

343/2008

**Raport Badawczy**

**RB/46/2008**

**Research Report**

**Wykorzystanie trójsektorowego  
modelu wzrostu  
do analizy wpływu ograniczenia  
emisji GHG na wybór  
technologii produkcji**

**J.Gadomski**

**Instytut Badań Systemowych  
Polska Akademia Nauk**

**Systems Research Institute  
Polish Academy of Sciences**



**POLSKA AKADEMIA NAUK**

**Instytut Badań Systemowych**

ul. Newelska 6

01-447 Warszawa

tel.: (+48) (22) 3810100

fax: (+48) (22) 3810105

Kierownik Pracowni zgłaszający pracę:  
Prof. dr inż. Roman Kulikowski

Warszawa 2008

# INSTYTUT BADAŃ SYSTEMOWYCH PAN

Jan Gadomski

## WYKORZYSTANIE TRÓJSEKTOROWEGO MODELU WZROSTU DO ANALIZY WPLYWU OGRANICZENIA EMISJI GHG NA WYBÓR TECHNOLOGII PRODUKCJI

### Streszczenie

Model jest narzędziem analizy wpływu wprowadzenia limitów emisji GHG na procesy wzrostu gospodarczego oraz na struktury sektorową i technologiczną produkcji. W pracy zbadano procesy przejścia od wzrostu zrównoważonego przy użyciu kapitału o wysokiej emisyjności do wzrostu zrównoważonego wykorzystującego kapitał charakteryzujący się niższą emisyjnością. W szczególności w ramach analizy średniookresowej zbadano przejście do gospodarki, która w stanie równowagi osiągnęła limit emisji i rozwija się z zerową stopą wzrostu. W pracy wyprowadzono zależności pozwalające na wyznaczenie struktury produkcji w warunkach wzrostu zrównoważonego i stanu ustalonego, jak również bezwzględne wielkości produkcji poszczególnych sektorów po osiągnięciu stanu ustalonego.

### I. Wstęp

Prezentowany model jest narzędziem analizy gospodarki dokonującej konwersji technologii wytwarzania pod wpływem dostosowania się do limitów emisji zanieczyszczeń. Limity te nie mają wyłącznie charakteru twardego ograniczenia (jak np. kwoty połowowe w rybołówstwie) lecz są związane z mechanizmem handlu pozwoleniami na emisję pomiędzy tymi krajami (i przedsiębiorstwami), które nie wykorzystały przyznaných im limitów oraz krajami, które przekroczyły przyznane im limity. Celem tej analizy jest odpowiedź na pytanie o skutki tego dostosowania dla wzrostu gospodarczego oraz sektorowej i technologicznej struktury produkcji.

W budowie modelu wykorzystano doświadczenie zdobyte przy konstrukcji wielosektorowego modelu gospodarki polskiej, Gadomski, Woroniecka et al. (1998) oraz rodziny modeli jedno-sektorowych służących do analizy wpływu ograniczenia emisji na konwersję technologiczną, Gadomski, Nahorski (2007a, 2007b, 2007c, 2008).

Prezentowany model należy do kategorii średniookresowych i długookresowych modeli wzrostu. Analiza średniookresowa opiera się na założeniu, że liczba dostępnych technologii wytwarzania jest ograniczona (i rozsądnie nieduża), oraz że parametry opisujące te technologie nie ulegają zmianom. W ramach analizy średniookresowej badany jest wzrost

zrównoważony, jednak bez założenia o pełnym wykorzystaniu zdolności produkcyjnych. Wzrost zrównoważony jest określany jako wzrost zachowujący równowagę sektorową produkcji. Czynnikiem zmian są inwestycje w kapitał reprezentujący poszczególne technologie. Zasoby siły roboczej nie stanowią aktywnego ograniczenia wzrostu.

Analiza procesów wzrostu przeprowadzona zostanie w dwóch etapach. W etapie pierwszym rozważania są prowadzone przy założeniu, że postęp techniczny nie występuje, tzn. parametry istniejących technologii nie ulegają zmianom. W etapie drugim, tj. w analizie długookresowej, badany jest wzrost zrównoważony uwzględniający postęp techniczny, rozważane są alternatywne scenariusze postępu technicznego (ewolucji parametrów dostępnych technologii). Celem podziału analizy na dwa etapy jest „wypreparowanie”, oddzielenie zagadnienia wymiany technologii jako problemu wyboru wariantu inwestycyjnego od trudnych do prognozowania procesów „czystego” postępu technicznego.

Gospodarka składa się z trzech sektorów produkcyjnych:  $M$  – wytwarzającego dobra pośrednie,  $C$  – wytwarzające dobra konsumpcyjne oraz  $I$  wytwarzającego dobra inwestycyjne/środki trwałe. Niektóre z przyjętych rozwiązań modelowych stanowią rozszerzenie do trzech sektorów dwusektorowego modelu reprodukcji Marksa (według O. Langego (1961): *Wstęp do ekonometrii*, wyd. drugie rozszerzone, PWN, Warszawa), zastosowane w pracy Gadomski, Woroniecka et al. (1998).

Produkty sektora  $M$  są wykorzystywane we wszystkich trzech sektorach jako nakłady pośrednie. Produkty sektora  $C$  są dobrami konsumpcyjnymi nabywanymi przez dochody uzyskiwane w sektorach  $M$ ,  $C$  i  $I$ , odpowiednio:  $C_M$ ,  $C_C$ ,  $C_I$ . Sektor  $I$  wytwarza dobra inwestycyjne tworzące środki trwałe we wszystkich trzech sektorach i technologiach produkcji. W modelu nie uwzględniono wymiany zagranicznej i sektora rządowego.

