

BULLETIN INTERNATIONÁL
DE L'ACADÉMIE DES SCIENCES DE CRACOVIE.

CLASSE DES SCIENCES MATHÉMATIQUES ET NATURELLES.

N° 2.

Février

1903.

- Sommaire:** 8. M. K. DZIEWOŃSKI. Sur un nouveau hydrocarbure aromatique: le trinaphtylènebenzène ou décacyclène et sur un composé sulfuré rouge: le dinaphtylénethiophène.
9. M. STANISŁAS DOBROWOLSKI. La flore du vagin.
10. M. ST. ZAREMBA. Remarques sur les travaux de M. Natanson relatifs à la théorie de la viscosité.
11. PUBLICATIONS DE LA CLASSE.

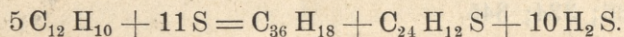
Séance du lundi 9 Février 1903.

PRÉSIDENTE DE M. A. WITKOWSKI.

8. M. K. DZIEWOŃSKI. O dekacyklenie (trójnaftylenbenzolu), nowym węglowodorze aromatycznym i czerwonym związku siarkowym, dwunaftylientiofenie. (*Über Dekazyklen (Trinaphtylenbenzol), einen neuen hochmolekularen aromatischen Kohlenwasserstoff und über Dinaphtylenthiofen, einen roten Thiokörper*). (Sur un nouveau hydrocarbure aromatique: le trinaphtylènebenzène ou décacyclène et sur un composé sulfuré rouge: le dinaphtylénethiophène). Mémoire présenté par M. St. Niementowski m. c.

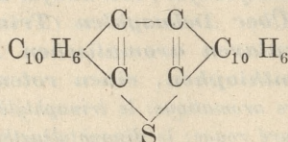
Durch Schmelzen gewisser aromatischer Kohlenwasserstoffe, besonders solcher, welche eine Methylengruppe —CH₂ als Seitenkette besitzen, findet eine eigentümliche Dehydrogenisation derselben statt, die mit gleichzeitiger Verknüpfung der entstehenden wasserstoffärmeren Kohlenwasserstoffreste verbunden ist. In der Absicht eine völlige Dehydrogenisation der Seitengruppen des Acenaphtens und die Verknüpfung der so entstehenden Acenaphtylenreste zu erreichen, liess ich Schwefel auf den genannten Kohlenwasserstoff einwirken. Diese sehr günstig verlaufene Reaktion ergab mir nun zwei Körper: einen gelben, hochmolekularen Kohlenwasserstoff von der emp. Formel C₃₆H₁₈ und einen roten Thiokörper C₂₄H₁₁S.

Auf Grund der bisherigen zusammen mit H. P. Bachmann ausgeführten Untersuchungen verläuft die Reaktion nach folgender, später ausführlicher zu erklärender Gleichung:



Der Versuch wurde ausgeführt, indem Acenaphten mit Schwefel gemischt (im Verhältnis von 100 g Acenaphten zu 23 g S), in einem Rundkolben geschmolzen und bis zu der Reaktionstemperatur von 205° C. dann einige Zeit etwas höher, bis etwa 290°, erwärmt wurden. Die Reaktion wird unterbrochen, sobald die Schwefelwasserstoffentwicklung nachgelassen hat. Durch Ausziehen mit heissem Alkohol befreit man die erhaltene rotbraune Schmelze von dem zurückgebliebenen Acenaphten und extrahiert nun mit Benzol. Aus den Laugen dieses letzteren scheidet sich ein roter Körper aus, den man in ganz reinem Zustande als prächtig rote, seidenglänzende Nadeln durch mehrmaliges Umkristallisieren aus Toluol erhält. Nach Entfernung dieses roten Körpers bleibt jetzt noch im Kolben ein gelblicher kristallinischer Rückstand, den man aus Cumol oder besser aus Nitrobenzol umkristallisiert. Auf diese Weise erhält man schon nach zweimaligem Umkristallisieren einen reinen Körper in Form von grossen, stark goldglänzenden, gelben Nadeln.

Dinaphtylthiophen $C_{24}H_{12}S$



Der rote durch Extraktion der Schmelze mit Benzol erhaltene Körper ist schwefelhaltig. Er schmilzt bei 278° C, sublimiert in roten Nadeln und löst sich in Chloroform, Schwefelkohlenstoff, Benzol, Toluol etc. Aus diesen Lösungsmitteln kristallisiert er in langen, prächtig roten, seidenglänzenden Nadeln. Die Analyse dieses Körpers gab uns folgende Resultate:

$$C = 86.80\% \quad H = 3.53\% \quad S = 9.79\%$$

Berechnet für Dinaphtylthiophen $C_{24}H_{12}S$

$$C = 86.75 \quad H = 3.61\% \quad S = 9.61\%$$

Aus diesen Resultaten ergibt sich die empirische Formel: $C_{24}H_{12}S$. Durch Bestimmung der Molekulargrösse mittelst der Siedepunkt-erhöhungsmethode unter Anwendung von Anilin als Lösungsmittel erhielten wir folgende Werte für die Molekulargrösse des Thiokörpers: 336; 334; 345.

