indigo	
pourpre	593,5	593,5	598,3	—	—	bleu		
violet	610,3	610,3	617	633,1	422,1	bleu verdâtre		
indigo	663,3	663,3	677,1	689,6	459,7	vert bleuâtre		
bleu	—	—	720	729	486	vert		
bleu verdâtre	—	—	735,3	743,3	495,5	vert jaunâtre		
vert bleuâtre	—	—	758	764,2	509,5	jaune verdâtre		
vert	—	—	767,9	773,2	515,5	jaune		
vert jaunâtre	—	—	777,5	782,1	521,4	orange		
jaune verdâtre	420,5	841	817,8	818,6	545,7	orange rougeâtre		
	429,1	858,2	836,6	835,5	557	rouge clair		
	433,5	867	846	844	562,6	carmin		
						pourpre		
						violet		
						indigo		



Suite.

Table N° 5.

Ordre	×	$\lambda_{\text{Min} \times}$	$\Delta \lambda_{\text{Min} \times}$	$\Delta_{550}$	$\Delta \lambda_{\text{Min} \parallel}$	$\lambda_{\text{Min} \parallel}$	×		
II	jaune verdâtre	449,3	898,6	880,4	874,6	583,1		indigo	
		451	902	883,7	877,8	585,2		bleu	
	jaune	469,1	938,2	922,8	912,4	608,3			
		475,3	950,6	936,3	924,5	616,3		bleu verdâtre	
	orangé	478,2	956,4	942,8	930	620			
	orangé rougeâtre	501,1	1002,2	992,4	974	649			
	rouge clair	513,6	1027,2	1020	999	666			
	carmin	519,1	1038,2	1031,8	1008,9	672,6		vert bleuâtre	
		521,3	1042,6	1036,7	1063,5	425,4		vert	
	pourpre	539,6	1079,2	1077	1101	440,4			
		548,2	1096,4	1096	1119	447,6		vert jaunâtre	
	violet	556,6	1113,2	1114,6	1136,5	454,6			
		561,8	1123,6	1126	1146,5	458,6		jaune verdâtre	
	indigo	576,3	1152,6	1158	1176,8	470,7			
	bleu	588,8	1177,6	1186,1	1202,7	481,1		jaune impur très pâle	
	bleu verdâtre	596,3	1192,6	1202,8	1217,8	487,1			
	III		599,7	1199,4	1210,6	1225	490		couleur chair
			609,2	1218,4	1231,9	1244,6	497,8		rouge très clair
vert bleuâtre		632,9	1265,8	1285,5	1294	517,6		carmin clair	
		639,2	1278,4						
		442,8	1328,4	1299,7	1307,2	522,9			
vert		462,4	1387,2	1363,4	1364,5	545,8		pourpre clair	
vert jaunâtre		465,6	1396,8	1373,9	1374	549,6			
		474	1422	1400,7	1398,2	559,3		violet pâle	
jaune verdâtre		475,5	1426,5	1405,7	1402,8	561,1		indigo grisâtre	
		483,2	1449,6	1430,3	1425,2	570,1		"bleu" grisâtre	
jaune imp. très pâle		487,5	1462,5	1444,4	1437,8	575,1			
couleur chair		494,7	1484,1	1468,4	1459,4	583,7		bleu verdâtre	
		500,9	1502,7	1488,4	1477,3	590,9			
					1523,5	435,3			
rouge très clair		516,5	1549,5	1539,8	1523,2	609,3		vert bleuâtre	
					1570,2	448,8			
carmin clair		529,2	1587,6	1581,5	1560,2	624,1			
					1610	460		vert	
pourpre très clair		537,9	1613,7	1610	1585	634			
					1634,5	467			
		553,8	1661,4	1662,6	1632,5	653		vert jaunâtre	
					1684,9	481,4			
violet pâle grisâtre		562,4	1687,2	1690,9	1457,8	663,1			
					1711,1	488,9			
	563,8	1691,4	1695,6	1661,3	664,5		jaune verdâtre		
indigo impur grisâtre				1715,3	490,1				



Table N° 6.

## Ciel serein.

Ordre	×	$\lambda_{\text{Min} \times}$	$\Delta \lambda_{\text{Min} \times}$	$\Delta_{550}$	$\Delta \lambda_{\text{Min} \parallel}$	$\lambda_{\text{Min} \parallel}$	
I	Le noir passe par le «gris de fer» au gris indigo	—	—	0	—	—	La couleur de la source lum. passe par le blanc au
	gris bleu	—	—	130	—	—	blanc jaunâtre
		—	—	150	—	—	brun
	blanc avec une teinte bleu verdâtre	—	—	230,2	233,6	467,2	orangé rougeâtre
		—	—	237,3	240,5	481	rouge
	blanc avec des traces de vert bleuâtre	—	—	243,8	246,7	493,3	carmin foncé
		—	—	246,2	248,8	497,6	
	blanc (teinte verte)	—	—	256,5	258,2	516,4	pourpre foncé
		—	—	263,4	264,5	529	
	blanc avec une teinte vert jaunâtre	—	—	277	276,8	553,6	violet foncé
		—	—	281,9	281,2	562,4	
	jaune verdâtre clair	—	—	347,3	339,5	679	indigo
		—	—	360,5	—	—	
	jaune clair	—	—	378,7	—	—	bleu
	brun	464,8	464,8	457,1	—	—	
	orangé	479,4	479,4	473,1	—	—	bleu verdâtre
	orangé rougeâtre	493,9	493,9	488,8	—	—	
	rouge clair	500,9	500,9	496,3	—	—	
	carmin	505,3	505,3	501	—	—	vert bleuâtre
	pourpre	522,7	522,7	520	—	—	vert
	536,9	536,9	535,6	—	—		
violet	556,9	556,9	557,6	—	—	vert jaunâtre	
	558,3	558,3	559,1	—	—		
indigo	610,8	610,8	617,5	633,6	422,4	jaune verdâtre	
	621,9	621,9	630	645	430	jaune	
bleu	677,1	677,1	692,7	704,1	469,4	orangé	
	—	—	724	733,1	488,7	orangé rougeâtre	
bleu verdâtre	—	—	735,5	743,5	495,7	rouge clair	
	—	—	755,3	761,8	507,9	carmin	
vert bleuâtre	—	—	761,4	767,3	511,6		
	—	—	780,7	785	523,3	pourpre	
vert	417,7	835,4	811,7	813,1	542,1	violet	
	429,2	858,4	836,8	835,7	557,1		
vert jaunâtre	433,6	867,2	846,2	844,2	562,7	indigo	
	451,8	903,6	885,3	879,1	586,1		
jaune verdâtre	454,3	908,6	890	883,3	588,2	bleu	
jaune	478,4	956,8	943,1	930,5	620,3		
orangé	480,7	961,4	947,8	934,5	623		
orangé rougeâtre	502,8	1005,6	996,1	977,3	651,5	bleu verdâtre	
rouge clair							



Suite.

Table N° 6.

Ordre	×	$\lambda_{\text{Min} \times}$	$\Delta \lambda_{\text{Min} \times}$	$\Delta_{500}$	$\Delta \lambda_{\text{Min} \parallel}$	$\lambda_{\text{Min} \parallel}$	
II	rouge clair	511,9	1023,8	1016	995,1	663,4	bleu verdâtre
	carmin	516,9	1033,8	1027	1054,2	421,7	vert bleuâtre
	pourpre	528,4	1056,8	1052,3	1077,8	431,1	vert
		544,6	1089,2	1088	1111,3	444,5	
	violet	556,4	1112,8	1114,2	1136	454,4	vert jaunâtre
	indigo	560,7	1121,4	1123,7	1144,5	457,8	
		577,7	1155,4	1161,4	1179,7	471,9	jaune verdâtre
	bleu	579,8	1159,6	1166,1	1184	473,6	
		591,5	1183	1192,1	1208,2	483,3	jaune impur très pâle
	bleu verdâtre	596,4	1192,8	1203	1218	487,2	
III		605,5	1211	1223,5	1236,7	494,7	couleur chair
		609,3	1218,6				
		421,7	1265,1	1232,1	1244,8	497,9	rouge très clair
	vert bleuâtre	630,3	1260,6	1279,3	1288	515,2	
		436,3	1308,9				carmin clair
		635,5	1271	1291,4	1299	519,6	
		440,1	1320,3				
		644,4	1288,8	1311,6	1317,3	526,9	pourpre clair
	vert	446,4	1339,2				
		668,7	1137,4	1366,5	1367,3	546,9	
		463,3	1389,9				violet pâle
	vert jaunâtre	473,9	1421,7	1400,4	1397,9	559,2	
		475,3	1425,9	1405,1	1402,3	560,9	indigo pâle
	jaune verdâtre	484,2	1452,6	1433,8	1428,6	571,4	
	jaune imp. très pâle	487,6	1462,8	1444,6	1438	575,2	„bleu“ pâle
		489,5	1468,5	1451	1443,8	577,5	
	couleur chair				1487,9	425,1	
		494,8	1484,4	1468,7	1459,5	583,8	bleu verdâtre
					1505,2	431	
	rouge très clair	505,6	1516,8	1503,6	1490,8	596,3	
				1537,9	439,4		
	515,2	1545,6	1535	1519,2	607,7	vert bleuâtre	
				1565,9	447,7		
carmin clair	519,6	1559,3	1550,3	1532,6	613		
				1581,6	451,9		
	525,8	1577,6	1570	1550,5	620,2	vert	
				1599,5	457		
pourpre très clair	543,6	1630,8	1628,6	1602,1	640,8		
				1653,4	472,4		
	552,9	1658,7	1659,5	1629,8	651,9	vert jaunâtre	
violet pâle grisâtre				1682,1	480,6		
indigo impur grisât.	562,5	1687,5	1691,2	1658	663,2		
				1711,4	489	jaune verdâtre	



Table N° 7.

## Épaisseurs

Ordre	Couleurs dans la lumière réfléchie	L	A	a	s	g	c	
I	Le noir passe par le „gris de fer“ au	0	0	0	0	0	0	
	gris indigo	30	35	32	32	25	20	
	gris bleu	40	35	45	45	55	65	
	blanc avec bleu verdâtre	90	82	95	95	111	115	
	blanc avec vert bleuâtre	100	95	113	113	119	122	
	blanc avec vert	115	111	123	123	127	129	
	blanc avec vert jaunâtre	124	130	132	132	132	132	
	blanc avec jaune verdâtre	136	143	138	136	139	141	
	jaune clair	145	150	150	150	164	174	
	brun	169	185	174	176	183	190	
	orangé	169	193	205	206	218	229	
	orangé rougeâtre	218	237	237	237	237	237	
	rouge clair	238	247	245	245	245	245	
	carmin	259	255	253	253	251	249	
	pourpre	271	266	261	259	255	252	
	violet	287	283	277	276	271	269	
	indigo	294	290	285	285	281	279	
	bleu	301	294	293	293	299	309	
	II	bleu verdâtre	305	302	309	312	340	348
		vert bleuâtre	339	331	353	353	369	380
vert		368	363	380	382	391	393	
vert jaunâtre		382	400	398	399	405	407	
jaune verdâtre		414	426	415	414	418	423	
jaune		434	442	434	433	442	446	
orangé		447	464	462	462	469	473	
orangé rougeâtre		464	483	469	469	472	475	
rouge clair		488	499	497	497	498	500	
carmin		528	521	515	516	513	512	
pourpre		552	536	525	524	519	517	
violet		574	565	555	552	548	545	
indigo		585	579	567	567	562	557	
bleu		590	585	574	575	579	581	
III		bleu verdâtre	596	590	581	582	594	598
		vert bleuâtre	604	599	602	602	607	614
	vert	616	605	643	646	654	659	
	vert jaunâtre	654	675	664	665	682	684	
	jaune verdâtre	701	717	688	689	699	703	
	jaune impur très pâle	723	730	712	712	715	718	
	couleur chair	730	736	721	720	723	724	
	rouge très clair	735	744	735	734	736	738	
	carmin clair	801	789	781	779	774	773	
	pourpre très clair	844	815	799	798	794	789	



de couches d'air (en  $\mu\mu$ ).

Table N° 7.