## 2. Opis modelu

### Technologia produkcji

W każdym z sektorów produkcja może być uzyskiwana przy stosowaniu jednej lub większej liczby technologii. Nośnikiem technologii są środki trwałe (zasoby kapitału) a  $j$  – ta technologia stosowana w  $i$  – tym sektorze jest reprezentowana przez wektor współczynników  $T_i^{(j)}$ :

$$T_i^{(j)} = (\gamma_i^{(j)}, \alpha_i^{(j)}, \beta_i^{(j)}, \delta_i^{(j)}, \varepsilon_i^{(j)}), i = M, C, I; j = 1, \dots, N_i; \quad (1)$$

gdzie:

- $i$  – numer/ symbol sektora,  $i = M, C, I$ ;
- $j$  – numer technologii dostępnej dla  $i$  - tego sektora,  $j = 1, \dots, N_i$ ;

- $N_i$  – liczba dostępnych technologii w sektorze  $i$ ,  $i = M, C, I$ ,  
 $\gamma_i^{(j)}$  – współczynnik zużycia własnego w  $i$  – tym sektorze i  $j$  – tej technologii,  
 $\alpha_i^{(j)}$  – produktywność kapitału w  $i$  – tym sektorze i  $j$  – tej technologii,  
 $\beta_i^{(j)}$  – przeciętna wydajność pracy w  $i$  – tym sektorze i  $j$  – tej technologii,  
 $\delta_i^{(j)}$  – współczynnik deprecjacji kapitału w  $i$  – tym sektorze i  $j$  – tej technologii  
 $\varepsilon_i^{(j)}$  – emisyjność jednostkowa produkcji wytworzonej przy użyciu  $j$  – tej technologii w  $i$  – tym sektorze.

W każdym okresie  $t$  sektor  $i$ ,  $i = M, C, I$ , dysponuje środkami trwałymi (kapitałem) służącymi do produkcji za pomocą  $N_i$  dostępnych w danym sektorze technologii<sup>1</sup>. O wykorzystywanych w sektorze  $i$  technologiach w liczbie  $N_i$  będziemy zakładać, że pozwalają na wytworzenie jakościowo identycznych, dla nabywców nierozróżnialnych produktów. Ilość kapitału na początku roku  $t$  wykorzystywanego w produkcji posługującej się (związanej, skojarzonej z)  $j$  - tą technologią będzie oznaczana przez  $K_{it}^{(j)}$ .

W dalszym ciągu zasoby kapitału oraz strumienie produkcji i zużycia określane będą w jednostkach pieniężnych w cenach stałych.

### Produkcja

W opisie modelu pod pojęciem produkcji rozumiana jest produkcja globalna zarówno poszczególnych sektorów jak i całej gospodarki. Celem tego ujęcia jest wyodrębnienie sektora wytwarzającego produkty, takie jak materiały, surowce, usługi produkcyjne i in., będące nakładami pośrednimi w pozostałych sektorach. Sektor ten jest źródłem większości emisji tzw. gazów cieplarnianych.

Produkcja potencjalna  $P_{it}^{(j)}$  (zdolność produkcyjna)  $j$  – tej technologii w  $i$ -tym sektorze w okresie  $t$  jest definiowana jako produkcja globalna możliwa do uzyskania przy użyciu kapitału/środków trwałych reprezentujących  $j$  – tą technologię oraz nakładów siły roboczej:

$$P_{it}^{(j)} = \min [\alpha_i^{(j)} K_{it}^{(j)}, \beta_i^{(j)} L_{it}^{(j)}], \quad i = M, C, I; \quad j = 1, \dots, N_i \quad (2)$$

gdzie przez  $K_{it}^{(j)}$  oznaczony został zasób środków trwałych stosowanych w  $j$  – tej technologii w  $i$  – tym sektorze na początku okresu  $t$  a przez  $L_{it}^{(j)}$  nakład siły roboczej.

Przedstawiona zależność (2) produkcji od nakładów czynników produkcji jest zgodna z jednosektorowym modelem Harroda-Domara, za: Allen, R. G. D.: *Teoria makroekonomiczna, ujęcie matematyczne*, PWN, Warszawa 1975, lub formą funkcją produkcji Leontiewa: jej

<sup>1</sup> Gdy nie ma kapitału związanego z określonymi technologiami, efektywna liczba stosowanych technologii jest mniejsza od liczby dostępnych technologii.

poziomicę (izokwantę) dla wybranej wielkości produkcji  $Q_0$  przedstawiono na rys. 1. Przy założeniu, że siła robocza występuje w dostatecznej obfitości długookresowa zdolność produkcyjna  $j$  – tej technologii w  $i$ -tym sektorze jest funkcją zasobu kapitału:

$$P_{it}^{(j)} = \alpha_i^{(j)} K_{it}^{(j)}, \quad i = M, C, I, \quad j = 1, \dots, N_i. \quad (3)$$

Z własności funkcji produkcji Leontiewa wynika, że określona wielkość produkcji  $Q_{it}^{(j)}$  uzyskana za pomocą  $j$  – tej technologii w sektorze  $i$ -tym jest wytwarzana najefektywniej przy nakładach kapitału i pracy równych odpowiednio:

$$Q_{it}^{(j)} / \alpha_i^{(j)} \text{ oraz } Q_{it}^{(j)} / \beta_i^{(j)}. \quad i = M, C, I, \quad j = 1, \dots, N_i. \quad (4)$$

Całkowita zdolność produkcyjna  $P_{it}$  sektora  $i$  stanowi sumę:

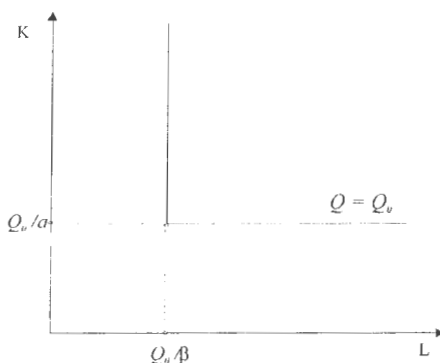
$$P_{it} = \sum_{j=1}^{N_i} P_{it}^{(j)} \quad i = M, C, I. \quad (5)$$

Wytworzona w okresie  $t$  w  $i$  – tym sektorze przy użyciu  $j$  – tej technologii produkcja globalna  $Q_{it}^{(j)}$  spełnia warunek:

$$P_{it}^{(j)} \geq Q_{it}^{(j)}, \quad i = M, C, I; j = 1, \dots, N_i.$$

Gdy popyt  $D_{it}$  na produkt sektora  $i$ ,  $i = M, C, I$ ; jest równy lub mniejszy od zdolności produkcyjnych tego sektora, to wytworzona wielkość produkcji  $Q_{it}$  jest równa popytowi na produkcję sektora  $i$ ,  $i = M, C, I$ ; pod warunkiem dostępności produktów sektora  $M$ . Gdy popyt  $D_{it}$  na produkt sektora  $i$ ,  $i = M, C, I$ ; jest większy od zdolności produkcyjnych tego sektora, to wytworzona wielkość produkcji  $Q_{it}$  jest równa zdolnościom produkcyjnym tego sektora. Relacje te opisuje poniższe wyrażenie:

$$Q_{it} = \begin{cases} D_{it}, & P_{it} \geq D_{it}; \\ P_{it}, & P_{it} < D_{it}. \end{cases} = \min[D_{it}, P_{it}], \quad i = M, C, I \quad (6)$$



rys. 1. Izokwanta funkcji produkcji Leontiewa.

Stopień wykorzystania zdolności produkcyjnych  $\lambda_{it}^{(j)}$  związanych z  $j$ -tą technologią w  $i$ -tym sektorze w roku  $t$  jest definiowany w następujący sposób:

$$\lambda_{it}^{(j)} = Q_{it}^{(j)} / P_{it}^{(j)}, \quad i=M, C, I, j = 1, \dots, N_i, \quad (7)$$

a stopień wykorzystania zdolności produkcyjnych w całym sektorze  $i$ :

$$\lambda_{it} = \frac{\sum_{j=1}^{N_i} Q_{it}^{(j)}}{\sum_{j=1}^{N_i} P_{it}^{(j)}} = \frac{\sum_{j=1}^{N_i} \lambda_{it}^{(j)} P_{it}^{(j)}}{P_{it}} \quad i=M, C, I. \quad (8)$$

na podstawie zależności (5) i (7).

Problem rozkładu wykorzystania zdolności produkcyjnych związanych z poszczególnymi technologiami w obrębie każdego sektora jest złożony. Najprostsze założenie, to jednakowy stopień wykorzystania zdolności produkcyjnych związanych z poszczególnymi technologiami produkcji. Warto mieć jednak na uwadze, że nie można z góry wykluczyć sytuacji, w której korzystne mogłoby okazać się pełniejsze wykorzystanie technologii uznanych za efektywniejsze a w mniejszym stopniu technologii uznanych za recesywne (ze względu na przyjęte kryterium lub ograniczenie).

Produkcja globalna wytworzona w  $i$ -tym sektorze przy użyciu środków trwałych reprezentujących  $N_i$  technologii jest równa:

$$Q_{it} = \sum_{j=1}^{N_i} Q_{it}^{(j)} \quad i = M, C, I. \quad (9)$$

Część produkcji globalnej jest zużywana w procesie produkcji, zatem produkcja  $Y_{it}$  netto  $i$ -tego sektora wynosi:

$$Y_{it} = \sum_{j=1}^{N_i} Y_{it}^{(j)} = \sum_{j=1}^{N_i} (1 - \gamma_j^{(j)}) Q_{it}^{(j)}, \quad i = M, C, I, \quad (10)$$

gdzie przez  $\gamma_j^{(j)}$  oznaczono współczynnik zużycia własnego w  $j$ -tej technologii stosowanej w  $i$ -tym sektorze, a przez  $Y_{it}^{(j)}$  produkt netto wytworzony w okresie  $t$  w  $i$ -tym sektorze przy użyciu  $j$ -tej technologii.

### Popyt

Podział produktu wytworzonego w poszczególnych sektorach dokonuje się w następujący sposób<sup>2</sup>.

<sup>2</sup> Ponieważ model ma charakter średnio i długookresowy, kształtowanie się zapasów nie jest rozważane.

Produkcja  $Q_{M_i}$  sektora  $M$  wytwarzającego dobra stanowiące nakłady pośrednie w sektorach  $M, C$  i  $I$ :

$$Q_{M_i} = \sum_{j=1}^{N_M} \gamma_M^{(j)} Q_{M_i}^{(j)} + \sum_{j=1}^{N_C} \gamma_C^{(j)} Q_{C_i}^{(j)} + \sum_{j=1}^{N_I} \gamma_I^{(j)} Q_{I_i}^{(j)}, \quad (11)$$

gdzie wyrażenia:

$$\sum_{j=1}^{N_M} \gamma_M^{(j)} Q_{M_i}^{(j)}, \quad \sum_{j=1}^{N_C} \gamma_C^{(j)} Q_{C_i}^{(j)}, \quad \sum_{j=1}^{N_I} \gamma_I^{(j)} Q_{I_i}^{(j)}.$$

oznaczają wielkości zużycia pośredniego odpowiednio w sektorach:  $M, C$  i  $I$ . Z równania (11) wynika ponadto, że produkt netto w sektorze  $M$  jest równy zużyciu pośredniemu w dwóch pozostałych sektorach.

