

19/2001

A03/1

Raport Badawczy

RB/14/2001

Research Report

Modelowanie matematyczne

w IBS PAN

J. Gutenbaum

**Instytut Badań Systemowych
Polska Akademia Nauk**

**Systems Research Institute
Polish Academy of Sciences**



POLSKA AKADEMIA NAUK

Instytut Badań Systemowych

ul. Newelska 6

01-447 Warszawa

tel.: (+48) (22) 8373578

fax: (+48) (22) 8372772

Pracę zgłosił: doc. dr hab. inż. Michał Inkielman

Warszawa 2001

INSTYTUT BADAŃ SYSTEMOWYCH PAN

MiSwSE/14/2001

Jakub Gutenbaum

Modelowanie matematyczne w IBS PAN

Pracownia Modelowania i Sterowania w Systemach Ekonomicznych

Kierownik Pracowni: Doc. dr hab. inż. Michał Inkielman

Nazwa zadania: Budowa scenariuszy dla ekonomicznych modeli
prognostycznych

Nazwa ewentualnego podzadania:

Kierownik zadania: Doc. dr hab. inż. Michał Inkielman

Wykonawcy (zespół):

Warszawa, grudzień 2001 r

Modelowanie matematyczne w IBS PAN

Jakub Gutenbaum

I. Wprowadzenie

Rozwiązywanie konkretnych zagadnień z zakresu badań systemowych wymaga na ogół opracowania modelu matematycznego obiektu prac badawczych. Jest to często najtrudniejsza i najbardziej pracochłonna część rozwiązania zadania. W skład modelu wchodzi równania bilansowe różnorodnych strumieni (masy, energii, finansów, siły roboczej) oraz układ nierówności ograniczających bezpośrednio lub pośrednio zbiory zmiennych decyzyjnych, które należy określić. W zadaniach optymalizacyjnych wymagane jest również sformułowanie jednej lub wielu funkcji celu, charakteryzujących jakość podejmowanych decyzji. Funkcje celu pozwalają na wprowadzenie pełnego lub częściowego porządku w zbiorze decyzji. Relacje tworzące model mogą mieć postać równań i nierówności algebraicznych (modele statyczne) lub różniczkowych, ew. różnicowych (modele dynamiczne). W niektórych przypadkach mamy do czynienia z równaniami różniczkowymi o pochodnych cząstkowych opisujących procesy zmienne zarówno w czasie, jak i w przestrzeni. Szczególne trudności występują przy modelowaniu zjawisk nieciągłych, np. przy modelowaniu zmian fazowych. W tych przypadkach już dowody na istnienie i jednoznaczność rozwiązań równań modelowych mogą być zaliczone do istotnych osiągnięć naukowych.

Dodajmy, że chyba nie ma takiego instrumentarium matematycznego, które nie byłoby stosowane w modelowaniu matematycznym. Niektóre gałęzie matematyki, np. matematyka

dyskretna, swój rozwój zawdzięczają w dużym stopniu zapotrzebowaniu ze strony budowniczych modeli matematycznych.

Budowa modelu matematycznego powinna być celowo ukierunkowana, to znaczy – uwzględniająca jego późniejsze zastosowanie. Można wyróżnić kilka głównych celów, do których budowane są modele matematyczne w badaniach systemowych. Są to:

- pogłębienie wiedzy o modelowanym systemie,
- prognoza zachowania się systemu w przyszłości, w zmiennym otoczeniu,
- wspomaganie komputerowe przy podejmowaniu decyzji,
- wyznaczanie decyzji optymalnych.

Często model matematyczny zbudowany na podstawie posiadanej wiedzy o obiekcie nie jest w pełni zdeterminowany. Ów indeterminizm może mieć np. charakter losowy lub rozmyty. Jeśli dysponujemy danymi statystycznymi o zachowaniu się systemu, to mogą być one użyte do dookreślenia modelu. W wielu przypadkach praktycznych odpowiednia obróbka danych statystycznych pozwala na estymację nieznanych a priori parametrów w zależnościach tworzących model matematyczny.

Wiele prac badawczych i zastosowaniowych prowadzonych w IBS PAN dotyczy modelowania matematycznego, zarówno w aspekcie metodologicznym (Jakub Gutenbaum „*Modelowanie matematyczne systemów*”, Omnitech Press, Warszawa, 1992), jak i w zakresie budowy modeli matematycznych i komputerowych różnorodnych konkretnych systemów, głównie do celów podejmowania decyzji i optymalizacji. Przedstawimy dalej najważniejsze i charakterystyczne dla różnych dziedzin modelowania wyniki tych prac.

II. Identyfikacja obiektów

Integralną i bardzo ważną częścią modelowania matematycznego są zagadnienia identyfikacji obiektów oraz planowanie eksperymentów. Identyfikacja polega na wyznaczeniu wartości parametrów oraz struktury modelu obiektu, głównie metodami statystycznymi, na podstawie pomiarów sygnałów działających na obiekt oraz sygnałów stanowiących odpowiedź obiektu na te oddziaływania. Wyniki identyfikacji uzupełniają opis matematyczny obiektu uzyskany na podstawie praw fizycznych, chemicznych lub innej wiedzy o jego naturze. Przy identyfikacji występują trudności związane z niejednoznacznością, złym uwarunkowaniem zadań i nadmierną wrażliwością modeli na niewielkie błędy w danych. Potrzeby praktyki wywołały, począwszy od połowy lat 60-tych, szybki rozwój badań nad podstawami teoretycznymi, przyczynami nieprawidłowego działania niektórych metod oraz nad efektywnymi metodami i algorytmami identyfikacji.