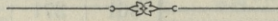
Ordre	Couleurs dans la lumière transmise	L	A	a	s	g	c	
I	La couleur de la source lumin. passe au	0	0	0	0	0	0	
	blanc jaunâtre	40	35	45	45	55	65	
	brun	90	82	95	95	80	75	
	orangé rougeâtre	105	108	111	111	113	115	
	rouge	115	117	118	118	119	119	
	carmin foncé	128	125	123	123	123	122	
	pourpre foncé	136	131	127	127	125	123	
	violet foncé	144	141	138	137	135	132	
	indigo	149	145	143	143	141	139	
	bleu	154	148	150	150	174	181	
	bleu verdâtre	157	151	160	163	203	229	
	vert bleuâtre	185	174	229	228	245	249	
	vert	237	228	250	252	259	261	
	vert jaunâtre	253	266	261	263	266	269	
	jaune verdâtre	277	285	275	276	277	280	
	II	jaune	292	296	293	293	309	316
		orangé	309	331	331	331	340	348
orangé rougeâtre		347	363	358	358	361	363	
rouge clair		361	371	368	369	369	369	
carmin		392	388	382	383	381	380	
pourpre		409	400	391	391	386	383	
violet		430	423	416	414	409	407	
indigo		441	435	427	426	423	419	
bleu		447	439	434	433	440	444	
bleu verdâtre		452	446	445	446	462	473	
vert bleuâtre		468	464	473	474	498	512	
vert		488	483	515	516	521	528	
vert jaunâtre		516	536	527	528	540	545	
III	jaune verdâtre	557	569	551	552	557	562	
	jaune impur très pâle	582	587	574	575	579	584	
	couleur chair	592	604	602	602	603	604	
	rouge très clair	612	618	618	617	618	619	
	carmin clair	663	661	651	650	647	644	
	pourpre clair	649	675	659	657	654	650	
	violet pâle	723	715	690	689	687	684	
	indigo grisâtre	732	729	704	705	702	700	
	„bleu“ grisâtre	735	730	712	712	715	718	
	bleu verdâtre	735	736	721	720	723	728	
	vert bleuâtre	744	742	732	731	747	756	
	vert	761	752	771	772	794	780	
	vert jaunâtre	794	807	800	801	807	815	



## 39. PUBLICATIONS DE LA CLASSE.

Le Secrétaire dépose sur le bureau les dernières publications de la Classe:

- S. Kępiński. O całkach rozwiązań równań różniczkowych, rzędu drugiego, z sobą sprzężonych. (*Sur l'intégration des solutions d'équations différentielles linéaires auto-conjuguées du deuxième Ordre*), 8-o, p. 27.
- S. Krzemieniewski. Wpływ soli mineralnych na przebieg oddychania kielkujących roślin. (*L'influence des sels minéraux sur la respiration des graines pendant les différentes périodes de leur germination*), 8-o, p. 41.
- Wł. Szajnocha. O pochodzeniu oleju skalnego w Wólczy w Królestwie Polskiem. (*Sur l'origine du pétrole à Wólcza [Royaume de Pologne]*), 8-o, p. 11.
- J. Trzebiński. Wpływ podrażnień na wzrost pleśni, *Phycomyces nitens*. (*Influence des excitants sur la croissance du Phycomyces nitens*), 8-o, p. 40.



Nakładem Akademii Umiejętności.

Pod redakcją

Członka delegowanego Wydziału matem.-przyr., Dra Władysława Natansona.

Kraków, 1902. — Drukarnia Uniwersytetu Jagiellońskiego, pod zarządem J. Filipowskiego.

12 Czerwca 1902.











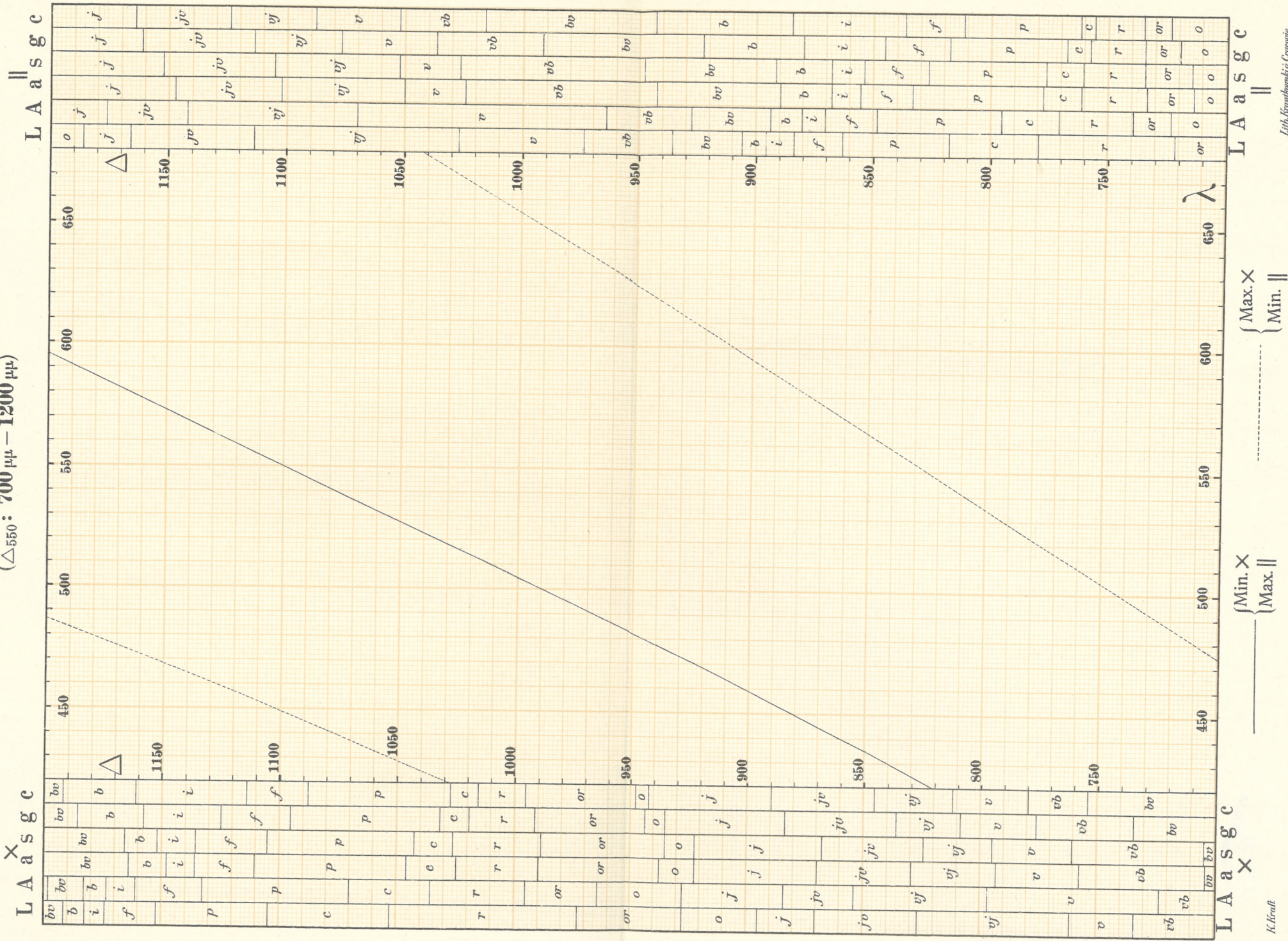








( $\Delta_{550}$ : 700  $\mu\mu$  - 1200  $\mu\mu$ )



