

**Raport Badawczy**

**RB/21/2013**

**Research Report**

**Optymalne strategie fiskalne  
i monetarne w grze  
ze zmodyfikowaną funkcją  
logistyczną. Analiza  
symulacyjna**

**I. Woroniecka-Leciejewicz**

**Instytut Badań Systemowych  
Polska Akademia Nauk**

**Systems Research Institute  
Polish Academy of Sciences**



**POLSKA AKADEMIA NAUK**

**Instytut Badań Systemowych**

ul. Newelska 6

01-447 Warszawa

tel.: (+48) (22) 3810100

fax: (+48) (22) 3810105

Kierownik Zakładu zgłaszający pracę:

Prof. nadzw. dr hab. inż. Lech Kruś

Warszawa 2013

# OPTYMALNE STRATEGIE FISKALNE I MONETARNE W GRZE ZE ZMODYFIKOWANĄ FUNKCJĄ LOGISTYCZNĄ. ANALIZA SYMULACYJNA

Irena Woroniecka-Leciejewicz  
Instytut Badań Systemowych PAN

## Streszczenie

Praca przedstawia wyniki analizy symulacyjnej *policy-mix* przeprowadzonej na podstawie gry fiskalno-monetarnej, w której władze fiskalne i monetarne podejmują decyzje o wyborze optymalnych strategii z punktu widzenia realizacji własnych celów gospodarczych (pożądanych wartości dla dynamiki PKB i inflacji). Do odzwierciedlenia zależności między instrumentami polityki fiskalnej (deficytem budżetowym w relacji do PKB) i monetarnej (realną stopą procentową) a uzyskanymi w wyniku ich zastosowania efektami ekonomicznymi wykorzystano zmodyfikowaną funkcję logistyczną. Przyjęta metoda badawcza umożliwia uwzględnienie specyfiki wpływu tych instrumentów na koniunkturę, polegającej na ograniczonych możliwościach stosowania skrajnie restrykcyjnych bądź skrajnie ekspansywnych polityk i ich oddziaływania na stan gospodarki.

Badania symulacyjne miały na celu pokazanie wpływu zarówno parametrów funkcji, jak priorytetów władz fiskalnych i monetarnych na stan równowagi Nasha utożsamiany z wyborem określonej kombinacji polityki budżetowej i pieniężnej. Na podstawie uzyskanych wyników przedstawiono analizę izokwant wzrostu PKB i izokwant inflacji pokazujących jakie alternatywne *policies-mix* (stanowiące kombinacje polityki fiskalnej i monetarnej o określonym stopniu restrykcyjności/ekspansywności) umożliwiają osiągnięcie przyjętej dynamiki PKB i założonego poziomu inflacji. Izokwanty te pozwalają zaobserwować rozwiązania Pareto-optymalne i rozwiązania bliskie optymalnym (z dopuszczalnym przedziałem wahań wokół wartości pożądanej).

## 1. Wprowadzenie

Praca przedstawia problem wyboru *policy-mix* w kontekście teorii gier i wzajemnych uwarunkowań decyzyjnych między władzami fiskalnymi (rządem) a monetarnymi (bankiem centralnym). *Policy-mix* stanowi w tym ujęciu kombinację polityki fiskalnej i monetarnej o określonym stopniu restrykcyjności/ekspansywności każdej z nich.

Przedmiotem analizy jest gra, której istota zawarta jest w tabeli 1 przedstawiającej tablicę wypłat dla takiej gry. Strategie władz fiskalnych (rządu) oznaczają strategię polityki budżetowej – od skrajnie restrykcyjnej w pierwszym wierszu do skrajnie ekspansywnej w ostatnim. Jako miernik stopnia restrykcyjności/ekspansywności polityki fiskalnej przyjęto poziom deficytu budżetowego w relacji do PKB. Analogicznie strategię władz monetarnych (banku centralnego) oznaczają strategię polityki pieniężnej – od skrajnie restrykcyjnej w pierwszej kolumnie do skrajnie ekspansywnej w ostatniej, przy czym jako wyznacznik restrykcyjności/ekspansywności polityki monetarnej przyjęto wysokość realnej stopy procentowej. Wypłaty zostały oznaczone w następujący sposób:  $y_{ij}$  - wypłata władz fiskalnych (tempo wzrostu PKB) w przypadku, gdy rząd stosuje strategię fiskalną  $F_i$ , a bank centralny strategię monetarną  $M_j$ ,  $p_{ij}$  - wypłata władz monetarnych (inflacja) w tej samej sytuacji strategicznej. Symbolem  $b_i$  oznaczono deficyt budżetowy w relacji do PKB, charakteryzujący  $i$ -tą strategię fiskalną, natomiast  $r_j$  - realną stopę procentową przypisaną  $j$ -tej strategii pieniężnej. Zakłada się, że władze fiskalne i monetarne decyzje podejmują samodzielnie, a stan równowagi Nasha w takiej grze utożsamiany z wyborem określonej kombinacji polityki budżetowej i pieniężnej.

Przedstawiona w pracy analiza stanowi kontynuację badań autorki (Woroniecka-Leciejewicz (2006-2012)) dotyczących problematyki wyboru *policy-mix* z wykorzystaniem gry między rządem a bankiem centralnym. We wcześniejszych publikacjach (Woroniecka-Leciejewicz (2008-2011)) do wyprowadzenia formuł określających nieliniowe zależności między wartościami w tablicy wypłat w

grze, oznaczającymi odpowiednio wzrost gospodarczy i inflację a instrumentami *policy-mix* wykorzystano wzór na rozwiniecie funkcji w szereg Taylora i na tej podstawie wnioskowano o równowadze w grze i Pareto-optymalności rozwiązań. Mając na uwadze chęć uzupełnienia teoretycznych rozważań zawartych w powyższych publikacjach o analizę symulacyjną pozwalającą na rozpatrzenie różnych wariantów uwarunkowań koniunktury, w szczególności w kontekście skuteczności polityki fiskalnej i monetarnej w oddziaływaniu na stan gospodarki – w ostatniej publikacji (Woroniecka-Leciejewicz (2012)) zaprezentowano pierwsze obliczenia dla gry fiskalno-monetarnej z wykorzystaniem zmodyfikowanej funkcji logistycznej oraz wstępne wyniki badań oraz ich interpretację.

Tabela 1. Gra fiskalno- monetarna – tablica wypłat

Tablica wypłat		Bank centralny - polityka monetarna			
		← restrykcyjna		ekspansywna →	
		Strategia monetarna $M_1$ (stopa proc. $r_1$ )	Strategia monetarna $M_2$ (stopa proc. $r_2$ )	...	Strategia monetarna $M_n$ (stopa proc. $r_n$ )
Rząd – polityka fiskalna ekspansywna ↑ restrykcyjna ↓	Strategia fiskalna $F_1$ (deficyt budżetowy $b_1$ )	$p_{11}$	$p_{12}$	...	$p_{1n}$
	$y_{11}$	$y_{12}$	...	$y_{1n}$	
	Strategia fiskalna $F_2$ (deficyt budżetowy $b_2$ )	$p_{21}$	$p_{22}$	...	$p_{2n}$
	$y_{21}$	$y_{22}$	...	$y_{2n}$	
...					
Strategia fiskalna $F_m$ (deficyt budżetowy $b_m$ )	$p_{m1}$	$p_{m2}$	...	$p_{mn}$	
$y_{m1}$	$y_{m2}$	...	$y_{mn}$		

Zastosowanie modyfikacji funkcji logistycznej umożliwia uwzględnienie specyfiki oddziaływania instrumentów polityki fiskalnej i monetarnej na stan gospodarki (w tym na dynamikę PKB i inflację) polegającej na tym, że są one skuteczne jedynie w pewnym przedziale wahań instrumentu, a poza nim ich skuteczność maleje. Oznacza to m.in., że możliwości obniżania inflacji poprzez stosowanie coraz bardziej restrykcyjnej polityki monetarnej są ograniczone, podobnie jak możliwości pobudzenia wzrostu gospodarczego przez coraz bardziej ekspansywną politykę fiskalną.

Badania z wykorzystaniem funkcji logistycznej były kontynuowane w kierunku uwzględnienia z jednej strony wpływu parametrów charakteryzujących skuteczność i zakres wahań instrumentów *policy-mix*, z drugiej oddziaływania wyznaczonych przez władze fiskalne i monetarne celów makroekonomicznych – na wyniki gry, w tym równowagę i Pareto-optymalność rozwiązań. Rezultatem przeprowadzonych badań jest niniejsza publikacja.

## 2. Założenia dotyczące wpływu instrumentów *policy-mix* na stan gospodarki

Gra analizowana jest przy przyjęciu pewnych założeń dotyczących wpływu instrumentów polityki fiskalnej i monetarnej na stan gospodarki, charakteryzowany przez wzrost PKB i inflację. Zakłada się, że:

- wzrost stopy procentowej, *ceteris paribus*, wywołuje spadek tempa wzrostu gospodarczego ( $\frac{\partial y}{\partial r} < 0$ ) oraz ograniczenie inflacji ( $\frac{\partial p}{\partial r} < 0$ ),
- wzrost deficytu budżetowego, *ceteris paribus*, przyczynia się do wzrostu inflacji ( $\frac{\partial p}{\partial b} > 0$ ).

Problem stanowi przyjęcie założenia dotyczącego wpływu deficytu budżetowego na realny wzrost produkcji w gospodarce. Można rozważyć dwa warianty:

- A – wzrost deficytu budżetu państwa, *ceteris paribus*, powoduje zwiększenie tempa wzrostu PKB ( $\frac{\partial y}{\partial b} > 0$ ),

B – wzrost deficytu budżetowego, *ceteris paribus*, ogranicza wzrost PKB ( $\frac{\partial y}{\partial b} < 0$ ).

Dodatkowo zakłada się, że:  $\Delta b_i = b_i - b_{i-1} > 0$ ,  $\Delta r_j = r_j - r_{j-1} < 0$ , co oznacza odzwierciedlenie przyjętego schematu w konstrukcji tablicy wypłat dotyczącego kolejności strategii fiskalnych i monetarnych – zaczynając od restrykcyjnych i przechodząc do ekspansywnych, przy czym wzrost stopnia ekspansywności polityki fiskalnej następuje wraz z rosnącym deficytem budżetowym, a wzrost stopnia ekspansywności polityki monetarnej – wraz z malejącą stopą procentową.

Prezentowane w niniejszej pracy badania koncentrują się na analizie gry fiskalno-monetarnej dla wariantu założeń A, który wydaje się bardziej realistycznie odzwierciedlać wpływ polityki fiskalnej na możliwości wzrostu gospodarczego w krótkim okresie.

Do odzwierciedlenia zależności między wzrostem gospodarczym i inflacją a instrumentami stabilizacyjnej polityki makroekonomicznej wykorzystano zmodyfikowaną funkcję logistyczną, która umożliwia uwzględnienie specyfiki oddziaływania instrumentów polityki fiskalnej i monetarnej polegającej m.in. na tym, że ich skuteczność jest największa w pewnym przedziale wahań instrumentu, a poza nim jest ograniczona. Oznacza to, że możliwości obniżania inflacji poprzez stosowanie coraz bardziej restrykcyjnej polityki monetarnej są ograniczone, podobnie jak możliwości pobudzania wzrostu gospodarczego przez coraz bardziej ekspansywną politykę fiskalną.

Zastosowanie funkcji logistycznej do odzwierciedlenia oddziaływania instrumentów *policy-mix* na stan gospodarki w grze fiskalno-monetarnej z uwzględnieniem istotnych w tym kontekście własności funkcji i interpretacji parametrów przedstawiono w ostatniej publikacji autorki (Woroniecka-Leciejewicz (2012))

Wpływ instrumentu fiskalnego, tj. deficytu budżetowego w relacji do PKB ( $b$ ), na tempo wzrostu gospodarczego ( $y$ ) charakteryzuje rosnąca funkcja logistyczna:  $y = f(b) = \frac{\alpha_1}{1 + \beta_1 e^{-\chi_1 b}} + \delta_1$ , przy czym  $\beta_1 > 0$ ,  $\chi_1 > 0$ ,  $\alpha_1 > 0$ . Oznacza to, że wzrost deficytu budżetowego, *ceteris paribus*, przyczynia się do ożywienia wzrostu gospodarczego ( $\frac{\partial y}{\partial b} > 0$ ), ale skuteczność oddziaływania polityki budżetowej na koniunkturę gospodarczą jest ograniczona tylko do pewnego przedziału wahań wartości instrumentu. Zakłada się, że ograniczone są zarówno możliwości pobudzania wzrostu poprzez stosowanie coraz bardziej ekspansywnej polityki fiskalnej (podwyższanie deficytu) jak i możliwości negatywnego wpływu na dynamikę produkcji przez coraz bardziej restrykcyjną politykę polegającą na redukcji deficytu (zwiększaniu nadwyżki budżetowej). Przy skrajnie restrykcyjnej polityce fiskalnej wzrost PKB jest najniższy i równy  $\delta_1$  ( $y_{\min} = \delta_1$ ), a dalszy wzrost restrykcyjności polityki nie ma już wpływu na dynamikę produkcji. Analogicznie przy skrajnie ekspansywnej polityce najwyższy realny wzrost PKB jest równy  $\delta_1$  ( $y_{\max} = \delta_1 + \alpha_1$ ), a dalsze zwiększanie jej ekspansywności przestaje być skuteczne.