Diese Werte stimmen eben für die Formel $C_{24}H_{12}S$, welche die Zahl 332 verlangt.

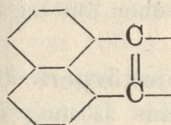
Das Pikrat des Thiokörpers $C_{24}H_{12}S \cdot 2C_6H_3N_3O_7$ wird dargestellt, indem man eine Lösung des roten Körpers (4 g) in Schwefelkohlenstoff mit Pikrinsäure (2.7 g), welche in Chloroform gelöst ist, in der Kälte mischt. Man erhält so einen karminroten Körper, der aus Chloroform umkristallisiert wird. Sein Schmelzpunkt liegt bei $250^{\circ}C$. Das Resultat der Stickstoffbestimmung beträgt 10.69% und entspricht dem Stickstoffgehalt der Verbindung von der Formel $C_{24}H_{12}S \cdot 2C_6H_3N_3O_7 : N = 10.60\%$. Bestätigt wurde dieses molekulare Verhältnis der Pikrinsäure zu Dinaphtylenthiofen durch Zerlegung des Pikrats mit Ammoniak.

Gefunden:	Dinaphtylenthiofen	42.37%
	Pikrinsäure	58.27%
Berechnet für	$C_{24}H_{12}S \cdot C_6H_3N_3O_7$	
	Dinaphtylenthiofen	42.03%
	Pikrinsäure	57.98%

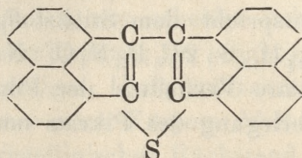
Oxydation des Dinaphtylenthiofens. Durch Einwirkung einer Lösung von Chromsäure oder von chromsauren Salzen erhält man Naphtalsäure. Auf Dinaphtylenthiofen, welches in kochendem Eisessig suspendiert ist, lässt man tropfenweise eine Lösung von Chromsäure in verdünnter Essigsäure einwirken, bis alle Substanz in Lösung gegangen ist. Nach dem Erkalten fällt man durch einen grossen Überschuss von Wasser aus der Lösung einen gelblichen Körper, der durch mehrmaliges Umkristallisieren aus Eisessig in Form von langen, seidenglänzenden, weissen Nadeln erhalten wird. Die Eigenschaften sowie auch die Analyse bewiesen, dass unser Oxydationsprodukt nichts anderes ist als Naphtalsäure:

Gefunden	C: 72.70%	H: 3.27%
Berechnet für	$C_{12}H_6O_3$: C: 72.73	H: 3.03

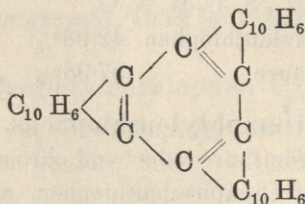
Was nun die Konstitutionsformel dieses ersten Produktes anbelangt, so ergibt sich aus den Resultaten der Analysen, aus den Bestimmungen der Molekulargrösse sowie endlich aus dem Resultate der Oxydation mittelst Chromsäure, dass unser Körper zwei durch Schwefel verbundene Acenaphtylenreste



enthält. Die Art dieser Bindung lässt sich am besten erklären, wenn man annimmt, dass unser Körper ein Abkömmling von Thio-phen ist, nämlich Dinaphtylthiophen:



Trinaphtylenbenzol (Dekazyklen) $C_{36}H_{18}$



Nachdem man durch Benzol das Dinaphtylthiophen fast völlig von der ursprünglichen Schmelze des Acenaphtens mit Schwefel entfernt hat, bleibt in dem Kolben noch ein kristallinischer dunkelgelber, goldglänzender Rückstand. Diesen letzteren, der fast nur reinen Kohlenwasserstoff enthält, kristallisiert man aus Cumol oder besser aus Nitrobenzol um, wobei man aus dem letzteren Lösungsmittel nach zwei- bis dreimaligem Umkristallisieren einen ganz reinen Kohlenwasserstoff in Form von grossen starkglänzenden, gelben Nadeln erhält. Die verdünnten Lösungen des Körpers zeigen eine schöne grüne Fluoreszenz. Seine Löslichkeit ist im allgemeinen viel geringer als die des Picens. Am besten löst er sich jedoch in siedendem Anilin, Naphtalin und Nitrobenzol. Dekazyklen schmilzt bei $387^{\circ}C$, also viel höher als Picen, dessen Schmelzpunkt 350° (unkorr.) bis jetzt als der höchste der aromatischen Kohlenwasserstoffe galt. Die Analyse gab folgende Resultate:

	C 96.01%	H 3.97%
Berechnet für $(C_{12}H_6)_n$:	C 96.00%	H 4.00%

Aus der Analyse ergibt sich also die empirische Formel $(C_{12}H_6)_n$. Die Molekulargrösse wurde nun mittelst der Siedepunkterhöhungsmethode nach Beckmann bestimmt unter Anwendung von Anilin und Nitrobenzol als Lösungsmittel, und zwar erzielten wir durch die Bestimmungen mit ersteren folgende Zahlen:

447 461 467.