Prace związane z identyfikacją rozpoczęto w latach 70-tych w zespole pod kierownictwem Kazimierza Mańczaka. Dotyczyły one początkowo głównie obiektów statycznych liniowych względem parametrów i były od początku testowane także na rzeczywistych obiektach, przede wszystkim w przemyśle szklarskim. Metody te opisano w pierwszej w Polsce monografii poświęconej identyfikacji (K. Mańczak: *Metody identyfikacji wielowymiarowych obiektów sterowania*, WNT, 1979). Z zagadnieniami identyfikacji były ściśle związane metody planowania eksperymentu opisane w monografiach Bohdana Kacprzyńskiego („*Planowanie eksperymentów*”, WNT, 1974) i K. Mańczaka („*Technika planowania eksperymentu*”, WNT, 1976). Prace te kontynuowano później w zastosowaniu do optymalnych planów dla mieszanin (Wanda Arczewska) oraz zastosowania ich do optymalizacji składu szkła (K. Mańczak, W. Arczewska, E.

Kowalska) i składu mieszanek gumowych (Zbigniew Nahorski, W. Arczewska, E. Kowalska). Optymalizacja ta wymagała opracowania planów stanowiących podstawą do identyfikacji właściwości mieszanin. Wyniki tych prac były wdrażane do praktyki przemysłowej. Później prowadzono też prace nad metodami identyfikacji obiektów dynamicznych z czasem dyskretnym oraz obiektów statycznych nieliniowych. Dotyczyły one podstaw teoretycznych, algorytmów i programów komputerowych do estymacji parametrów oraz metod weryfikacji statystycznej uzyskanych modeli. Opracowano też i porównano numerycznie podstawowe programy do rozwiązywania zadań regresji nieliniowej z kwadratowym wskaźnikiem jakości metodami Gaussa-Newtona, Marquardta, Davidona i Powella (E. Kowalska, W. Arczewska, Roman Weinfeld, Lucyna Bogdan). Do weryfikacji statystycznej modeli przedstawiono metody wyznaczania obszarów ufności estymatorów parametrów z zastosowaniem wskaźników nieliniowości oraz metody badania istotności modeli na podstawie testowania hipotez statystycznych (E. Kowalska). Prowadzono również prace nad metodami regresji z niekwadratowymi wskaźnikami jakości, w szczególności - w postaci sumy wartości bezwzględnych i normy Czebyszewa (Z. Nahorski, E. Kowalska). Podobnie, dla identyfikacji dynamicznej opracowano i porównano różne metody: najmniejszych kwadratów, największej wiarygodności oraz metody widmowe. Metody weryfikacji i testowania modeli połączono z teoretycznym wyjaśnieniem istotnych zagadnień jednoznaczności identyfikacji w warunkach prowadzenia pomiarów w otwartej i zamkniętej pętli (Z. Nahorski). Zajmowano się też poprawą estymatorów w przypadku bardzo krótkich serii obserwacji oraz zagadnieniami jednoznaczności wyników identyfikacji systemów wielowymiarowych. Zaproponowano oryginalną metodę identyfikacji modeli dynamicznych ciągłych, na podstawie obserwacji ich odpowiedzi na deterministyczne wymuszenie. Zastosowanie tej metody, nazwanej metodą identyfikacji pośredniej, stanowiło rozwiązanie zagadnienia charakteryzującego się istotnymi trudnościami

numerycznymi i umożliwiło identyfikację modeli wysokiego rzędu dla konkretnych przypadków przepływu masy szklanej i procesu przepływu izotopu przez nerki (Z. Nahorski, L. Bogdan, J. Studziński).

Zagadnienia identyfikacji obiektów dynamicznych, głównie z czasem dyskretnym, opisano w monografii K. Mańczaka i Z. Nahorskiego (*„Komputerowa identyfikacja systemów dynamicznych i jej zastosowanie*, PWN, 1983) będącej pierwszą książką na ten temat w Polsce, i jedną z pierwszych w literaturze światowej. Zagadnienia identyfikacji nieliniowych obiektów statycznych oraz obiektów dynamicznych z czasem ciągłym przedstawiono w monografii Z. Nahorskiego (*„Identyfikacja obiektów z czasem ciągłym na podstawie zakłóconych dyskretnych pomiarów przebiegów przejściowych*, PWN, 1991).

III. Wielokryterialne podejmowanie decyzji

Modele matematyczne przeznaczone do celów wspomagania decyzji, w przypadku modelowania złożonych procesów, których jakość działania określona jest wieloma kryteriami, obejmują również. procedury wyznaczania i oceny skutków określonych decyzji. Celem zadania decyzyjnego może być wyznaczenie całego zbioru decyzji, od których, w zbiorze decyzji dopuszczalnych, nie ma lepszych z punktu widzenia wszystkich uwzględnianych kryteriów. (optymalizacja wielokryterialna). Zbiory takie nazywane są zbiorami decyzji efektywnych lub Pareto-optymalnych. Jednakże w wielu zadaniach praktycznych chodzi jedynie o to, aby przy współudziale użytkownika (decydenta) wybrać z tego zbioru decyzję, która spełnia jego preferencje (wielokryterialne podejmowanie decyzji). W tym przypadku zadanie decyzyjne, poprzez włączenie subiektywnego czynnika ludzkiego do oceny jakości decyzji, umyka

matematycznej formalizacji. Można tu posługiwać się jedynie metodami heurystycznymi wspomaganymi przez modele oraz metody obliczeniowe i optymalizacyjne.

O niektórych wynikach prac badawczych w tym zakresie będzie mowa przy okazji omawiania modeli makroekonomicznych. Tu omówimy jedynie wybrane prace metodyczne, nie związane z konkretnymi zastosowaniami.