Produkcja  $Q_{C_i}$  sektora  $C$  jest równa wydatkom konsumpcyjnym z dochodów wypracowanych w sektorach  $M, C$  i  $I$ :

$$Q_{C_i} = C_{M_i} + C_{C_i} + C_{I_i} \quad (12)$$

Sektor  $I$  wytwarza dobra inwestycyjne  $Q_{I_i}$  nabywane przez sektory  $M, C$  i  $I$ :

$$Q_{I_i} = I_{M_i} + I_{C_i} + I_{I_i}, \quad (13)$$

przy czym:

$$I_{M_i} = \sum_{j=1}^{N_M} I_{M_i}^{(j)},$$

$$I_{C_i} = \sum_{j=1}^{N_C} I_{C_i}^{(j)},$$

$$I_{I_i} = \sum_{j=1}^{N_I} I_{I_i}^{(j)}.$$

### Podział

W wyniku sprzedaży wytworzonej w sektorze  $i$  produkcji  $Q_{i_i}$ ,  $i = M, C, I$ ; następuje opłata wartości przeniesionej oraz podział na wynagrodzenia i inwestycje:

$$Q_{M_i} = M_{M_i} + C_{M_i} + I_{M_i}, \quad (14)$$

$$Q_{C_i} = M_{C_i} + C_{C_i} + I_{C_i}, \quad (15)$$

$$Q_{I_i} = M_{I_i} + C_{I_i} + I_{I_i}. \quad (16)$$

gdzie wartość przeniesiona  $M_{i_i}$ ,  $i = M, C, I$ , jest równa:

$$M_{M_i} = \sum_{j=1}^{N_M} \gamma_M^{(j)} Q_{M_i}^{(j)},$$



$$M_{Ct} = \sum_{j=1}^{N_C} \gamma_C^{(j)} Q_C^{(j)},$$

$$M_{It} = \sum_{j=1}^{N_I} \gamma_I^{(j)} Q_I^{(j)}.$$

### Inwestycje i kapitał

Nakłady inwestycyjne  $I_{it}$  w sektorze  $i$ ,  $i = M, C$  i  $I$ ; w roku  $t$  są sumą nakładów inwestycyjnych w kapitał reprezentujący różne technologie produkcji:

$$I_{it} = \sum_{j=1}^{N_i} I_{it}^{(j)}, \quad i = M, C, I; \quad (16)$$

gdzie przez  $I_{it}^{(j)}$  oznaczony został poniesiony w roku  $t$  nakład inwestycyjny w  $i$  – tym sektorze w  $j$  – tą technologię. Zarówno wielkości nakładów inwestycyjnych  $I_{it}$ , jak również ich struktura, tzn. ich rozbięcie na inwestycje w poszczególne technologie są wielkościami decyzyjnymi.

Poniesione w roku  $t$  inwestycje  $I_{it}^{(j)}$  w  $i$  – tym sektorze w  $j$  – tej technologii powiększają zasób kapitału związanego z  $j$ - tą technologią:

$$K_{it+1}^{(j)} = K_{it}^{(j)} + I_{it}^{(j)} - \delta_i^{(j)} K_{it}^{(j)} = (1 - \delta_i^{(j)}) K_{it}^{(j)} + I_{it}^{(j)}; \quad i = M, C, I; j = 1, \dots, N_i, \quad (17)$$

mają zatem wpływ na zdolności produkcyjne w następnym okresie.

### Emisja zanieczyszczeń

Produkcji  $Q_{it}^{(j)}$  uzyskanej przez wykorzystanie kapitału reprezentującego technologię  $j$  – tą w sektorze  $i$  – tym towarzyszy emisja zanieczyszczeń  $E_{it}^{(j)}$  równa:

$$E_{it}^{(j)} = \varepsilon_i^{(j)} Q_{it}^{(j)}. \quad (18)$$

Zanieczyszczenie  $E_{it}$  wyemitowane przez  $i$  – ty sektor jest równe:

$$E_{it} = \sum_{j=1}^{N_i} E_{it}^{(j)}, \quad i = M, C, I; \quad (19)$$

a emisja całkowita  $E_t$  trzech sektorów jest opisana wzorem:

$$E_t = E_{Mt} + E_{Ct} + E_{It}. \quad (20)$$

Jak wynika z zależności (18), (19) i (20), wielkości emisji na poszczególnych stopniach dezagregacji są liniową funkcją wielkości produkcji (lub kapitału i stopnia wykorzystania zdolności produkcyjnej, wzór (7)). Dynamika emisji zależy również, od zmiany struktury produkcji ze względu na zmiany struktury technologicznej jak i proporcje rozwoju sektorów.

### 3. Wzrost a technologia i struktura produkcji

#### Wzrost

Analiza procesów wzrostu przeprowadzona zostanie w dwóch etapach. W etapie pierwszym rozważania są prowadzone przy założeniu, że postęp techniczny nie występuje, tzn. parametry istniejących technologii nie ulegają zmianom. W etapie drugim rozważane są alternatywne scenariusze postępu technicznego (ewolucji parametrów dostępnych technologii). Celem podziału analizy na dwa etapy jest „wypreparowanie”, odseparowanie zagadnienia wymiany technologii jako problemu wyboru wariantu inwestycyjnego od trudnych do prognozowania procesów „czystego” postępu technicznego.