Für Nitrobenzol war es uns momentan unmöglich, in der betreffenden Literatur die Konstante der molekularen Erhöhung zu finden, welche wir deshalb genötigt waren selbst zu bestimmen, wobei die Zahl $50 \cdot 1^\circ$ als die der molekularen Erhöhung für 100 g Nitrobenzol erhalten wurde. Unter Anwendung dieses Lösungsmittels zur Bestimmung der Molekulargrösse des Kohlenwasserstoffs fanden wir folgende Zahlen:

438, 448, 453, 460, 464.

Die Resultate der mit beiden Lösungsmitteln ausgeführten Molekulargewichtsbestimmungen stimmen vorzüglich für die Zahl 450, die der Formel $(C_{12}H_6)^3 = C_{36}H_{18}$ entspricht, was durch die Analyse und die Zerlegung des Pikrats unseres Körpers noch bestätigt wurde.

Das Pikrat wird dargestellt, indem man zu einer heissen Lösung des Kohlenwasserstoffs in Aethylenbromid Pikrinsäure, welche in demselben Lösungsmittel gelöst ist, in grösserem Überschuss zufügt. Das Produkt stellt eine violettrote, ziemlich unbeständige, beim Waschen mit grösseren Mengen von Ather sich ein wenig spaltende Substanz vor. Sein Schmelzpunkt liegt bei $296^\circ C$ (unter Zerlegung der Substanz).

Die Stickstoffbestimmungen ergaben:

6·36% N, 6·30% N, 6·29% N.

Diese Zahlen stimmen für die Verbindung $C_{36}H_{18} \cdot C_6H_3N_3O_7$, die einen Stickstoffgehalt von 6·18% N hat, überein.

Durch Zerlegung des Pikrats erhielten wir

66·31% Kohlenwasserstoff

34·28% Pikrinsäure.

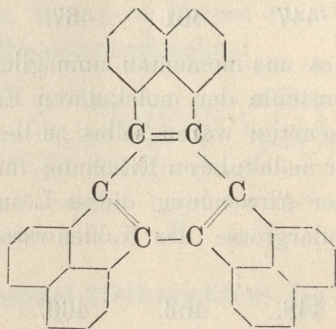
Berechnet für die Formel $C_{36}H_{18} \cdot C_6H_3N_3O_7$

66·28% Kohlenwasserstoff

33·72% Pikrinsäure.

Mehrere Oxydationsversuche dieses Körpers mittelst Chromsäure, Kaliumpermanganat und Salpetersäure sind bis jetzt erfolglos geblieben.

In Berücksichtigung der bisherigen Versuche bin ich gezwungen, für den Kohlenwasserstoff als wahrscheinlichste und annehmbarste Formel die des Trinaphthylenbenzols anzugeben:



Da diese Verbindung als ein aus zehn Ringen bestehender Kohlenwasserstoff erscheint, möchte ich für ihn die kurze Benennung Dekazyklen in Vorschlag bringen.

Indem ich die Mitteilung hiemit schliesse, behalte ich mir das weitere Studium der hier beschriebenen Verbindungen wie auch weitere Arbeiten über die Einwirkung von Schwefel auf Acenaphten und andere Kohlenwasserstoffe vor.

II. Chemisches Laboratorium der Universität Freiburg (Schweiz).

9. M. STANISLAS DOBROWOLSKI. *Flora pochwy fizyologicznej. (La flore du vagin)*. Mémoire présenté par M. T. Browicz m. t.

Dans ses études sur la flore du vagin, l'auteur a analysé des sécrétions vaginales, provenant de diverses femmes et de diverses périodes de la vie sexuelle.

Il s'est efforcé par ces recherches de répondre aux questions suivantes:

- 1^o. Le vagin ne présentant aucune affection pathologique contient-il des microbes, comme l'ont affirmé plusieurs savants, ou n'en contient-il pas, ainsi que le prétendent Menge, Krönig, Bennis et Williams?