Były one prowadzone przez Ignacego Kaliszewskiego i publikowane w monografii (*Quantitative Pareto Analysis by Cone Separation Technique*, Kluwer Academic Publ., Dordrecht, 1994) i licznych artykułach w renomowanych czasopismach krajowych i międzynarodowych (European Journal of Operations Research, Computers and Operation Research, Bulletin of the Polish Academy of Sciences, Journal of Multi-Criteria Decision Analysis, Control and Cybernetics i td)

Prace I. Kaliszewskiego dotyczyły następujących zagadnień:

- prostych pojęciowo i obliczeniowo metod wyznaczania rozwiązań efektywnych zadań optymalizacji wielokryterialnej, dających się łatwo wykorzystać w schematach wielokryterialnego podejmowania decyzji,
- metod uzyskiwania oszacowań tzw. współczynników wymiany charakteryzujących rozwiązania (decyzje) efektywne bez konieczności jawnego wyznaczania tych rozwiązań,
- metod uzyskiwania oszacowań wektorowych ocen rozwiązań (decyzji) efektywnych bez konieczności jawnego wyznaczania tych rozwiązań,
- efektywnych algorytmów rozwiązywania zadań optymalizacji wektorowej z wykorzystaniem obliczeń równoległych.

Celem tych badań jest wykorzystanie wyników do konstrukcji prostych, a w konsekwencji powszechnie dostępnych schematów ułatwiających podejmowanie decyzji i stosowalnych do

szerokiej klasy problemów decyzyjnych, także takich z jakimi spotykamy się w życiu codziennym.

IV. Modelowanie systemów makroekonomicznych

Bardzo ważne zastosowania modelowania matematycznego dotyczą symulacji systemów makroekonomicznych do celów prognozowania i podejmowania decyzji. Symulacja komputerowa, mimo wielu ograniczeń, jest bowiem jedyną dopuszczalną metodą sprawdzania zarówno teoretycznych, jak i ilościowych skutków stosowania określonych scenariuszy makroekonomicznych, których realizacja wpływa na egzystencję całych społeczeństw. Błędne decyzje w tym zakresie są brzemiennie w skutki; mogą prowadzić do kryzysów politycznych czy też zaburzeń społecznych. Jednocześnie wiele przyczyn, o których będzie dalej mowa, powoduje, że modelowanie systemów makroekonomicznych jest bardzo trudnym zadaniem interdyscyplinarnym, stanowiącym poważne wyzwanie dla zespołów badawczych instytutu naukowego, którego działalność dotyczy **badania systemowych**.

Aktywny udział w systemach ekonomicznych ludzi, jako konsumentów i decydentów, z właściwym im atrybutem wolnej woli, powoduje wątpliwości, czy ekonomię w ogóle, a makroekonomię w szczególności, można traktować jako dziedzinę nauk ścisłych, do których zaliczamy badania systemowe. W naszym przekonaniu odpowiedź na to pytanie jest pozytywna. Wynika to z możliwości mierzenia i bilansowania strumieni materiałowych i finansowych oraz dopuszczalność (z pewnymi ograniczeniami) hipotezy o racjonalności decyzji ekonomicznych, podejmowanych przez ludzi. Na podstawie tych zasad można opracować komputerowe modele symulacyjne do celów prognozowania i wspomagania procesu podejmowania decyzji

makroekonomicznych.. Mimo wszystkich niedoskonałości takich modeli, o których będzie dalej mowa, alternatywą jest intuicja oraz kosztowna i ryzykowna metoda prób i błędów. Ograniczenia w jej stosowaniu powoduje konieczność oparcia się jedynie na danych statystycznych, często mało wiarygodnych i na ogół nie kompatybilnych (dane statystyczne pochodzące z różnych instytucji są często sprzeczne). Do tego dochodzi załamanie się ciągów czasowych danych, dotyczących gospodarki Polski, wynikających ze zmian ustrojowych oraz zmiany zasad obróbki i agregacji danych, w wyniku dostosowywania się do wymagań Unii Europejskiej.

Model matematyczny, który uwzględnia podstawowe procesy makroekonomiczne musi być modelem dynamicznym i nieliniowym. Występuje też konieczność daleko idącej agregacji zmiennych, np. przy podziale produkcji na gałęzie.

Prognozowanie makroekonomiczne cechuje wpływ prognozy na proces prognozowany. Przykładowo, inflacja przewidywana wpływa na inflację rzeczywistą. Jest to właściwość, która bardzo utrudnia uzyskiwanie miarodajnej prognozy.

Procesy makroekonomiczne muszą być oceniane z punktu widzenia wielu funkcji celu. Do najważniejszych należą: PKB, inflacja, bezrobocie, konsumpcja. Komplikuje to w sposób istotny procedury wyboru scenariuszy decyzyjnych. Ponadto należy mieć na uwadze, że działanie systemu makroekonomicznego można oceniać zarówno na podstawie wyników uśrednionych za wybrany okres, jak i na podstawie wyników końcowych po jego upływie.

W podejmowaniu decyzji makroekonomicznych uczestniczy wiele ośrodków decyzyjnych (Sejm, Min. Finansów, Min. Skarbu, Bank Narodowy, Rada Polityki Pieniężnej). Mogą one

mieć, nie tylko różne, ale nawet przeciwstawne cele. Również nie zawsze ich kompetencje i odpowiedzialność są jednoznacznie określone.