Dalsze rozważania koncentrować się będą wokół opisu gospodarki dokonującej przejścia od wzrostu o stałej stopie przy wykorzystaniu ustalonej technologii wytwarzania do gospodarki o zerowej stopie wzrostu, z uwagi na osiągnięcie limitu emisji zanieczyszczeń. Dostosowanie gospodarki do stanu bez wzrostu polega na dokonaniu konwersji technologicznej polegającej na zastąpieniu technologii powodujących wyższe emisje technologiami<sup>3</sup> mniej szkodzącymi środowisku naturalnemu.

W procesie konwersji średniookresowej wyróżnione są trzy okresy. Okres pierwszy charakteryzuje wzrost bez ograniczeń ze stałą stopą wzrostu oraz ustalonymi optymalnymi technologiami produkcji. Na poziomie pojedynczego sektora oznacza to stosowanie bądź jednej technologii, bądź kilku technologii w ustalonej proporcji. Konsekwencją tego założenia jest możliwość wprowadzenia znacznego uproszczenia zapisu, pozwala bowiem na traktowanie kapitału jako wielkości technologicznie jednorodnej.

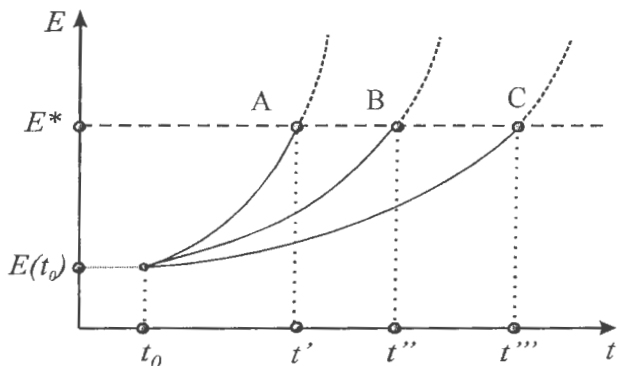
Okres drugi, to czas, w którym w ramach jednego sektora współistnieją technologie wykorzystywane w okresie pierwszym oraz technologie wprowadzone w ramach polityki ograniczenia emisji. Okres drugi charakteryzują zmiany struktur technologicznej kapitału oraz produkcji.

Okres trzeci następuje po okresie drugim i charakteryzuje się ustalonymi nowymi strukturami: technologiczna kapitału, produkcji.

Obniżenie emisji o wielkość  $E_1 - E_2$  wiąże się ze zmianą technologii i w nietrywialnych przypadkach wymaga poniesienia większych nakładów kapitałowych  $K_2 - K_1$ . Prawdliwość te przedstawiono na rys. 3.

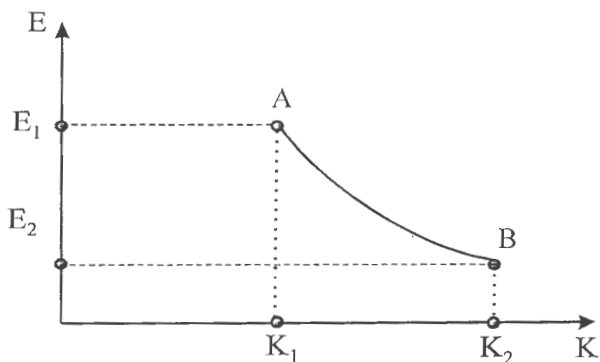
---

<sup>3</sup> Proces konwersji jest kosztowny i dlatego jego zainicjowanie jest wymuszone przez ingerencję władzy gospodarczej w rachunek efektywności inwestycji polegającą na internalizacji kosztów zanieczyszczenia środowiska.



Rys. 2. Wzrost z różnymi stałymi stopniami wzrostu a czas osiągnięcia poziomu emisji zanieczyszczeń  $E^*$ .

W średnim i długim okresie analizy sektor produkuje przy niepełnym stopniu wykorzystania zdolności produkcyjnych. W tym kontekście można mówić o pewnej wartości średniej tego parametru charakteryzującej dany sektor. Dla wzrostu długookresowego można przyjąć założenie o utrzymaniu stałych (niekoniecznie jednakowych) wartości stopnia wykorzystania zdolności produkcyjnych w poszczególnych sektorach. Z uwagi na zachowanie równowagi podaży sektorów i popytu na ich produkcję można tu mówić o wzroście zrównoważonym, aczkolwiek bez optymalnego wykorzystania czynników produkcji.



Rys. 3. Zmiana technologii z bardziej emisyjnej, punkt A, na mniej emisyjną, punkt B.

Warunkiem na to, aby produkcja sektora wzrastała ze stopą wzrostu równą  $r$  przy stałym stopniu wykorzystania zdolności produkcyjnych  $\lambda_i$ , jest wzrost zasobu kapitału ze stopą wzrostu równą  $r$ .

Dzieląc obie strony równania (17) przez  $K_{it}$  uzyskujemy zależność:

$$\frac{K_{i,t+1}}{K_{it}} = (1 - \delta_i) + \frac{I_{it}}{K_{it}}, \quad i = M, C, I. \quad (21)$$

Ponieważ kapitał wzrasta ze stopą wzrostu równą  $r$ :

$$\frac{K_{i,t+1}}{K_{it}} = 1 + r, \quad i = M, C, I;$$

zatem z zależności (21) po prostym przekształceniu uzyskujemy następującą zależność:

$$I_{it} = (r + \delta_i) K_{it}, \quad i = M, C, I; \quad (22)$$

Uwzględniając równania (3) i (7) zależność (22) można przedstawić w następującej postaci:

$$I_{it} = \frac{(r + \delta_i)}{\lambda_i \alpha_i} Q_{it}, \quad i = M, C, I; \quad (23)$$

która opisuje wielkość inwestycji w  $i$ -tym sektorze jako funkcję wielkości produkcji, stopy wzrostu oraz stopnia wykorzystania zdolności produkcyjnych.