- 2°. Existe-t-il une flore permanente du vagin, ou la présence de microbes dans cet organe n'est-elle qu'un fait accidentel?
- 3°. La quantité et la qualité des variétés se trouvant dans la sécrétion vaginale dépend-elle de conditions pouvant être exactement déterminées?
- 4°. Pendant la grossesse la flore du vagin subit-elle des modifications et quelles en sont les causes?
- 5°. Les microbes trouvés dans le vagin de femmes enceintes ou non sont-ils pour l'organisme animal pathogéniques, ou ne le sont-ils pas?
- 6°. D'où vient enfin l'action bactéricide de la sécrétion vaginale? cette action existe-t-elle en général, comme le soutiennent Doederlein, Krönig, Stroganoff et Cahanesco?

L'auteur a puisé la sécrétion vaginale chez des femmes où, sans aucun doute, elle n'avait subi, au moins pendant quelques jours, aucune altération extérieure, soit par suite d'examen médical, soit par suite de rapports sexuels. L'auteur a pris de la sécrétion tirée uniquement du fond du vagin et l'a obtenue à l'aide de tubes de verre introduits dans un speculum stérilisé. La sécrétion ainsi obtenue et stérilisée a été immédiatement étudiée au microscope, puis placée dans des milieux nutritifs, solides ou liquides.

L'auteur divise ses recherches en trois groupes. Dans le premier, contenant 30 cas, l'auteur a inoculé la sécrétion dans des milieux nutritifs alcalins; dans le second, qui comprend 15 cas, elle a été soumise à l'influence de milieux acides; dans le troisième, comprenant dix cas, la culture a été conduite dans des conditions strictement anaérobies. Dans la suite de ses recherches sur la sécrétion du premier groupe, il l'a placée aussi dans un milieu acide et a fait la culture à l'abri de l'air; il a aussiensemencé la sécrétion du deuxième groupe dans un milieu alcalin, également sans accès de l'air; enfin il a étudié la sécrétion du troisième groupe dans les cultures faites avec accès de l'air.

Sur ces 55 cas, 40 fois la sécrétion provenait de femmes non enceintes: 9 filles, 7 femmes ayant dépassé l'âge de retour et 24 femmes en pleine vie sexuelle; dans 15 fois, la sécrétion provenait de femmes enceintes.

Toutes les sécrétions, sans aucune exception, contenaient des microbes, appartenant le plus souvent à deux espèces, rarement à trois ou à une seule, jamais à plus de trois. Les espèces obser-

vées au microscope ont presque toujours été obtenues dans les milieux nutritifs.

Les recherches de l'auteur permettent de conclure tout d'abord que la distinction faite par Doederlein de la sécrétion vaginale physiologique (apparence du lait caillé depuis peu, action acide, absence de lymphocytes, présence chez les femmes enceintes d'une bactérie spéciale du vagin) et de la sécrétion vaginale pathologique (alcaline ou neutre, abondamment épaisse, grande quantité de lymphocytes et polymorphie des microbes), ainsi que les différences de la flore du vagin provenant de ce fait, n'existent pas.

L'action acide de la sécrétion vaginale est considérée par l'auteur comme une réaction vitale de la muqueuse du vagin, réaction absolument indépendante, et de la qualité des composés morphologiques et des microbes vivant dans la sécrétion; ainsi l'auteur a trouvé principalement chez les filles des réactions acides, chez les femmes enceintes, sans exception, des réactions acides; chez les femmes âgées, ayant dépassé l'âge de retour, des réactions alcalines ou neutres; chez les femmes en pleine vie sexuelle, fort souvent des réactions acides, quoique chez ces dernières on en rencontre d'alcalines et même de neutres.

Certaines espèces de microbes sont très fréquentes dans le vagin; d'autres fort rares. Parmi les espèces fréquentes, l'auteur note: le staphylococcus non pyogenes non liquefaciens, le micrococcus non pyogenes liquefaciens et non liquefaciens, le bacillus tenuis longus et le bacillus vaginalis; moins souvent le streptococcus non pyogenes, le micrococcus scariosus, le micrococcus auriantiacus, le bacillus brevis, le bacillus polymorphis mobilis, des levures; rarement le bacillus ruber non liquefaciens, le bacillus aureus non liquefaciens, le bacillus proteus; exceptionnellement le bacillus septatus, le bacillus subtilis, le bacterium coli immobile, l'hyphomycetes. L'auteur a trouvé dans les sécrétions trois espèces jusqu'ici non décrites qu'il propose de nommer micrococcus elipsoides, bacillus mobilis foetidus cellulosis liquefaciens et bacillus foetidus vaginae.

L'auteur n'a pas rencontré dans les sécrétions vaginales des femmes enceintes, ni dans celles des femmes non enceintes des anaérobies.

Entre la sécrétion des femmes enceintes et celle des femmes non enceintes, l'auteur a constaté cette différence que le vagin des femmes enceintes contient toujours une variété moindre d'espèces

de microbes qui, en général, sont des bacilles, tandis que la sécrétion des femmes non enceintes renferme le plus souvent des coques. L'auteur n'a pu découvrir la cause de cette différence; il affirme cependant que les motifs que l'on a donnés de cette modification de la flore, tels que l'acidité, le changement des composés morphologiques des sécrétions, la présence des bacilles vaginaux n'ont là-dessus aucune influence.