V. Model makroekonomiczny średniookresowy (SEMP)

W IBS PAN w latach 1994-2001, w ramach prac planowych oraz grantów KBN („*Modelowanie matematyczne procesu inflacji w warunkach restrukturyzacji gospodarki*” oraz „*Wyznaczanie efektywnych dróg rozwoju makroekonomicznego Polski na podstawie modelu matematycznego i symulacji komputerowej*”) powstał i został przebadany model SEMP- (Symulacyjny Ekonomiczny Model Polski). W pracy nad budową i badaniem modelu uczestniczyli: Jakub Gutenbaum, Michał Inkielman, Janusz Babarowski, Jan Gadomski, Irena Woroniecka oraz Hanna Pietkiewicz – Sałdan (od roku 2000). Omówienie wyników tych prac zawarto w monografii pod redakcją Jakuba Gutenbauma i Michała Inkielmana „*Symulacyjny model gospodarki Polski*”, seria: *Badania Systemowe*, tom 20, IBS PAN, 1998

SEMP jest średniookresowym (takt czasowy – kwartał, horyzont prognozy – 4 lata) modelem symulacyjnym rozwoju gospodarczego Polski.

Model uwzględnia 6 sektorów produkcyjnych wyodrębnionych ze względu na rodzaj wytwarzanych produktów (surowce, dobra inwestycyjne i konsumpcyjne) oraz formę własności (państwowa i prywatna). Model umożliwia obserwację dużej liczby zmiennych makroekonomicznych, zawiera ponad 1000 zmiennych szczegółowych i umożliwia wyznaczenie wszystkich ważniejszych wskaźników makroekonomicznych, takich jak: PKB, konsumpcja, ceny, bezrobocie, bilans handlu zagranicznego, inwestycje, itd.).

Model zastosowano do testowania konkretnych scenariuszy rozwoju gospodarczego. Nie poszukiwano rozwiązania optymalnego ze względu na jedno wybrane kryterium. Trudno byłoby dokonać takiego wyboru w przypadku systemu obejmującego całą gospodarkę narodową. Zastosowano więc metodologię optymalizacji wektorowej, polegającą na wyznaczaniu zbioru rozwiązań kompromisowych (efektywnych według Pareto), to jest takiego zbioru, w którym każde rozwiązanie jest nie gorsze od pozostałych, z punktu widzenia przynajmniej jednego z kryteriów. Są to więc rozwiązania, które należy brać pod uwagę, jeśli nie wiemy z góry, jakie znaczenie przywiązujemy do poszczególnych kryteriów.

Proponowana i zastosowana oryginalna metoda badawcza polega na poszukiwaniu zbiorów efektywnych dla grup kryteriów i grup zmiennych decyzyjnych. Następnie, dokonuje się symulacyjnej weryfikacji dopuszczalności rozwiązań. Ponowne badanie charakterystyk modelu w nowym punkcie pracy i ewentualna zmiana rozpatrywanych kryteriów, dokonywane rekurencyjnie, prowadzą do powstania scenariusza symulacyjnego, uwzględniającego preferencje decydenta. Należy tu podkreślić, że preferencje te początkowo nie są w pełni uświadomione i mogą ewoluować w trybie dialogowym pracy z modelem.

W wyniku przeprowadzenia wielu testów próbnych opracowano kilka scenariuszy rozwoju gospodarczego Polski. Scenariusze te prezentują różne koncepcje polityki makroekonomicznej, oraz odmienne wizje rozwoju gospodarczego kraju. Uzyskano je stosując zaproponowaną metodologię poszukiwania efektywnych ścieżek rozwoju gospodarki narodowej

Przeanalizowano trzy scenariusze rozwoju odpowiadające różnym celom polityki makroekonomicznej państwa:

- scenariusz polityki monetarystycznej, której głównym celem jest walka z inflacją,

- scenariusz polityki keynesowskiej, dla której priorytet stanowi wzrost konsumpcji i wydatków budżetowych,
- scenariusz polityki, stawiającej sobie za główne zadanie przyspieszenie wzrostu gospodarczego.

Przy ocenie scenariuszy decyzyjnych przez wielu ekspertów, ze względu na wiele funkcji celu, należy rozwiązać problem sformułowania relacji preferencji. W modelu SEMP przyjęto zasadę wyróżniania zbiorów decyzji efektywnych (Pareto-optimalnych) ze względu na różne kombinacje par kryteriów. W oparciu o lemat, zgodnie z którym, przy pewnych założeniach, dodanie do zbioru kryteriów kryterium dodatkowego nie może zawęzić zbioru decyzji efektywnych decyzja efektywna ze względu na dowolny podzbiór kryteriów jest również efektywna

Fakt udziału wielu ośrodków decyzyjnych uwzględniono, przyjmując zasadę, że każdy decydent wybiera odpowiadający mu podzbiór kryteriów, co prowadzi do właściwego dla tego eksperta zbioru decyzji efektywnych. Decyzja jest tym lepsza im więcej decydentów zalicza ją do zbioru decyzji efektywnych. Można również nadać każdemu decydentowi wagę i preferować te decyzje efektywne, które cechuje większa suma wag. Wprowadzono również pojęcie istotności składowych wektora funkcji celu. Funkcje celu, które nie rozszerzają zbioru decyzji efektywnych są uznawane za nieistotne.

Dalsze prace na modelem są prowadzone w kierunku stworzenia procedur ciągłego wprowadzania do modelu aktualnych danych statystycznych. Wymaga to wstępnej ich selekcji, agregacji i weryfikacji. Celem tych prac jest okresowa publikacja , wynikających z modelu

prognoz najważniejszych wskaźników makroekonomicznych przy różnych stanach otoczenia i różnych scenariuszach decyzyjnych. Jest to poważne i odpowiedzialne zadanie dla zespołu, pracującego obecnie pod kierunkiem. Michała Inkielmana.