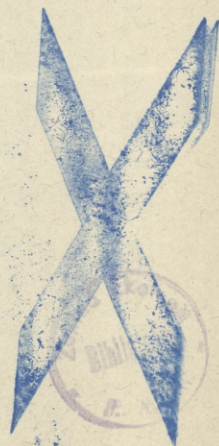
K. Krut

Lith. Kraushorski in Cracovie



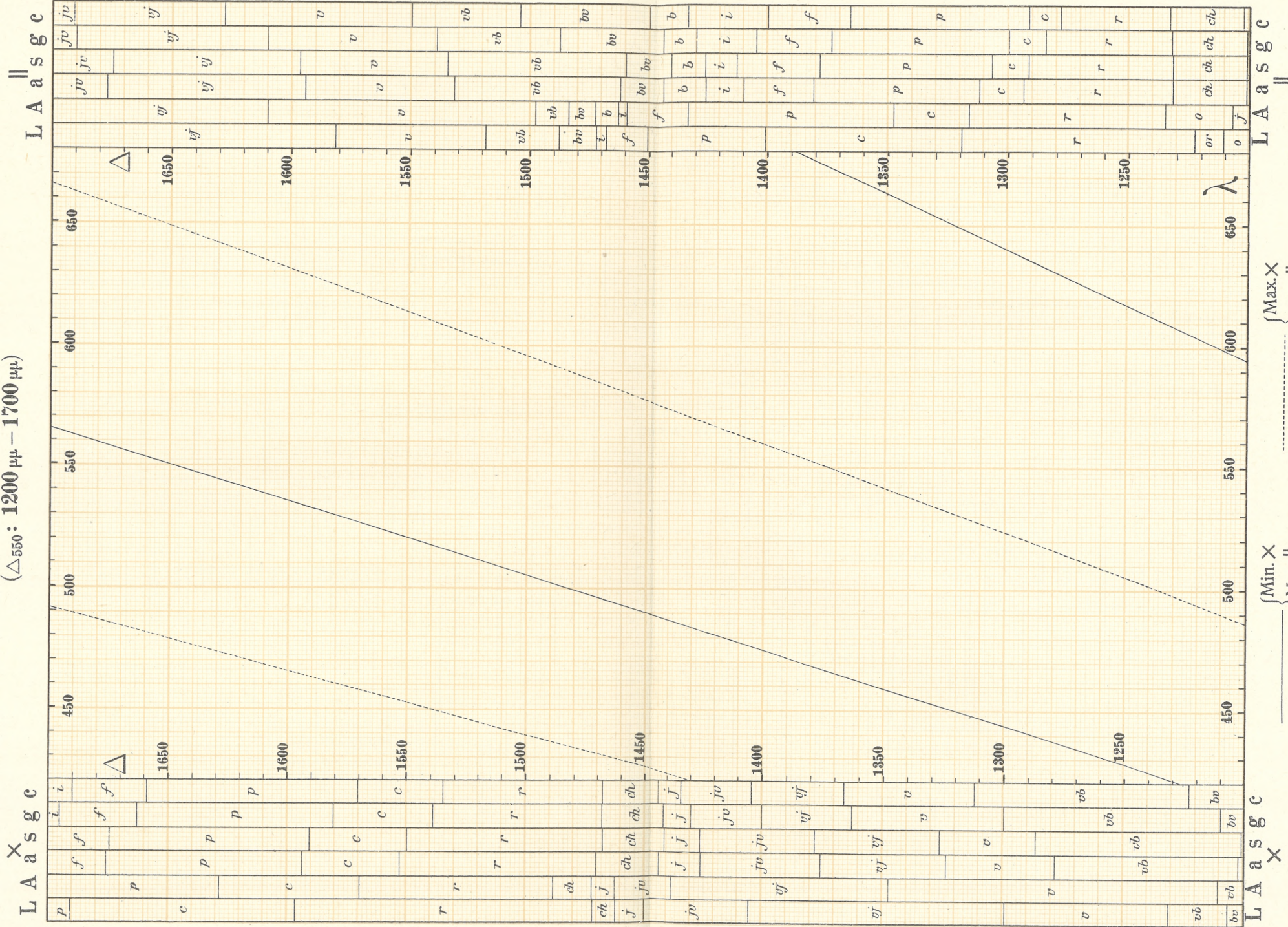








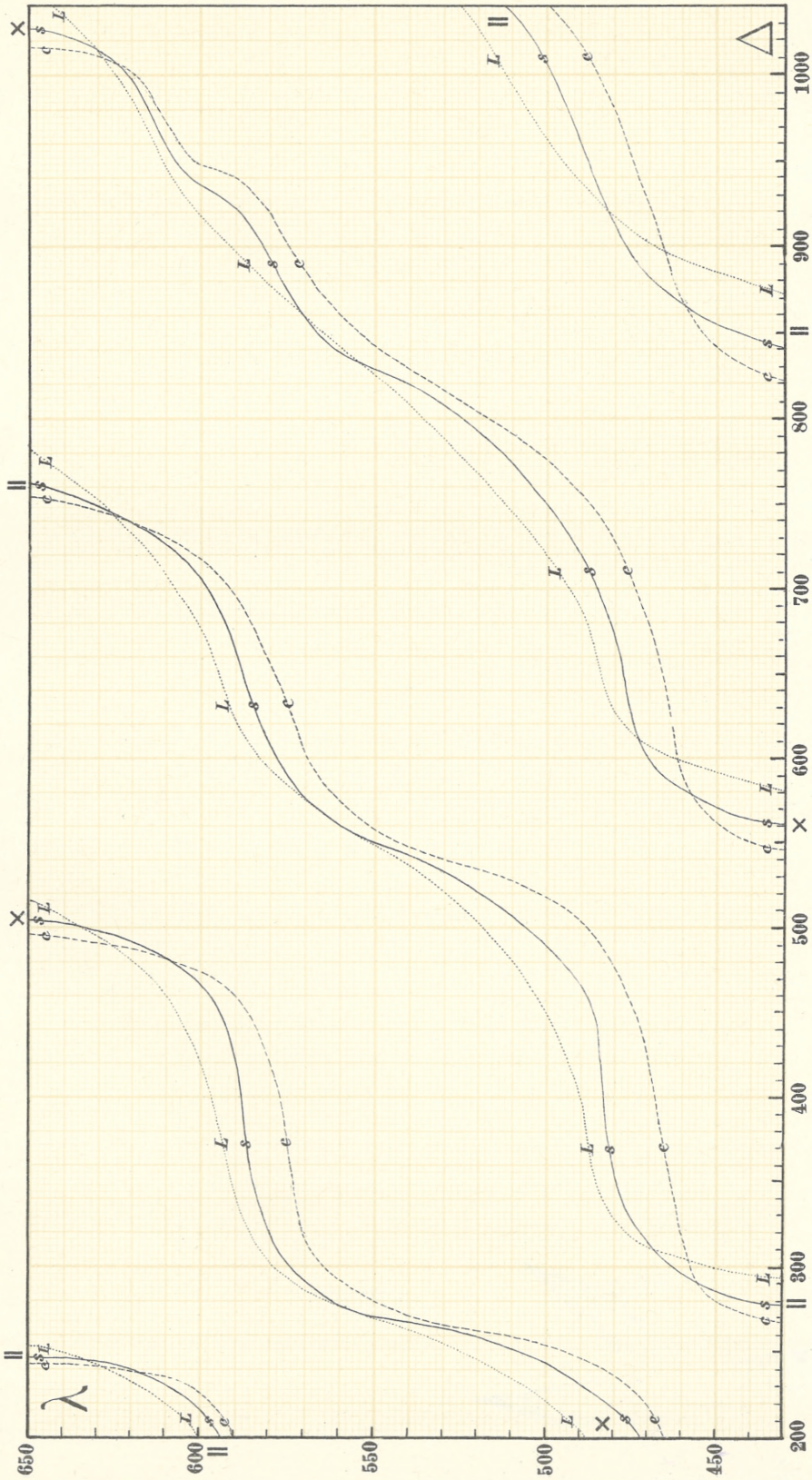
( $\Delta_{550}$ : 1200  $\mu\mu$  - 1700  $\mu\mu$ )