L'examen empirique de la pathogénie des microbes découverts n'a donné qu'un résultat négatif.

L'auteur résume comme il suit les conclusions de ses études:

- 1°. Tout vagin renferme des microbes;
- 2°. La flore du vagin est jusqu'à un certain point stable, mais en dehors des microbes à demeure fixe, d'autres microbes peuvent, dans des conditions qu'il est malaisé de déterminer, s'y introduire et s'y acclimater;
- 3°. La quantité et la qualité des microbes ne dépend pas de l'action du vagin, ni de ses composés cellulaires, ni de l'âge de la femme, ni de la période de sa vie sexuelle, à l'exception toutefois de la gestation, auquel cas
- 4°. la flore du vagin est peu riche en espèces;
- 5°. La flore du vagin ne contient pas de microbes dont la pathogénicité pourrait être constatée expérimentalement sur des animaux;
- 6°. La muqueuse du vagin n'a pas d'action spécifique bactéricide sur les microbes.

-
10. M. ST. ZAREMBA. Uwagi o pracach prof. Natansona nad teorią tarcia wewnętrznego. (*Remarques sur les travaux de M. Natanson relatifs à la théorie de la viscosité*). Mémoire présenté par M. M. P. Rudzki m. c.

Nr. 1. M. Natanson m'a appris que M. Witkowski, en discutant avec lui une application particulière de ses équations du mouvement d'un fluide visqueux¹⁾, a posé une question qui a conduit ces Messieurs à découvrir un résultat paradoxal des formules de M. Natanson. Ce résultat m'a fait supposer que les équations

¹⁾ L. Natanson. Sur les lois de la viscosité. (Bulletin de l'Académie de Cracovie, séance du 4 Février 1901, page 107 et suivantes).

de M. Natanson doivent conduire à la conséquence inadmissible que voici: un mouvement de translation rectiligne et uniforme d'un vase contenant un liquide ne serait pas sans influence sur les lois du mouvement relatif du liquide par rapport au vase.

L'étude approfondie de la question m'a fait reconnaître bientôt qu'il en est bien ainsi. C'est ce que je vais établir dans les numéros suivants.

Nr. 2. L'idée maîtresse de la théorie de M. Natanson, idée qu'il fait remonter à Poisson et à Maxwell, est la suivante: l'état intérieur d'un liquide en mouvement serait, à chaque instant, analogue à celui d'un corps parfaitement élastique lequel aurait subi une déformation. Sans nous occuper de la voie suivie par M. Natanson pour arriver aux équations définitives qu'il propose, nous nous bornerons à examiner les conséquences que ces équations entraîneraient.

Désignons par M un point situé à l'intérieur du liquide, par x, y, z les coordonnées rectangulaires de ce point et par t l'époque à laquelle on considère le point M . Envisageons un parallépipède rectangle (P) ayant un de ses sommets en M et soient MA, MB et MC les trois arêtes issues du point M .

Je suppose que les vecteurs MA, MB et MC soient respectivement de même sens que les axes des x, y et des z et j'admets que ces vecteurs soient infiniment petits. Cela posé, soient M', A', B', C' les sommets du parallépipède opposés aux sommets M, A, B, C respectivement. Le liquide extérieur au parallépipède (P) exercera, à l'époque t , certaines pressions sur le liquide intérieur au parallépipède. Les pressions exercées sur les faces $MBA'C, MCB'A$ et $MAC'B$ s'exprimeront de la façon bien connue au moyen de six quantités que l'on désigne souvent par

$$(1) \quad \begin{cases} p_{xx}, & p_{yy}, & p_{zz} \\ p_{yz}, & p_{zx}, & p_{xy} \end{cases}$$

Ces quantités sont ce que l'on appelle les composantes des pressions rapportées à l'unité de surface; elles sont des fonctions des quatre variables indépendantes x, y, z et t et elles définissent l'état de tension intérieure qui règne, dans le liquide, en M , à l'époque t .