VI. Model makroekonomiczny długookresowy

W latach 1996.-2000 opracowano (J. Gadomski, I. Woroniecka-Leciejewicz, P. Fleissner z Politechniki Wiedeńskiej) dynamiczny model makroekonomiczny służący do analizy gospodarki polskiej w okresie transformacji z horyzontem do 2010 roku. Model ten, skonstruowany w metodologii Systems Dynamics, współdziała z modelem demograficznym opracowanym przez J. Wojciecha Owsiańskiego i Andrzeja Kałuszkę. W modelu wyróżniono pięć sektorów produkcyjnych (surowce rolne, dobra konsumpcyjne pochodzenia rolniczego, materiały i surowce przemysłowe, przemysłowe dobra konsumpcyjne, dobra inwestycyjne) oraz sektory: gospodarstw domowych, finansowy, budżetowy i wymiany zagranicznej. Zastosowana funkcja produkcji pozwala na analizę kształtowania się relacji sektorowych optimów krótko- i długookresowych oraz przemian strukturalnych w procesie transformacji gospodarczej. Wpływ tzw. urynkowienia i prywatyzacji gospodarki utożsamiono ze zmianą wartości parametrów funkcji produkcji zakładając, że procesy te przynoszą określone korzyści dające się wyrazić w kategoriach produktywności czynników.

W modelu przyjęto, że sektory produkcyjne wytwarzają na rynek krajowy i na eksport. Natomiast w materiały i surowce oraz dobra inwestycyjne zaopatrują się na rynku krajowym i na rynkach zagranicznych. O wielkościach zakupów na poszczególnych rynkach decydują ich preferencje co do źródeł zaopatrzenia opisane za pomocą funkcji użyteczności (typu CES) oraz ceny poszczególnych rynków wyrażone w walucie krajowej. Pozwala to na uwzględnienie

wpływu, jaki ma na procesy produkcji kształtowanie się kursu walutowego. Wartości parametrów funkcji użyteczności odzwierciedlają relacje pomiędzy dobrami krajowymi i importowanymi. W skrajnych przypadkach zachodzić może pełna substytucja lub pełna komplementarność tych dóbr. Zazwyczaj relacje te zawierają zarówno elementy substytucji jak i komplementarności, jednak nie jest obojętne czy relacja jest bliższa jednemu czy drugiemu biegunowi. Ponadto, ze względów technicznych, technologicznych i czysto psychologicznych preferencje co do źródeł zaopatrzenia ulegają zmianom w czasie.

VII. Modele rynków towarowych

W latach 1974-1988 prowadzone były prace badawcze (J. Gadomski) nad budową modeli matematycznych międzynarodowych rynków towarowych. Kolejno były to modele rynków: cukru (1977), ziarna kakaowego (1981) i miedzi (1987). Modele rynku ziarna kakaowego i miedzi zastosowano do prognozowania cen na międzynarodowych rynkach tych surowców. W modelach tych kształtowanie się cen na międzynarodowym rynku było objaśniane przez relacje popytu i podaży, przy czym zarówno po stronie popytu jak i podaży wyróżniono kraje będące odpowiednio największymi konsumentami / producentami danego surowca. Rozwiązanie to pozwoliło na analizę wpływu przemian strukturalnych na funkcjonowanie rynku. W budowie tych modeli starano się łączyć metodologię tworzenia modeli ekonometrycznych z metodologią Systems Dynamics. Z tymi pracami wiązały się również badania, które w latach 1983-1986 prowadzono (J. Gadomski) nad modelami opóźnienia rozłożonego, wiążące się z modelowaniem transmisji szoków cenowych i podażowych na rynkach surowcowych. Efektem było opracowanie modelu o zmiennym w czasie rozkładzie opóźnienia, który znalazł zastosowanie w opisie mechanizmu transmisji cen rynku światowego na ceny rynkowe w poszczególnych krajach-

importerach. Chodziło tu konkretnie o uwzględnienie faktu, że przy niższych zapasach zmiany cen rynku światowego docierają do rynków poszczególnych krajów-importerów szybciej, a przy wysokich zapasach – wolniej. Zjawisko to ma istotny wpływ na dynamikę cen oraz konsumpcji.

W latach 1986-1996 prowadzone były prace (J. Gadomski) nad modelowaniem przemian strukturalnych i efektywności gospodarczej w procesie transformacji gospodarczej. Do badania tego została opracowana funkcja produkcji umożliwiającą analizę procesów produkcyjnych, w których efektywność wykorzystania czynników produkcji nie jest zapewniona w sposób systemowy. Pozwoliło to na analizę efektywności wykorzystania siły roboczej i kapitału w przemyśle polskim pod koniec lat osiemdziesiątych i na początku lat dziewięćdziesiątych.

VIII. Modelowanie wybranych procesów makroekonomicznych

W latach 1988-1992 prowadzono prace badawcze (I. Woroniecka- Leciejewicz) nad modelami przepływów międzygałęziowych. Poddano analizie stabilność prognoz produkcji globalnej i końcowej uzyskiwanych na podstawie modelu Leontieva ze stałą w czasie macierzą przepływów. Przeprowadzono analizę wrażliwości produkcji globalnej na zmiany poszczególnych współczynników techniczno-ekonomicznych oraz dokonano selekcji „najważniejszych” przepływów międzygałęziowych na podstawie macierzy współczynników tolerancji. Opracowano trzyetapową procedurę prognozowania. Dla współczynników, na których zmiany układ jest najbardziej wrażliwy opracowywano indywidualne prognozy ekonometryczne. Pozostałe współczynniki są dopasowywane odpowiednio do przewidywanych wartości brzegowych macierzy przepływów.

W modelu prognozy wybranych współczynników dokonano podziału zmiennych objaśniających na zmienne popytowe i podażowe. Zwrócono uwagę na różnice w mechanizmie i sile oddziaływania czynników wpływających na kształtowanie się wartości współczynników techniczno-ekonomicznych w gospodarce rynkowej i centralnie planowanej. Decydujące znaczenie w gospodarce rynkowej odgrywają czynniki popytowe, natomiast w gospodarce nakazowej – podażowe. Głównym czynnikiem długofalowych zmian w obu typach gospodarki są nakłady inwestycyjne poniesione w przeszłości. Natomiast dodatkowym czynnikiem leżącym głównie u źródeł substytucji między nakładami są dla gospodarki rynkowej - zmiany w relacji cen nakładów, natomiast dla gospodarki nakazowej – zmiany w dostępności tych nakładów.