Oddziaływanie stopy procentowej ( $r$ ) na wzrost gospodarczy ( $y$ ) opisuje malejąca funkcja logistyczna:  $y = f(r) = \frac{\alpha_2}{1 + \beta_2 e^{-\chi_2 r}} + \delta_2$ , przy czym  $\beta_2 > 0$ ,  $\chi_2 > 0$ ,  $\alpha_2 < 0$ . Wraz ze wzrostem stopy procento-

wej następuje spadek dynamiki PKB ( $\frac{\partial y}{\partial r} < 0$ ) z początkowo maksymalnej ( $y_{\max} = \delta_2$ ) przy skrajnie ekspansywnej polityce pieniężnej i towarzyszącej jej ekstremalnie niskiej wartości stopy procentowej – do najniższej ( $y_{\min} = \delta_2 + \alpha_2$ ), gdy stopa procentowa osiąga skrajnie wysoki poziom. Skuteczność polityki monetarnej w oddziaływaniu na dynamikę PKB maleje wraz z przechodzeniem w kierunku polityki skrajnie ekspansywnej (lub skrajnie restrykcyjnej) – przykładowo możliwości pobudzania wzrostu gospodarczego przez stosowanie coraz bardziej ekspansywnej polityki pieniężnej polegającej na ekstremalnym obniżaniu stóp procentowych są ograniczone, taka polityka nie przynosi spodziewanych efektów.

Analogicznie oddziaływanie instrumentu fiskalnego na inflację ( $p$ ) opisuje rosnąca funkcja logistyczna:  $p = f(b) = \frac{\alpha_3}{1 + \beta_3 e^{-\chi_3 b}} + \delta_3$ , przy czym  $\beta_3 > 0$ ,  $\chi_3 > 0$ ,  $\alpha_3 > 0$ . Zakłada się tym samym, że wzrost deficytu budżetu państwa towarzyszący ekspansywnej polityce fiskalnej, *ceteris paribus*, zwiększa napięcia inflacyjne w gospodarce i poziom inflacji ( $\frac{\partial p}{\partial b} > 0$ ), a zmniejszanie deficytu ma wpływ na ograniczanie inflacji, ale skuteczność polityki budżetowej maleje wraz z przechodzeniem w kierunku polityki coraz bardziej ekspansywnej lub skrajnie restrykcyjnej. Dla skrajnie restrykcyjnej polityki fiskalnej inflacja jest na ekstremalnie niskim poziomie ( $p_{\min} = \delta_3$ ) i dalszy wzrost restrykcyjności tej polityki nie przyczynia się już do obniżania inflacji. Podobnie ograniczoną skuteczność polityki fiskalnej i jej instrumentów w oddziaływaniu na inflację można obserwować przy skrajnie ekspansywnej polityce, gdy inflacja jest najwyższa ( $p_{\max} = \delta_3 + \alpha_3$ ) i dalsze zwiększanie ekspansywności nie wywołuje już wzrostu inflacji.

Wpływ stopy procentowej ( $r$ ) na inflację ( $p$ ) opisuje malejąca funkcja logistyczna:  $p = f(r) = \frac{\alpha_4}{1 + \beta_4 e^{-\chi_4 r}} + \delta_4$ , przy czym  $\beta_4 > 0$ ,  $\chi_4 > 0$ ,  $\alpha_4 < 0$ . Oznacza to, że wraz ze wzrostem stopy procentowej następuje ograniczenie poziomu inflacji ( $\frac{\partial p}{\partial r} < 0$ ) z początkowo ekstremalnie wysokiego ( $p_{\max} = \delta_4$ ) przy skrajnie ekspansywnej polityce pieniężnej – do ekstremalnie niskiego ( $p_{\min} = \delta_4 + \alpha_4$ ) przy polityce skrajnie restrykcyjnej. I w tym przypadku zastosowanie funkcji logistycznej wskazuje na ograniczoną skuteczność polityki pieniężnej – przykładowo możliwości obniżania inflacji poprzez stosowanie coraz bardziej restrykcyjnej polityki monetarnej (podwyższanie stopy procentowej do skrajnie wysokich wartości) są ograniczone.

### 3. Równowaga Nasha w grze a priorytety polityki fiskalnej i monetarnej. Wyniki symulacji

Do obliczenia wypłat w grze fiskalno-monetarnej wykorzystano zmodyfikowaną funkcję logistyczną. Zarówno wypłata władz fiskalnych – tempo wzrostu PKB ( $y$ ), jak i władz monetarnych – inflacja ( $p$ ), zależą od instrumentów *policy mix*: deficytu budżetowego w relacji do PKB ( $b_i$ ) i realnej stopy procentowej ( $r_j$ ):

$$y_{ij} = f(b_i, r_j) = \frac{\alpha_1}{1 + \beta_1 e^{-\chi_1 b_i}} + \frac{\alpha_2}{1 + \beta_2 e^{-\chi_2 r_j}} + \delta_1, \quad (1)$$

$$p_{ij} = f(b_i, r_j) = \frac{\alpha_3}{1 + \beta_3 e^{-\chi_3 b_i}} + \frac{\alpha_4}{1 + \beta_4 e^{-\chi_4 r_j}} + \delta_2. \quad (2)$$

Wyniki obliczeń dla wybranych parametrów (wariant 1) zawarto w tabeli 2, która przedstawia tablicę wypłat. Dla każdej kombinacji polityki fiskalnej i monetarnej podano tempo wzrostu PKB – lewy dolny róg każdej komórki oraz poziom inflacji – prawy górny róg. Najniższa inflacja, ale jednocześnie najniższy wzrost gospodarczy występuje w przypadku wyboru kombinacji skrajnie restrykcyjnych polityk: monetarnej i fiskalnej (lewy górny róg tablicy wypłat). Wraz ze wzrostem stopnia ekspansywności polityki monetarnej *ceteris paribus* i obniżaniem stopy procentowej (przejsięcie w prawo) zwiększa się inflacja i rośnie tempo wzrostu PKB. Również na skutek wzrostu ekspansji polityki fiskalnej *ceteris paribus* i rosnącego deficytu budżetowego (przejsięcie w dół) następuje wzrost inflacji i dynamiki produkcji. Najwyższą inflacją, ale i najszybszym wzrostem PKB charakteryzuje się gospodarka, gdy zarówno polityka pieniężna jak i budżetowa mają charakter skrajnie ekspansywny (prawy dolny róg tablicy).

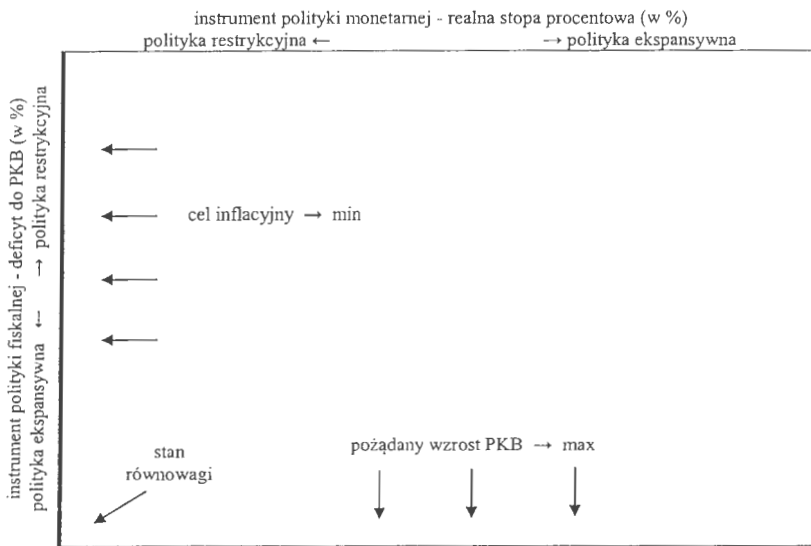
Władze fiskalne i monetarne wybierając optymalne strategie kierują się własnymi celami. W badaniach rozważono dwa przypadki: pierwszy, w którym zakłada się, że władze fiskalne dążą do maksymalizacji tempa wzrostu PKB, a monetarne do minimalizacji inflacji oraz drugi, w którym

przyjmuje się, że władze monetarne i fiskalne wyznaczają własne cele, które chcą osiągnąć, określając pożądany cel inflacyjny i planowaną dynamikę PKB.

W pierwszym przypadku dla każdej strategii monetarnej  $j$  władze fiskalne wybierają optymalną strategię fiskalną  $i^*$  maksymalizując tempo wzrostu PKB:  $\min_i y_{ij}$ . Analogicznie władze monetarne

dla każdej strategii fiskalnej  $i$  wybierają optymalną strategię monetarną  $j^*$ , która charakteryzuje się minimalnym poziomem inflacji:  $\min_j p_{ij}$ . W takiej sytuacji władze fiskalne dysponują strategią do-

minującą, którą jest skrajnie ekspansywna polityka budżetowa. Jest ona z punktu widzenia rządu strategią optymalną niezależnie od tego, jakie decyzje odnośnie wysokości stóp procentowych podejmuje bank centralny. Analogicznie skrajnie restrykcyjna polityka pieniężna stanowi dla władz monetarnych strategię dominującą, która jest optymalna niezależnie od tego, jaką strategię polityki fiskalnej wybiera rząd – restrykcyjną czy ekspansywną. Równowaga w grze (przy czym stan równowagi utożsamiany jest z wyborem określonej *policy-mix*) jest wówczas determinowana przez strategię dominującą, składającą do wyboru kombinacji skrajnie restrykcyjnej polityki monetarnej i skrajnie ekspansywnej fiskalnej (przedstawia to rys. 1).



Rys. 1. Dominujące strategie fiskalne i monetarne – przypadek maksymalizacji realnego wzrostu PKB i minimalizacji inflacji

W drugim przypadku zakłada się, że władze fiskalne i monetarne dążą do minimalizacji odchylenia odpowiednio wzrostu PKB i inflacji od wartości pożądanych. Przyjmuje się, że dla każdej strategii monetarnej  $j$  władze fiskalne wybierają optymalną strategię fiskalną  $i^*$  minimalizując odchylenie (co do wartości bezwzględnej) wzrostu PKB od pożądanej wartości:  $\max_i |y_{ij} - y^*|$ . Analogicznie władze monetarne dla każdej strategii fiskalnej  $i$  wybierają optymalną strategię monetarną  $j^*$ , która charakteryzuje się minimalnym odchyleniem (co do modułu) inflacji od wartości pożądanej (celu inflacyjnego):  $\min_j |p_{ij} - p^*|$ .

