

237/2010 5

Raport Badawczy
Research Report

RB/32/2010

**Modelowanie procesów
edukacyjnych i ocena jakości
działania placówek
edukacyjnych**

M. Bereziński, D. Wagner

Instytut Badań Systemowych
Polska Akademia Nauk

Systems Research Institute
Polish Academy of Sciences



POLSKA AKADEMIA NAUK

Instytut Badań Systemowych

ul. Newelska 6

01-447 Warszawa

tel.:(+48) (22) 3810100

fax:(+48) (22) 3810105

Kierownik Pracowni zgłaszający pracę:
Dr inż. Leszek Kruś

Warszawa 2010

Modelowanie procesów edukacyjnych i ocena jakości działania placówek edukacyjnych

Mirosław Bereziński*, Dariusz Wagner**

Instytut Badań Systemowych PAN

01-447 Warszawa, ul. Newelska 6

* Miroslaw.Berezinski@ibspan.waw.pl

** Dariusz.Wagner@ibspan.waw.pl

Streszczenie: Przeprowadzono krytyczną analizę metod modelowania procesów edukacyjnych oraz metod oceny jakości działania placówek edukacyjnych. Traktując te placówki jako instytucje, które w toku właściwych im procesów technologicznych wytwarzają dobro niematerialne w postaci usługi edukacyjnej, podkreślono ich rolę jako czynnika kształtującego zasoby kapitału ludzkiego, indywidualnego i społecznego. Zwrócono uwagę na mankamenty metodologiczne wynikające z bezpośredniego przenoszenia na grunt edukacji metod oceny jakości przedsiębiorstw produkcyjnych. Przeprowadzono krytyczną analizę zastosowań metody ekonomicznej wartości dodanej i rynkowej wartości dodanej do oceny jakości procesów edukacyjnych i oceny jakości placówek edukacyjnych. Na tym tle sformułowano szereg postulatów, których uwzględnienie powinno doprowadzić do nowej teorii ewaluacji w edukacji.

Słowa kluczowe: placówka edukacyjna, proces edukacyjny, kapitał ludzki, kapitał społeczny, pomiar edukacyjny, ewaluacja, edukacyjna wartość dodana, rynkowa edukacyjna wartość dodana

1. Wprowadzenie

Modelowanie procesów edukacyjnych i procedur oceny jakości placówek oświatowych, w tym – zatrudnionych w tych placówkach nauczycieli, jest ważnym elementem procesu zarządzania edukacją. Jest to złożony wieloaspektowy i wielokontekstowy proces decyzyjny, obejmujący wszystkie ogniwa pełnego łańcucha edukacyjnego. Jakość tego procesu zależy nie tylko od infrastruktury szkolnictwa i jakości programów edukacyjnych, ale przede wszystkim od jakości, zaangażowania i zawodowej etyki uczestniczącej w nim kadry nauczycielskiej.

Naturalne jest dążenie do tego, by absolwenci poszczególnych etapów łańcucha edukacyjnego osiągnęli wyniki w jak największej mierze odpowiadające ich aspiracjom indywidualnym i oczekiwaniom społecznym. Proces edukacyjny powinien więc być zorganizowany i prowadzony w taki sposób, by każdemu z jego uczestników oraz społeczeństwu stwarzał możliwość pełnej realizacji tych celów. W znalezieniu najbardziej racjonalnych alternatywnych schematów organizacji i zarządzania procesem edukacyjnym