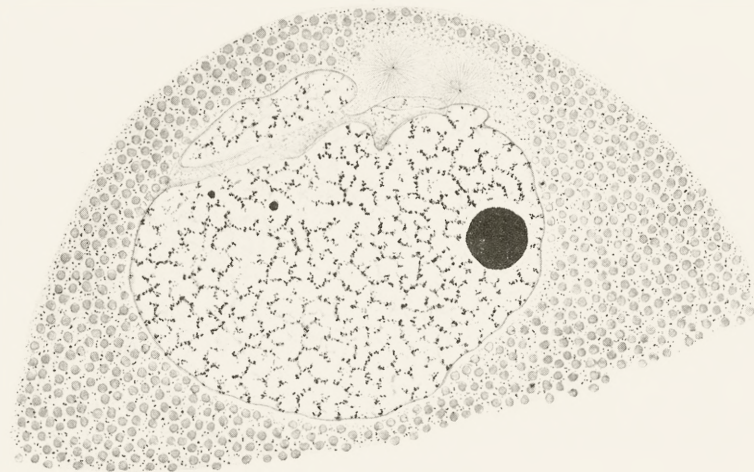
K. Kraft

Lith. Krawczunski & Cracovie

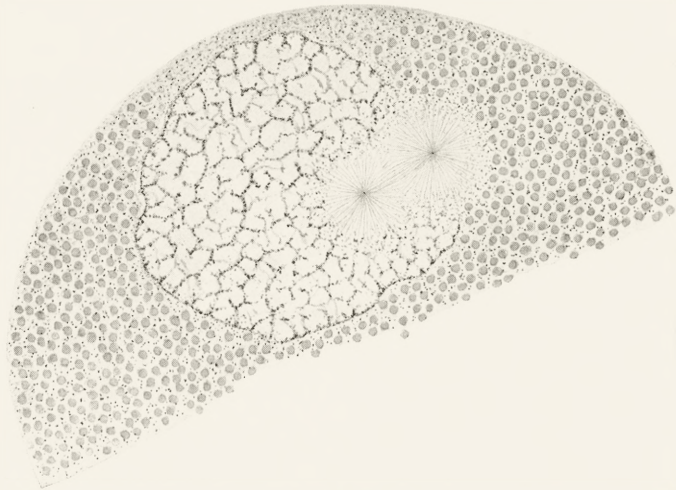




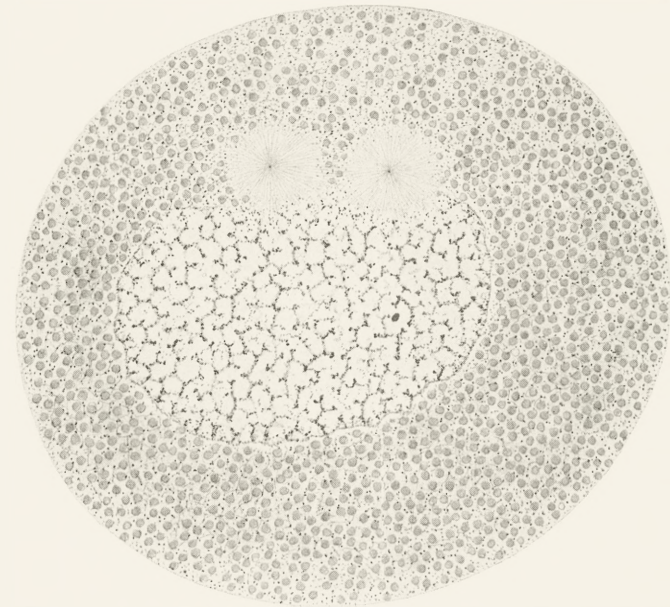




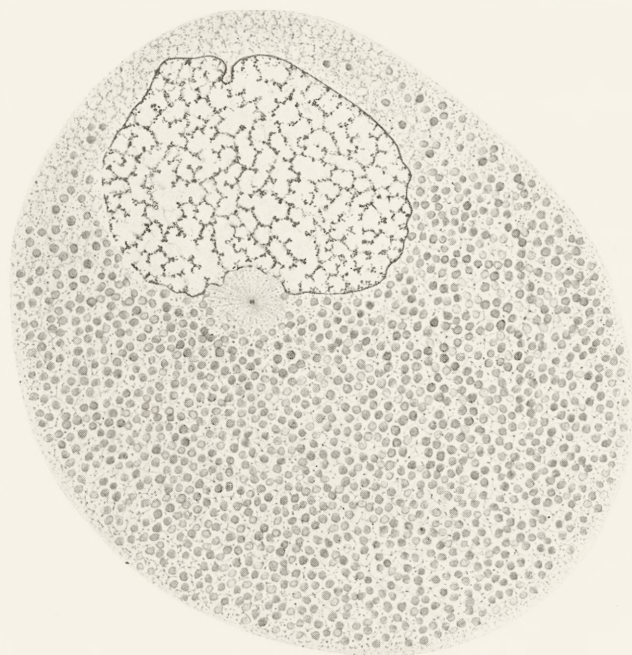
1



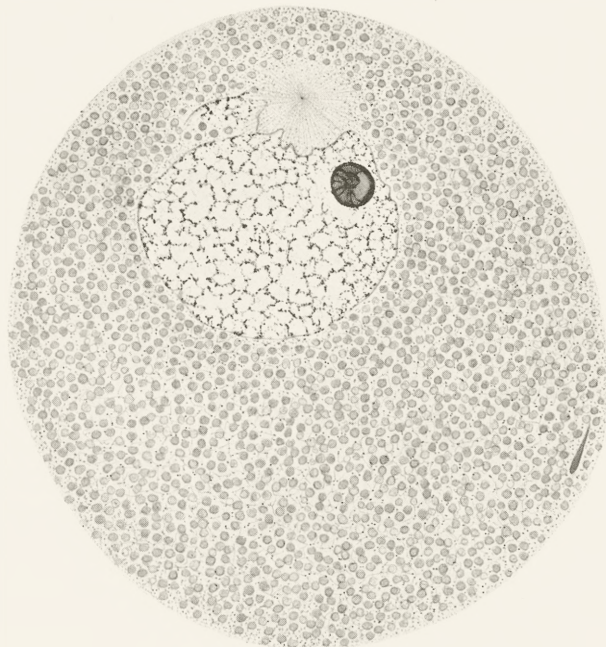
2



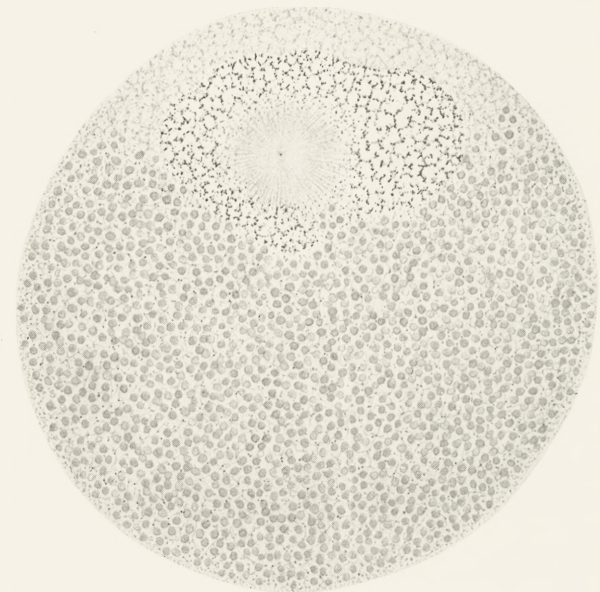
3



4



5

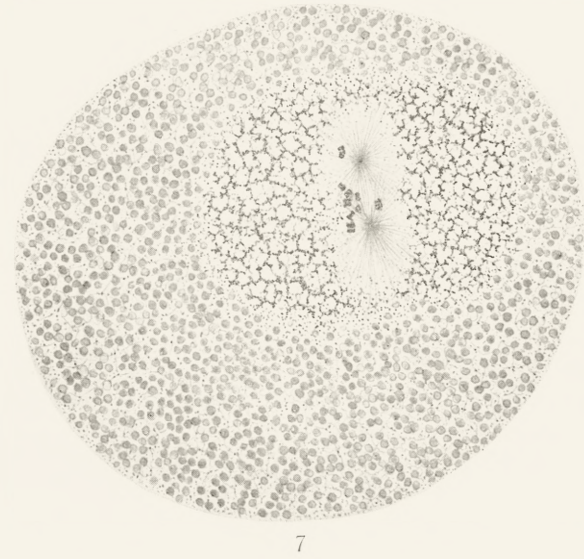


6

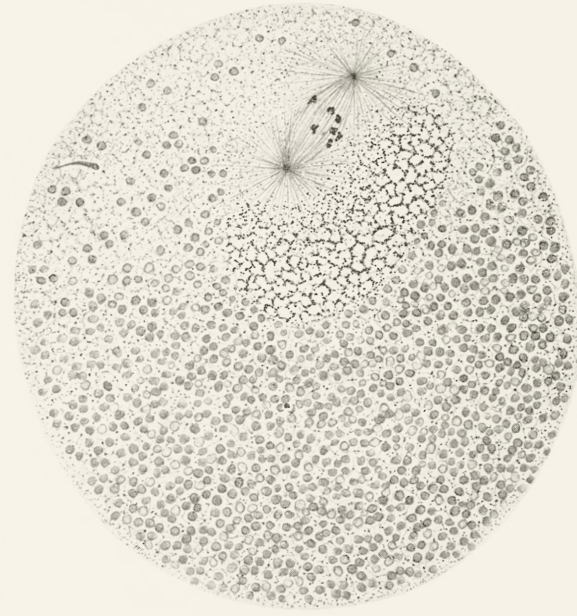




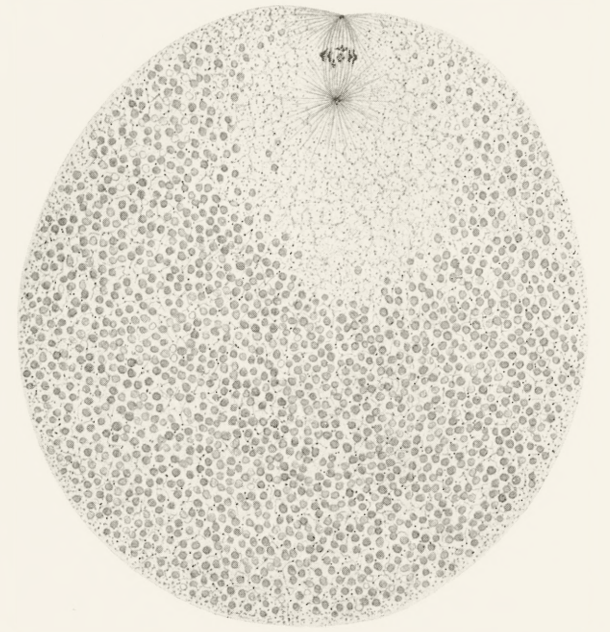




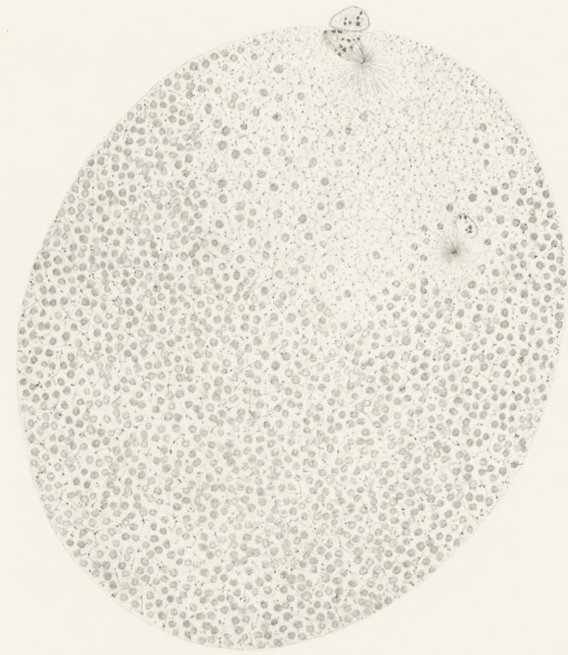
7