Tabela 2. Tablica wypłat. Optymalne strategie fiskalne i monetarne. Równowaga Nasha

	3,0	2,8	2,6	2,5	2,4	2,3	2,2	2,1	2,0	1,9	1,8	1,6	1,0	0,0
-1,0	-1,13	-1,02	-0,89	-0,82	-0,74	-0,65	-0,56	-0,46	-0,34	-0,22	-0,09	0,19	1,30	3,84
0,0	0,02	0,13	0,26	0,33	0,41	0,50	0,60	0,70	0,81	0,93	1,06	1,35	2,46	5,00
1,0	1,18	1,29	1,42	1,49	1,57	1,66	1,75	1,86	1,97	2,09	2,22	2,50	3,61	6,16
1,2	1,36	1,47	1,60	1,68	1,76	1,84	1,94	2,04	2,15	2,27	2,40	2,69	3,80	6,34
1,4	1,53	1,64	1,77	1,85	1,93	2,01	2,11	2,21	2,32	2,44	2,57	2,86	3,97	6,51
1,6	1,68	1,79	1,92	1,99	2,07	2,16	2,26	2,36	2,47	2,59	2,72	3,01	4,12	6,66
1,8	1,81	1,92	2,05	2,13	2,21	2,29	2,39	2,49	2,60	2,72	2,85	3,14	4,25	6,79
2,0	1,93	2,03	2,16	2,24	2,32	2,41	2,50	2,60	2,72	2,84	2,96	3,25	4,36	6,90
2,2	2,02	2,13	2,26	2,34	2,42	2,50	2,60	2,70	2,81	2,93	3,06	3,35	4,46	7,00
2,4	2,11	2,21	2,34	2,42	2,50	2,59	2,68	2,78	2,90	3,02	3,14	3,43	4,54	7,08
2,6	2,18	2,28	2,41	2,49	2,57	2,66	2,75	2,85	2,97	3,09	3,21	3,50	4,61	7,15
2,8	2,24	2,34	2,47	2,55	2,63	2,72	2,81	2,91	3,02	3,14	3,27	3,56	4,67	7,21
3,0	2,28	2,39	2,52	2,60	2,68	2,77	2,86	2,96	3,07	3,19	3,32	3,61	4,72	7,26
3,2	2,33	2,43	2,56	2,64	2,72	2,81	2,90	3,00	3,12	3,24	3,36	3,65	4,76	7,30
4,0	2,43	2,54	2,67	2,74	2,82	2,91	3,01	3,11	3,22	3,34	3,47	3,76	4,87	7,41
5,0	2,49	2,60	2,73	2,80	2,88	2,97	3,06	3,17	3,28	3,40	3,53	3,81	4,92	7,47
6,0	2,51	2,62	2,75	2,82	2,90	2,99	3,08	3,19	3,30	3,42	3,55	3,84	4,95	7,49
	4,22	4,27	4,33	4,36	4,40	4,44	4,48	4,53	4,58	4,64	4,69	4,83	5,33	6,49

Parametry (wariant 1):  $\alpha_1=6; \beta_1=1; \chi_1=1; \alpha_2=-5; \beta_2=1; \chi_2=1; \delta_1=3; \alpha_3=5; \beta_3=1; \chi_3=1; \alpha_4=-11; \beta_4=1; \chi_4=1; \delta_2=8$ .

Oznaczenia: optymalne strategie: 3,52 – fiskalne, 2,49 – monetarne, równowaga Nasha – rozwiązanie obramowane pogrubioną linią

Pożądaný wzrost PKB = 3,5%, cel inflacyjny=2,5%



Tabela 3. Tablica wypłat. Rozwiązania umożliwiające osiągnięcie przyjętych celów gospodarczych (z dopuszczalnymi przedziałami wahań)

	3,0	2,8	2,6	2,5	2,4	2,3	2,2	2,1	2,0	1,9	1,8	1,6	1,0	0,0																
-1,0	-0,15	-1,13	-1,02	-0,89	-0,82	-0,74	-0,65	-0,56	-0,46	-0,34	-0,22	-0,09	0,19	1,30	2,11	3,84														
0,0	1,24	0,02	1,29	1,35	0,26	0,33	1,38	0,41	1,42	0,50	1,46	1,50	0,60	1,55	0,70	1,60	0,81	1,65	0,93	1,71	1,06	1,84	1,35	2,34	2,46	3,50	5,00			
1,0	2,62	1,18	2,67	1,29	1,42	1,49	2,73	2,77	2,80	1,57	1,66	2,84	2,89	1,75	2,93	1,86	2,98	1,97	3,04	2,09	3,10	2,22	3,23	2,50	3,73	3,61	4,89	6,16		
1,2	2,85	1,36	2,90	1,47	1,60	1,68	2,96	2,99	3,03	1,76	1,84	3,07	3,07	1,84	3,11	1,94	3,16	2,04	3,21	2,15	3,26	2,27	3,32	2,40	3,45	2,69	3,96	3,80	5,11	6,34
1,4	3,05	1,53	3,10	1,64	1,77	1,85	3,16	3,19	3,23	1,93	1,93	3,27	3,27	2,01	3,31	2,11	3,36	2,21	3,41	2,32	3,46	2,32	3,52	2,57	3,65	2,86	3,96	3,97	5,31	6,51
1,6	3,23	1,68	3,28	1,79	1,92	1,99	3,34	3,37	3,41	2,07	2,16	3,45	3,45	2,16	3,49	2,26	3,54	2,36	3,59	2,47	3,64	2,59	3,70	2,72	3,83	3,01	4,34	4,12	5,49	6,66
1,8	3,39	1,81	3,44	1,92	2,05	2,13	3,49	3,53	3,56	2,21	2,29	3,60	3,60	2,29	3,65	2,39	3,69	2,49	3,74	2,60	3,80	2,72	3,86	2,85	3,99	3,14	4,49	4,25	5,65	6,79
2,0	3,52	1,93	3,57	2,03	2,16	2,24	3,63	3,66	3,70	2,32	2,41	3,74	3,74	2,41	3,78	2,50	3,83	2,60	3,88	2,72	3,94	2,84	3,99	2,96	4,12	3,25	4,63	4,36	5,78	6,90
2,2	3,64	2,02	3,69	2,13	2,26	2,34	3,75	3,78	3,82	2,42	2,50	3,86	3,86	2,50	3,90	2,60	3,95	2,70	4,00	2,81	4,05	2,93	4,11	3,06	4,24	3,35	4,75	4,46	5,90	7,00
2,4	3,74	2,11	3,79	2,21	2,34	2,42	3,85	3,88	3,92	2,50	2,59	3,96	3,96	2,59	4,00	2,68	4,05	2,78	4,10	2,90	4,15	3,02	4,21	3,14	4,34	3,43	4,85	4,54	6,00	7,08
2,6	3,82	2,18	3,87	2,28	2,41	2,49	3,93	3,96	4,00	2,57	2,66	4,04	4,04	2,66	4,08	2,75	4,13	2,85	4,18	2,97	4,24	3,09	4,29	3,21	4,43	3,50	4,93	4,61	6,09	7,15
2,8	3,89	2,24	3,94	2,34	2,47	2,55	4,00	4,04	4,07	2,63	2,72	4,11	4,11	2,72	4,15	2,81	4,20	2,91	4,25	3,02	4,31	3,14	4,37	3,27	4,50	3,56	5,00	4,67	6,16	7,21
3,0	3,95	2,28	4,00	2,39	2,52	2,60	4,06	4,09	4,13	2,68	2,77	4,17	4,17	2,77	4,21	2,86	4,26	2,96	4,31	3,07	4,37	3,19	4,42	3,32	4,56	3,61	5,06	4,72	6,22	7,26
3,2	4,00	2,33	4,05	2,43	2,56	2,64	4,11	4,14	4,18	2,72	2,81	4,22	4,22	2,81	4,26	2,90	4,31	3,00	4,36	3,12	4,42	3,24	4,47	3,36	4,60	3,65	5,11	4,76	6,27	7,30
4,0	4,13	2,43	4,18	2,54	2,67	2,74	4,24	4,27	4,31	2,82	2,91	4,35	4,35	2,91	4,39	3,01	4,44	3,11	4,49	3,22	4,54	3,34	4,47	3,47	4,60	3,76	5,24	4,87	6,39	7,41
5,0	4,20	2,49	4,25	2,60	2,73	2,80	4,31	4,34	4,38	2,88	2,97	4,42	4,42	2,97	4,46	3,06	4,51	3,17	4,56	3,28	4,61	3,40	4,60	3,53	4,67	3,81	5,30	4,92	6,46	7,47
6,0	4,22	2,53	4,27	2,62	2,75	2,82	4,33	4,36	4,40	2,90	2,99	4,44	4,44	2,99	4,48	3,08	4,53	3,19	4,58	3,30	4,64	3,42	4,69	3,55	4,83	3,84	5,33	4,95	6,49	7,49

Parametry (wariant 1):  $\alpha_1=6$ ;  $\beta_1=1$ ;  $\chi_1=1$ ;  $\alpha_2=-5$ ;  $\beta_2=1$ ;  $\chi_2=1$ ;  $\delta_1=3$ ;  $\alpha_3=5$ ;  $\beta_3=1$ ;  $\chi_3=1$ ;  $\alpha_4=-11$ ;  $\beta_4=1$ ;  $\chi_4=1$ ;  $\delta_2=8$ .

Oznaczenia: 3,46 - wzrost PKB w przedziale  $3,5\% \pm 0,088\%$  (dopuszczalne odchylenie 2,5% wartości pożądanej), 3,41 - wzrost PKB w przedziale  $3,5\% \pm 0,35\%$  (dopuszczalne odchylenie 10% wartości pożądanej), 2,34 - inflacja w przedziale  $2,5\% \pm 0,063\%$  (dopuszczalne odchylenie 2,5% wartości pożądanej), 2,32 - inflacja w przedziale  $2,5\% \pm 0,25\%$  (dopuszczalne odchylenie 10% wartości pożądanej), rozwiązania mieszczące się w przedziale 2,5% odchylen od wartości pożądanych jednocześnie dla wzrostu i inflacji obramowane pogrubioną linią

Dla przypadku, gdy władze fiskalne i monetarne dążą do minimalizacji odchyłek odpowiednio realnego wzrostu gospodarczego i inflacji od wartości pożądaných, wykonano obliczenia dla alternatywnych założeń. Usytuowanie stanu równowagi nie jest już takie oczywiste i zależy m. in. od skuteczności oddziaływania instrumentów polityki fiskalnej i monetarnej odzwierciedlanej przez parametry funkcji logistycznej oraz od priorytetów rządu i banku centralnego w prowadzeniu polityki. W dalszym ciągu pracy zaprezentowane są wyniki symulacji w tym zakresie.

W tabeli 2 zaznaczono optymalne strategie fiskalne wybierane przez rząd dla każdej możliwej strategii monetarnej na podstawie kryterium minimalizacji odchyłek (modułu) dynamiki PKB od wartości pożądaných (planowane tempo wzrostu przyjęto na poziomie 3,5%), a także optymalne strategie monetarne w odpowiedzi na różne możliwe strategie fiskalne (na podstawie kryterium minimalizacji odchyłek inflacji od celu inflacyjnego, przyjętego na poziomie 2,5%).

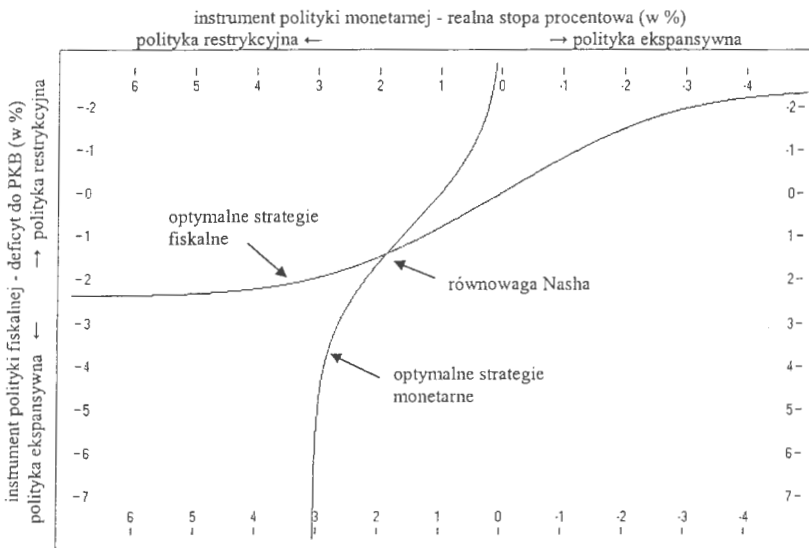
Można zauważyć, że stopień restrykcyjności polityki monetarnej zależy od tego, jaką politykę fiskalną wybierze rząd. Im bardziej ekspansywna jest polityka fiskalna, tym bardziej restrykcyjną politykę pieniężną w odpowiedzi stosuje bank centralny, aby uniknąć nadmiernej inflacji, przekraczającej cel inflacyjny. Dla wyższych wartości deficytu budżetowego pożądana wartość inflacji jest osiągnięta przy odpowiednio wyższych stopach procentowych. Analogicznie, gdy rząd prowadzi bardziej restrykcyjną politykę budżetową, bank centralny, dążąc do osiągnięcia celu inflacyjnego, może przystać na mniej restrykcyjną (bardziej ekspansywną) politykę pieniężną z odpowiednio niższymi stopami procentowymi. Również stopień restrykcyjności/ekspansywności polityki fiskalnej zależy od stosowanej przez bank centralny polityki monetarnej. Im bardziej restrykcyjna polityka pieniężna, tym w odpowiedzi bardziej ekspansywna polityka budżetowa, ponieważ osiągnięcie pożądanego tempa wzrostu przy wyższym poziomie stóp procentowych wymaga bardziej zdecydowanej, ekspansywnej polityki fiskalnej, charakteryzującej się wyższym deficytem budżetu. I odwrotnie, w odpowiedzi na bardziej ekspansywną politykę pieniężną, rząd ogranicza stopień ekspansji budżetowej prowadząc odpowiednio bardziej restrykcyjną politykę fiskalną.