W latach 1993-2001 podejmowano wiele aktualnych zagadnień z zakresu modelowania ekonomicznego (I. Woroniecka—Leciejewicz). Badano wpływy szoków podażowych na gospodarkę, modelowano procesy inflacji kosztowej i popytowej oraz analizowano wpływ administracyjnych podwyżek cen i indeksacji płac na poziom inflacji w gospodarce polskiej. Analizowano szokowy wzrost cen na nośniki energii, surowce, materiały i dobra pośrednie. Oszacowano skutki inflacyjne administracyjnej podwyżki cen dla wariantowych założeń dotyczących mechanizmów inflacji kosztowej i popytowej wraz z ich rozkładem w czasie. Przeanalizowano różne przypadki przenoszenia impulsów inflacyjnych w gospodarce. Zaproponowano również miernik wrażliwości inflacyjnej gospodarki i przeprowadzono analizę tak zdefiniowanej wrażliwości dla gospodarki polskiej. Przeprowadzono analizę czynników wpływających na zmiany strukturalne zachodzące w gospodarce polskiej, w tym: postępu technicznego, zmian efektywności produkcji, zmian w strukturze popytu konsumpcyjnego, inwestycji, zmian systemowych dokonujących się w okresie transformacji (prywatyzacji przedsiębiorstw, rozwoju rynków i doskonalenia mechanizmów rynkowych zmiany w

konkurencyjności (lub zmonopolizowaniu) poszczególnych sektorów, rozwoju infrastruktury finansowej, zmieniającej się roli budżetu państwa w gospodarce. Podjęto próbę kwantyfikacji preferencji konsumpcyjnych na podstawie modelu decyzyjnego konsumenta, zakładającego racjonalność podejmowanych przez niego decyzji. Konsument dokonuje wyboru optymalnego koszyka konsumpcyjnego (rozumianego jako koszyk w dający największą satysfakcję z konsumpcji) maksymalizując funkcję użyteczności przy ograniczeniu budżetowym na wydatki konsumpcyjne. Struktura optymalnego koszyka konsumpcyjnego odzwierciedla strukturę popytu i zależy z jednej strony od preferencji konsumpcyjnych, które są parametrami funkcji użyteczności, z drugiej od informacji płynących z rynku o cenach produktów i usług.

IX. Modelowanie procesów ciągłych

Modele procesów technologicznych. Wiele prac prowadzonych w IBS PAN dotyczy modelowania ciągłych procesów technologicznych do celów optymalizacji i sterowania. Przykładowo w tym zakresie prowadzono prace nad modelowaniem procesów produkcji szkła (J. Studziński wspólnie z Z. Nahorskim i W. Tuszyńskim), mechaniczno-biologicznymi oczyszczalniami ścieków oraz komunalnymi sieciami wodociągowymi. Prace te były zastosowane w praktyce: w hucie szkła w Sandomierzu, w oczyszczalni ścieków w Rzeszowie i w sieci wodociągowej w Rzeszowie. Celem ogólnym było stworzenie zintegrowanych systemów komputerowych do wspomaganie decyzji technologicznych przy sterowaniu złożonymi systemami technicznymi na podstawie ich modeli matematycznych.

W badaniach waniach szklarskich opracowano modele dynamiki przepływu masy szklanej w pięciu wannowym, stosując do opisu modeli nieliniowe równania różniczkowe Naviera-Stokes'a

oraz liniowe równania różniczkowe zwyczajne. Estymację parametrów w modelach wykonano na podstawie pomiarów odpowiedzi impulsowej obiektu, otrzymanej w wyniku przeprowadzonego eksperymentu czynnego. Do identyfikacji modeli o parametrach skupionych zastosowano metodę identyfikacji pośredniej, umożliwiającą tworzenie modeli wysokiego rzędu o złożonej dynamice. Badania dotyczące modelowania wanien szklarskich były dofinansowane przez KBN w ramach projektu badawczego pn. „Modelowanie matematyczne i identyfikacja zbiorników z przepływem i mieszaniem cieczy nieściślnej”. Wyniki badań zostały zawarte w monografii J. Studzińskiego w języku rosyjskim („*O razrabotkie matematycznych modelej teczenja stekljamnoj masy w wannyh steklowarenyh peczach*”, Moskwa 1994), oraz prezentowane m.in. w postaci wykładów w 2 szkołach letnich nt. zaawansowanych zastosowań mechaniki, zorganizowanych przez Gesellschaft fuer Angewandte Mathematik und Mechanik w Regensburgu w 1997 r. i w Sankt-Petersburgu w 2001 r.

W badaniach oczyszczalni (Z. Nahorski, J. Studziński, L. Bogdan) opracowano oryginalną metodę estymacji objętości czynnej zbiorników przy niestacjonarnych przepływach oraz metodę planowania eksperymentu dla tego przypadku. Powstały też modele dynamiki mieszania ścieków w zbiornikach oczyszczalni oraz modele procesu technologicznego oczyszczania. Estymację parametrów w modelach wykonano – podobnie jak w przypadku badań wanien szklarskich - na podstawie pomiarów odpowiedzi impulsowej obiektu, otrzymanej w wyniku przeprowadzonego eksperymentu czynnego, oraz na podstawie pomiarów podstawowych parametrów ścieków surowych i oczyszczonych wykonywanych rutynowo w laboratorium oczyszczalni i pozyskiwanych automatycznie z zainstalowanego na obiekcie systemu monitoringu. Otrzymane modele zostały użyte do opracowania algorytmów sterowania procesem technologicznym dla uzyskania zadanych parametrów ścieków oczyszczonych. Badania dotyczące modelowania

oczyszczalni zostały dofinansowane przez KBN w ramach projektu badawczego „Optymalizacja i sterowanie procesu technologicznego w mechaniczno-biologicznej oczyszczalni ścieków na podstawie modeli matematycznych” oraz w ramach projektu celowego „System komputerowego wspomaganie decyzji technologicznych w miejskiej oczyszczalni mechaniczno-biologicznej w Rzeszowie”.

