

309/2007

**Raport Badawczy**  
**Research Report**

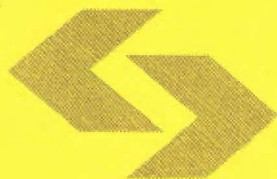
**RB/39/2007**

**Uwagi o metodologii oceny  
rozwoju zrównoważonego JST**

**J. Gadomski**

**Instytut Badań Systemowych**  
**Polska Akademia Nauk**

**Systems Research Institute**  
**Polish Academy of Sciences**



# **POLSKA AKADEMIA NAUK**

## **Instytut Badań Systemowych**

ul. Newelska 6

01-447 Warszawa

tel.: (+48) (22) 3810100

fax: (+48) (22) 3810105

Kierownik Pracowni zgłaszający pracę:  
dr inż. Jan W. Owskiński

Warszawa 2007

Jan Gadomski

## Uwagi do metodologii oceny rozwoju zrównoważonego JST.

### I. Wstęp

Rozwój, a w szczególności rozwój jednostek samorządu terytorialnego (JST) jest pojęciem wieloaspektowym, na który składają się kategorie rozwoju: społecznego, ekonomicznego, cywilizacyjnego, ekologicznego, etc. Z uwagi na to, że atrybuty tego rozwoju są jakościowo różne, zarówno na poziomie ogólnym jak i w ramach poszczególnych kategorii, wielowymiarowość stanowi istotną okoliczność w przeprowadzeniu jego oceny, Fajferek(1969), Jajuga(1982).

Przykładem tych trudności może być próba kwantyfikacji oceny rozwoju gospodarczego. Tradycja ekonomiczna każe przeprowadzać ocenę zarówno za pomocą zmiennych (ujmowanych zarówno rzeczowo, jak i w kategoriach realnych, tzn. wartościowo w cenach stałych) reprezentujących stany w punktach na skali czasu (takich, jak na przykład: długość dróg I klasy, długość linii kolejowych, środki trwałe / majątek, zadłużenie, należności, rezerwy), strumienie reprezentujące przepływy w przedziałach czasu (urodzenia, zgony, emigracje, imigracje, przychody, koszty, dochody, wydatki konsumpcyjne) oraz zmiennych pochodnych, takich jak przeciętne wydajność pracy i produktywność kapitału, przeciętne wynagrodzenia i transfery per capita itp. Opracowanie oceny syntetycznej, w której poszczególne zmienne, wyrażone w różnych jednostkach, zostają sprowadzone do porównywalności, jest zagadnieniem obliczeniowo prostym, lecz merytorycznie bardzo złożonym. Jest to powód rozbieżności rankingów rozwoju gospodarczego czy poziomu życia opracowywanych przez wiele poważnych ośrodków, takich jak OECD, MFW, czy Bank Światowy.

Syntetyczna ilościowa ocena obiektów wieloatrybutowych, a takimi są JST, jest konieczna zwłaszcza wtedy, gdy badania są motywowane, obok celów poznawczych, również

względnymi potrzebami polityki regionalnej, której decydenci zadają pytania dotyczące tego, które JST powinny, a które nie powinny i dlaczego, otrzymywać (dodatkowe) wsparcie z państwowej kiesy. Ocena ilościowa jest narzędziem umożliwiającym analizę, porównanie oraz ustalenie rankingu obiektów. Ponieważ wyniki badania mogą stanowić podstawę decyzji o transferach środków finansowych, opracowane mierniki powinny cechować poprawność metodologiczną, przejrzystość zasad konstrukcyjnych i obiektywizm, który wymaga ograniczenia arbitralności do koniecznego minimum. Konstrukcja odpowiedniego miernika / kryterium powinna umożliwiać uzyskanie oceny zarówno na poziomie poszczególnych kategorii, jak i oceny ogólnej/syntetycznej.

Istotną okolicznością rzutującą na metodykę oceny rozwoju jest trudna do operacjonalizacji, o czym wspomniano wyżej, definicja<sup>1</sup> rozwoju zrównoważonego. Inną istotną trudnością w budowie mierników rozwoju zrównoważonego jest często brak wzorca, który mógłby służyć jako punkt odniesienia<sup>2</sup>. Ponadto, naturalnym problemem w ocenie rozwoju jest jej złożoność, wielokryterialność; obok aspektu ekonomicznego ocena syntetyczna powinna uwzględniać również różne kryteria cząstkowe, takie jak: socjalne, zdrowotne, ekologiczne, cywilizacyjne. Z kolei każde kryterium cząstkowe jest określone przez różne, niekoniecznie rozłączne, zbiory czynników.

Procedura konstruowania ocen odpowiadających tym kryteriom jest zazwyczaj następująca. Wpierw następuje dobór zmiennych najlepiej charakteryzujących badany aspekt rozwoju. Dla zapewnienia porównywalności obiektów o różnych wielkościach uwzględniane zmienne mają najczęściej charakter względny, odniesiony do liczby osób/mieszkańców lub powierzchni, etc. Doborem tym zajmują się eksperci, mający wiedzę o badanej dziedzinie. Następnie eksperci wyznaczają wartości współczynników wagowych. Zmienne i

---

<sup>1</sup> Np. raport komisji Brundtlandt, UN Division for Sustainable Development (2005) lub Preliminary List (2004).