Tabela 3 pokazuje jakie alternatywne *policies-mix* (stanowiące kombinacje polityki fiskalnej i monetarnej o określonym stopniu restrykcyjności/ekspansywności) umożliwiają osiągnięcie przyjętej dynamiki PKB i założonego poziomu inflacji z dopuszczalnym przedziałem wahań wokół wartości pożądaney. Przyjęto dwa dopuszczalne poziomy odchyłek od wartości pożądaney: dla węższego przedziału  $\pm 2,5\%$  wartości pożądaney oraz dla szerszego przedziału  $\pm 10\%$  wartości pożądaney.

Rysunki 2 i 3 przedstawiają, podobnie jak tabela 2, optymalne strategie fiskalne i monetarne oraz stan równowagi Nasha przy tych samych celach gospodarczych: dynamika PKB na poziomie 3,5% oraz inflacja na poziomie 2,5%, ale z przyjęciem bardzo niewielkiej, bliskiej 0, zmiany instrumentu polityki fiskalnej ( $\Delta b$ ) i monetarnej ( $\Delta r$ ). Na rys. 2, na którym pokazano większy zakres wahań instrumentów *policy-mix* wyraźnie widoczna jest specyfika ich oddziaływania na stan gospodarki, w tym na tempo wzrostu PKB i inflację. W pewnym przedziale wahań instrumentów polityki fiskalnej i monetarnej, który można nazwać efektywnym, ich oddziaływanie na koniunkturę gospodarczą jest skuteczne, natomiast poza nim, przy ekstremalnie niskich/wysokich wartościach instrumentów odpowiadających skrajnie restrykcyjnemu bądź ekspansywnemu nastawieniu polityki – ich skuteczność zdecydowanie maleje. Na wykresie (rys. 2) obserwuje się, że w efektywnym przedziale wahań instrumentów makroekonomicznych wybór optymalnej polityki fiskalnej zależy od decyzji władz monetarnych – im bardziej restrykcyjna polityka monetarna, tym bardziej w odpowiedzi ekspansywna fiskalna i vice versa. Ale poza tym przedziałem, przechodząc np. do skrajnie restrykcyjnej polityki pieniężnej – optymalna strategia fiskalna nie zmienia się pod wpływem dalszego zaostrzenia przez bank centralny polityki monetarnej, podobnie przechodząc do skrajnie ekspansywnej polityki monetarnej – optymalna strategia fiskalna nie zmienia się pod wpływem dalszego łagodzenia polityki pieniężnej. Można więc zaobserwować występowanie quasi-dominującej strategii fiskalnej w ograniczonym obszarze decyzyjnym, tzn. przy odpowiednio silnie restrykcyjnej/ekspansywnej polityce stóp procentowych. Analogicznie w pewnym (efektywnym) przedziale wahań instrumentów polityki fiskalnej, wybór optymalnej polityki monetarnej zależy od wybranej przez władze fiskalne polityki budżetowej – im bardziej ekspansywna polityka fiskalna, tym bardziej restrykcyjną politykę monetarną stosuje w od-

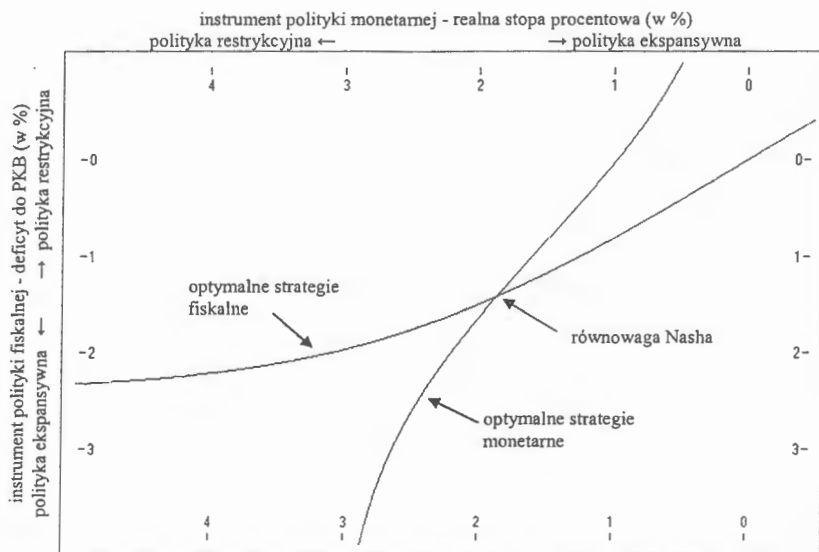
powiedzi bank centralny (i vice versa). A poza tym przedziałem występuje quasi-dominująca strategia monetarna w ograniczonym obszarze instrumentów wyznaczanych przez władze fiskalne, tzn. przy odpowiednio silnie restrykcyjnej/ekspansywnej polityce budżetu.

Dla przyjętych parametrów oraz priorytetów władz fiskalnych i monetarnych w prowadzeniu polityki, stan równowagi Nasha (rys. 2 i 3) odpowiada kombinacji stosunkowo neutralnych polityk: zarówno fiskalnej jak i monetarnej, charakteryzowanych przez deficyt budżetu państwa w relacji do PKB na poziomie 1,42% oraz realną stopę procentową na poziomie 1,87%.

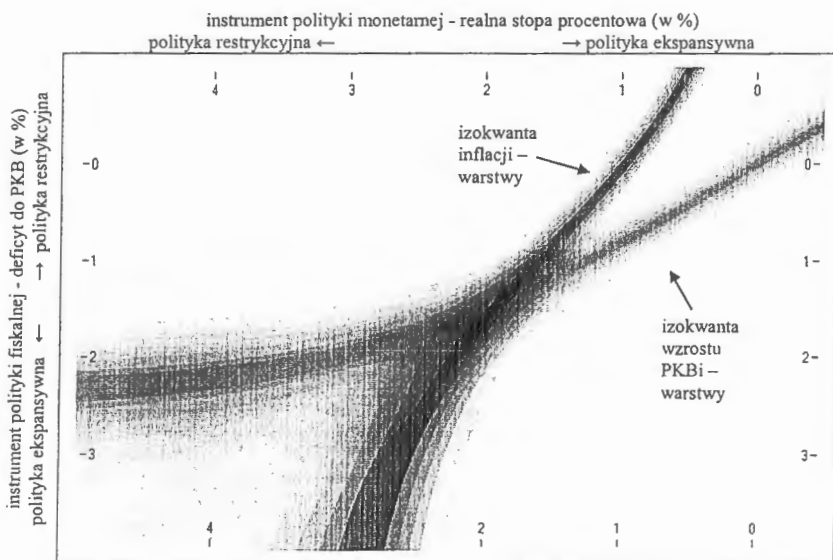


Rys. 2. Optymalne strategie fiskalne (pożądaný wzrost PKB = 3,5%) i monetarne (cel inflacyjny = 2,5%). Wyniki symulacji - wariant 1, szerszy zakres wahań instrumentów

Rysunek 4 przedstawia izokwenty wzrostu PKB i izokwenty inflacji pokazujące jakie alternatywne *policies-mix* (stanowiące kombinacje polityki fiskalnej i monetarnej o określonym stopniu restrykcyjności/ekspansywności) umożliwiają osiągnięcie przyjętej dynamiki PKB i założonego poziomu inflacji (ze zmieniającymi się dopuszczalnym przedziałem wahań wokół wartości pożądanej). Można zauważyć, że rozwiązania mieszczące się w wąskim przedziale dopuszczalnych odchyień od wartości pożądanych jednocześnie dla wzrostu gospodarczego i inflacji znajdują się w małym otoczeniu punktu równowagi Nasha (widocznym na rys. 3). Jeżeli dopuścimy większy zakres odchyień od wyznaczonych celów makroekonomicznych, zwiększa się obszar rozwiązań „wystarczająco” dobrych (bliskich pożądanym wartościom z przyjętym dopuszczalnym odchyleniem zarówno dla dynamiki PKB jak i inflacji). Widoczna jest wyraźna asymetria w ich usytuowaniu – obszar rozwiązań bliskich optymalnym z dopuszczalnym odchyleniem zwiększa się szczególnie w kierunku kombinacji polityk bardziej ekspansywnych fiskalnych i bardziej restrykcyjnych monetarnych w porównaniu ze stanem równowagi Nasha.

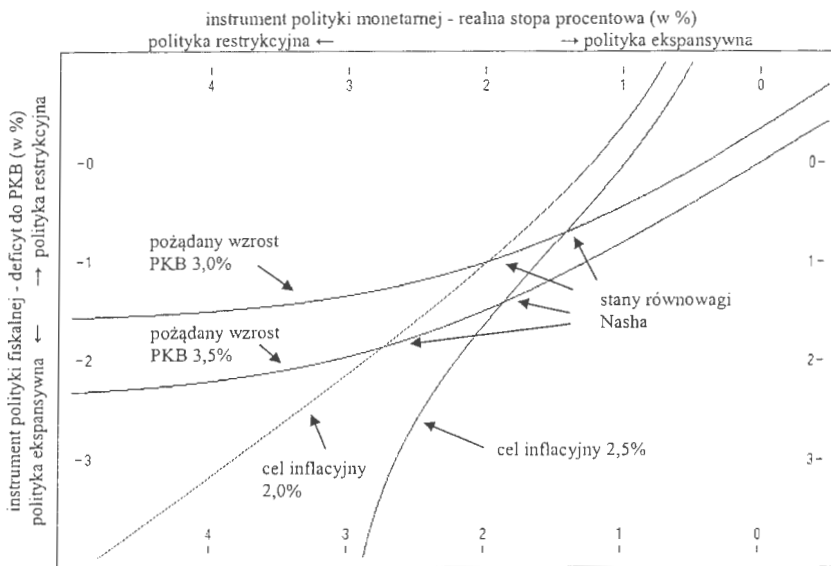


Rys. 3. Optymalne strategie fiskalne (pożądany wzrost PKB = 3,5%) i monetarne (cel inflacyjny = 2,5%). Równowaga Nasha. Wyniki symulacji - wariant 1, węższy zakres wahań instrumentów

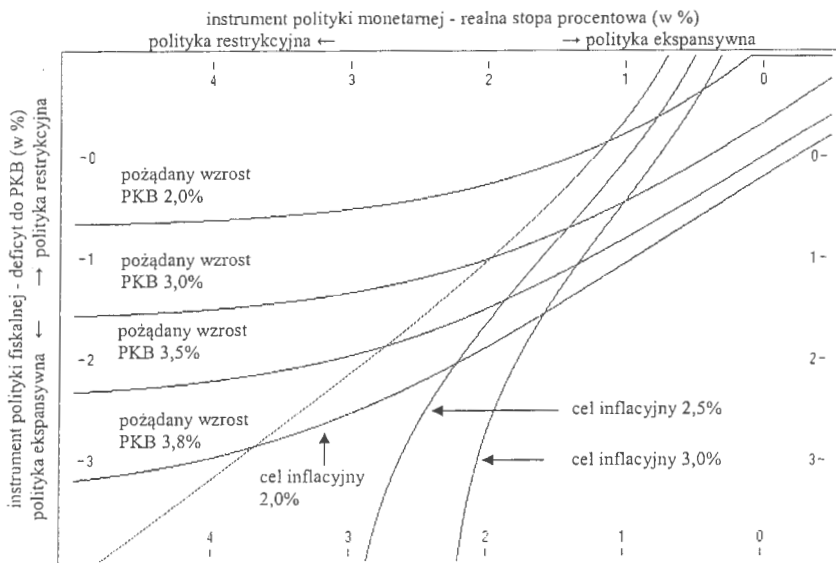


Rys. 4. Izokwanty – wykres warstwowy z dopuszczalnymi wahaniami wokół założonych wartości: wzrost PKB = 3,5%, inflacja = 2,5%. Wyniki symulacji - wariant 1