Korzystając z równań (14), (15) i (16) wielkości wydatków konsumpcyjnych poszczególnych sektorów można opisać za pomocą następującego wzoru:

$$C_{it} = Q_{it} - \gamma_i Q_{it} - I_{it} = \left( 1 - \gamma_i - \frac{r + \delta_i}{\lambda_i \alpha_i} \right) Q_{it}, \quad i = M, C, I; \quad (24)$$

Zważywszy, że rozważana jest gospodarka w zdefiniowanym wyżej pierwszym okresie, każdy z sektorów posługuje się jedną technologią. Zatem zależność (11) można przedstawić w postaci uproszczonej:

$$Q_{Mt} (1 - \gamma_M) = \gamma_C Q_{Ct} + \gamma_I Q_{It}, \quad (25)$$

a na podstawie wzoru (23) zależność (13) w następującej postaci:

$$Q_{It} = \frac{(r + \delta_M)}{\lambda_M \alpha_M} Q_{Mt} + \frac{(r + \delta_C)}{\lambda_C \alpha_C} Q_{Ct} + \frac{(r + \delta_I)}{\lambda_I \alpha_I} Q_{It}. \quad (26)$$

Podzielenie równań (25) i (26) przez niezerową wielkość  $Q_{Mt}$  oraz uporządkowanie prowadzi do następującego układu równań:

$$1 - \gamma_M = \gamma_C \frac{Q_{Ct}}{Q_{Mt}} + \gamma_I \frac{Q_{It}}{Q_{Mt}}.$$

$$\frac{r+\delta_M}{\lambda_M \alpha_M} = \frac{r+\delta_C}{\lambda_C \alpha_C} \frac{Q_{CI}}{Q_{MI}} + \left(1 - \frac{r+\delta_I}{\lambda_I \alpha_I}\right) \frac{Q_{II}}{Q_{MI}} \quad (27)$$

mającego rozwiązania:

$$\frac{Q_{II}}{Q_{MI}} = \frac{\frac{r+\delta_M}{\lambda_M \alpha_M} - \frac{r+\delta_C}{\lambda_C \alpha_C} \frac{1-\gamma_M}{\gamma_C}}{1 - \frac{r+\delta_I}{\lambda_I \alpha_I} - \frac{r+\delta_C}{\lambda_C \alpha_C}}, \quad (28)$$

$$\frac{Q_{CI}}{Q_{MI}} = \frac{1-\gamma_M}{\gamma_C} \frac{\gamma_I}{\gamma_C} \frac{\frac{r+\delta_M}{\lambda_M \alpha_M} - \frac{r+\delta_C}{\lambda_C \alpha_C} \frac{1-\gamma_M}{\gamma_C}}{1 - \frac{r+\delta_I}{\lambda_I \alpha_I} - \frac{r+\delta_C}{\lambda_C \alpha_C}}, \quad (29)$$

jeśli spełniony jest warunek:

$$1 - \frac{r+\delta_I}{\lambda_I \alpha_I} - \frac{r+\delta_C}{\lambda_C \alpha_C} \neq 0.$$

Wzory (28) i (29) potwierdzają znany fakt, że stopa wzrostu ma wpływ na strukturę kapitału i produkcji. Gdy w gospodarce zachodzi przejście od technologii wykorzystywanych w sektorach  $M$ ,  $C$  i  $I$ , odpowiednio  $T_M$ ,  $T_C$  i  $T_I$  na technologie odpowiednio  $T'_M$ ,  $T'_C$  i  $T'_I$  nowe proporcje rozwoju sektorów ustalone są przez odpowiednie rozwiązania (28) i (29) przy nowych parametrach technologicznych i stopie wzrostu  $r'$ :

$$\frac{Q_{II}}{Q_{MI}} = \frac{\frac{r'+\delta'_M}{\lambda'_M \alpha'_M} - \frac{r'+\delta'_C}{\lambda'_C \alpha'_C} \frac{1-\gamma'_M}{\gamma'_C}}{1 - \frac{r'+\delta'_I}{\lambda'_I \alpha'_I} - \frac{r'+\delta'_C}{\lambda'_C \alpha'_C}}, \quad (30)$$

$$\frac{Q_{CI}}{Q_{MI}} = \frac{1-\gamma'_M}{\gamma'_C} \frac{\gamma'_I}{\gamma'_C} \frac{\frac{r'+\delta'_M}{\lambda'_M \alpha'_M} - \frac{r'+\delta'_C}{\lambda'_C \alpha'_C} \frac{1-\gamma'_M}{\gamma'_C}}{1 - \frac{r'+\delta'_I}{\lambda'_I \alpha'_I} - \frac{r'+\delta'_C}{\lambda'_C \alpha'_C}}, \quad (31)$$

pod warunkiem:

$$1 - \frac{r'+\delta'_I}{\lambda'_I \alpha'_I} - \frac{r'+\delta'_C}{\lambda'_C \alpha'_C} \neq 0.$$

Warto zwrócić uwagę na fakt, że w pierwszym okresie wielkość emisji zanieczyszczeń wzrasta ze stopą  $r$ , a w okresie trzecim ze stopą  $r'$ . Można zatem mówić, że w okresach pierwszym i trzecim gospodarkę charakteryzuje wzrost zrównoważony, podczas gdy okres drugi jest czasem przemian strukturalnych.