<sup>2</sup> Przykładem takich trudności jest porównywanie poziomu życia w krajach o różnych strukturach konsumpcji indywidualnej i zbiorowej.

współczynniki wagowe są elementami konstrukcyjnymi liniowych wskaźników stanowiących oceny odpowiednich kategorii rozwoju:

$$S_i(x_1, \dots, x_n) = \sum_{j=1}^n w_{ij} x_j; \quad i = 1, \dots, m; \quad (1)$$

gdzie:

$n$  – liczba rozważanych zmiennych,

$m$  – liczba rozważanych kryteriów,

$w_{ij}$  – współczynniki wagowe,  $i = 1, \dots, m; j = 1, \dots, n$ ;

O współczynnikach wagowych zakłada się, że gdy  $w_{ij} = 0$ , oznacza to, że  $j$  - ta zmienna nie ma wpływu na wartość oceny według  $i$  - tego kryterium.

Liniowość mierników cząstkowych pozwala na sformułowanie miernika syntetycznego jako sumy mierników cząstkowych:

$$S(x_1, \dots, x_n) = \sum_{i=1}^m S_i(x_1, \dots, x_n) = \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n w_{ij} x_j, \quad (2)$$

który jest również liniową funkcją zmiennych  $x_j, j = 1, \dots, n$ :

$$S(x_1, \dots, x_n) = \sum_{j=1}^n \sum_{i=1}^m w_{ij} x_j = \sum_{j=1}^n v_j x_j, \quad (3)$$

gdzie:

$$v_j = \sum_{i=1}^m w_{ij}.$$

Konstrukcja mierników (1) i (2) jest najczęściej oparta na konwencji (nie ograniczającej w żaden sposób ogólności postępowania), według której współczynniki wagowe mają wartości nieujemne, zmienne przyjmują wartości dodatnie, a ich wzrost jest oceniany według zasady: „im więcej, tym lepiej”. Przykładami liniowych ocen są: The Competitiveness Indexes, opracowane przez World Economic Forum (2006), Business Environment Ranking,

opracowany przez Economist Intelligence Unit (2006), czy Ease of Doing Business, World Bank (2007).

Liniowe wskaźniki (1) i (2) mają dużą liczbę zalet, do których przede wszystkim zaliczyć należy prostotę budowy i klarowność interpretacji. Z zależności:

$$\frac{\partial S_i}{\partial x_j} = w_{ij}, \quad i=1, \dots, m; \quad j=1, \dots, n; \quad (4)$$

wynika, że współczynniki  $w_{ij}$  można interpretować jako wzrost wartości  $i$ -tego wskaźnika wynikający ze wzrostu wartości zmiennej  $x_j$  o jednostkę.

Jeżeli dla każdego  $i, i=1, \dots, m$ , spełniony jest warunek:

$$\frac{\partial S}{\partial x_j} = v_j = w_{ij}, \quad j=1, \dots, n; \quad (5)$$

to zbiory zmiennych odpowiadających różnym kryteriom (miernikom) są rozłączne. Wynika to z tego, że w przypadku rozłącznych zbiorów zmiennych współczynniki wagowe przy zmiennej  $j$  mają wartość różną od zera tylko w jednym mierniku – kryterium cząstkowym.

Przez proste przekształcenie zależności (4):

$$\frac{\partial S_i}{\partial x_j} = w_{ij} \frac{S_i}{x_j} \frac{x_j}{S_i}, \quad i=1, \dots, m; \quad j=1, \dots, n;$$

można doprowadzić do postaci:

$$\frac{\frac{\partial S_i}{\partial x_j}}{\frac{S_i}{x_j}} = \frac{w_{ij} x_j}{S_i}, \quad i=1, \dots, m; \quad j=1, \dots, n; \quad (6)$$

z której wynika, że współczynnik elastyczności  $i$  - tego wskaźnika względem  $j$  - tej zmiennej (lewa strona) jest równy wazonemu udziałowi tej zmiennej w wartości wskaźnika.

Jak wynika z przedstawionych wyżej zależności oceny rozwoju oparte na miernikach liniowych mają prostą konstrukcję, bezpośrednią interpretację i analizę wrażliwości, co jest szczególnie istotne przy doborze współczynników wagowych. Jednakże mierniki liniowe

charakteryzują także własności w określonych przypadkach ograniczające zakres ich stosowalności, a w pewnych przypadkach dyskwalifikują je jako adekwatne mierniki rozwoju.

W nawiązaniu do powyższego, w dalszej części przedmiotem analizy będą następujące zagadnienia. W Sekcji 2 zbadane zostaną związki pomiędzy zmiennymi/atributami rozwoju i ich wpływ na ograniczenia stosowalności mierników liniowych. W tej sekcji wprowadzone będą pojęcia sybstitucyjności i komplementarności atrybutów/zmiennych, a następnie sformułowane zostaną warunki definiujące neoklasyczną funkcję oceny. W Sekcji 3 przedstawione zostaną przypadki, nazwane nieneoklasycznymi, gdy związki pomiędzy atrybutami/ zmiennymi charakteryzuje ograniczona substytucyjność i komplementarność. W tej sekcji przedstawione będą rozważania dotyczące przypadków, w których zmienne charakteryzuje ścisły związek wyrażający się silną zależnością oceny od zachowania ustalonych proporcji pomiędzy tymi zmiennymi. Następnym naruszeniem tych proporcji, tzn. pojawienie się i wzrost dysproporcji pomiędzy tymi zmiennymi jest pogorszenie oceny badanych obiektów. W Sekcji 4 przedstawione będą rankingi rozwoju gmin w Polsce, w których podjęto próbę uwzględnienia kategorii wzrostu zrównoważonego. We wszystkich rozważaniach obowiązywać będzie założenie, że wszystkie zmienne i współczynniki wagowe przyjmują wartości dodatnie. Z pewną szkodą dla ogólności rozważań wywód będzie ilustrowany wykresami dla zależności dwuwymiarowych; jest to usprawiedliwione tym, że omawianą metodykę zastosowano do analizy obiektów opisywanych przez dwie zmienne.