pomaga metoda modelowania (zob., np. Bubnicki 1974; Kacprzyński 1974). Zasadniczo wchodzi w grę trzy dziedziny, na gruncie których można konstruować modele procesów edukacyjnych. Są nimi: teoria modelowania matematycznego, teoria systemów oraz teoria modelowania heurystycznego. W pierwszym przypadku zakłada się, że możliwa jest pełna kwantyfikacja wszystkich wielkości charakteryzujących proces edukacyjny i jego otoczenie, w drugim – że część tych wielkości daje się wyrazić w kategoriach ilościowych, część zaś tylko w jakościowych, w trzecim – że dysponuje się niemal wyłącznie wielkościami jakościowymi. Jednak bez względu na to, z którym z tych przypadków mamy do czynienia, zawsze należy pamiętać o tym, że postać modelu i dokładność przybliżania nim rzeczywistości zależą przede wszystkim od przeznaczenia modelu, tj. od zadania, do którego rozwiązywania ma on być użyty. Jest to ważne, ponieważ w zależności od przeznaczenia modelu trzeba wybrać taki system założeń i ograniczeń oraz taką funkcję celu, które w jak największej mierze będą zgodne z realiami procesu edukacyjnego. Funkcja celu może mieć postać skalarną lub wektorową. Przykładowym zadaniem może być poszukiwanie takiej organizacji procesu edukacyjnego w gimnazjum, która – przy danych założeniach i ograniczeniach – będzie najbardziej racjonalna z punktu widzenia pewnej z góry ustalonej funkcji celu.

Obecna teoria pomiaru edukacyjnego jest całkowicie zdominowana przez podejście czysto ilościowe. Jest to jej poważnym ograniczeniem, ponieważ z natury rzeczy pełna obiektywna kwantyfikacja procesów edukacyjnych jest niemożliwa, a z punktu widzenia teorii modelowania systemowego – wręcz niekonieczna. Metodologiczną podstawą nowoczesnej teorii pomiaru edukacyjnego powinna być zasada systemowości edukacji, przy czym powinna to być teoria interdyscyplinarna i mieć charakter ilościowo-jakościowy. Co więcej, powinna być ona sformułowana i rozwijać się w ścisłej symbiozie z teorią kapitału ludzkiego oraz teorią kapitału społecznego. Rzecz jednak w tym, że obecnie istnieje wiele różnych teorii kapitału ludzkiego i wiele różnych teorii kapitału społecznego, przy czym w większości i jedne, i drugie są co najmniej częściowo sprzeczne z pozostałymi. Jedną z przyczyn tego stanu rzeczy jest niewątpliwie wielość filozoficznych koncepcji człowieka i społeczeństwa. Aby więc stworzyć nowoczesną teorię edukacji trzeba najprzód ustalić, którą z tych koncepcji przyjmie się za jej podstawę, bowiem od tego wyboru zależy sposób patrzenia na ucznia i nauczyciela, jako na głównych uczestników procesu edukacyjnego.

Struktura pracy jest następująca. W rozdziale 2 omawiamy kilka wybranych aspektów filozofii człowieka, które dotyczą jego istoty i pozycji bytowej, a które są ważne z punktu widzenia teorii i praktyki edukacji. Szczególną uwagę zwracamy na koncepcję personalizmu, która – naszym zdaniem – powinna leżeć u podstaw nowoczesnej teorii edukacji. Koncepcja ta stawia bowiem w centrum zainteresowania osobę ludzką (kapitał ludzki), a rozwój osobowy człowieka

wiąże nierozzerwalnie z jego aktywnym udziałem w kształtowaniu relacji międzypersonalnych (kapitał społeczny). Akcentuje przy tym niezwykłe prawo człowieka do samookreślenia się i samorealizacji przez działalność edukacyjną, naukową, techniczną, artystyczną itd.

Jednym ze znamion obecnej teorii edukacji jest jej ekonomizacja. Ekonomicznymi aspektami procesów edukacyjnych zajmuje się przede wszystkim ekonomia edukacji. Jej myślą przewodnią stało się poszukiwanie analogii między działalnością przedsiębiorstw wytwarzających dobra materialne a działalnością placówek edukacyjnych i – w oparciu o te analogie – konstruowanie matematyczno-ekonomicznych modeli procesów edukacyjnych. Jedne z tych analogii są rzeczywiste, inne – pozorne. Przykładem analogii rzeczywistej jest podobieństwo procesu przechodzenia uczniów przez kolejne etapy edukacji (proces dyskretny w czasie i przestrzeni) do procesu przemieszczania się pojazdów na drodze jednokierunkowej bez możliwości wyprzedzania (proces ciągły w czasie, dyskretny w przestrzeni). Przykładem analogii pozornej jest traktowanie placówki edukacyjnej jako jednostki produkcyjnej, działającej w taki sam sposób, jak przedsiębiorstwa wytwarzające dobra materialne. Przyjmowanie takiej analogii jest poważnym, jednak często spotykanym błędem metodologicznym. Rozdział 3 poświęcamy krytycznej analizie tego podejścia, zwracając szczególną uwagę na istotne różnice między dobrami materialnymi i niematerialnymi, których przykładem jest usługa edukacyjna. W rozdziale 4 omawiamy podstawowe relacje zachodzące między edukacją a kapitałem ludzkim i kapitałem społecznym.