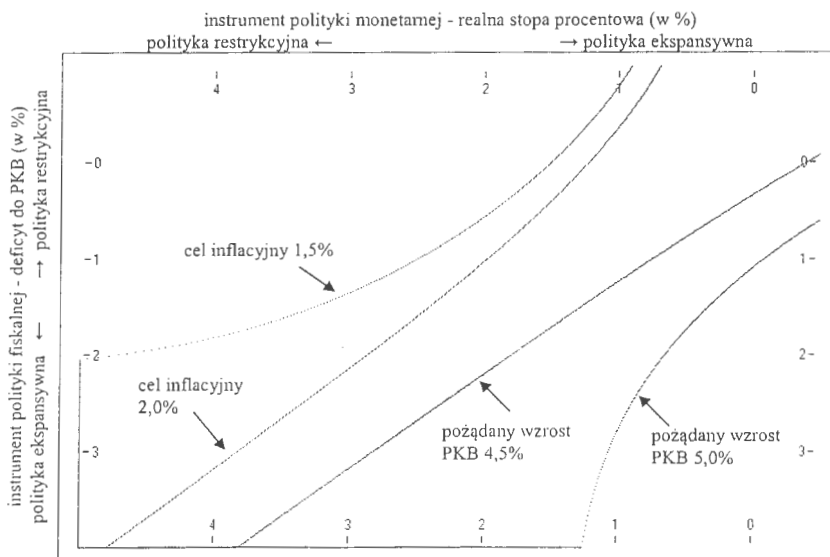
Następne symulacje pokazują wpływ zmian priorytetów polityki fiskalnej i monetarnej na położenie stanu równowagi Nasha, i tym samym na wybór odpowiedniej *policy-mix*. Wyniki w tym zakresie przedstawiono na rysunkach 5, 6 i 7. Zmiana priorytetów w ramach polityki fiskalnej znajdująca odzwierciedlenie w zmianie pożądanego tempa wzrostu PKB powoduje przesunięcie optymalnych strategii budżetowych odpowiednio w kierunku bardziej ekspansywnej polityki fiskalnej na skutek wyznaczenia ambitniejszych celów w zakresie wzrostu gospodarczego bądź w kierunku bardziej restrykcyjnej polityki budżetowej w przeciwnym przypadku. Również zmiana priorytetów władz monetarnych znajdująca odzwierciedlenie w zmianie pożądanego tempa inflacji powoduje przesunięcie optymalnych strategii pieniężnych: w kierunku bardziej ekspansywnych polityk monetarnych w przypadku łagodzenia priorytetów banku centralnego i tym samym podwyższenia celu inflacyjnego lub w kierunku bardziej restrykcyjnych polityk pieniężnych pod wpływem ustalenia nowego celu inflacyjnego na niższym, bardziej restrykcyjnym poziomie. Pod wpływem zmian priorytetów władz fiskalnych i monetarnych, zmiana ulega odpowiednio usytuowanie stanu równowagi Nasha (rys. 5, 6). Wykres na rys. 7 pokazuje inny przypadek, gdy nadmiernie wysokie oczekiwania i nierealistyczne cele władz fiskalnych i monetarnych uniemożliwiają osiągnięcie stanu równowagi i tym samym utrudniają racjonalny wybór w zakresie *policy-mix*. Wyznaczanie jednocześnie przez władze monetarne silnie restrykcyjnego celu inflacyjnego (np. inflacji na bardzo niskim poziomie 1,5% lub 2%), a przez władze fiskalne zdecydowanie wysokiej planowanej dynamiki PKB (np. 4,5 lub 5%) prowadzi do takiej właśnie sytuacji.



Rys. 5. Optymalne strategie fiskalne i monetarne a priorytety rządu i banku centralnego oraz odpowiadające im stany równowagi Nasha. Wyniki symulacji - wariant 1



Rys. 6. Optymalne strategie fiskalne i monetarne a priorytety rządu i banku centralnego oraz odpowiadające im stany równowagi Nasha, cd. Wyniki symulacji - wariant I



Rys. 7. Optymalne strategie fiskalne i monetarne dla nadmiernie ambitnych (nierealistycznych) celów makroekonomicznych. Wyniki symulacji - wariant I

#### 4. Symulacje dla innych wartości parametrów funkcji logistycznej

Kolejne badania symulacyjne dotyczą uwzględnienia wpływu parametrów zmodyfikowanej funkcji logistycznej charakteryzujących skuteczność i zakres wahań instrumentów *policy-mix*.

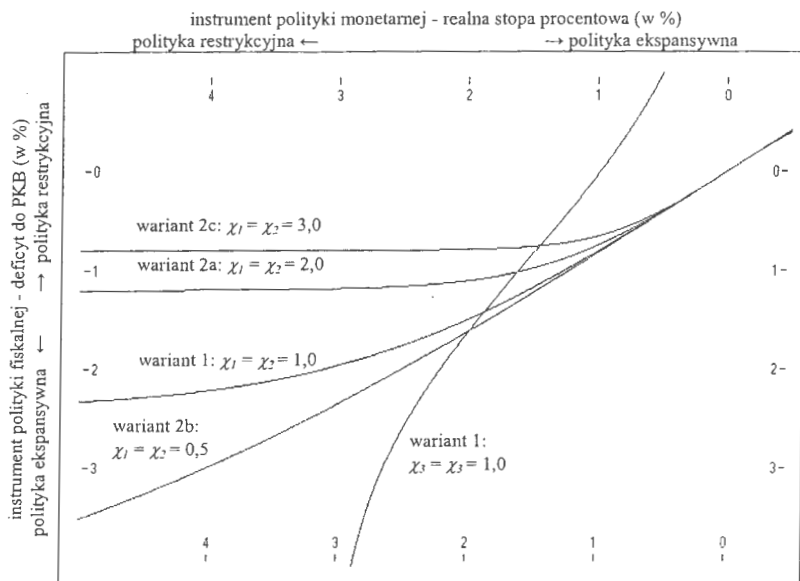
Parametr  $\chi$  w zastosowanej do analizy funkcji logistycznej odzwierciedla szybkość przejścia zmiennej objaśnianej na nowy poziom w reakcji na wzrost zmiennej objaśniającej. Przy czym, im wyższa wartość bezwzględna parametru  $\chi$  tym szybsze przejście, im niższa wartość  $|\chi|$  – tym przejście wolniejsze. Odnosząc się do funkcji opisującej stan gospodarki charakteryzowany przez wzrost PKB i inflację w zależności od instrumentów stabilizacyjnej polityki makroekonomicznej, należy zauważyć, że szybsze przejście można interpretować jako węższy efektywny przedział wahań instrumentu *policy-mix*, w którym skutecznie oddziałuje on na koniunkturę, natomiast przejście wolniejsze – oznacza szerszy przedział skuteczności polityki. W prowadzonej analizie parametry  $\chi_1 \div \chi_4$  odzwierciedlają odpowiednio:

- parametr  $\chi_1$  – odzwierciedla wpływ deficytu budżetowego na tempo wzrostu PKB,
- parametr  $\chi_2$  – wpływ stopy procentowej na tempo wzrostu PKB,
- parametr  $\chi_3$  – wpływ deficytu budżetowego na inflację,
- parametr  $\chi_4$  – wpływ stopy procentowej na inflację.

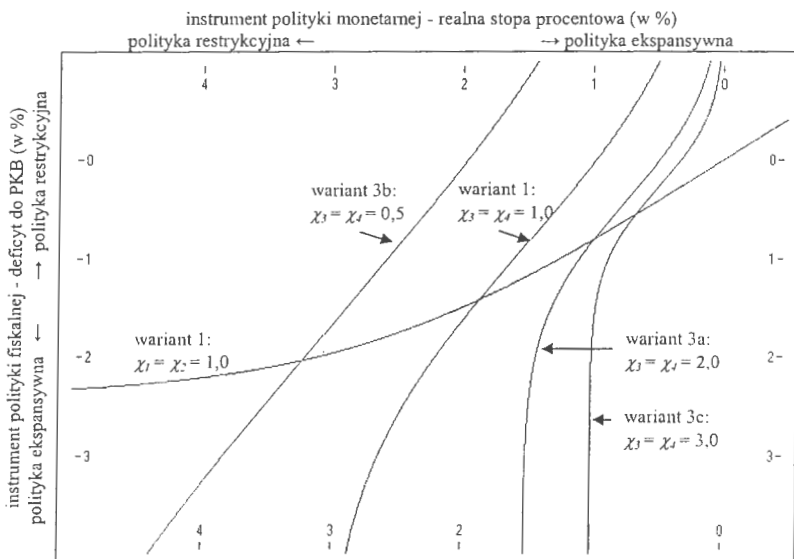
Wyniki symulacji dla różnych wartości parametrów  $\chi_i$  przedstawiono na rysunkach 8÷18. Wykres na rys. 8 wskazuje, że zmiana wartości parametrów  $\chi_1$  i  $\chi_2$ , odzwierciedlających wpływ instrumentów *policy-mix* na tempo wzrostu PKB, powoduje zmianę optymalnych strategii fiskalnych, szczególnie w odpowiedzi na silnie restrykcyjne strategie monetarne. Im wyższa wartość tych parametrów tym węższy przedział efektywnego oddziaływania instrumentów makroekonomicznych na wzrost gospodarczy. Od wartości parametrów  $\chi_1$  i  $\chi_2$  zależy również stopień restrykcyjności/ekspansywności polityki fiskalnej w obszarze, gdy przechodzi ona w strategię dominującą dla skrajnie restrykcyjnej polityki monetarnej. Analogicznie rys. 9 przedstawia jak zmieniają się optymalne strategie monetarne pod wpływem zmian wartości parametrów  $\chi_3$  i  $\chi_4$ , które odzwierciedlają wpływ instrumentów *policy-mix* na inflację. Tu także, im wyższa wartość parametrów tym węższy przedział skutecznego oddziaływania instrumentów na poziom inflacji w gospodarce. Od wartości parametrów  $\chi_3$  i  $\chi_4$  zależy także stopień restrykcyjności/ekspansywności polityki monetarnej w obszarze, gdy przechodzi ona w strategię dominującą dla skrajnie ekspansywnej/restrykcyjnej polityki fiskalnej.

Można zauważyć, że usytuowanie stanu równowagi Nasha zależy od parametrów  $\chi_i$ . Dla niskich wartości ( $\chi_1=\chi_2=\chi_3=\chi_4=0,5$ ) stan równowagi Nasha odpowiada kombinacji stosunkowo ekspansywnej polityki fiskalnej i restrykcyjnej monetarnej (deficyt budżetowy w relacji do PKB na poziomie ok. 2,84%, realna stopa procentowa na poziomie ok. 3,72%) – przedstawia to rys. 10. Dla wysokich wartości ( $\chi_1=\chi_2=\chi_3=\chi_4=2,0$ ) stan równowagi Nasha oznacza kombinację raczej restrykcyjnej polityki fiskalnej i ekspansywnej monetarnej (deficyt budżetowy w relacji do PKB na poziomie ok. 0,71%, realna stopa procentowa na poziomie ok. 0,71%).

Rysunki 11÷18 przedstawiają wyniki symulacji dla wyższych (rys. 11÷14) i niższych (rys. 15÷18) wartości parametrów  $\chi_i$ . Zawierają one zarówno izokwanty jak i wykresy ilustrujące wpływ priorytetów władz fiskalnych i monetarnych na stan równowagi Nasha i tym samym na wybór odpowiedniej *policy-mix*.