## 2. Ograniczenia liniowej funkcji oceny

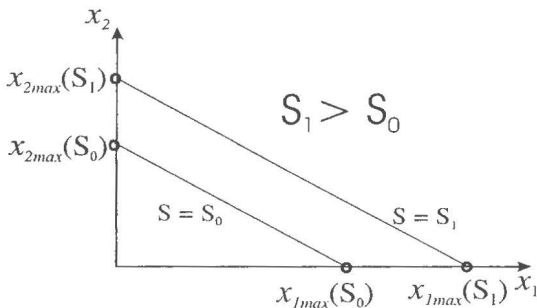
Niech do oceny rozwoju stosowany będzie miernik liniowy:

$$S = w_1 x_1 + w_2 x_2, \quad (7)$$

gdzie ocenę  $S$  można traktować jak ocenę cząstkową przy zmiennych  $x_1$  i  $x_2$  albo jak ocenę syntetyczną na podstawie dwóch ocen cząstkowych  $x_1$  i  $x_2$ . Zależność (7) przedstawiono na rys.1 dla dwóch przypadków.

Zasadniczą własnością funkcji oceny (7) jest to, że ustaloną wartość  $S_0$  można uzyskać dzięki działaniu tylko jednego czynnika; ma to miejsce, gdy  $x_1 = x_{1max}(S_0)$  oraz  $x_2 = 0$  lub , gdy  $x_2 = x_{2max}(S_0)$  oraz  $x_1 = 0$ . Oznacza to, że zmienne te są w pełni (doskonale) zamienne lub substytucyjne; poziom oceny  $S_0$  może zostać osiągnięty, gdy pierwsza zmienna przyjmuje wartość  $x_{1max}(S_0)$  przy zerowej wartości drugiej zmiennej, gdy druga zmienna przyjmuje wartość  $x_{2max}(S_0)$ , a zmienna pierwsza wartość zero, lub, gdy zmienne te przyjmują wartości będące współrzędnymi punktów leżących na przedstawionej na rys. 1 prostej łączącej punkty  $x_{1max}(S_0)$  i  $x_{2max}(S_0)$ .

Jeśliby, na przykład, poziom rozwoju mierzyć za pomocą kaloryczności diety składającej się tylko z kartofli i zbóż, to ustalony poziom może zostać osiągnięty przy różnych kombinacjach ilości kartofli i zboża określonych przez współrzędne punktów leżących na prostej przedstawionej na rys.1.



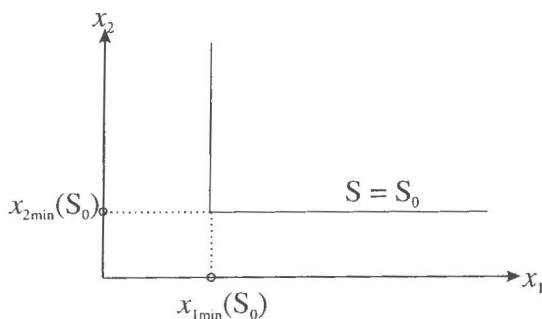
rys. 1. Liniowa funkcja oceny. Poziomice funkcji dla poziomu  $S_0$  i  $S_1$ ,  $S_0 < S_1$ .



Oceniając wiele zjawisk mamy często świadomość, że pomiędzy atrybutami tych zjawisk mogą zachodzić zależności bardziej złożone od tych, które daje się przedstawić za pomocą zależności liniowej. Przykładem zależności diametralnie różnej od liniowej jest doskonała komplementarność zmiennych, gdy dla osiągnięcia ustalonego poziomu oceny jest konieczne, aby obie zmienne przyjęły wartości większe od pewnych minimumów. Przykładem może tu być próba mierzenia rozwoju za pomocą liczby butów prawych i lewych, rys. 2.

Osiągnięcie poziomu oceny  $S_0$  wymaga uzyskania wartości przynajmniej  $x_{1min}(S_0)$  pierwszej zmiennej i przynajmniej  $x_{2min}(S_0)$  wartości drugiej zmiennej (można ponadto założyć, że liczba butów prawych i butów lewych koniecznych dla osiągnięcia  $S_0$  powinna być sobie równa:  $x_{1min}(S_0) = x_{2min}(S_0)$ ). Rozważany przypadek charakteryzuje jeszcze jedna szczególna własność: względny nadmiar lub względny deficyt jednej zmiennej.

Względny nadmiar lub względny deficyt wartości jednej zmiennej nie występują w punkcie  $(x_{1min}(S_0), x_{2min}(S_0))$ . Jeśliby, startując z tego punktu, zwiększać wyłącznie zmienną  $x_1$ , to jednostronny („jednoożny”) wzrost liczby butów nie spowoduje wzrostu oceny, lecz pogłębi względny nadmiar wartości pierwszej zmiennej równy  $x_1 - x_{1min}(S_0)$ ; wzrost oceny następuje wyłącznie wtedy, gdy wzrasta wartość obu zmiennych (tzn., gdy liczby butów prawych i lewych równocześnie rosną), lub, gdy wzrasta liczba butów będących we względnym deficycie.



rys. 2. Poziomice funkcji oceny w przypadku zmiennych doskonale komplementarnych.