Rozdział 5 stanowi zakończenie pracy. Zwracamy w nim jeszcze raz uwagę na konieczność zbudowania nowoczesnej teorii edukacji i formułujemy kilkanaście podstawowych postulatów, które – naszym zdaniem – powinny tkwić u jej podstaw bądź być w niej uwzględnione.

2. Uczeń i nauczyciel w kontekście filozofii człowieka

Ponieważ edukacja ma służyć wzbogacaniu ludzkiej osobowości, a także przyczyniać się do kształtowania stosunków międzyludzkich oraz wynikających z tych stosunków powiązań społecznych i norm współżycia społecznego, więc konieczne jest spojrzenie na całokształt zagadnień dotyczących edukacji – w tym także na kwestie pomiaru dydaktycznego i oceny jakości placówek oświatowych – z punktu widzenia niezwykle dynamicznie prowadzonych obecnie badań nad kapitałem ludzkim i kapitałem społecznym. Powiedzieliśmy już, że wchodzi w grę różne metodologie i metody pomiaru edukacyjnego oraz ewaluacji. Trzeba jednak dodać, że teoretyczna wartość i praktyczna przydatność każdej z nich będą w dużej mierze zależały od przyjętej – w nadrzędnych w stosunku do teorii edukacji teoriach kapitału ludzkiego i kapitału społecznego – filozoficznej koncepcji człowieka, bezpośrednio decydującej o sposobie traktowania ucznia i nauczyciela w procesie

edukacyjnym. Obecnie istnieje kilka teorii kapitału ludzkiego i kilka teorii kapitału społecznego, przy czym jedne i drugie są pod wieloma względami sprzeczne z teoriami względem nich alternatywnymi. Ta różnorodność i wzajemna niespójność podejść jest odbiciem różnorodności filozoficznych poglądów na podstawowy problem dotyczący człowieka: czy człowiek jest bytem jednorodnym, czy też złożonym z elementów niejednorodnych, a jeśli jest bytem złożonym, to w jakich wzajemnych stosunkach pozostają te elementy. Jedni filozofowie traktują człowieka wyłącznie jako byt cielesny, o którego wartości świadczy jego siła robocza (skrajny materializm), lub jako byt czysto duchowy (skrajny spirytualizm). Inni uważają, że człowiek jest bytem cielesno-duchowym, ale jego duchowość jest wtórna w stosunku do pierwiastka materialnego (umiarkowany marksizm). Przeciwnicy tych ostatnich głoszą, że jest wprost przeciwnie: w jedności cielesno-duchowej człowieka dominujące znaczenie ma strona duchowa, której jest podporządkowana cała materialna sfera człowieka (umiarkowany spirytualizm). Jeszcze inni głoszą, że byt ludzki składa się z dwóch odrębnych elementów, materii i ducha, które albo wzajemnie na siebie oddziałują (interakcjonizm), albo rozwijają się równolegle (paralelizm). Są wreszcie i tacy, wedle których człowiek jest jednością psychofizyczną, złożoną z materii i formy substancjalnej, którą stanowi niecielesna dusza. Nie można skonstruować ani poprawnej teorii kapitału ludzkiego, ani poprawnej teorii kapitału społecznego, ani też teorii edukacji, bez jednoznacznego określenia, w ramach jakiej koncepcji ontycznej jest to robione. Niestety, w istniejących obecnie wariantach tych teorii trudno byłoby dopatrzeć się tego rodzaju deklaracji. To przede wszystkim z tego powodu brak jest jednoznacznych określeń pojęć kapitału ludzkiego i kapitału społecznego oraz innych pojęć, podstawowych dla obu tych teorii, a ta niejednoznaczność bazy pojęciowej negatywnie wpływa na teoretyczną wartość i praktyczną użyteczność obu teorii. Sytuacja ta przekłada się bezpośrednio na grunt oświaty i wychowania, bowiem opieranie teorii edukacji na tych teoriach kapitału ludzkiego i kapitału społecznego, w których tle leżą nieraz ciekawe filozoficznie, ale niepoprawne ontycznie koncepcje człowieka, prowadzi do co najmniej częściowej degradacji systemów edukacyjnych.