Pour établir les équations du mouvement, M. Natanson se place dans l'hypothèse où le mouvement du liquide est très lent et

il arrive alors à certaines équations¹⁾ qui représentent les relations qui existent entre les quantités (1) et les éléments cinématiques du mouvement du liquide. Il nous suffira de transcrire une de ces équations, soit:

$$p_{xx} - p = C_{xx} \varepsilon^{\frac{-t}{T}} - \varepsilon^{\frac{-t}{T}} \int dt \varepsilon^{\frac{t}{T}} \{2ne + (k - h - \frac{2}{3}n) \tilde{\omega}\} \quad (2)$$

On désigne ici par:

ε — la base des logarithmes népériens,

t — le temps,

T , n , k et h — des constantes dépendant uniquement de la nature du liquide,

p — une quantité qui dépend uniquement de l'état du liquide à l'époque t à l'intérieur du parallépipède infiniment petit (P) défini plus haut,

C_{xx} — une fonction au sujet de laquelle M. Natanson se borne à dire qu'elle est indépendante du temps,

e et $\tilde{\omega}$ — des fonctions définies par les équations suivantes:

$$\left. \begin{aligned} e &= \frac{\partial u}{\partial x} \\ \tilde{\omega} &= \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

où les lettres u , v , w représentent les projections sur les axes des x , des y et des z de la vitesse de la particule du liquide qui, à l'époque t se trouve au point M .

Pour achever de faire comprendre la formule (2) il nous reste à dire que les quantités e et $\tilde{\omega}$ sont supposées être exprimées en fonctions des variables x , y , z et t , variables qui, dans la formule en question, doivent être regardées comme indépendantes.

Considérons un système de coordonnées (x', y', z') , mobile mais constamment parallèle au système (x, y, z) . Supposons que le système (x', y', z') soit animé, par rapport au système (x, y, z) , d'un mouvement de translation rectiligne et uniforme et soient λ , μ , ν les composantes parallèles aux axes des x , des y et des z

¹⁾ Natanson. Sur les lois de la viscosité. (Bulletin international de l'Académie de Cracovie, 1901, p. 107, équations (9 a), (9 b), (9 c), (10 a), (10 b), (10 c).

de la vitesse de l'origine du système (x', y', z') . Supposons, pour simplifier, qu'à l'époque $t=0$, le système (x', y', z') coïncide avec le système (x, y, z) . Voici les relations qui existeront alors entre les coordonnées d'un même point dans les deux systèmes:

$$(4) \quad \begin{cases} x = \lambda t + x' \\ y = \mu t + y' \\ z = \nu t + z' \end{cases}$$

Dans ce qui va suivre, nous supposerons que le mouvement relatif du liquide par rapport au système mobile (x', y', z') est parfaitement déterminé et nous allons examiner les conséquences qui résultent de la formule (2) quand on compare les cas où, sans rien changer au mouvement relatif du liquide par rapport aux axes mobiles (x', y', z') , on attribue des valeurs différentes aux paramètres λ, μ, ν .

Désignons par u', v', w' les composantes, parallèles aux axes, de la vitesse relative du liquide, par rapport aux axes mobiles en un point M à l'époque t .

Les coordonnées du point M dans le système mobile étant x', y', z' , on aura:

$$(5) \quad \begin{cases} u' = f(x', y', z', t) \\ v' = \varphi(x', y', z', t) \\ w' = \psi(x', y', z', t) \end{cases}$$

Puisque le mouvement relatif du liquide par rapport aux axes mobiles doit subsister sans aucun changement dans les cas que nous nous proposons de comparer, les fonctions f, φ, ψ seront indépendantes des paramètres λ, μ, ν .

Nous avons:

$$\begin{aligned} u &= u' + \lambda \\ v &= v' + \mu \\ w &= w' + \nu \end{aligned}$$

d'où, en vertu des formules (4) et (5):

$$(6) \quad \begin{cases} u = f(x - \lambda t, y - \mu t, z - \nu t, t) + \lambda \\ v = \varphi(x - \lambda t, y - \mu t, z - \nu t, t) + \mu \\ w = \psi(x - \lambda t, y - \mu t, z - \nu t, t) + \nu \end{cases}$$

Il résulte de la définition des quantités p_{xx} et p ainsi que de l'hypothèse dans laquelle nous nous sommes placés, que la valeur

de la différence $p_{xx} - p$ à l'époque t , en un point du liquide dont les coordonnées par rapport aux axes mobiles sont x', y', z' , devrait être donnée par une équation de la forme:

$$p_{xx} - p = F(x', y', z', t)$$

où $F(x', y', z', t)$ représente une fonction indépendante des paramètres λ, μ et ν .

On aura donc, en vertu des formules (4):

$$p_{xx} - p = F(x - \lambda t, y - \mu t, z - \nu t, t)$$

Par conséquent, si l'on posait:

$$p_{xx} - p = \Phi(x, y, z, \lambda, \mu, \nu, t) \quad (7)$$

on devrait avoir identiquement:

$$\left. \begin{aligned} t \frac{\partial \Phi}{\partial x} + \frac{\partial \Phi}{\partial \lambda} &= 0 \\ t \frac{\partial \Phi}{\partial y} + \frac{\partial \Phi}{\partial \mu} &= 0 \\ t \frac{\partial \Phi}{\partial z} + \frac{\partial \Phi}{\partial \nu} &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

Voyons si la valeur (2) de $p_{xx} - p$ vérifie cette condition.