Osobom zaznajomionym z funkcjami produkcji przedstawiony powyżej przykład doskonałej komplementarności zmiennych funkcji oceny powinien skojarzyć się z dwuczynnikową funkcją produkcji Leontiewa o postaci:

$$S = \min \{ c_1 x_1, c_2 x_2 \},$$

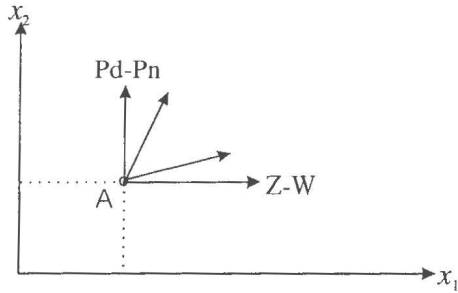
gdzie  $c_1$  i  $c_2$  oznaczają produktywności odpowiednio pierwszego i drugiego czynnika produkcji.

Ponieważ przypadki doskonałej sybystytucyjności i komplementarności zmiennych są przeciwnymi skrajnościami, można przyjąć, że dominują przypadki, w których między zmiennymi zachodzą związki, w których współwystępują zarówno sybystytucyjność jak i komplementarność mieszczące się pomiędzy skrajnościami: doskonałymi sybystytucyjnością i komplementarnością zmiennych. Funkcje oceny, które są adekwatne dla tej klasy przypadków można nazwać neoklasycznymi, ze względu na daleko idące podobieństwo własności do funkcji użyteczności i neoklasycznych funkcji produkcji. Własności te są opisywane przez następujące warunki:

$$\frac{\partial S_i}{\partial x_j} \geq 0, \frac{\partial^2 S_i}{\partial x_j^2} \leq 0, i=1, \dots, m; j=1, \dots, n; . \quad (8)$$

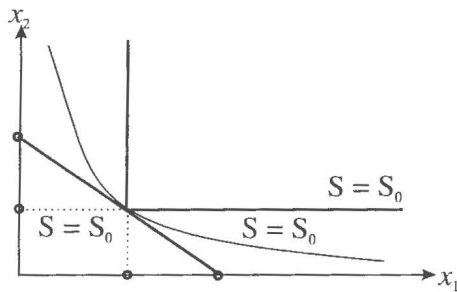
Graficzną interpretację zależności (8) przedstawiono na rys. 3.

Przedstawione na rys.3 strzałki wychodzące z punktu A reprezentują kierunki wzrostu zmiennych, dla których funkcja oceny jest niemalejąca. Kierunki te zawierają się w przedziale określonym przez kierunki graniczne: zachód-wschód Z-W (poziomy zwrócony w prawo) oraz południe-północ P-P (pionowy zwrócony w górę). Ruch wzdłuż pozostałych kierunków powoduje zmniejszenie wartości funkcji oceny.



rys. 3. Kierunki wzrostu ceny, funkcja neoklasyczna.

Reasumując, neoklasyczne funkcje oceny charakteryzuje to, że ich poziomice zawierają się pomiędzy poziomiami skrajnych funkcji oceny: doskonałej substytucyjności i doskonałej komplementarności zmiennych, rys. 4.



rys.4. Poziomice neoklasycznych funkcji oceny.

### 3. Nieneoklasyczne funkcje oceny i pojęcie zrównoważenia

Neoklasyczna funkcja oceny, której poziomice przedstawiono na rys.4, spełnia zadanie, gdy wpływ zmiennych na ocenę zawiera się pomiędzy doskonałą substytucyjnością a doskonałą komplementarnością zmiennych. Jednakże można wskazać na przypadki, dla których założenia neoklasyczne są nieadekwatne. Klasycznym przykładem może być wpływ

zasobu ziemi i zużycia nawozów sztucznych na wielkość produkcji<sup>3</sup>. Przy małych dawkach nawozów daje się zaobserwować znaczące przyrosty produkcji; kolejne przyrosty ilości nawozu dają malejące przyrosty aż do pewnej jego ilości, powyżej której następuje spadek produkcji. Charakter tej zależności wynika z faktu, że nadmierne zużycie nawozów nie tylko przestaje dawać korzyści ekonomiczne, a staje się po prostu ekologicznie szkodliwe oraz ekonomicznie marnotrawne. Punkt, po którego przekroczeniu następuje spadek produkcji, jest określony przez wartość krytyczną - maksymalny dopuszczalny stosunek ilości nawozu na jednostkę powierzchni. Oznacza to, że jeśli wzrostowi zużycia nawozów towarzyszy taki wzrost zasobów ziemi, który nie powoduje przekroczenia wartości krytycznej, wówczas następować będą przyrosty produkcji.

Przytoczony przykład wskazuje na pewną – liczną, jak się wydaje – klasę zagadnień, w których relacje między zmiennymi mają znaczenie nie mniej ważne niż ich wartości bezwzględne. Oceny, co do których założenia neoklasyczne nie są adekwatne można hasłowo opisać w następujący sposób: „więcej nie musi znaczyć lepiej”. Wśród przypadków nieneoklasycznych można wyróżnić, jak się wydaje, dwie grupy funkcji ocen: grupę skończonego celu i grupę proporcji rozwoju.