Poważną wadą obecnych teorii kapitału ludzkiego i kapitału społecznego jest ich dehumanizacja i depersonalizacja. W większości z nich nie patrzy się na człowieka jako na autonomiczny i wolny byt osobowy, lecz wciąż – jakby obawiając się skutków przyjęcia pełnej prawdy o człowieku – wybiera się jedynie taki lub inny aspekt jego osobowości (fizyczny, intelektualny, społeczny itd.). Istnieje więc potrzeba stworzenia takich teorii kapitału ludzkiego i społecznego oraz takiej teorii edukacji, które koncentrowałyby się wokół osoby ludzkiej, jako istoty indywidualnej (ale przeznaczonej do życia w społeczeństwie), niepowtarzalnej, autonomicznej, dynamicznej, wolnej, obdarzonej godnością, świadomej i odpowiedzialnej, będącej podmiotem swoich aktów. Koncepcją filozoficzną, która widzi człowieka w taki właśnie

sposób jest personalizm (zob., np., Dec 2007). Postulujemy więc przyjęcie tej koncepcji za filozoficzną kanwę nowoczesnej teorii edukacji.

3. Placówka edukacyjna jako jednostka usługowa

W obecnej fazie badań nad edukacją upowszechnił się styl patrzenia na placówki oświatowe, odpowiadające poszczególnym ogniwom łańcucha edukacyjnego, jako na makroskopowe układy cybernetyczne, tj. układy typu „wejście – wyjście”, w których jest realizowany pewien proces, ukierunkowany na osiągnięcie określonego celu lub wiązki celów. Podejście to, nazywane w cybernetyce i teorii systemów metodą czarnej skrzynki, zakłada, że placówka edukacyjna jest jednostką transformującą wedle ściśle ustalonej reguły lub zbioru reguł określone w odpowiedni sposób strumienie wejściowe w określone w odpowiedni sposób strumienie wyjściowe. Zakłada się, że na wejściu do układu pojawiają się absolwenci placówek, które realizowały poprzedni etap edukacji, że typowy czas przebywania każdego w nich w układzie odpowiada ustawowemu czasowi trwania edukacji w placówce, którą ten układ reprezentuje, oraz że po upływie tego czasu na wyjściu układu pojawiają się absolwenci tej placówki. Jeżeli rozpatrywać działanie placówki w długim okresie czasu, to liczebności zbiorowości osób co roku do niej przyjmowanych, podobnie jak i zbiorowości osób co roku ją opuszczających, są – co najmniej z punktu widzenia obserwatora zewnętrznego – wielkościami przypadkowymi. Każda z osób podejmujących naukę w danej placówce ma określone predyspozycje psychofizyczne oraz określony stan skumulowanej wiedzy i umiejętności wyniesionych z poprzednich etapów edukacyjnych. Każda z nich, po ściśle określonym czasie przebywania w placówce i aktywnym uczestniczeniu w realizowanym niej procesie edukacyjnym – opuszcza ją. Zakłada się, że każda z tych osób rozwinęła się pod względem psychofizycznym, a w szczególności rozwinęła swe predyspozycje i powiększyła zasób wiedzy oraz umiejętności w stopniu co najmniej odpowiadającym obowiązującym standardom. Istotne znaczenie dla badań nad edukacją ma więc wybór matematycznej postaci modelu odwzorowującego rzeczywisty mechanizm procesu edukacyjnego realizowanego w danej placówce oraz modelu odwzorowującego przechodzenie osób uczących się przez kolejne ogniwa łańcucha edukacyjnego.