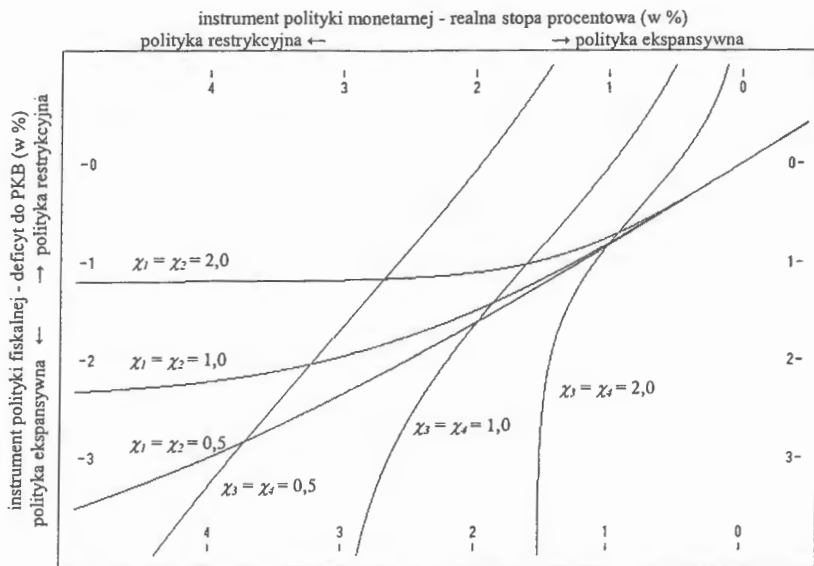


Rys. 8. Optymalna strategia monetarna (cel inflacyjny = 2,5%) i optymalne fiskalne (pożądaný wzrost PKB = 3,5%). Wyniki symulacji dla różnych parametrów  $\chi_1$  i  $\chi_2$ , pozostałe parametry jak w wariancie 1

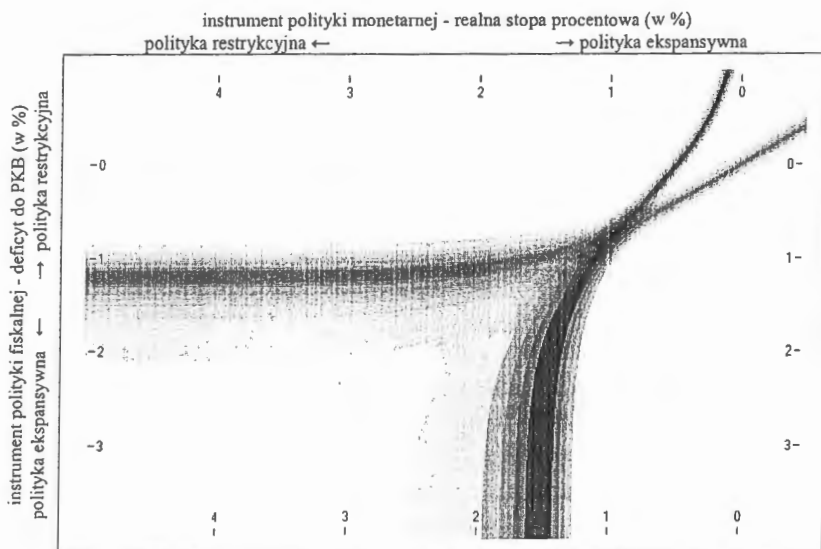


Rys. 9. Optymalna strategia fiskalna (pożądaný wzrost PKB = 3,5%) i optymalne monetarne (cel inflacyjny = 2,5%). Wyniki symulacji dla różnych parametrów  $\chi_1$  i  $\chi_2$ , pozostałe parametry jak w wariancie 1



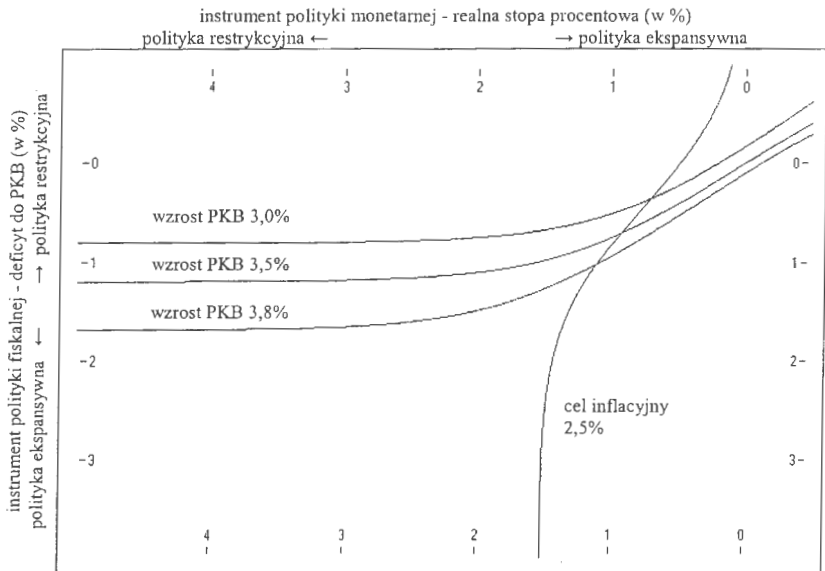


Rys. 10. Optymalne strategie fiskalne i monetarne (pożądany wzrost PKB = 3,5%, cel inflacyjny = 2,5%). Stany równowagi dla różnych parametrów  $\chi_1 + \chi_2$ , pozostałe parametry jak w wariancie 1

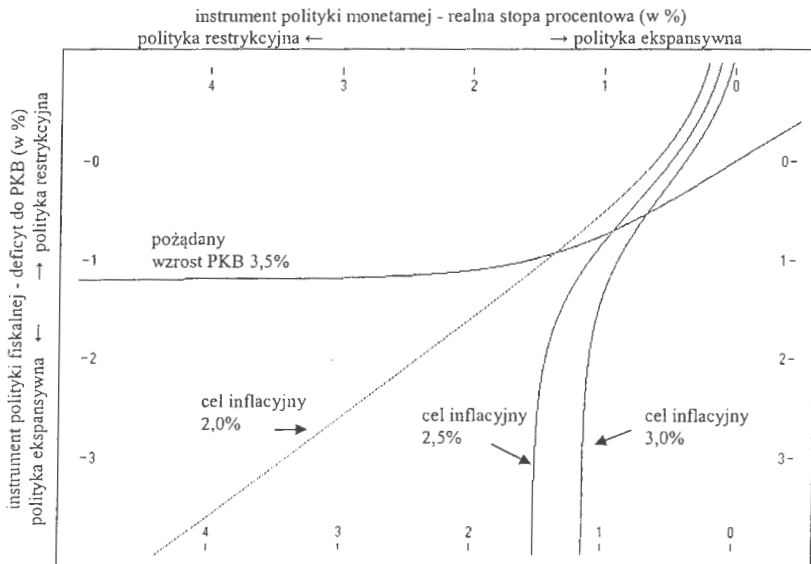


Rys. 11. Izokwanty – wykres warstwowy z dopuszczalnymi wahaniami wokół założonych wartości: wzrost PKB = 3,5%, inflacja = 2,5%.

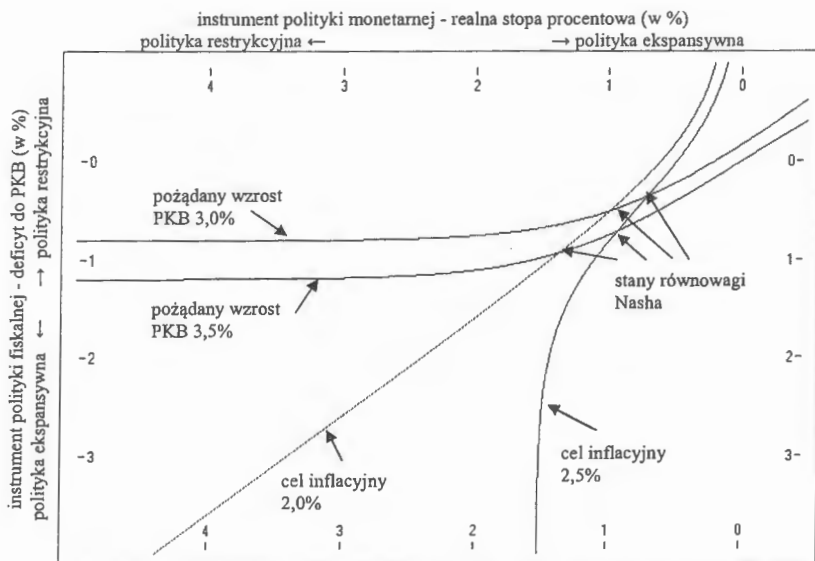
Wyniki symulacji dla wariantu 4aa:  $\chi_1, \chi_2, \chi_3, \chi_4 = 2,0$ , pozostałe parametry jak w wariancie 1.



Rys. 12. Optimalne strategie fiskalne i monetarne a priorytety władz fiskalnych (dla różnych wartości pożądanego wzrostu gospodarczego) oraz odpowiadające im stany równowagi Nasha. Wyniki symulacji dla wariantu 4aa:  $\chi_1, \chi_2, \chi_3, \chi_4 = 2,0$ , pozostałe parametry jak w wariancie 1.

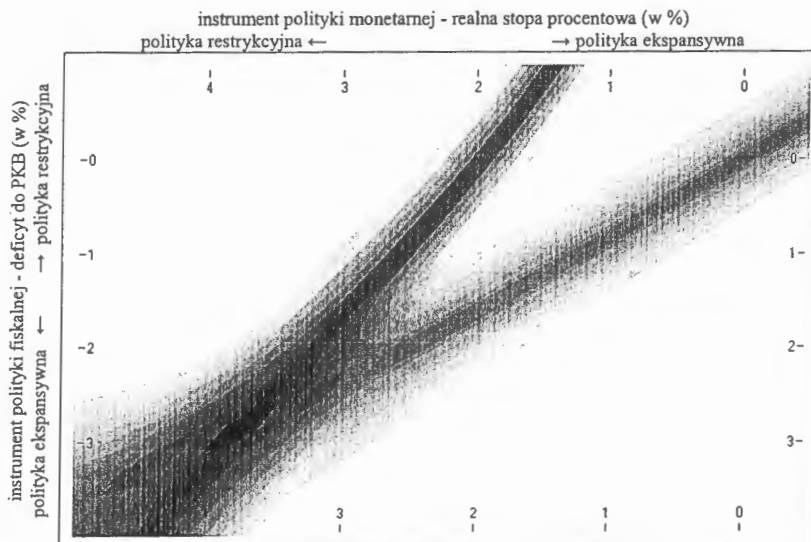


Rys. 13. Optimalne strategie fiskalne i monetarne a priorytety władz monetarnych oraz odpowiadające im stany równowagi Nasha. Wyniki symulacji dla wariantu 4aa:  $\chi_1, \chi_2, \chi_3, \chi_4 = 2,0$ , pozostałe parametry jak w wariancie 1.



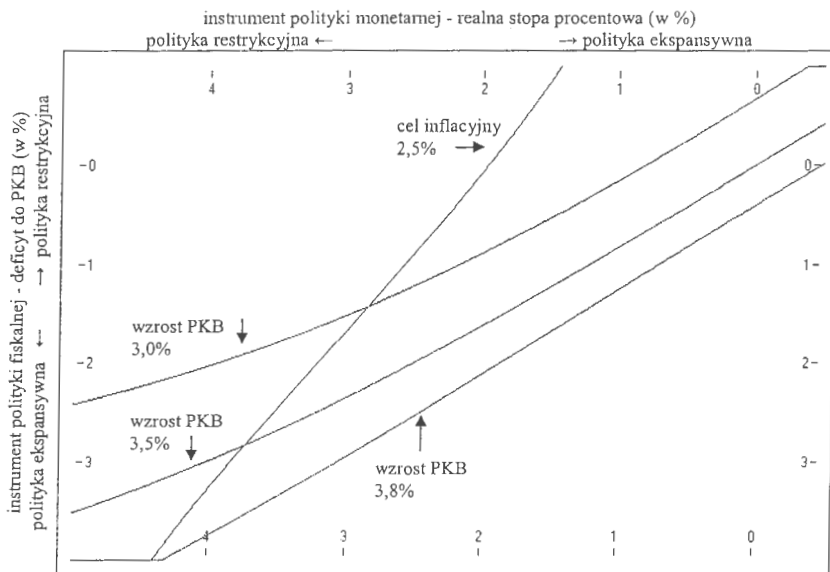
Rys. 14. Optymalne strategie fiskalne i monetarne a priorytety rządu i banku centralnego oraz odpowiadające im stany równowagi Nasha.

Wyniki symulacji dla wariantu 4aa:  $\chi_1, \chi_2, \chi_3, \chi_4 = 2,0$ , pozostałe parametry jak w wariancie 1.