Grupę skończonego celu tworzą przypadki ocen, w których funkcje oceny przyjmują pewną wartość maksymalną (ekstremum) wewnątrz rozważanego przedziału zmienności; wzrost wartości zmiennych ponad wartości odpowiadające wartości maksymalnej pogarszają ocenę. Poziomice funkcji oceny dla takiego przypadku przedstawiono na rys. 5.

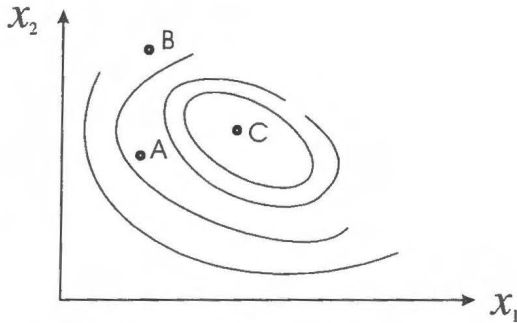
Ocenę w grupie skończonego celu charakteryzują dwa główne elementy: istnienie maksimum funkcji oceny wewnątrz przedziału zmienności rozważanych zmiennych oraz to, że nie wszystkie kierunki wzrostu zmiennych dają przyrost oceny. Na przedstawionym na rys.

---

<sup>3</sup> Jest to element dorobku szkoły marginalnej. Na gruncie ekonomii głównym reprezentantem tego podejścia jest Ragnar Frisch (Frisch R. „*Theory of production*”, D. Reidel Publishing Company, Dordrecht-Holland, 1965); w literaturze polskiej podejście to można znaleźć m. inn. w Nasilowski M: „System rynkowy. Podstawy mikro i makroekonomii.”, Wydawnictwo Key Text., Warszawa 1996.

5 wykresie poziomic funkcji oceny dla takiego przypadku wyróżnione zostały trzy punkty: A, B i C. W punkcie C funkcja oceny osiąga maksimum. Jakikolwiek zwiększenie wartości zmiennych  $x_1$  i  $x_2$  ponad wartości  $x_1^C$  i  $x_2^C$  powoduje spadek oceny.

Jeśliby punktem wyjścia był punkt A, to wzrost wartości zmiennych w kierunku punktu C zapewnia wzrost oceny, natomiast wzrost zmiennych w kierunku punktu B (nieznaczny  $x_1$  i duży  $x_2$ ) powoduje spadek funkcji oceny.



rys. 5. Przykład nienieoklasycyźnej zależności oceny od wartości zmiennych. Grupa skończonego celu.

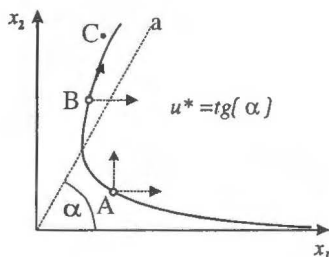
Podstawowym wyróżnikiem grupy proporcji rozwoju jest zależność funkcji oceny od proporcji/relacji między zmiennymi; przy wyróżnieniu przedziału wartości relacji tych zmiennych uznanego za zachowujących proporcje. Oznacza to, że zasada „im więcej, tym lepiej” obowiązuje, jeśli wzrost wartości zmiennych nie pogarsza właściwych proporcji między zmiennymi. Wzrost wartości zmiennych pogorszących proporcje może nie tylko nie zwiększyć oceny, ale wręcz doprowadzić do jej zmniejszenia.

Wśród różnych możliwych odmian funkcji oceny należących do grupy proporcji rozwoju celowe wydaje się wyróżnienie dwóch rodzajów: dwuprzeciałowych i trójprzeciałowych funkcji oceny. W celu uproszczenia prezentacji tych funkcji oceny w dalszym ciągu przyjęte

zostanie założenie o stałości granic przedziału relacji zmiennych definiujących rozwój proporcjonalny.

Dwuprzędziałowe funkcje oceny mają zastosowanie wtedy, gdy istnieją przesłanki dla określenia wartości granicznej relacji zmiennych  $u^*$ ,  $u^* = x_2/x_1$ . Wartość graniczna  $u^*$  określa dwa przedziały relacji zmiennych: właściwych oraz niewłaściwych proporcji wzrostu. Poziomicę dwuprzędziałowej funkcji oceny przedstawiono na rys. 6.

Jak pokazuje zamieszczony na rys. 6 wykres poziomicę dwuprzędziałowej funkcji oceny<sup>4</sup>, prosta  $a$ , wychodząca z początku układu współrzędnych pod kątem  $\alpha = \arctg(u^*)$ , dzieli obszar na dwa podobszary: właściwych proporcji leżący poniżej linii  $a$  oraz niewłaściwych proporcji znajdujący się nad linią  $a$ . W obszarze właściwych proporcji wszystkie kierunki wzrostu obu zmiennych zapewniają wzrost oceny, co ilustruje przykład punktu A na rys. 6. W obszarze niewłaściwych proporcji poprawę zapewniają tylko kierunki zawierające się pomiędzy kierunkiem wzrostu wyłącznie zmiennej  $x_1$  (kierunek poziomy) a kierunkiem wyznaczonym przez styczną do poziomicę funkcji oceny, co ilustruje punkt B.



rys. 6. Poziomicę funkcji oceny, dwuprzędziałowa nieeklasyczna funkcja oceny.