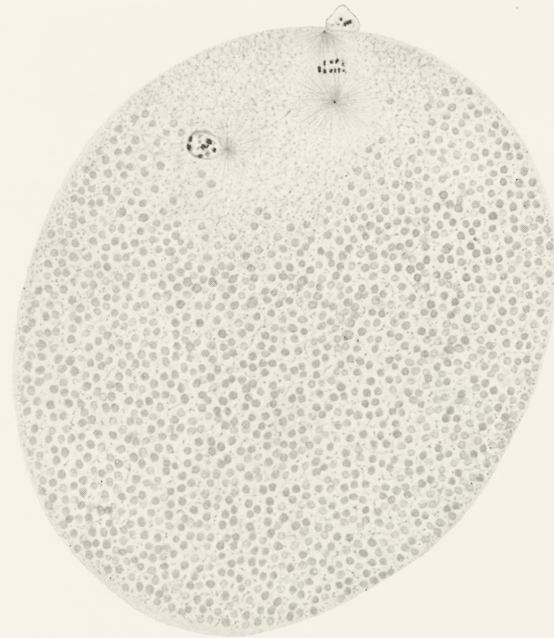
8



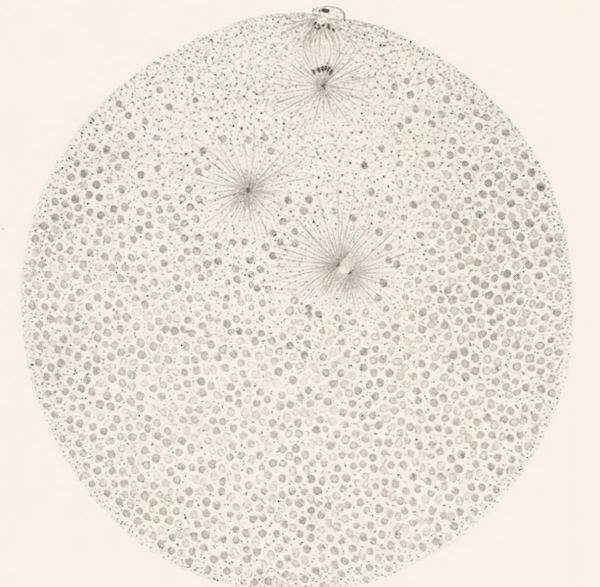
9



10



11

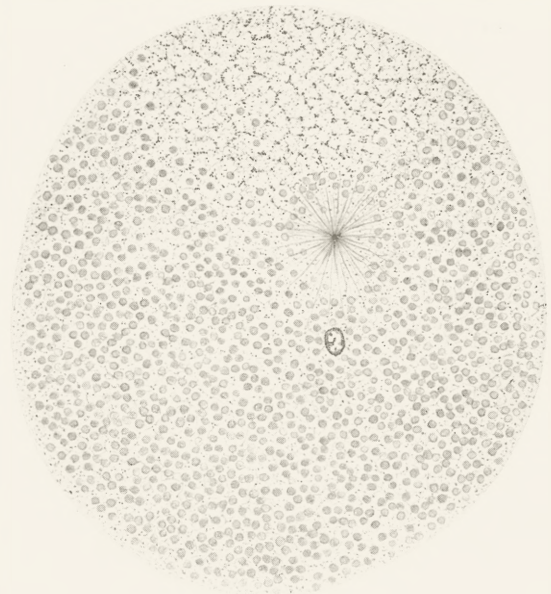


12

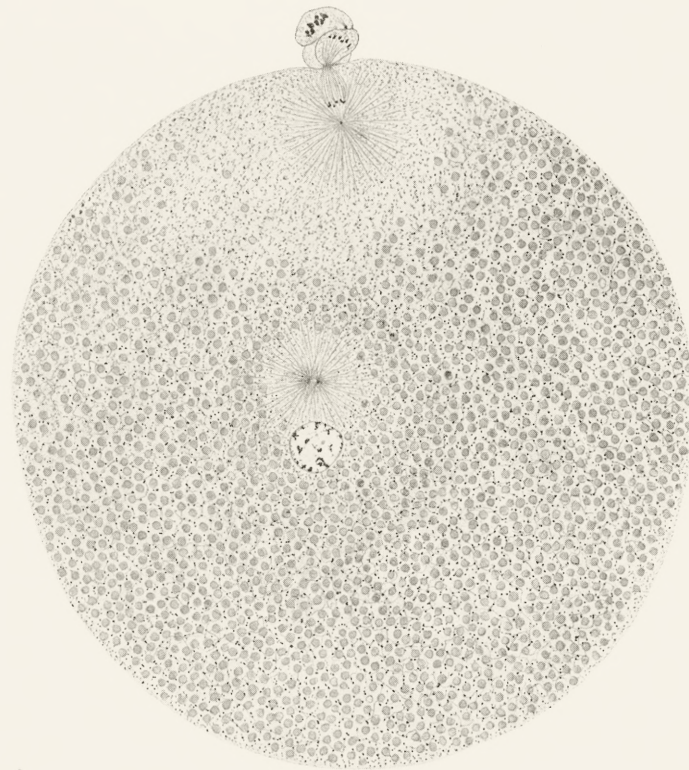




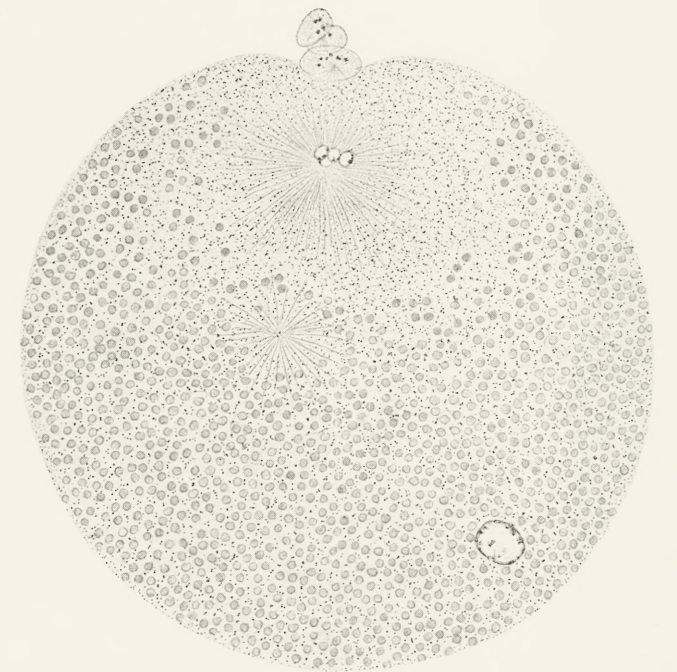




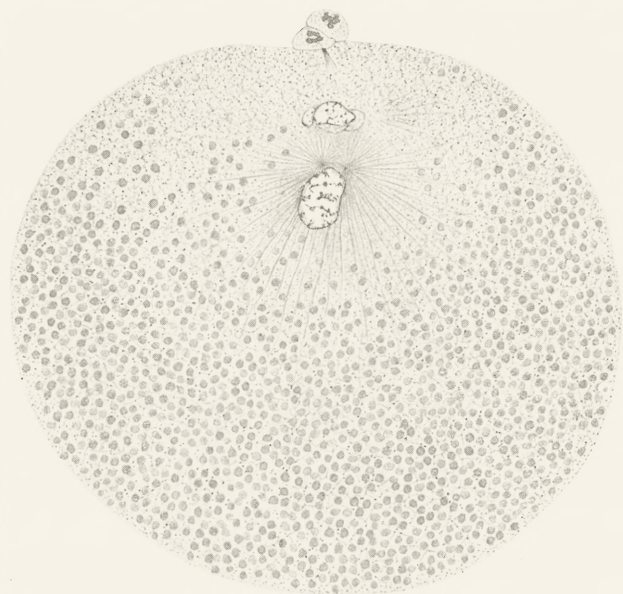
13



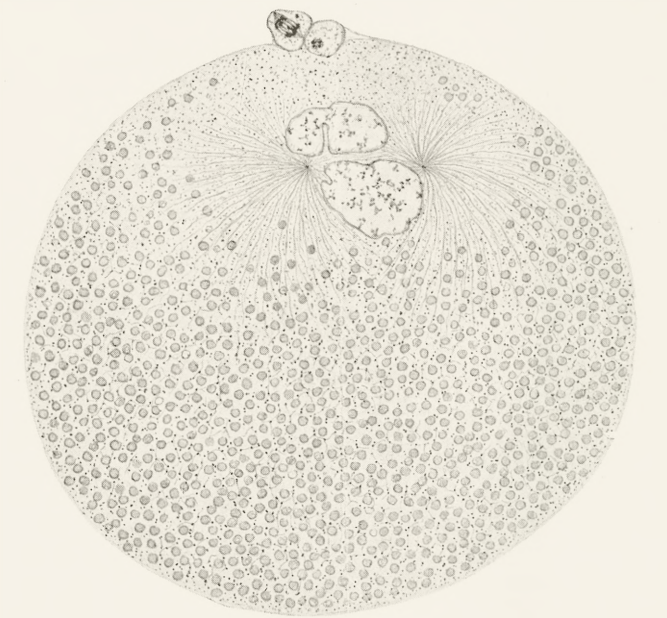
14



15



16

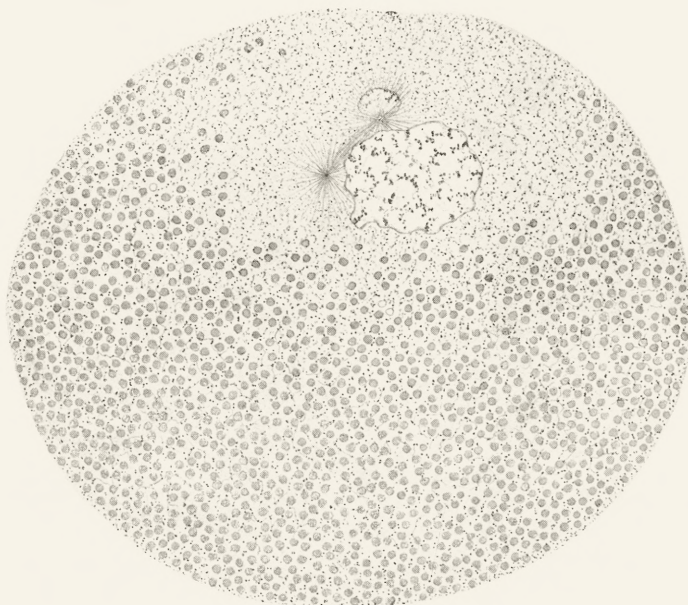


17

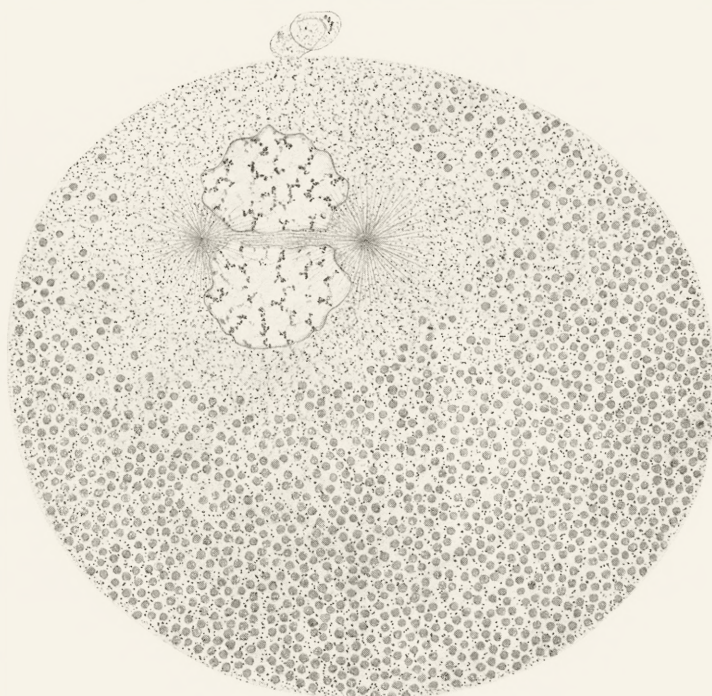








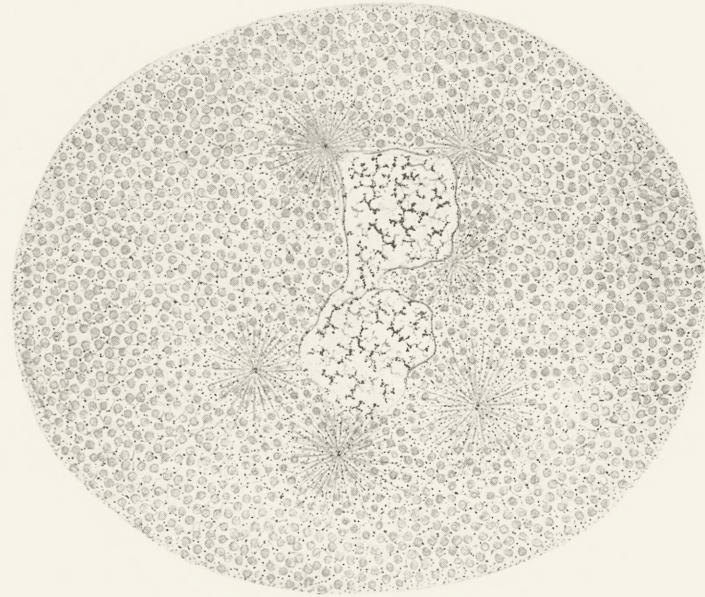
18



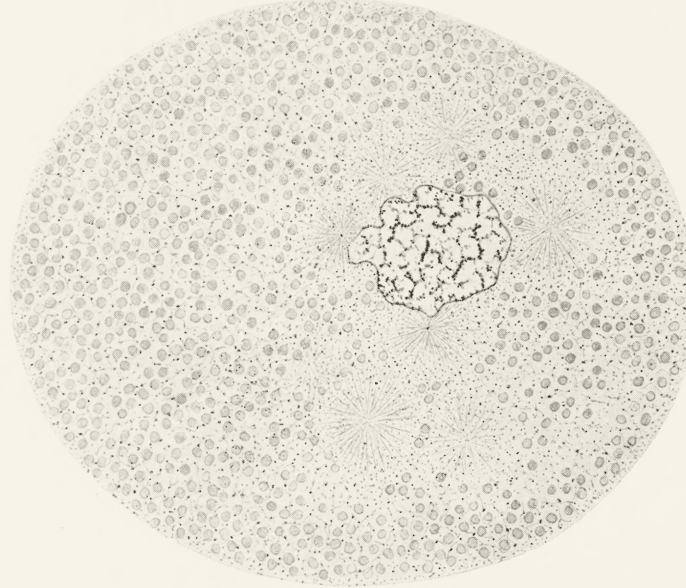