W badaniach sieci wodociągowych (J. Studziński, L. Bogdan) opracowano złożony model komunalnej sieci wodociągowej, stosując do jego opisu nieliniowe równania algebraiczne. Cechą szczególną modelu jest uwzględnienie w strukturze sieci dużej liczby obiektów aparaturowych, takich jak: zbiorniki, pompownie, hydrofornie, zawory, reduktory, zasuwy, oraz użycie godzinowych charakterystyk rozbioru wody przy symulacji komputerowej pracy sieci. Estymację parametrów w modelu wykonano na podstawie pomiarów ciśnień i przepływów wody pozyskiwanych automatycznie z zainstalowanego na obiekcie systemu monitoringu. Opracowany model został użyty do opracowania algorytmów sterowania pracą pompowni i zbiorników dla uzyskania zadanych parametrów eksploatacyjnych w węzłach odbiorczych sieci. Badania dotyczące modelowania oczyszczalni zostały dofinansowane przez KBN w ramach projektu celowego. „Komputerowy system modelowania, projektowania i sterowania siecią wodociągową w Rzeszowie”.

Prace nad modelowaniem procesów środowiska naturalnego zostały podsumowane w monografii Piotra Holnickiego, Z. Nahorskiego i Antoniego Żochowskiego („Modelowanie procesów środowiska naturalnego”, Wyższa Szkoła Informatyki Stosowanej i Zarządzania, 2000)

Modele procesów dla celów medycznych. W tym zakresie na uwagę zasługują prace Zbigniewa Nahorskiego, który zajmował się modelowaniem tętnicy udowej człowieka do diagnostyki zakrzepicy na podstawie badań ultrasonograficznych, modelowaniem przepływu

radioizotopów przez nerki. Wspólnie z Andrzejem Weryńskim (z Instytutu Biocybernetyki i Inżynierii Biomedycznej PAN) pracował nad budową modelu metabolizmu lipoprotein – głównego nośnika cholesterolu we krwi. W wyniku tych badań odkryto nieznaną wcześniej dobową zmienność współczynnika katabolizmu LDL. Prace nad modelami procesów biomedycznych Z. Nahorski i A. Weryński uogólnili i przedstawili w przyjętej do druku monografii („*Modele kompartmentowe*”, IBS PAN, seria: Badania systemowe).

L. Bogdan i Z. Nahorski zajmowali się opracowaniem modelu matematycznego układu moczowego człowieka na podstawie pomiarów radioizotopowych nerek. Modele nerek opracowano metodą identyfikacji pośredniej. Zaproponowano sposób identyfikacji górnego układu moczowego oparty na dekompozycji układu moczowego na dwie części: część związaną z układem krwionośnym i część związaną z nerkami. Model taki pozwala na wyznaczenie niektórych istotnych ocen ilościowych. Przykładowo na podstawie prezentowanego modelu można wyznaczyć stosunek rozplywu krwi do obu nerek. W dalszych pracach stosowano też dokładniejsze modele fizjologiczne uwzględniające, w szczególności, różne długości nefronów. Wykazano, że modele kompartmentowe można traktować jako aproksymację modeli dokładniejszych.

Modele sieci zbiorników retencyjnych. Prowadzono badania nad modelami optymalnego rozrządu wody w systemie wodno-melioracyjnym na przykładzie zlewni górnej Noteci. Prace nad takim modelem prowadzili J. Gutenbaum, M. Inkielman, J. Babarowski, H. Pietkiewicz-Sałdan.

W ramach tych badań opracowano strukturę hierarchiczną do zarządzania oraz operacyjnego sterowania systemem. Zadanie sprowadzono do dwupoziomowego algorytmu optymalnego rozdziału zasobów w sieci: na poziomie górnym optymalizuje się przepływy w sieci, a na

poziomie dolnym rozdział między odbiorców, czerpiących z tego samego węzła. Sformułowano zadanie optymalizacji repetycyjnej rozrządu wody, jako zadanie maksymalizacji produkcji rolnej. Przedstawiono metodę optymalizacji parametrów reguł decyzyjnych sterowania sieciami dendrytowymi. Uwzględniono stochastyczny charakter funkcji celu i ograniczeń. Wprowadzając reguły decyzyjne dokonano dekompozycji problemu na zadanie planowania i sterowania operacyjnego zbiornikami. Opracowano metodę komputerowego przekształcania ograniczeń stochastycznych w postać deterministyczną, na podstawie rozkładów prawdopodobieństw opadów. Opracowano koncepcję bazy danych wodno-melioracyjnych. Przeprowadzono symulację działania systemu sterowania.