W szczególnie interesującym przypadku, gdy wielkość produkcji jest ograniczona od góry przez limit emisji, stopa wzrostu przyjmuje wartość zero a rozwiązania (30) i (31) postać:

$$\frac{Q'_I}{Q'_M} = \frac{\frac{\delta'_M}{\lambda'_M \alpha'_M} \frac{\delta'_C}{\lambda'_C \alpha'_C} \frac{1-\gamma'_M}{\gamma'_C}}{1 - \frac{\delta'_I}{\lambda'_I \alpha'_I} - \frac{\delta'_C}{\lambda'_C \alpha'_C}} \quad (32)$$

$$\frac{Q'_C}{Q'_M} = \frac{1-\gamma'_M}{\gamma'_C} \frac{\gamma'_I}{\gamma'_C} \frac{\frac{\delta'_M}{\lambda'_M \alpha'_M} \frac{\delta'_C}{\lambda'_C \alpha'_C} \frac{1-\gamma'_M}{\gamma'_C}}{1 - \frac{\delta'_I}{\lambda'_I \alpha'_I} - \frac{\delta'_C}{\lambda'_C \alpha'_C}} \quad (33)$$

przy czym gospodarka znajduje się w stanie ustalonym: wielkości kapitału, produkcji, inwestycji, konsumpcji i emisji zanieczyszczeń są stałe. Bezwzględna wielkość emisji  $E'$  w stanie ustalonym powstałym w trzecim okresie jest wyznaczana za pomocą wzoru:

$$\begin{aligned} E' &= \varepsilon'_M Q'_M + \varepsilon'_I Q'_I + \varepsilon'_C Q'_C \\ &= \varepsilon'_M Q'_M + \varepsilon'_C \left( \frac{1-\gamma'_M}{\gamma'_C} \frac{\gamma'_I}{\gamma'_C} \frac{\frac{\delta'_M}{\lambda'_M \alpha'_M} \frac{\delta'_C}{\lambda'_C \alpha'_C} \frac{1-\gamma'_M}{\gamma'_C}}{1 - \frac{\delta'_I}{\lambda'_I \alpha'_I} - \frac{\delta'_C}{\lambda'_C \alpha'_C}} \right) Q'_M + \varepsilon'_I \frac{\frac{\delta'_M}{\lambda'_M \alpha'_M} \frac{\delta'_C}{\lambda'_C \alpha'_C} \frac{1-\gamma'_M}{\gamma'_C}}{1 - \frac{\delta'_I}{\lambda'_I \alpha'_I} - \frac{\delta'_C}{\lambda'_C \alpha'_C}} Q'_M \\ &= Q'_M \left[ \varepsilon'_M + \varepsilon'_C \frac{1-\gamma'_M}{\gamma'_C} + \left( \varepsilon'_I - \varepsilon'_C \frac{\gamma'_I}{\gamma'_C} \right) \frac{\frac{\delta'_M}{\lambda'_M \alpha'_M} \frac{\delta'_C}{\lambda'_C \alpha'_C} \frac{1-\gamma'_M}{\gamma'_C}}{1 - \frac{\delta'_I}{\lambda'_I \alpha'_I} - \frac{\delta'_C}{\lambda'_C \alpha'_C}} \right] \end{aligned} \quad (34)$$

Ze wzoru (34) wynika, że znajomość limitu emisji oraz parametrów technologii  $T_M$ ,  $T_C$  i  $T_I$  pozwalają na wyznaczenie wielkości produkcji  $Q'_M$  sektora  $M$ , a co za tym idzie również  $Q'_C$  i  $Q'_I$ , produkcji odpowiednio sektorów  $C$  i  $I$ :

$$Q'_M = \frac{E'}{\varepsilon'_M + \varepsilon'_C \frac{1-\gamma'_M}{\gamma'_C} + \left( \varepsilon'_I - \varepsilon'_C \frac{\gamma'_I}{\gamma'_C} \right) \frac{\frac{\delta'_M}{\lambda'_M \alpha'_M} \frac{\delta'_C}{\lambda'_C \alpha'_C} \frac{1-\gamma'_M}{\gamma'_C}}{1 - \frac{\delta'_I}{\lambda'_I \alpha'_I} - \frac{\delta'_C}{\lambda'_C \alpha'_C}}} \quad (35)$$

Analiza zjawisk zachodzących w okresie drugim wymaga rachunku optymalizacyjnego i będzie przeprowadzona w późniejszym okresie. Doświadczenie uzyskane przy analizie modelu jednosektorowego, Gadomski, Nahorski (2006, 2008) pozwala na spekulacje co do wyniku zadania optymalizacji. W przypadku modelu jednosektorowego wprowadzenie limitu emisji wymusiło natychmiastową rezygnację z technologii dotychczas stosowanej na rzecz nowej mniej emisjogenicznej, jakkolwiek bardziej kapitałochłonnej technologii. W przypadku modelu trójsektorowego są podstawy, by oczekiwać, że sektor  $M$ , odpowiedzialny za największą emisję zanieczyszczeń, powinien dokonać natychmiastowej konwersji.

Długość okresu można oszacować, przy przyjętych założeniach o zależności między kapitałem a inwestycjami (17) oraz wartościach współczynników deprecjacji  $\delta_i$ ,  $i = M, C, I$ . Ponieważ zależność (17) można interpretować jak model opóźnienia rozłożonego ze średnim opóźnieniem równym  $1/\delta_i$ , to wiadomo, że po zaprzestaniu inwestowania w kapitał reprezentujący określoną technologię, w wyniku deprecjacji po czasie równym około  $3/\delta_i$  pozostanie w przybliżeniu 95% kapitału, czyli zdolności produkcyjne zmniejszą odpowiednio do około 5% wielkości wyjściowej. Zważywszy na to, że przeciętna wartość stopy deprecjacji w Polsce kształtuje się poniżej 5%, proces zanikania kapitału trwać będzie ok. 60 lat.