Il résulte des formules (3) et (6) que la quantité

$$2ne + (k - h - \frac{2}{3}n)\tilde{\omega},$$

considérée comme fonction des sept variables indépendantes $x, y, z, \lambda, \mu, \nu$ et t sera une fonction des seules quantités:

$$(x - \lambda t), (y - \mu t), (z - \nu t) \text{ et } t.$$

Nous pouvons donc poser

$$2ne + (k - h - \frac{2}{3}n)\tilde{\omega} = \Omega(x - \lambda t, y - \mu t, z - \nu t, t). \quad (9)$$

Par conséquent les formules (2) et (7) nous donnent:

$$\Phi = C_{xx} \varepsilon^{\frac{-t}{T}} - \varepsilon^{\frac{-t}{T}} \int \varepsilon^{\frac{t}{T}} \Omega dt. \quad (10)$$

Les renseignements donnés par M. Natanson au sujet de la fonction C_{xx} se bornent à cela seul que cette fonction ne dépend

pas du temps t . N'excluons donc pas l'hypothèse où cette fonction dépendrait des paramètres λ , μ , ν . La formule (10) nous donne:

$$(11) \quad \left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial \Phi}{\partial x} = \frac{\partial C_{xx}}{\partial x} \varepsilon^{\frac{-t}{r}} - \varepsilon^{\frac{-t}{r}} \int \varepsilon^{\frac{t}{r}} \frac{\partial \Omega}{\partial x} dt \\ \frac{\partial \Phi}{\partial \lambda} = \frac{\partial C_{xx}}{\partial \lambda} \varepsilon^{\frac{-t}{r}} + \varepsilon^{\frac{-t}{r}} \int \varepsilon^{\frac{t}{r}} t \frac{\partial \Omega}{\partial x} dt, \end{array} \right.$$

en tenant compte de la relation évidente:

$$\frac{\partial \Omega}{\partial \lambda} = -t \frac{\partial \Omega}{\partial x}.$$

Posons:

$$(12) \quad Q = t \frac{\partial C_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial C_{xx}}{\partial \lambda} - t \int \varepsilon^{\frac{t}{r}} \frac{\partial \Omega}{\partial x} dt + \int \varepsilon^{\frac{t}{r}} t \frac{\partial \Omega}{\partial x} dt.$$

Les équations (11) nous donneront:

$$(13) \quad t \frac{\partial \Phi}{\partial x} + \frac{\partial \Phi}{\partial \lambda} = Q \varepsilon^{\frac{-t}{r}}.$$

Donc, pour que la première des équations (8) soit vérifiée identiquement, il est nécessaire et suffisant que l'on ait identiquement,

$$Q = 0,$$

d'où

$$\frac{\partial^2 Q}{\partial t^2} = 0.$$

Or la formule (12) nous donne:

$$\frac{\partial^2 Q}{\partial t^2} = -\varepsilon^{\frac{t}{r}} \frac{\partial \Omega}{\partial x}.$$

On devrait donc avoir identiquement

$$\frac{\partial \Omega}{\partial x} = 0.$$

On déduirait de la même manière, des deux autres équations du système (8) les conséquences suivantes:

$$\frac{\partial \Omega}{\partial y} = 0 \quad \text{et} \quad \frac{\partial \Omega}{\partial z} = 0.$$

Cela prouve que la valeur (10) de la fonction Φ ne peut satisfaire aux équations (8) que dans le cas où le mouvement relatif du liquide par rapport aux axes mobiles (x', y', z') , est d'une nature très particulière.

Or le système (8) devrait être vérifié quel que soit le mouvement relatif du liquide par rapport aux axes mobiles (x', y', z') . Donc la formule (2) est inadmissible. Il est nécessaire d'ailleurs que les équations (8) soient vérifiées pour que les lois du mouvement relatif du liquide par rapport aux axes mobiles (x', y', z') soient indépendantes de la vitesse de translation de ces axes. Par conséquent, les équations du mouvement proposées par M. Natanson entraînent bien la conséquence inadmissible qui a été énoncée au Nr. 1.

Nr. 3. Nous avons prouvé que le mouvement d'un liquide ne peut en aucune façon être régi par les équations proposées par M. Natanson, équations dont la première {l'équation (2 a)} est écrite tout au long à la page 110 du travail que nous discutons. Mais M. Natanson ne considère ses équations que comme l'expression approchée des véritables lois du mouvement d'un liquide et cela seulement dans le cas particulier où les quantités u, v, w sont très petites. Cette façon de voir est-elle soutenable? Evidemment non puisque, dans les applications, nous ne pouvons jamais étudier le mouvement d'un liquide que par rapport à des axes mobiles dont la vitesse de translation est non seulement inconnue, mais inconnaisable.