Dwuprzędziałowa funkcja oceny ma tę ciekawą własność, że poniżej linii  $a$  (tzn. dla wartości relacji  $x_1/x_2$  należących do przedziału  $[0, u^*]$ ) zachowuje się jak funkcja

<sup>4</sup> Analizując rys. 6 nie tracimy na uwadze tego, że kolejność obszarów jest następstwem umowy, co do ich numerowania.

neoklasyczna (zgodnie z zasadą „im więcej, tym lepiej”), natomiast powyżej tej linii (tzn. dla wartości relacji  $x_1/x_2$  należących do przedziału  $[u^*, \infty)$ ) dla niektórych kierunków zachodzi zależność: „im więcej, tym gorzej”. Przykładem niekorzystnego kierunku jest na rys. 6 pionowy ruch w górę od punktu B, powodujący obniżenie oceny mimo wzrostu współrzędnych. Ulokowanie punktu C względem poziomiczy funkcji oceny oraz punktu B wskazuje na to, że ocena w punkcie C jest niższa niż ocena dla punktu B.

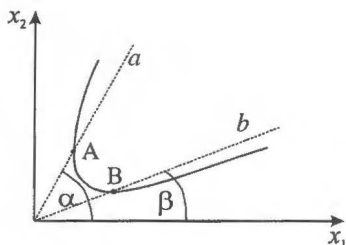
Reasumując można stwierdzić, że w dwuprzeciadowej funkcji oceny niekorzystny jest względny nadmiar jednej zmiennej; w przypadku ilustrowanym na rys. 6 zmienną tą jest  $x_2$ , natomiast nie występuje zjawisko nadmiaru zmiennej  $x_1$ .

Przedstawione wyżej własności dwuprzeciadowej funkcji oceny predestynują ją na narzędzie oceny, od którego oczekuje się, że uwzględni nie tylko wielkość poszczególnych zmiennych, ale też zrównowazenia rozwoju badanych obiektów.

Trójprzeciadowe funkcje oceny mają zastosowanie wtedy, gdy istnieją przesłanki dla określenia granic przedziału  $[u^{**}, u^*]$  zmienności relacji zmiennych  $x_2/x_1$ , wewnątrz którego relacje te uznane są za właściwe, a zarazem przedziałów  $[0, u^{**}]$  oraz  $[u^*, \infty)$ , w których relacje te uznawane są za niewłaściwe. Poziomicę trójprzeciadowej funkcji oceny przedstawiono na rys. 7.

Trójprzeciadowa funkcja oceny ma tę własność, że w obszarze poniżej linii  $a$  oraz powyżej linii  $b$  (tzn. dla wartości relacji  $x_1/x_2$  należących do przedziału  $[u^{**}, u^*]$ ) zachowuje się jak funkcja neoklasyczna (zgodnie z zasadą „im więcej, tym lepiej”), natomiast poza tym przedziałem (tzn. dla wartości relacji  $x_1/x_2$  należących do przedziałów  $[u^*, \infty)$  i  $[0, u^{**}]$ ) dla niektórych kierunków zachodzi zależność: „im więcej, tym gorzej”. Przykładem niekorzystnego kierunku jest na rys. 7 pionowy ruch w górę od punktu B lub ruch poziomy od punktu A, powodujący obniżenie ocen mimo wzrostu współrzędnych.

Reasumując można stwierdzić, że w trójprzedziałowej funkcji oceny niekorzystny może być względny nadmiar obu zmiennych.



rys. 7. Poziomica trójprzedziałowej funkcji oceny.

Własności trójprzedziałowej funkcji oceny predestynują ją jako narzędzie oceny, od którego oczekuje się, że uwzględni nie tylko wielkość poszczególnych zmiennych, ale też zrównoważenia rozwoju badanych obiektów.

#### 4. Zastosowanie nieneoklasycznych funkcji oceny do przeprowadzenia rankingu gmin.

W przeprowadzonym badaniu celem było ustalenie rankingu rozwoju gmin opisywanych za pomocą dwóch zmiennych: stopnia rozwoju cywilizacyjnego  $x_c$  i stopnia rozwoju ekonomicznego  $x_e$ , z uwzględnieniem stopnia zrównoważenia rozwoju rozumianego jako rozwój, w którym nie dochodzi do pojawienia się dysproporcji rozwojowych.

Do konstrukcji funkcji oceny wykorzystana została funkcja produkcji opracowana do analizy gospodarki nieefektywnie wykorzystującej zasoby, Gadomski (2000). Funkcja ta ma następującą postać:

$$S = x_c \left[ \frac{x_e}{u^*} \exp \left( 1 - \frac{x_c}{u^*} \right) \right]^r, \quad (9)$$



gdzie współczynnik  $\gamma$  określa skalę substytucji między zmiennymi, przy czym dla  $0 < \gamma < 1$ , funkcja oceny jest dwuprzędziałowa, a dla  $\gamma \geq 1$  funkcja staje się trójprzędziałowa, a ponadto zachodzi zależność:  $u^{**} = u^*(\gamma - 1)/\gamma$ .

Dane do badania zostały zaczerpnięte z prac: Sobczak, E, Zróżnicowanie poziomu rozwoju gmin województwa mazowieckiego, Kolegium Nauk Społecznych i Administracji Politechniki Warszawskiej, Zeszyt 25, Warszawa 2007, oraz Sobczak, E, J. Bielak, Rozwój społeczno-ekonomiczny regionów w świetle polityki spójności Unii Europejskiej, Kolegium Nauk Społecznych i Administracji Politechniki Warszawskiej, Zeszyt 24, Warszawa 2006, w których zastosowano liniową funkcję oceny zbudowaną na dwóch podzbiorach zmiennych.