M. Inkielman opublikował dwie monografie na temat sterowania siecią zbiorników retencyjnych. (*„Analiza i symulacyjne badania liniowych reguł decyzyjnych do sterowania rozrządem wody w systemach wielozbiornikowych”*, PWN 1991; *Symulacyjne metody analizy sterowanych wielozbiornikowych systemów wodnych”*, IBS PAN 1995)

X. Modelowanie wybranych procesów o parametrach rozłożonych

Modele przemian fazowych. Przemiany fazowe typu ciało stałe – ciecz lub ciecz – gaz występują w wielu procesach technologicznych, w szczególności w procesach elektrochemicznych, metalurgicznych, krystalizacyjnych, przy mrożeniu i konsolidacji struktur geologicznych, przy filtracji w ośrodkach porowatych. Modelowanie tego typu procesów należy do najtrudniejszych zadań modelowania matematycznego ze względu na ich zależność zarówno od czasu, jak i od zmiennych przestrzennych, a także istotny wpływ nieciągłości charakterystyk na granicy faz. Toteż na specjalne omówienie zasługują prace Ireny Pawłowej prowadzone na światowym poziomie. O poziomie tych prac świadczą zarówno nazwiska współautorów (np. N. Kenmochi z Japonii, H.W.

Alt z Niemiec), a także tytuły czasopism oraz serii monograficznych, w których są publikowane (Advances in Mathematical Sciences and Applications, Journal of Differential Equations, Applied Mathematics and Optimization, Control and Cybernetics i inne).

Szczegółowe wyniki prac Ireny Pawłow dotyczą istnienia i jednoznaczności globalnych w czasie rozwiązań równań modelujących wielowymiarowe dwufazowe zjawiska ze swobodną granicą (zagadnienie Stefana) z nieliniowymi współczynnikami i źródłami. Odrębny, nowatorski nurt badań stanowiło zastosowanie abstrakcyjnej teorii równań ewolucyjnych z operatorem subróżniczkowym do analizy paraboliczno-eliptycznych zagadnień ze swobodnymi granicami i zależnymi od czasu ograniczeniami na zmienne stanu na brzegu obszaru lub w jego wnętrzu. Problemy tego typu występują, na przykład w przepływach w ośrodkach porowatych i w procesach formowania elektrochemicznego.

Metodę operatora różniczkowanego zastosowano również do modelowania dyfuzyjnych termodynamicznie niestabilnych procesów separacji faz, charakteryzujących się naturalnymi ograniczeniami na zmienne stanu. Z punktu widzenia matematycznego są to zagadnienia paraboliczne czwartego rzędu z niemonotonicznymi nieliniowościami. Procesy tego typu sprzężone z transportem energii stały się podstawą nowego kierunku badań, polegających na analizie teoretycznej istnienia globalnych w czasie rozwiązań oraz konstrukcji poprawnych termodynamicznie klas modeli i ich symulacji numerycznej.

Prace w dziedzinie nieizotermicznej separacji faz zapoczątkowały nowatorski kierunek badań dotyczących konstrukcji modeli przemian fazowych opartych na parametrze porządku. Istotą zaproponowanego podejścia było ścisłe matematyczne sformułowanie i odpowiednie wykorzystanie aksjomatu entropii z mnożnikami, które wyraża drugą zasadę termodynamiki. Metodologia ta była dalej rozwijana w zastosowaniu do konstrukcji rozmaitych poprawnych

termodynamicznie klas modeli matematycznych ośrodków ciągłych z mikrostrukturą, opisywanych wektorowym parametrem porządku. Inne zastosowanie metody dotyczy nowego modelu procesu przemiany fazowej typu ciało stałe – ciecz z energią wewnętrzną jako parametrem porządku, który ma postać izomorficzną do równania Cahn-Hilliarda.

Prowadzone aktualnie przez I. Pawłow badania dotyczą nieliniowych materiałów termosprężystych z pamięcią kształtu oraz zagadnień związanych z tzw. procesem Czochralskiego, stosowanym przy przemysłowej produkcji monokryształów krzemu i germanu. Występują tu nierozwiązane problemy badawcze, które stanowią aktualnie obszar zainteresowań nauki światowej. W tym zakresie zaproponowano nowy trójwymiarowy model strukturalnych przemian fazowych w ciałach stałych, w którego budowie zastosowano prawa zachowania i zasadę entropii z mnożnikami. Stanowi on uogólnienie znanego z literatury modelu jednowymiarowego (model Falka) na trójwymiarowy. Opisuje pola prędkości i temperatury w obszarach stopu i kryształu wraz z dynamiką powierzchni międzyfazowych stop-kryształ, kryształ-powietrze oraz dynamikę krzywej kontaktu trzech faz. Przy uproszczeniu polegającym na uwzględnieniu jedynie zjawisk termicznych, model sprowadza się do dwufazowego zagadnienia Stefana z konwekcją, określonego w zadanym obszarze, zależnym od czasu. W wyniku wieloletnich badań otrzymano nowe rezultaty dotyczące istnienia i jednoznaczności globalnych rozwiązań dla modeli tego typu.

Szczegółowy spis publikacji Ireny Pawłow zawarty jest w rozdziale dotyczącym optymalizacji.

Modelowanie materiałów z pamięcią kształtu. W tym zakresie, ważnym ze względu na możliwości stosowania materiałów z pamięcią kształtu w dziedzinie wysokich technologii, pojawiają się trudne i nierozwiązane problemy matematyczne. Prace teoretyczne na ten temat prowadzili Antoni Żochowski z prof. K. H. Hoffmanem z Berlina („*Existance of Solutions to some Nonlinear Thermoelastic Systems with Viscosity*”, *Math.Methods in the Applied Sciences*, 7 (21), 1988) oraz z I. Pawłow. („*Nonlinear Thermoelastic Systems with Viscosity and Nonlocality*”, w: *Free Boundary Problems; Theory and Applications. Proceeding of the Conference, Gakkotosho, Tokyo, 2000*) Zastosowali w nich oryginalną metodę dekompozycji parabolicznej. Uzyskali istotne i oryginalne wyniki dotyczące istnienia i własności rozwiązań równań różniczkowych cząstkowych tworzących model.