Z uwagi na to, że całość środków inwestycyjnych jest przeznaczana na nową technologię, odpowiednio głębokiej zmianie ulega w tym czasie struktura technologiczna kapitału.

Istotnym czynnikiem określającym czas trwania procesu konwersji jest dopływ środków zewnętrznych. W cytowanych analizach Gadomski, Nahorski (2006, 2008), zakładano, że dzięki handlowi pozwoleniami na emisję, modelowana gospodarka niewykorzystująca w początkowym okresie limitów emisji uzyskuje dodatkowe środki umożliwiające szybszą konwersję. W omawianym modelu opcja ta nie może być rozważana, ponieważ nie uwzględniane są sektory rządowy i wymiany z zagranicą.

Innym sposobem przyspieszenia restrukturyzacji może być wycofywanie silniej emisjogennego kapitału. Należy jednak zwrócić uwagę na fakt, że działanie to pociąga za sobą szybszą redukcję zdolności produkcyjnych charakteryzujących się co prawda wyższą emisjogенnością, jednakże wytwarzającą dobra znajdujące odpowiednie zastosowanie. W tym przypadku konieczna jest analiza stopnia i struktury wykorzystania zdolności produkcyjnych w danym sektorze. Przyspieszone wyłączenie starego kapitału wydaje się celowe wtedy, gdy w sektorze jest nadmiar niewykorzystanych zdolności produkcyjnych. W sytuacji przeciwnej, tj., gdy produkcja danego sektora jest wąskim gardłem dla wzrostu pozostałych sektorów, przyspieszona redukcja wydaje się niecelowa.

### Analiza długookresowa

Wniosek z analizy średniookresowej jest jednoznacznie pesymistyczny: ustalenie limitu emisji musi prowadzić do zerowego wzrostu. Wynik ten jest zgodny z określeniem teorii ekonomii jako „dismal science” (ponura nauka).

Jednakże wyniki uzyskane dla założeń średniookresowych nie muszą obowiązywać w warunkach analizy długookresowej, w której uwzględniane są czynniki trudne do uwzględnienia w średnim okresie: trudne do przewidzenia pojawianie się nowych

efektywniejszych technologii, ewolucja istniejących technologii (postęp techniczny), pojawianie się korzyści skali.

Jeśliby łączne działanie powyższych czynników wyrażało się zmniejszaniem wartości współczynników emisyjności  $\varepsilon_i$ ,  $i = M, C, I$ ; w poszczególnych sektorach zgodnie ze wzorem:

$$\varepsilon_i(t) = \varepsilon_i(0) e^{-\mu_i t}, \quad i = M, C, I;$$

gdzie współczynniki  $\mu_i$  oznaczają stopę spadku emisji, to przy niezmienionym limicie emisji powstawałyby, zgodnie ze wzorem (35), warunki do wzrostu produkcji.

### Literatura

Allen, R. G. D.: *Teoria makroekonomiczna, ujęcie matematyczne*, PWN, Warszawa 1975.

Gadomski J., Nahorski Z. (2007a), Emission limits and technology change in a small economy. Welfe W. , Wdowiński P. (red.): *Modelling economies in transition 2006*, AMFET.

Gadomski J., Nahorski Z. (2007b), Impact of the pollution emission limits on technological structure of production. A modelling approach; w: Hryniewicz O., Studziński J., Romaniuk (red.) *M: Enviromental informatics and systems research*. Vol. 1: Plenary and session papers - EnviroInfo 2007, Shaker Verlag, IBS PAN.

Gadomski J., Nahorski Z. (2007c): The Kyoto protocol induced technological change. w: Gnauck A. (red.): *Modellierung und simulation von oekosystemen*, Shaker Verlag, 2007.

Gadomski J., Nahorski Z. (2008): Change Of Production Technology As An Effect Of Policy Of Limiting GHG Emission. A Modelling Approach. ECOMOD CONFERENCE 2008 BERLIN, [http://www.ecomod.net/conferences/ecomod2008/ecomod2008\\_papers.htm](http://www.ecomod.net/conferences/ecomod2008/ecomod2008_papers.htm).

Gadomski, Woroniecka et al. (1998), *A Dynamic Model of Polish Economy in Transition*, pod redakcją J. W. Owińskiego, Polish Operational and Systems Research Society, Warszawa.

O. Lange *Wstęp do ekonometrii*, wyd. drugie rozszerzone, PWN, Warszawa 1961r.









the first two years of life. The first year of life is characterized by rapid growth and development, and the second year by continued growth and development, but at a slower rate than the first year.

The first year of life is characterized by rapid growth and development, and the second year by continued growth and development, but at a slower rate than the first year.

The first year of life is characterized by rapid growth and development, and the second year by continued growth and development, but at a slower rate than the first year.

The first year of life is characterized by rapid growth and development, and the second year by continued growth and development, but at a slower rate than the first year.

The first year of life is characterized by rapid growth and development, and the second year by continued growth and development, but at a slower rate than the first year.

The first year of life is characterized by rapid growth and development, and the second year by continued growth and development, but at a slower rate than the first year.

The first year of life is characterized by rapid growth and development, and the second year by continued growth and development, but at a slower rate than the first year.

The first year of life is characterized by rapid growth and development, and the second year by continued growth and development, but at a slower rate than the first year.

The first year of life is characterized by rapid growth and development, and the second year by continued growth and development, but at a slower rate than the first year.

The first year of life is characterized by rapid growth and development, and the second year by continued growth and development, but at a slower rate than the first year.

The first year of life is characterized by rapid growth and development, and the second year by continued growth and development, but at a slower rate than the first year.

The first year of life is characterized by rapid growth and development, and the second year by continued growth and development, but at a slower rate than the first year.