Edukacja powinna być skuteczna i ekonomicznie efektywna. Od dawna poszukuje się metod oceny jej jakości. W ostatnich latach, jednym z najbardziej popularnych podejść stało się traktowanie przyrostu wiedzy i umiejętności, zdobytych przez ucznia w czasie przebywania w danej placówce edukacyjnej, jako dobra wyprodukowanego przez tę placówkę. Ta idea skłoniła wielu badaczy do traktowania placówek oświatowych jako jednostek produkcyjnych i bezpośredniego przenoszenia na grunt edukacji teoretycznych wyników otrzymanych w ramach ekonomiki przedsiębiorstw. Nie zwrócono uwagi na to,

że edukacja nie należy do sfery produkcji materialnej, lecz do sfery produkcji niematerialnej, tj. do sfery usług. Placówki edukacyjne są więc jednostkami produkcji niematerialnej, które w toku właściwego im procesu technologicznego, zwanego procesem edukacyjnym, wytwarzają dobro niematerialne w postaci usługi edukacyjnej. Dobro to wzbogaca najcenniejszy zasób produkcyjny, jakim jest kapitał ludzki. Na kapitał ten składają się ludzie oraz ich predyspozycje psychofizyczne, a także wiedza, zdolności, umiejętności, kwalifikacje i przedsiębiorczość. Ludzie uczestniczą w procesie edukacyjnym poprzez wykonywanie związanej z nim pracy umysłowej i fizycznej, na którą składa się ogół czynności wymaganych dla pomnożenia ich kapitału ludzkiego. W placówce oświatowej zachodzi więc specyficzny proces przekształcania właściwych edukacji zasobów produkcyjnych w usługę edukacyjną. Jakość tej usługi zależy nie tylko od ilościowo-jakościowych cech kapitału uosobionego w poszczególnych uczestnikach procesu edukacyjnego, a zwłaszcza w uczniach i nauczycielach, ale także od sposobu i umiejętności wykorzystania ich psychofizycznych predyspozycji. Jest oczywiste, że w toku realizacji procesu edukacyjnego placówka edukacyjna musi korzystać z odpowiednich przedmiotów i środków pracy, a w szczególności z lokali (aule wykładowe, sale lekcyjne bądź ćwiczeniowe, pracownie przedmiotowe, laboratoria itp.) wyposażonych w odpowiednie pomoce dydaktyczne (podręczniki, telewizory, komputery i inny sprzęt informatyczny, tablice kredowe, tablice białe, tablice interaktywne itd.).

Ważną właściwością usług edukacyjnych jest to, że z powodu swej niematerialności nie mogą być one wytwarzane na zapas i magazynowane. Są one konsumowane natychmiast w chwili ich wytworzenia. Ponieważ muszą być świadczone wtedy, gdy pojawia się na nie zapotrzebowanie, system edukacyjny musi trwać w stanie ustawicznej gotowości do ich świadczenia. Z tego wynika, że system ten musi zawsze dysponować odpowiednim zapasem właściwych sobie środków produkcji oraz zasobów pracy. Praca ludzka – umysłowa i fizyczna – jest podstawowym zasobem zużywanym w procesie edukacyjnym. Praca ta, zwłaszcza umysłowa – to praca świadczona przez na ogół wysoko wykwalifikowanych nauczycieli, wychowawców i pedagogów. Specyfiką zawodu nauczycielskiego jest to, że w miarę pogłębiania i rozszerzania wiedzy teoretycznej oraz zdobywania doświadczenia zawodowego kapitał ludzki nauczyciela nieustannie wzrasta. Kapitał ten nie jest więc z góry określonym pod względem ilościowo-jakościowym zasobem nauczyciela lecz powinien być przez niego stale pomnażany poprzez inwestowanie nauczyciela w samego siebie lub inwestowanie w niego przez innych. Nauczyciel, który zaprzestanie pracy nad swym rozwojem intelektualnym szybko wpadnie w rutynę, która wcześniej czy później doprowadzi go do bankructwa zawodowego.