19

*K. Kostanecki.*

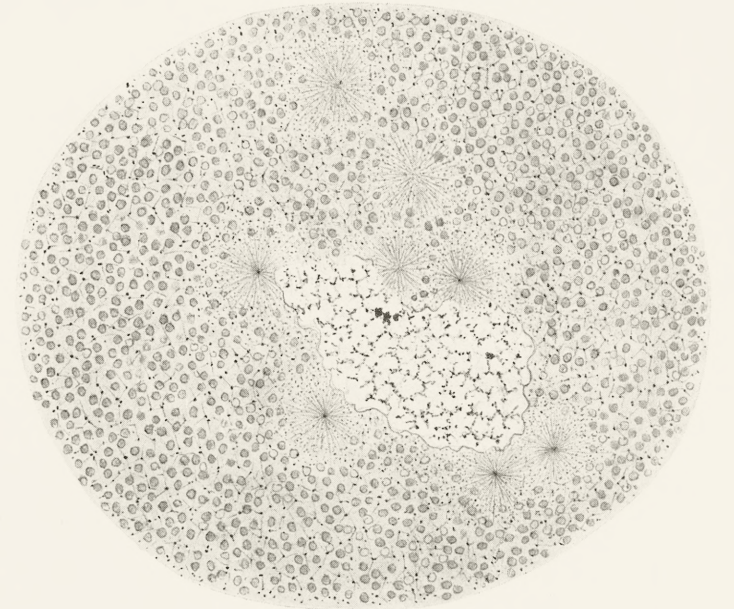




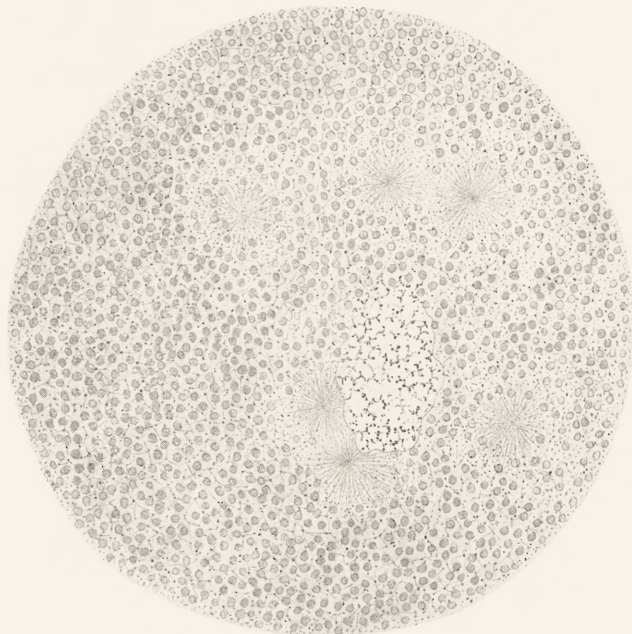
1



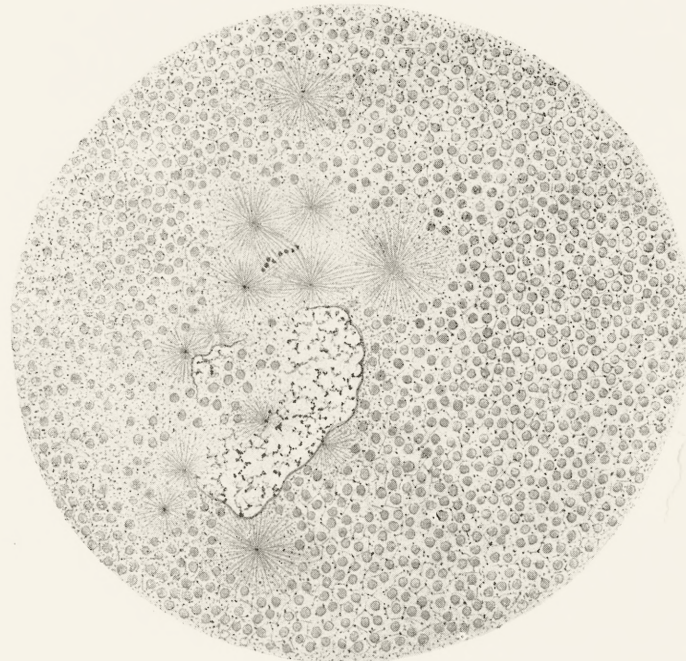
2



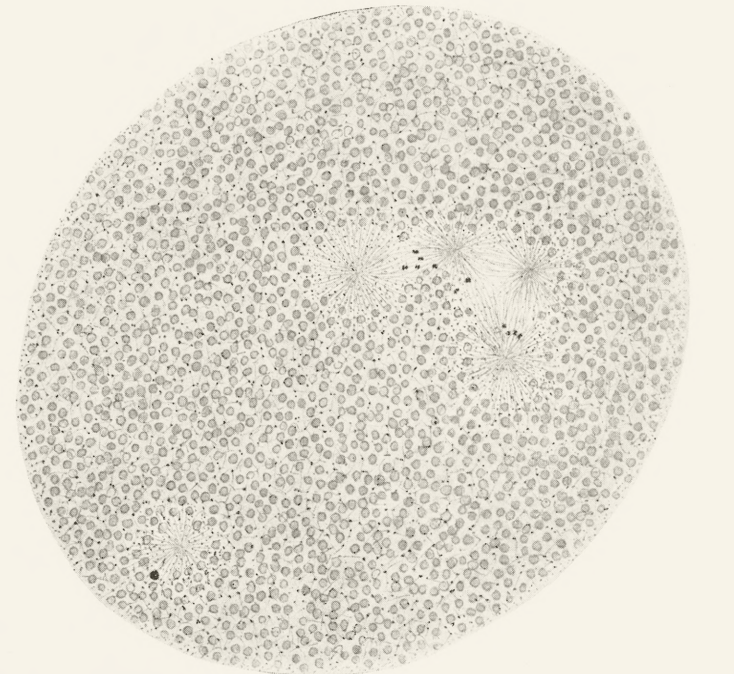
3



4



5

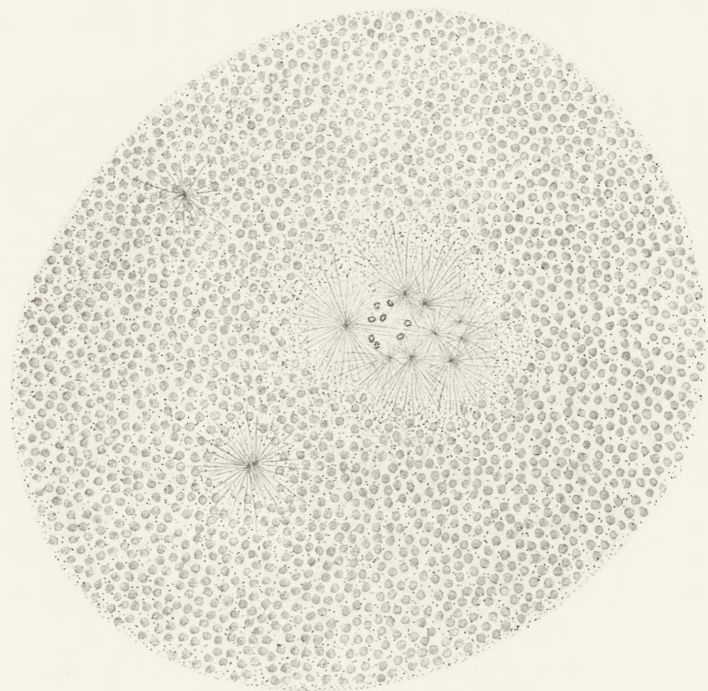


6

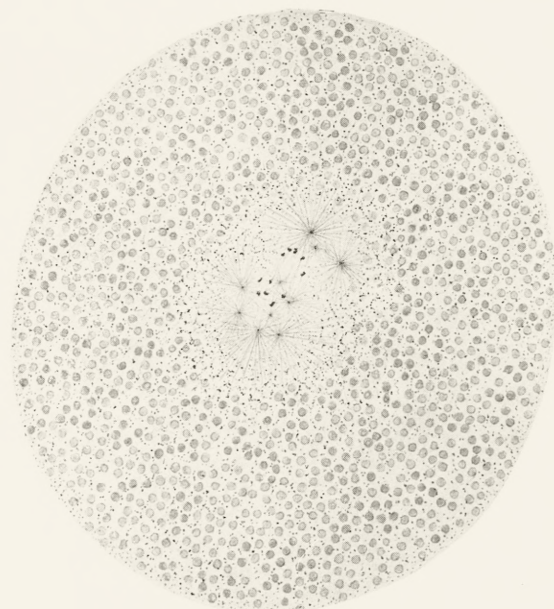




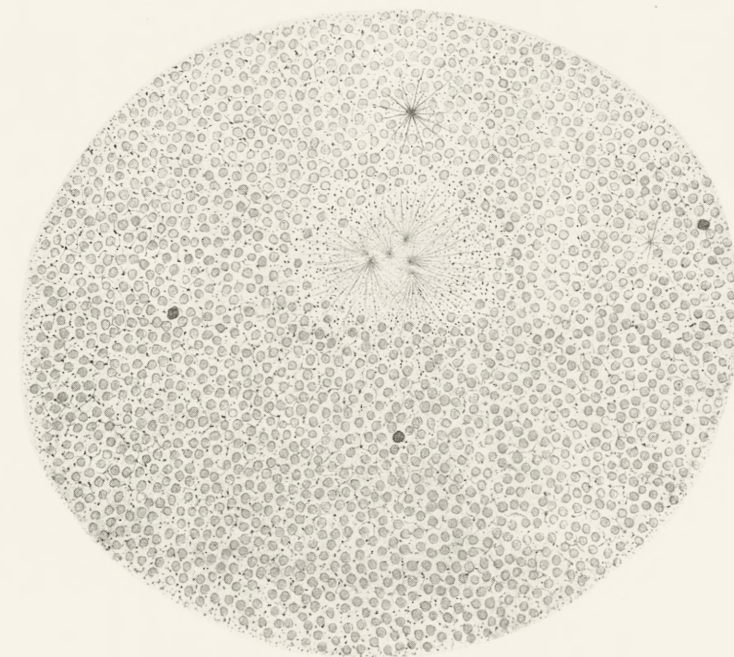




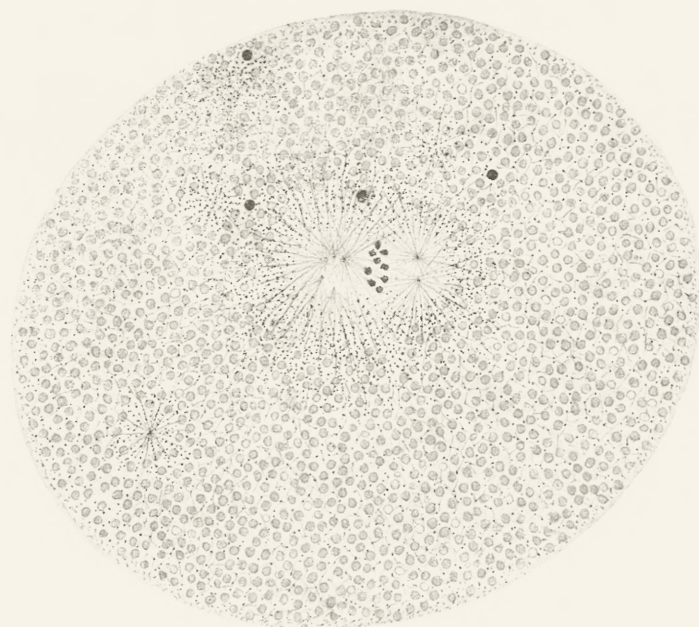
7



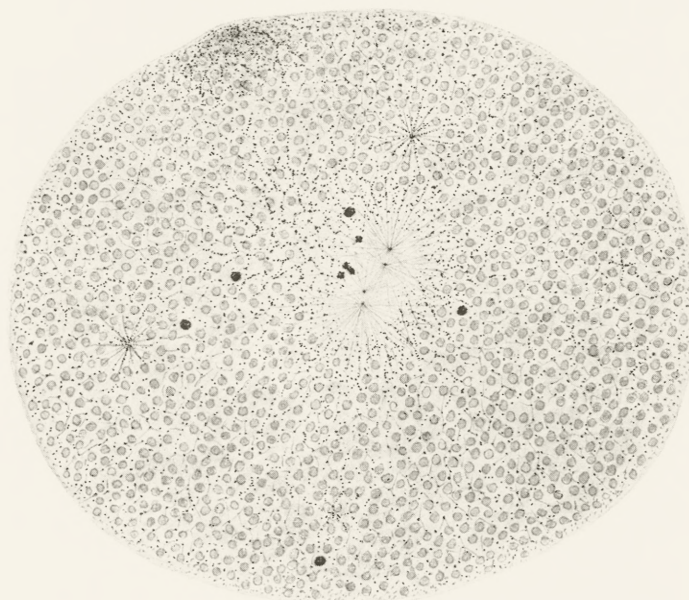
8



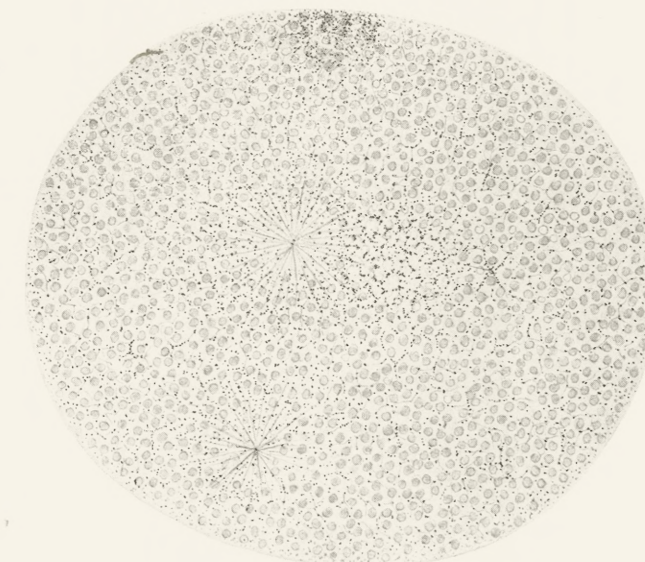
9a



9b



9c