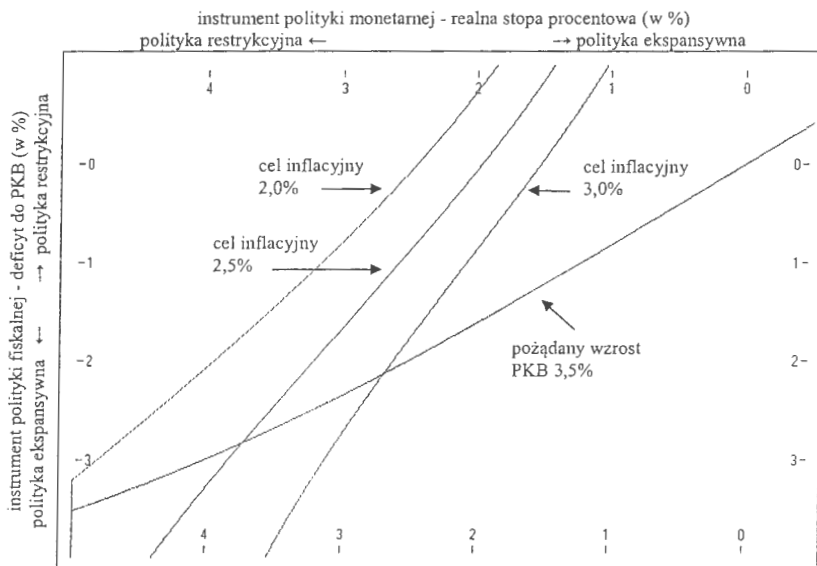


Rys. 15. Izokwanty – wykres warstwowy z dopuszczalnymi wahaniami wokół założonych wartości: wzrost PKB = 3,5%, inflacja = 2,5%.

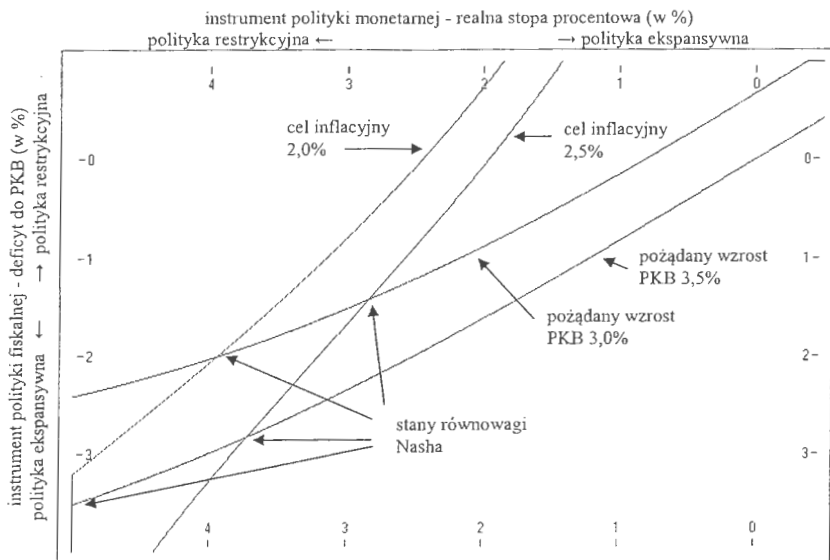
Wyniki symulacji dla wariantu 4bb:  $\chi_1, \chi_2, \chi_3, \chi_4 = 0,5$ , pozostałe parametry jak w wariancie 1.



Rys. 16. Optymalne strategie fiskalne i monetarne a priorytety władz fiskalnych (dla różnych wartości pożądanego wzrostu gospodarczego) oraz odpowiadające im stany równowagi Nasha.  
Wyniki symulacji dla wariantu 4bb:  $\chi_1, \chi_2, \chi_3, \chi_4 = 0,5$ , pozostałe parametry jak w wariancie 1.



Rys. 17. Optymalne strategie fiskalne i monetarne a priorytety władz monetarnych oraz odpowiadające im stany równowagi Nasha.  
Wyniki symulacji dla wariantu 4bb:  $\chi_1, \chi_2, \chi_3, \chi_4 = 0,5$ , pozostałe parametry jak w wariancie 1.



Rys. 18. Optymalne strategie fiskalne i monetarne a priorytety rządu i banku centralnego oraz odpowiadające im stany równowagi Nasha.

Wyniki symulacji dla wariantu 4bb:  $\chi_1, \chi_2, \chi_3, \chi_4 = 0,5$ , pozostałe parametry jak w wariancie 1.

Zmiana priorytetów polityki fiskalnej znajdująca odzwierciedlenie w zmianie pożądaných wartości tempa wzrostu PKB powoduje przesunięcie optymalnych strategii budżetowych odpowiednio w kierunku bardziej ekspansywnej polityki fiskalnej na skutek wyznaczenia ambitniejszych celów w zakresie wzrostu gospodarczego bądź w kierunku polityki bardziej restrykcyjnej w przeciwnym przypadku. Również zmiana priorytetów władz monetarnych znajdująca odzwierciedlenie w zmianie celu inflacyjnego powoduje przesunięcie optymalnych strategii monetarnych: w kierunku zwiększania ekspansji w przypadku łagodzenia priorytetów banku centralnego i tym samym podwyższania celu inflacyjnego lub w kierunku bardziej restrykcyjnych polityk pieniężnych pod wpływem ustalenia nowego celu inflacyjnego na niższym, bardziej restrykcyjnym poziomie (rys. 12÷14 oraz 16÷18). Pod wpływem zmian priorytetów władz fiskalnych i monetarnych, zmianie ulega również usytuowanie stanu równowagi Nasha w grze.

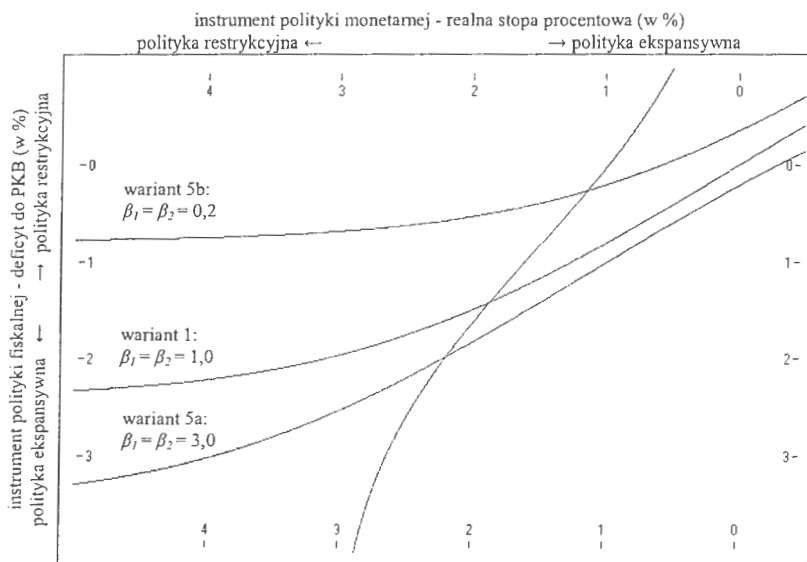
Kolejne symulacje dotyczyły wpływu parametru  $\beta$  na strategię optymalną i stan równowagi Nasha. Można zaobserwować, że wraz ze zwiększeniem jego wartości następuje przesunięcie zmodyfikowanej funkcji logistycznej w kierunku wyższych wartości instrumentu, co oznacza, że również przedział wahań instrumentu *policy-mix*, w którym skutecznie oddziałuje on na koniunkturę, jest przesunięty w kierunku wyższych wartości instrumentu. W szczególności przesunięciu ulega punkt przebiegania, co jest równoznaczne ze wzrostem wartości instrumentu, przy której jego skuteczność (siła oddziaływania na gospodarkę) jest najwyższa. Analogicznie przesunięciu funkcji w przeciwnym kierunku następuje wraz z obniżaniem wartości parametru  $\beta$  - instrument pozostaje skuteczny dla odpowiednio niższych wartości. Parametry  $\beta_1 + \beta_2$  odzwierciedlają odpowiednio:

- parametr  $\beta_1$  - odzwierciedla wpływ deficytu budżetowego na tempo wzrostu PKB,
- parametr  $\beta_2$  - wpływ stopy procentowej na tempo wzrostu PKB,
- parametr  $\beta_3$  - wpływ deficytu budżetowego na inflację,
- parametr  $\beta_4$  - wpływ stopy procentowej na inflację.

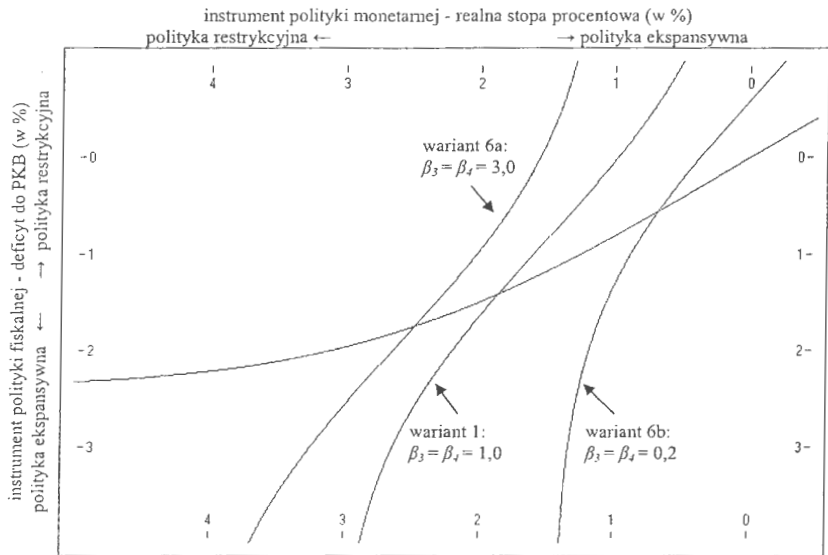
Wyniki symulacji dla różnych wartości parametrów  $\beta_i$  przedstawiają rysunki 19–21. Można zaobserwować (rys. 19), że zmiana wartości parametrów  $\beta_1$  i  $\beta_2$ , odzwierciedlających wpływ instrumentów *policy-mix* na tempo wzrostu PKB, powoduje zmianę optymalnych strategii fiskalnych, w szczególności następuje przesunięcie efektywnego przedziału wahań dla optymalnej strategii fiskalnej, w którym oddziałuje ona najbardziej skutecznie na wzrost gospodarczy w kierunku wyższych wartości instrumentu, a więc w kierunku większej ekspansji fiskalnej. Wykres pokazuje, że im wyższe wartości parametrów  $\beta_1$  i  $\beta_2$  tym bardziej ekspansywna optymalna strategia budżetowa, przede wszystkim w odpowiedzi na silnie restrykcyjną politykę monetarną. Od wartości omawianych parametrów zależy również stopień restrykcyjności/ekspansywności polityki fiskalnej w obszarze, gdy przechodzi ona w strategię quasi-dominującą dla skrajnie restrykcyjnej polityki pieniężnej.

Rys. 20 przedstawia jak zmieniają się optymalne strategie monetarne pod wpływem zmian wartości parametrów  $\beta_3$  i  $\beta_4$ , które odzwierciedlają wpływ instrumentów *policy-mix* na poziom inflacji. Im wyższa wartość parametrów tym przedział najbardziej skutecznego oddziaływania instrumentów na inflację przesuwa się kierunku wyższych wartości instrumentu polityki monetarnej, tzn. w kierunku wyższych stóp procentowych wskazujących na zwiększony stopień restrykcyjności skutecznej polityki pieniężnej. Od wartości parametrów  $\beta_3$  i  $\beta_4$  zależy także stopień restrykcyjności/ekspansywności polityki monetarnej w obszarze, gdy przechodzi ona w strategię dominującą dla skrajnie ekspansywniej/restrykcyjnej polityki fiskalnej.

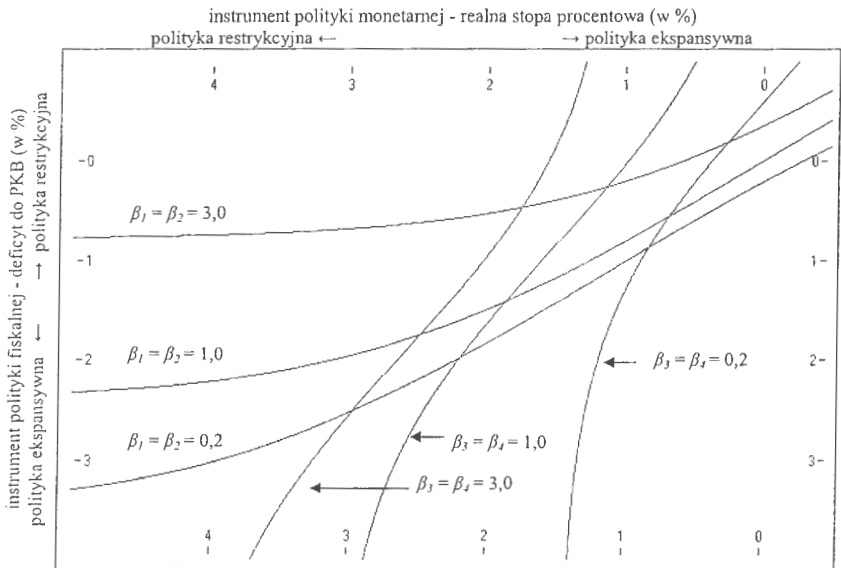
Usytuowanie stanu równowagi Nasha zmienia się odpowiednio do zmian optymalnych strategii fiskalnych i monetarnych (rys. 21).