1. wydatki inwestycyjne per capita, % wydatków inwestycyjnych w budżecie, liczba pracujących na 1000, liczba bezrobotnych na 1000, liczba podmiotów gosp. na 1000, saldo ruchu ludności, liczba absolwentów ;
2. wydatki na transport i łączność, % wydatków na transport i łączność w budżecie, odsetek objętych siecią wodociągową, odsetek objętych siecią kanalizacji, odsetek obsługiwanych przez oczyszczalnie ścieków.

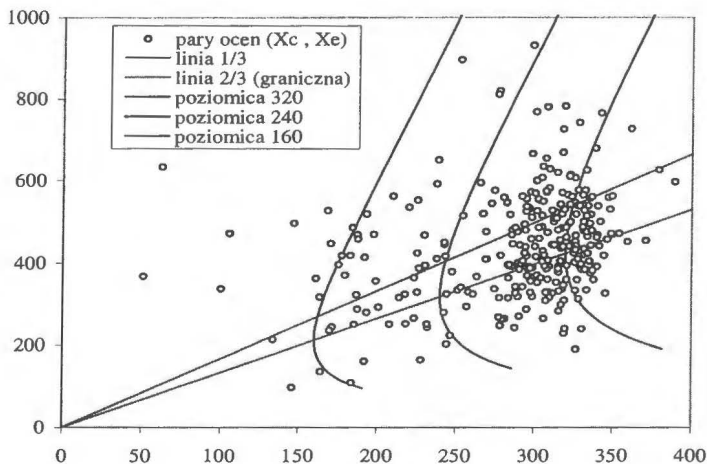
Funkcję oceny zastosowaną przez E. Sobczaka podzielono w ten sposób na dwie części. Wartość oceny związana z pierwszym podzbiorem zmiennych nazwana została zmienną ekonomiczną  $x_e$  określającą poziom rozwoju ekonomicznego. Wartość oceny związana z drugim podzbiorem zmiennych nazwana została zmienną cywilizacyjną  $x_c$  określającą poziom rozwoju infrastruktury.

Opracowano dwa rankingi gmin miejskich oparte na ocenie dwuprzędziałowej i ocenie trójprzędziałowej.

W ocenie dwuprzędziałowej przyjęto założenie, że w obszarze właściwych proporcji znajduje się 1/3 gmin. Uszeregowanie gmin według wartości relacji  $x_c/x_e$  (1/3 obiektów poniżej linii  $a$ ) pozwoliło na oszacowanie wartości parametru  $u^* = 1,33$ . Wartość parametru  $\gamma$

przyjęto na poziomie  $\gamma = 1/2$ . Wykres trzech poziomic dwuprzędziałowej funkcji oceny oraz linii dzielących populację gmin na tercyle (ze względu na wartość relacji  $x_e/x_c$ ) przedstawiono na rys. 8.

Przed przystąpieniem do obliczeń związanych z określeniem oceny trójprzędziałowej przyjęto założenie analogiczne do przyjętego w określeniu oceny dwuprzędziałowej, że w obszarze właściwych proporcji znajduje się 1/3 gmin. Uszeregowanie gmin według wartości relacji  $x_e/x_c$  (1/3 obiektów poniżej linii *b* i 1/3 obiektów powyżej linii *a*) pozwoliło na oszacowanie wartości parametrów  $u^{**}$  i  $u^*$  odpowiednio na poziomach  $u^{**} = 1,33$  i  $u^* = 1,66$ . (W przypadku oceny trójprzędziałowej wartość parametru  $\gamma$  jest wielkością wynikową). Wykres trzech poziomic trójprzędziałowej funkcji oceny oraz linii dzielących populację gmin na tercyle (ze względu na wartość relacji  $x_e/x_c$ ) przedstawiono na rys. 9.



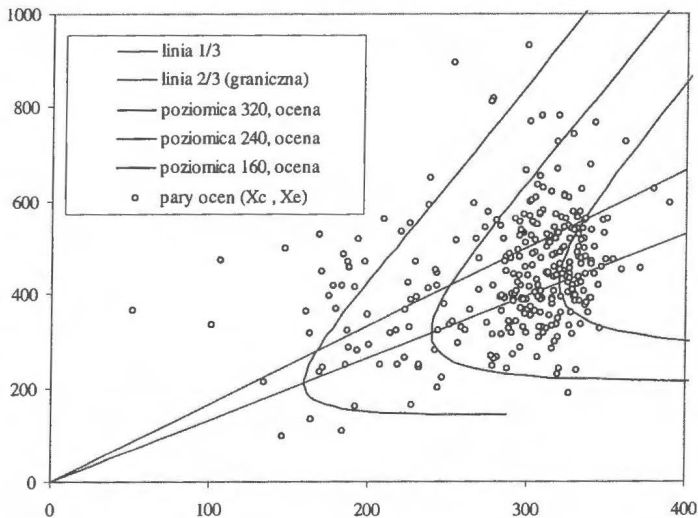
źródło: obliczenia własne na podstawie Sobczak (2007)

rys. 8. Gminy miejskie, dwuprzędziałowa funkcja oceny i jej trzy poziomic: 160, 240 i 360; oraz linie podziału po 1/3 populacji.