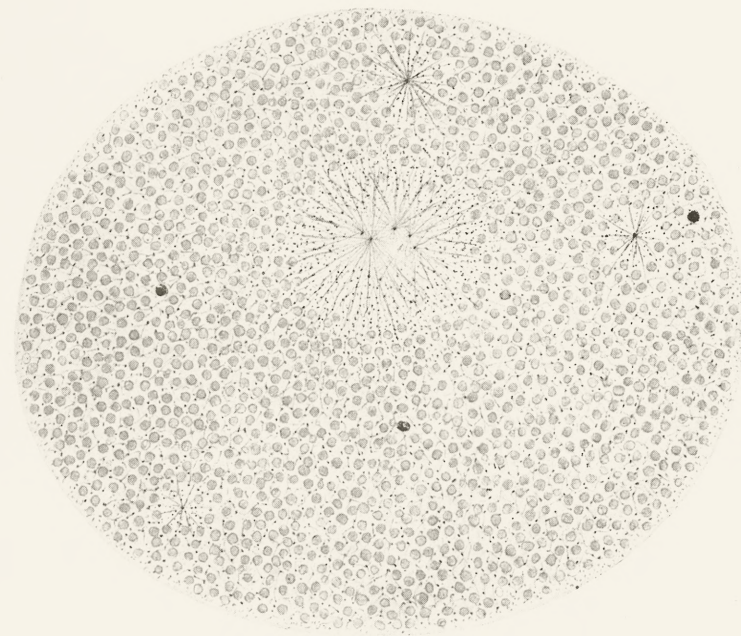


9d

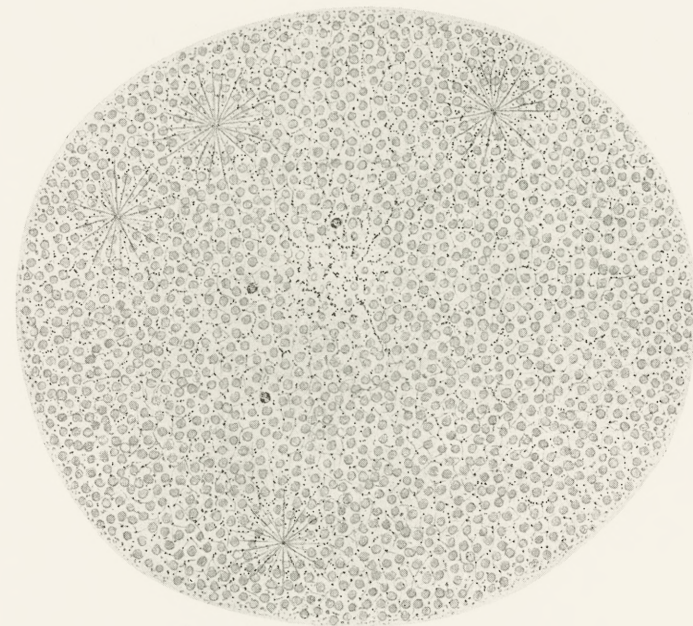




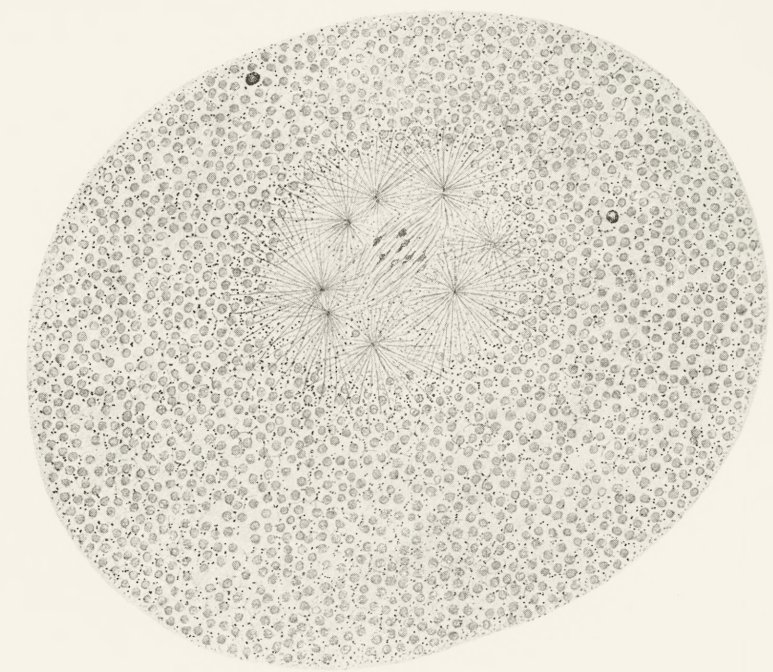




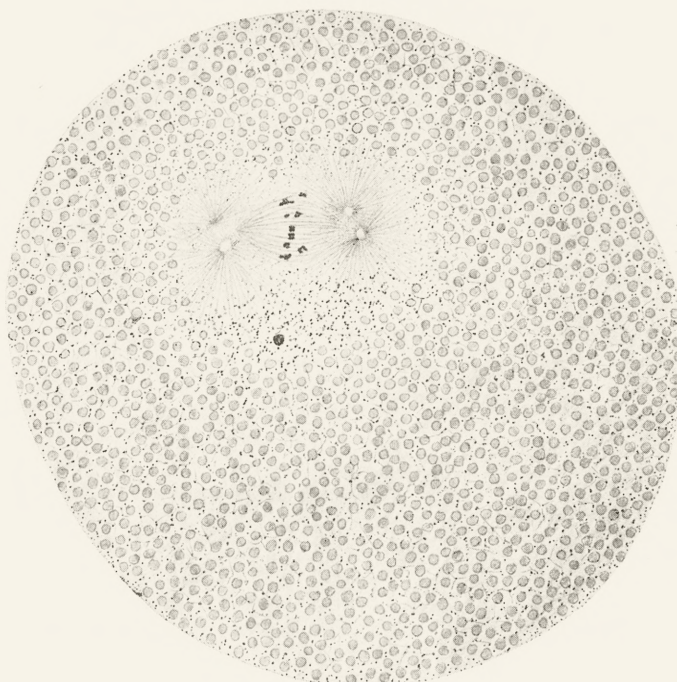
9e



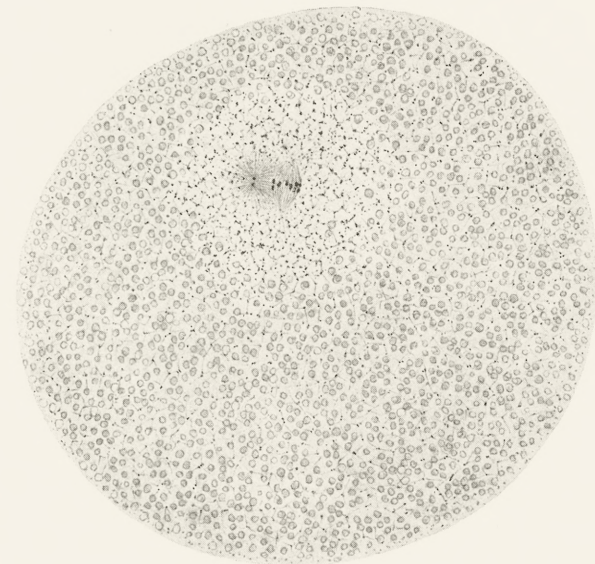
9f



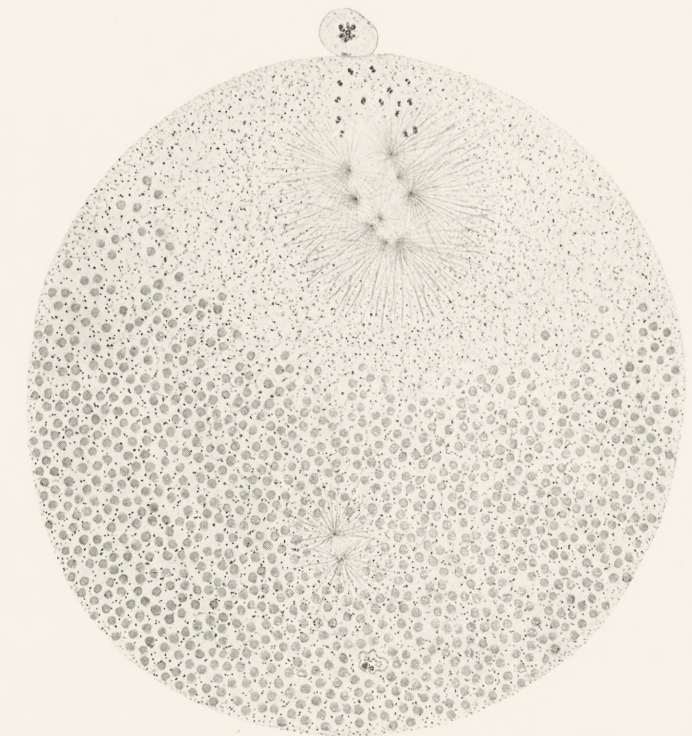
10



11



12

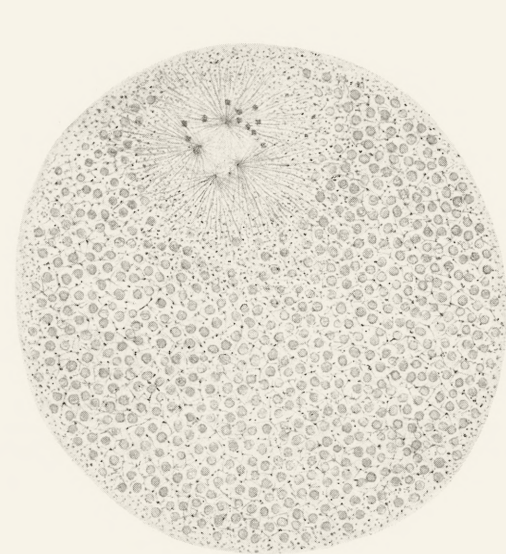


13

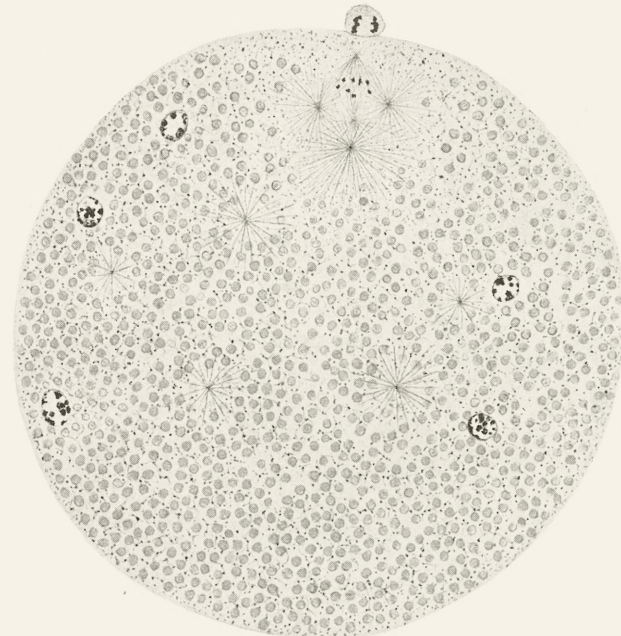




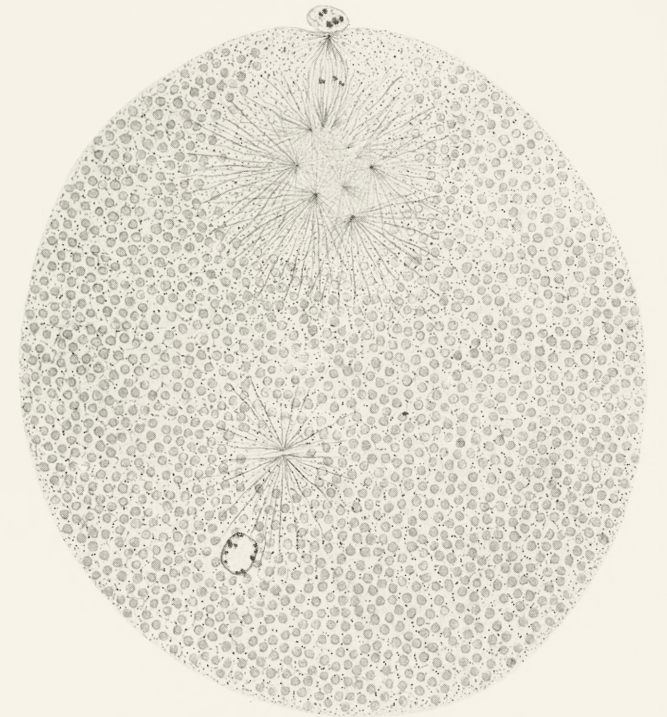




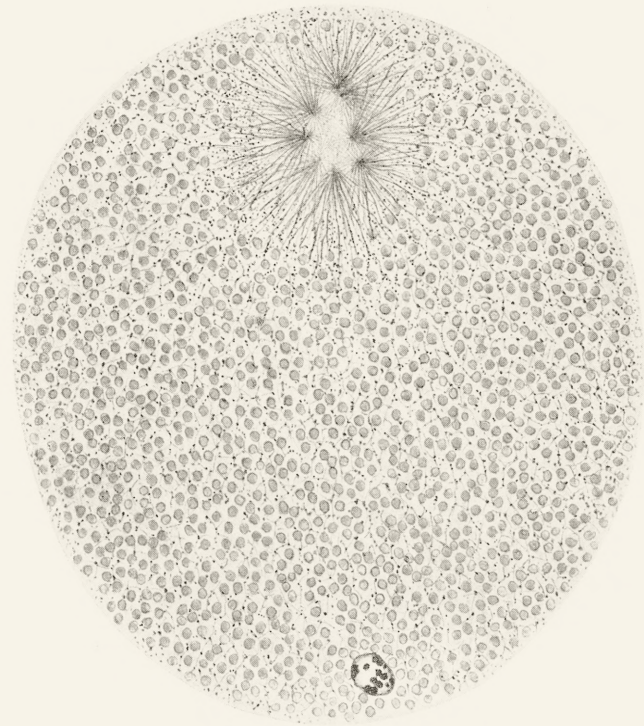
14



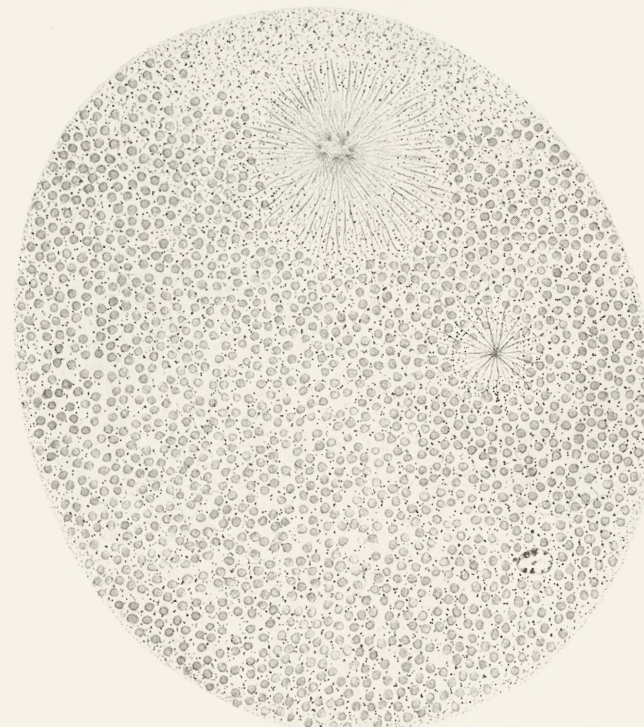