On pourrait pourtant essayer de tirer parti des équations de M. Natanson en les interprétant d'une façon particulière, laquelle, il est vrai, n'est indiquée dans aucun de ses travaux. Voici ce que nous avons en vue: supposons que le système de coordonnées (x, y, z) , système pour lequel la formule (2) serait valable, ne soit pas fixe, mais mobile et animé d'un mouvement de translation rectiligne et uniforme; cela posé, regardons les quantités u, v, w comme les composantes de la vitesse relative du liquide par rapport aux axes (x, y, z) en M à l'époque t et voyons si, dans ces conditions, il serait possible de regarder la formule (2) comme approximativement exacte. Je dis qu'il n'en est pas ainsi. En effet, les équations (8) devraient alors être exactes approximativement dans le cas où l'on n'envi-

sagerait que des valeurs assez petites des paramètres λ , μ , ν . Mais pour cela, il serait nécessaire et suffisant que, pour de petites valeurs des paramètres λ , μ , ν , la valeur (13) de l'expression

$$t \frac{\partial \Phi}{\partial x} + \frac{\partial \Phi}{\partial \lambda}$$

et les valeurs analogues des quantités

$$t \frac{\partial \Phi}{\partial y} + \frac{\partial \Phi}{\partial \mu}$$

et

$$t \frac{\partial \Phi}{\partial z} + \frac{\partial \Phi}{\partial \nu}$$

fussent très petites par rapport aux paramètres λ , μ , ν . Cela ne pourrait arriver que dans le cas où les quantités

$$t \frac{\partial \Phi}{\partial x} + \frac{\partial \Phi}{\partial \lambda}$$

$$t \frac{\partial \Phi}{\partial y} + \frac{\partial \Phi}{\partial \mu}$$

$$t \frac{\partial \Phi}{\partial z} + \frac{\partial \Phi}{\partial \nu}$$

s'annuleraient identiquement pour

$$\lambda = \mu = \nu = 0.$$

Malheureusement il n'en est pas ainsi; cela devient évident en se reportant aux équations (12) et (13).

Il est donc prouvé que les équations de M. Natanson sont absolument inexactes.

Nr. 4. Il existe un certain nombre de travaux qui reposent exclusivement ou dans leurs parties essentielles sur les équations que nous venons d'étudier. Il est évident que la base scientifique de ces travaux est illusoire. Ces travaux ont paru dans le Bulletin international de l'Académie de Cracovie. Voici leur liste:

- 1) Natanson. Sur la double réfraction accidentelle dans les liquides (Séance du 4 Mars 1901);
- 2) Natanson. Sur la propagation d'un petit mouvement dans un liquide visqueux (Séance du 7 Janvier 1902);

- 3) Natanson. Sur la fonction dissipative d'un fluide visqueux (Séance du 13 Octobre 1902);
- 4) Natanson. Sur la déformation d'un disque plastico-visqueux (Séance du 13 Octobre 1902);
- 5) Zakrzewski. Sur les oscillations d'un disque plongé dans un liquide visqueux (Séance du 14 Avril 1902).

11. PUBLICATIONS DE LA CLASSE.

Le Secrétaire dépose sur le bureau les dernières publications de la Classe:

- Rozprawy Wydziału matematyczno-przyrodniczego Akademii Umiejętności. Serya III, tom 2, dział A., ogólnego zbioru tom 41. Nauki matematyczno-fizyczne. (*Travaux de la Classe, III. Série, Vol. 2. A. Sciences mathématiques et physiques, 15 planches et 22 gravures*), 8-o, p. 472.
- Rozprawy Wydziału matematyczno-przyrodniczego Akademii Umiejętności. Serya III, tom 2, dział B., ogólnego zbioru tom 42. Nauki biologiczne. (*Travaux de la Classe, III. Série, Vol. 2. B. Sciences biologiques, 20 planches et 13 gravures*), 8-o, p. 373.
- S. Niementowski. „O kwasie chloraldwantranilowym²”. (*Sur l'acide chloral-dianthranilique*), 8-o, p. 7.
- K. Olszewski. „Przyrządy do skraplania powietrza i wodoru⁴”. (*Appareils pour liquéfier l'air et l'hydrogène*), 5 gravures, 8-o, p. 16.
- J. Sosnowski. „Przyczynek do fizjologii rozwoju much⁴”. (*Contribution à l'étude de la physiologie du développement des mouches*), 3 gravures, 8-o, p. 11.
- J. Zaleski. „Badania nad mezoporfiryną⁴”. (*Recherches sur la mésoporphyrine*), 1 gravure, 8-o, p. 21.

Nakładem Akademii Umiejętności.

Pod redakcją

Członka delegowanego Wydziału matem.-przyr., Dra Władysława Natansona.

Kraków, 1903. — Drukarnia Uniwersytetu Jagiellońskiego, pod zarządem J. Filipowskiego.

11 Marca 1903.