Rys. 19. Optymalna strategia monetarna (cel inflacyjny = 2,5%) i optymalne fiskalne (pożądany wzrost PKB = 3,5%). Wyniki symulacji dla różnych parametrów  $\beta_1$  i  $\beta_2$ , pozostałe parametry jak w wariantcie 1.



Rys. 20. Optymalna strategia fiskalna (pożądy wzrost PKB = 3,5%) i optymalne monetarne (cel inflacyjny = 2,5%). Wyniki symulacji dla różnych parametrów  $\beta_3$  i  $\beta_4$ , pozostałe parametry jak w wariacie 1.



Rys. 21. Optymalne strategie fiskalne i monetarne (pożądy wzrost PKB = 3,5%, cel inflacyjny = 2,5%). Stany równowagi dla różnych parametrów  $\beta_1, \beta_2, \beta_3, \beta_4$ , pozostałe parametry jak w wariacie 1.

## 5. Podsumowanie

W pracy przedstawiono wyniki symulacji dla gry fiskalno-monetarnej, w której do wyznaczenia wyplot w grze zastosowano zmodyfikowaną funkcję logistyczną, zakładając tym samym ograniczoną skuteczność oddziaływania instrumentów polityki fiskalnej i monetarnej na koniunkturę gospodarczą, w tym na wzrost PKB i inflację. W badaniach przyjęto, że władze monetarne dążą do pożądanego poziomu inflacji, tzw. celu inflacyjnego, a władze fiskalne – do osiągnięcia pożądanego (zaplanowanego) wzrostu gospodarczego.

Wyniki symulacji wskazują, że optymalne strategie fiskalne i monetarne zależą od zarówno od parametrów funkcji logistycznej odzwierciedlających skuteczność i zakres wahań instrumentów *policy-mix* jak i przyjętych przez rząd i bank centralny priorytetów w kształtowaniu stabilizacyjnej polityki makroekonomicznej.

W pewnym przedziale wahań instrumentów polityki fiskalnej i monetarnej, który można nazwać efektywnym, ich oddziaływanie na koniunkturę gospodarczą jest skuteczne, natomiast poza nim, przy ekstremalnie niskich/wysokich wartościach instrumentów odpowiadających skrajnie restrykcyjnemu bądź ekspansywnemu nastawieniu polityki – ich skuteczność zdecydowanie maleje. W efektywnym przedziale wahań instrumentów wybór optymalnej polityki fiskalnej zależy od decyzji władz monetarnych – im bardziej restrykcyjna polityka monetarna, tym bardziej w odpowiedzi ekspansywna fiskalna i vice versa. Poza tym przedziałem efektywnego oddziaływania, przechodząc do skrajnie restrykcyjnej polityki pieniężnej – optymalna strategia fiskalna nie zmienia się pod wpływem dalszego zaostrzenia przez bank centralny polityki monetarnej, podobnie przechodząc do skrajnie ekspansywnej polityki monetarnej – optymalna strategia fiskalna nie zmienia się pod wpływem dalszego łagodzenia polityki pieniężnej. Można więc zaobserwować występowanie quasi-dominującej strategii fiskalnej w ograniczonym obszarze decyzyjnym, tzn. przy przechodzeniu do odpowiednio silnie restrykcyjnej/ekspansywnej polityki pieniężnej. Analogicznie dla polityki monetarnej można wyznaczyć przedział jej skutecznego oddziaływania oraz quasi-dominujące strategie pieniężne w odpowiedzi na skrajnie restrykcyjne/ekspansywne strategie fiskalne.

Wyniki wskazują, że pod wpływem zmian priorytetów banku centralnego i rządu zmianie ulegają optymalne strategie w zakresie polityki monetarnej i fiskalnej, a konsekwencji usytuowanie stanu równowagi Nasha, utożsamianej z wyborem *policy mix*. Zmiana priorytetów w ramach polityki fiskalnej znajdująca odzwierciedlenie w zmianie pożądanego tempa wzrostu PKB powoduje przesunięcie optymalnych strategii budżetowych odpowiednio w kierunku bardziej ekspansywnej polityki fiskalnej na skutek wyznaczenia ambitniejszych celów w zakresie wzrostu gospodarczego bądź w kierunku bardziej restrykcyjnej polityki budżetowej w przeciwnym przypadku. Również zmiana priorytetów władz monetarnych znajdująca odzwierciedlenie w zmianie pożądanego wartości inflacji powoduje przesunięcie optymalnych strategii pieniężnych: w kierunku bardziej ekspansywnych polityk monetarnych w przypadku łagodzenia priorytetów banku centralnego i tym samym podwyższania celu inflacyjnego lub w kierunku bardziej restrykcyjnych polityk pieniężnych pod wpływem ustalenia nowego celu inflacyjnego na niższym, bardziej restrykcyjnym poziomie. Przeprowadzone symulacje wskazują również na możliwość wystąpienia przypadku, gdy nadmiernie wysokie oczekiwania i nierealistyczne cele władz fiskalnych i monetarnych uniemożliwiają osiągnięcie stanu równowagi i tym samym utrudniają racjonalny wybór w zakresie *policy-mix*.

Na podstawie uzyskanych wyników przedstawiono analizę izokwant wzrostu PKB i izokwant inflacji pokazujących jakie alternatywne *policies-mix* (stanowiące kombinacje polityki fiskalnej i monetarnej o określonym stopniu restrykcyjności/ekspansywności) umożliwiają osiągnięcie przyjętej dynamiki PKB i założonego poziomu inflacji. Izokwanty te pozwalają zaobserwować rozwiązania Pareto-optymalne i rozwiązania bliskie optymalnym (z dopuszczalnym przedziałem wahań wokół wartości pożądanego).



## 6. Literatura

- Beetsma, R., Jensen, H. (2005): *Monetary and fiscal policy interactions in a micro-founded model of a monetary union*, Journal of International Economics, 67 (2), s. 320–352
- Bennett, N. Loayza, H. (2001). *Policy Biases when the Monetary and Fiscal Authorities have Different Objectives*, Central Bank of Chile Working Papers, No 66, s. 299-330
- Blackburn K., Christensen M. (1989). *Monetary Policy and Policy Credibility: Theories and Evidence*, Journal of Economic Literature, vol.27, s. 1-45
- Blinder A. S. (1983). *Issues in the Coordination of Monetary and Fiscal Policy*, w: Monetary Policy in the 1980s, Federal Reserve Bank of Kansas City, s. 3-34
- Canzoneri M., Cumby R., Diba B. (2011): *The Interaction Between Monetary and Fiscal Policy*, w: Handbook of Monetary Economics, Friedman B. M., Woodford M., (editors), vol. 3B, The Netherlands: North-Holland, 2011, s. 935-999.
- Eijffijng S. W., DeHaan J. (1996). *The political economy of central bank independence*, Princeton University, Princeton
- Gjedrem S. (2001). *Monetary policy - the importance of credibility and confidence*, BIS Review, No 7, s. 1-13
- Kot A. (2003). *Metody kwantyfikacji restrykcyjności monetarnej, fiskalnej oraz policy mix w krajach akcesyjnych*, Bank i Kredyt, No 6
- Linnemann, L., Schabert, A. (2010): Debt non-neutrality, policy interactions, and macroeconomic stability, Working Paper International Economics Review (Philadelphia) 51 (2), s. 461–474
- Marszałek P. (2005). *Zastosowanie teorii gier do badania koordynacji polityki pieniężnej i polityki fiskalnej*, w: Studia z bankowości centralnej, Przybylska-Kapuścińska W. (red.), Zeszyty Naukowe AE w Poznaniu, nr 56, s. 224-247, Poznań
- McCallum, B. (2009): *Inflation determination with Taylor rules: Is New-Keynesian analysis critically flawed?*, Journal of Monetary Economics, 56, s. 1101–1108
- Nordhaus, William D., *Policy Games: Coordination and Independence in Monetary and Fiscal Policies*, Brookings Papers on Economic Activity, No 2, 1994, s. 139–215.
- Romer C.D. (2000). *Federal Reserve Information and the Behavior of Interest Rates*, American Economic Review, 90 (3) , June, s. 429-457
- Rotemberg, J., Woodford M. (1999). *Interest Rate Rules in an Estimated Sticky Price Model*, w: Monetary Policy Rules, Taylor J. B., (ed.), University of Chicago Press, Chicago
- Sargent T., Wallace N. (1981). *Some Unpleasant Monetarist Arithmetic*, Federal Reserve Bank of Minneapolis Quarterly Review, vol. 5, s. 1-17
- Szpunar P. (2000). *Polityka pieniężna. Cele i warunki skuteczności*, PWE, Warszawa
- Taylor, J. B. (1993). *Discretion versus Policy Rules in Practice*, Carnegie-Rochester Conference Series on Public Policy, vol. 39 (December 1993), s. 195-214
- Walsh C. (2001). *Transparency in Monetary Policy*, FRBSF Economic Letter 2001, No 26 (September 7)
- Wojtyna A. (1996). *Niezależność banku centralnego a teoretyczne i praktyczne aspekty koordynacji polityki pieniężnej i fiskalnej*, Bank i Kredyt, No 6
- Woroniecka-Leciejewicz I. (2012): *Problem wyboru policy-mix w grze fiskalno-monetarnej z zastosowaniem funkcji logistycznej*. Studia i Materiały Informatyki Stosowanej, Tom 4, Nr 8, 2012, str. 29-38
- Woroniecka-Leciejewicz I. (2011): *Analiza policy-mix z uwzględnieniem interakcji decyzyjnych między bankiem centralnym a rządem i ich preferencji*, Zeszyty Naukowe Wydziału Informatycznych Technik Zarządzania Wyższej Szkoły Informatyki Stosowanej i Zarządzania „Wspólczesne Problemy Zarządzania” No 1, Warszawa
- Woroniecka-Leciejewicz I. (2010): *Decision interactions of monetary and fiscal authorities in the choice of policy mix*, the special issue Journal of Organisational Transformation and Social Change: „Corruption and Good Governance”, Intellect - Publishers of Original Thinking, UK, vol. 7 no 2, s. 189-210
- Woroniecka-Leciejewicz I. (2010): *Równowaga w grze fiskalno-monetarnej a priorytety banku centralnego i rządu*, w: Modelowanie Preferencji a Ryzyko '10, Trzaskalik T. (red.), AE im. K. Adamieckiego, Katowice, s. 327-343

- Woroniecka-Leciejewicz I. (2010): *Analiza stanów równowagi w grze fiskalno-monetarnej ze skończoną liczbą strategii*, w: Kapitał społeczny i ludzki - społeczeństwo informacyjne - gospodarka - zarządzanie - informatyka, Owsiniński J.W. (red.), Studia i materiały Polskiego Stowarzyszenia Zarządzania Wiedzą, tom 32, Bydgoszcz, s. 49-61
- Woroniecka-Leciejewicz I. (2008): *Dylemat więźnia i inne przypadki grze monetarno-fiskalnej*, w: Badania operacyjne i systemowe: decyzje, gospodarka, kapitał ludzki i jakość, Owsiniński J.W., Nahorski Z., Szapiro T. (red.), seria Badania Systemowe, tom 64, IBS PAN, Warszawa, s. 161-172
- Woroniecka I. (2008): *Pareto-optymalność rozwiązań w grze między bankiem centralnym a rządem*, w: Modelowanie Preferencji a Ryzyko '08, Trzaskalik T. (red.), Katowice, s. 127-142
- Woroniecka I. (2007): *Analiza priorytetów banku centralnego w polityce stóp procentowych*, *Ekonomista*, No 4, s. 559-580
- Woroniecka I. (2006). *Gra o politykę makroekonomiczną między bankiem centralnym a rządem*, w: *Badania Operacyjne i Systemowe 2006. Analiza systemowa w globalnej gospodarce opartej na wiedzy: e-wyzwania*, Urbaczyk E., Straszak A., Owsiniński J.W. (red.), Akademicka Oficyna Wydawnicza EXIT, Warszawa, s. 153-166