15



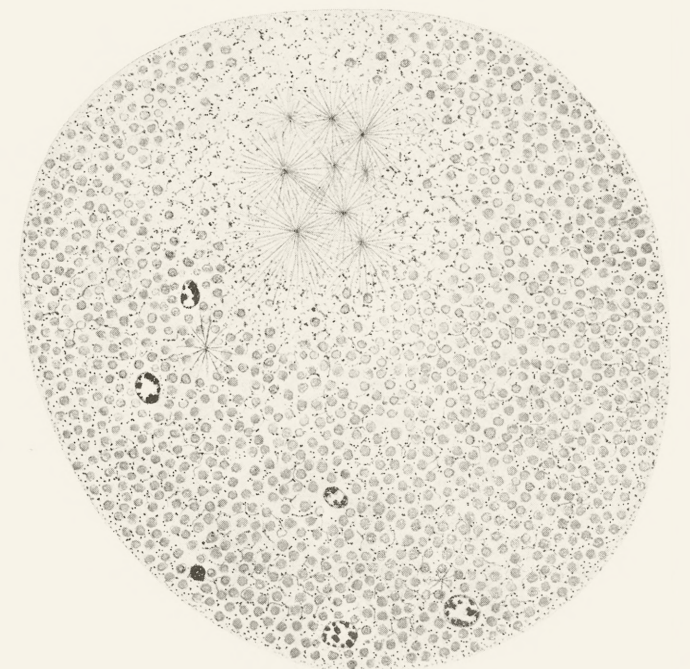
16



17



18

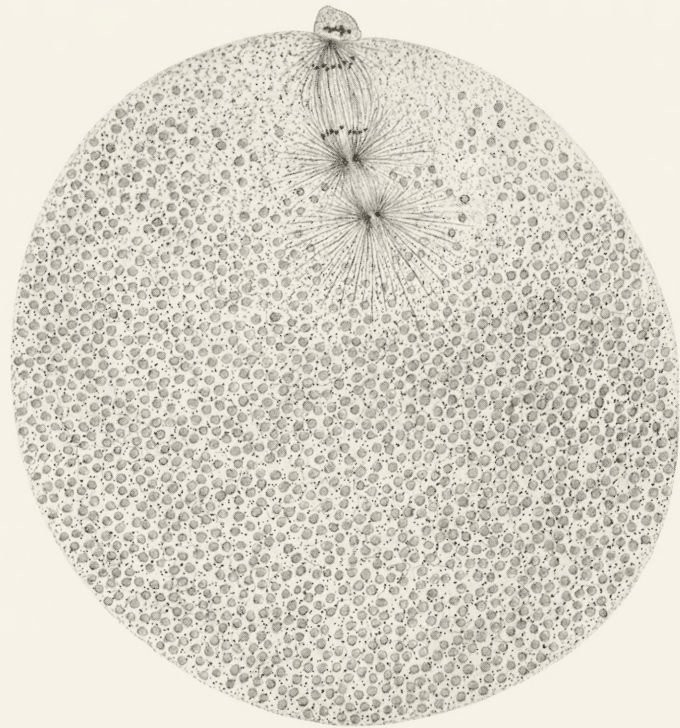


19

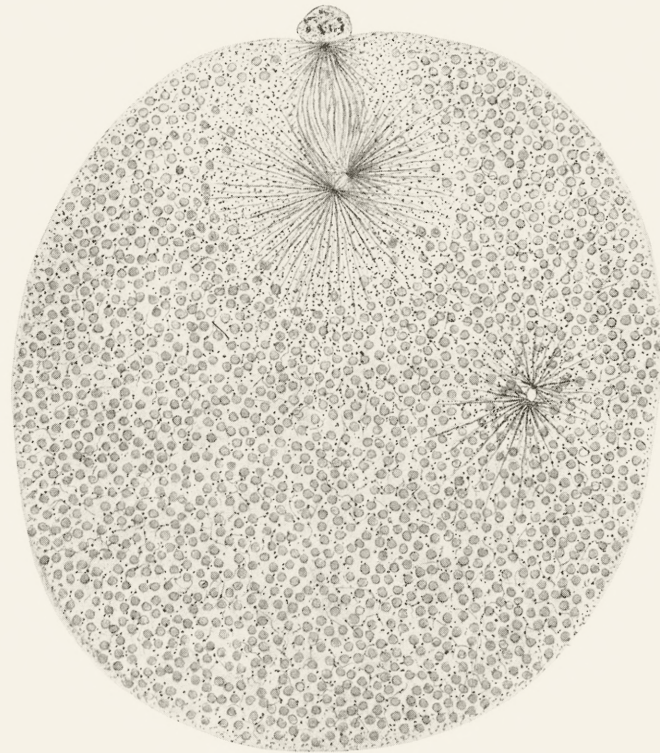




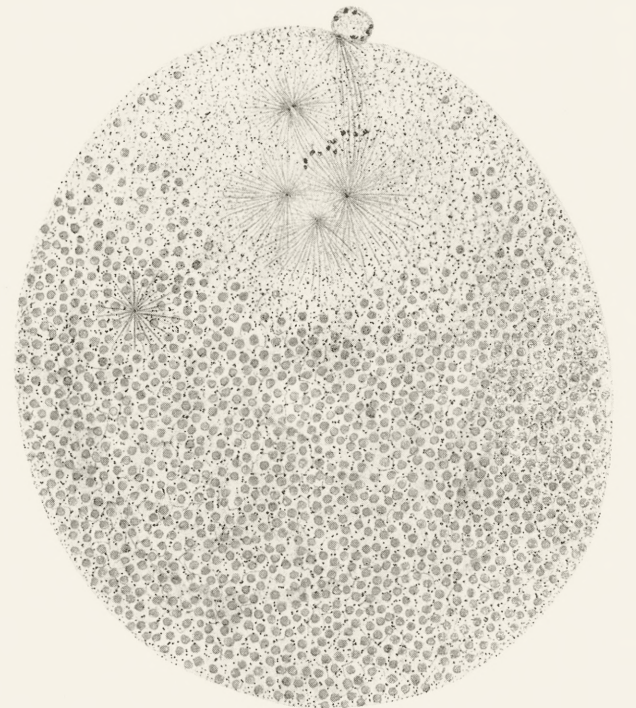




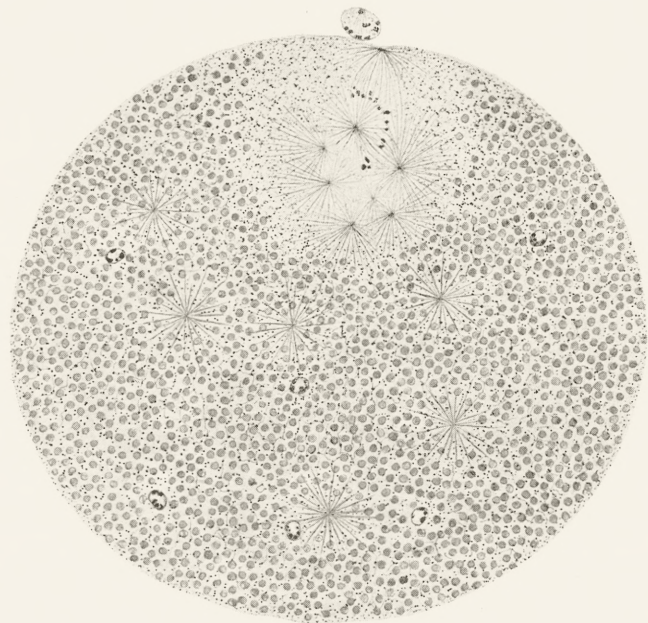
20



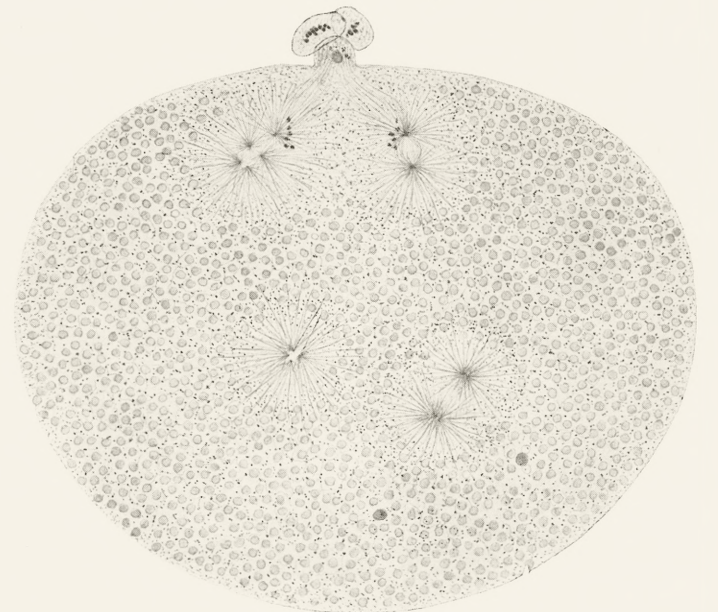
21



22



23

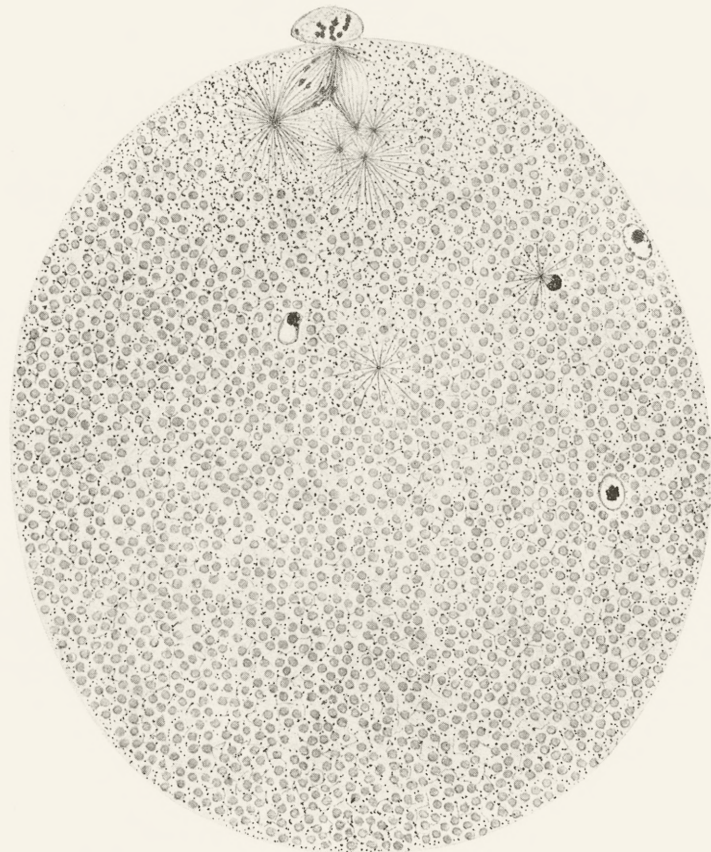


25

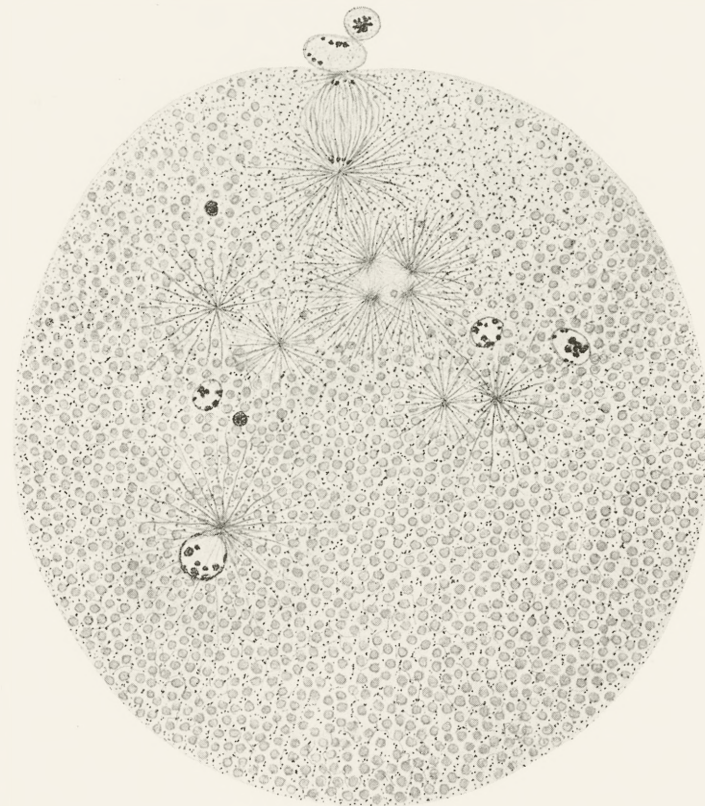




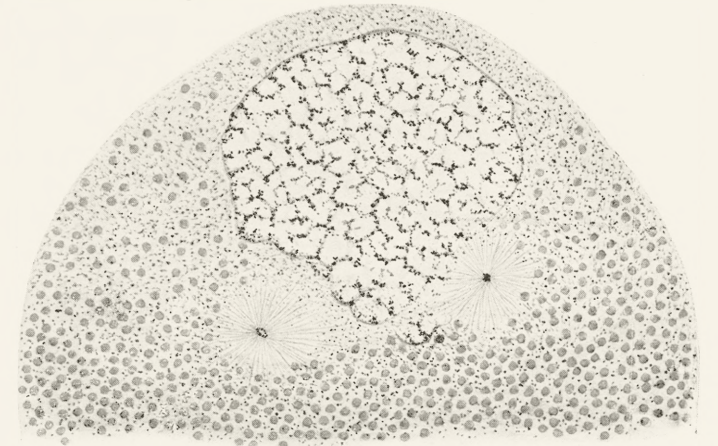




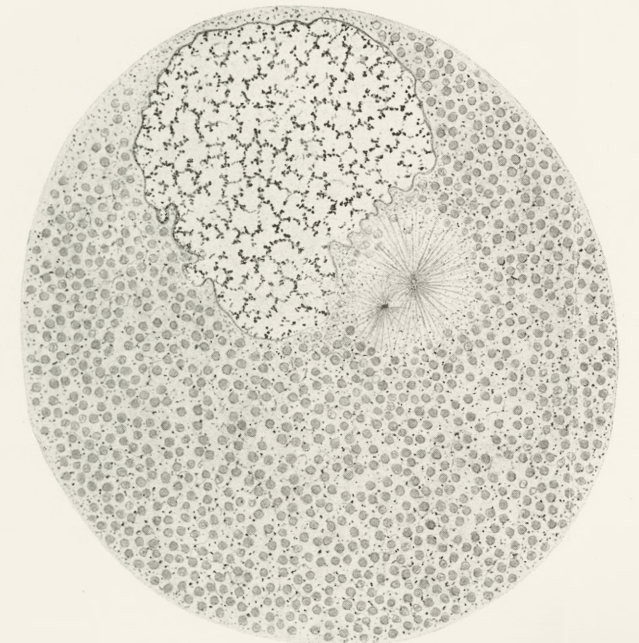
24



26



27 a



27 b