## Wnioski końcowe.

Z przedstawionych rozważań wynika, że dobór funkcji oceny ma podstawowe znaczenie przy opracowywaniu porównań grup obiektów. Funkcja ta powinna właściwie odzwierciedlać wiedzę na temat badanej dziedziny i analizowanych obiektów. Przy wyborze funkcji wpływ powinny mieć następujące elementy: cząstkowe zależności oceny od wartości poszczególnych zmiennych oraz wzajemne związki pomiędzy zmiennymi.

Najpopularniejszą funkcją oceny jest liniowa funkcja oceny, której zalety wynikają z prostej postaci matematycznej. Funkcja ta znajduje zastosowanie wtedy, gdy ocena opiera się na zasadzie „im więcej, tym lepiej”, zmienne są niezależne, tzn. gdy relacje między nimi nie mają wpływu na ocenę. Ten rodzaj funkcji oceny charakteryzuje doskonała substytucyjność zmiennych o stałym współczynniku krańcowej substytucji.



źródło: obliczenia własne na podstawie Sobczak(2007)

rys. 8. Gminy miejskie, trójprzedziałowa funkcja oceny i jej trzy poziomicie: 160, 240 i 360; oraz linie podziału po 1/3 populacji.

W przypadku komplementarności zmiennych liniowa funkcja oceny staje się nieadekwatna i staje się konieczne wybranie jednej z dwóch opcji. Pierwsza opcja to próba ograniczenia komplementarności poprzez usunięcie ze zbioru zmiennych, które są najbardziej odpowiedzialne za zjawisko komplementarności. Opcja druga, to poszukiwanie odpowiedniej funkcji wśród tzw. funkcji neoklasycznych, obejmujących kontinuum przypadków zawartych między całkowitym brakiem komplementarności (funkcja liniowa) i doskonałą komplementarnością (funkcja Leontiewa).

W przypadku funkcji neoklasycznych wpływ proporcji na ocenę wyraża się zmienną wartością krańcowej stopy substytucji oraz, w niektórych przypadkach, tym, że osiągnięcie określonego poziomu oceny wymaga osiągnięcia odpowiedniej wielkości minimalnej przynajmniej jednej ze zmiennych. We wszystkich przypadkach opisywanych przez neoklasyczne funkcje oceny wzrost wartości zmiennej nie obniża wartości oceny.

Funkcje neoklasyczne są nieadekwatne w tych przypadkach, w których zmiana proporcji między zmiennymi może prowadzić do spadku oceny, mimo bezwzględnego wzrostu wartości zmiennych. Oznacza to, że dla takich przypadków celowe jest wyróżnienie właściwych i niewłaściwych proporcji wielkości zmiennych, odejście od bezwzględnej zasady: „im więcej, tym lepiej” na rzecz zasady: „im więcej, tym lepiej, lecz pod warunkiem zachowania właściwych proporcji”. Podejście to wydaje się odpowiednie przy badaniu zarówno zaawansowania jak i zrównoważenia rozwoju obiektów badania.

Istotnym problemem przy dobieraniu funkcji oceny rozwoju jest trudność w zapewnieniu obiektywizmu, ponieważ proces budowy funkcji oceny musi opierać się na wiedzy eksperckiej trudno kwantyfikowalnej z uwagi na jakościowy charakter. Gdy chodzi o

zmiennie, to ich dobór oraz odpowiednie przekształcenia należą do arbitralnych decyzji eksperta. Również dobór funkcji zależy od wiedzy eksperta o badanej kategorii i jego percepcji związków między zmiennymi. Wreszcie trudno o zobiektywizowany sposób określania wartości współczynników funkcji oceny.

## **Bibliografia**

- Fajferk A. (1969) Mierniki i metody badań statystycznych w zakresie stanu i rozwoju regionów. W: *Mierniki rozwoju regionów*. Biblioteka Wiadomości Statystycznych, t. 9, GUS, Warszawa.
- Frisch R. (1965) „*Theory of production*”. D. Reidel Publishing Company, Dordrecht.
- Gadomski J. (1990) Wybrane czynniki kształtujące import rudy żelaza oraz efektywność produkcji i zużycie stali w Polsce, *Ekonomia*, No 54, Wydawnictwa UW, 1990.
- Jajuga K. (1982) Metody analizy wielowymiarowej w ilościowych badaniach przestrzennych. AE Wrocław.
- Nasiłowski M. (1996) *System rynkowy. Podstawy mikro i makroekonomii*. Wydawnictwo Key Text, Warszawa.
- Raport komisji Brundtlandt, UN Division for Sustainable Development (2005), Preliminary List (2004).
- Sobczak, E, Zróżnicowanie poziomu rozwoju gmin województwa mazowieckiego, Kolegium Nauk Społecznych i Administracji Politechniki Warszawskiej, Zeszyt 25, Warszawa 2007.
- Sobczak, E, J. Bielak, Rozwój społeczno-ekonomiczny regionów w świetle polityki spójności Unii Europejskiej, Kolegium Nauk Społecznych i Administracji Politechniki Warszawskiej, Zeszyt 24, Warszawa 2006.
- Lopez-Claros A., Altinger L., Blanke J., Drzeniek M., Mia I.: The Competitiveness Indexes, World Economic Forum.

Business Environment Rankings Methodology, Economist Intelligence Unit 2006.

Ease of Doing Business, World Bank (2007).