Badaniem ekonomicznych aspektów procesów edukacyjnych zajmuje się ekonomika edukacji. Jej podstawowym zadaniem jest identyfikacja

prawidłowości i praw rządzących tymi procesami. W ogólnym przypadku, identyfikacją takich prawidłowości i praw zajmuje się ekonomia polityczna. Niestety, brak spojrzenia na edukację z punktu widzenia ekonomii politycznej sprawia, że wielu badaczy uważa placówki edukacyjne za jednostki funkcjonujące dokładnie tak samo jak przedsiębiorstwa produkcji materialnej. Jest to analogia błędna. Aby zrozumieć istotę jej niepoprawności trzeba wiedzieć, że w ekonomii politycznej mówi się o dwóch rodzajach pracy: produkcyjnej i nieprodukcyjnej. Praca produkcyjna wiąże się wytwarzaniem dóbr materialnych. W odróżnieniu od niej praca nieprodukcyjna wiąże się z wykonywaniem tych rodzajów działalności ludzkiej, które bezpośrednio zaspokajają potrzeby ludzkie, bez uprzedniego wytworzenia dóbr materialnych. Wszystkie czynności, które są związane z bezpośrednim zaspokajaniem potrzeb ludzkich, ale nie są związane z wytwarzaniem przedmiotów, nazywa się usługami. Do sfery usług należą więc transport i łączność, finanse i ubezpieczenia, edukacja i wychowanie, kultura i sztuka, nauka, handel, administracja itd. Specyfiką edukacji jest to, że należy ona do tych rodzajów działalności ludzkiej, które bezpośrednio zaspokajają potrzeby ludzkie, bez uprzedniego wytworzenia przedmiotów materialnych, czyli dóbr. Ponieważ praca wkładana w realizację procesów edukacyjnych ma charakter nieprodukcyjny, więc traktowanie tych procesów jako odpowiedników procesów produkcji materialnej, opartych na zaangażowaniu pracy produkcyjnej, jest niewłaściwe.

4. Edukacja a kapitały ludzki i społeczny

Człowiek jest bytem fizyczno-duchowym. Z racji swej natury i z tego, że jest osobą ludzką, posiada pewne niezwykłe cechy, prawa i przywileje. Podstawowymi z nich są wolność oraz prawo do nieskrępowanego rozwoju. Najważniejszymi czynnikami decydującymi o rozwoju człowieka osobowym są edukacja i wychowanie, a głównym bogactwem każdego państwa są jego obywatele. Bogactwo to jest tym większe, im bardziej są oni światli. Ranga tego bogactwa jest tak duża, że każdą istotę ludzką uważa się za największy kapitał. Często mówi się też o kapitale ucieleśnionym w człowieku bądź o zasobie kapitału, jaki stanowią ludzie wraz z ich wiedzą, umiejętnościami i zdrowiem. Czasem mówi się o wiedzy, zdrowiu i umiejętnościach ludzkich jako różnych rodzajach kapitału, które są zawarte w danej zbiorowości ludzkiej (Domański 1993, s. 16). Z natury rzeczy zasób kapitału ludzkiego nie jest wielkością z góry daną i genetycznie związaną z danym człowiekiem lub populacją, lecz jest przez nich ludzi wytwarzany i pomnażany w procesie zdobywania wiedzy. Edukację uważa się obecnie za jedną z najważniejszych form inwestowania w człowieka, a tym samym w społeczeństwo. Kapitał ludzki ma więc dwa wymiary: indywidualny i społeczny. Jego immanentną właściwością jest to, że – w przeciwieństwie do kapitału czysto rzeczowego – jest nierozzerwalnie związany z człowiekiem, wskutek czego nie może zmienić

właściciela i nie może stanowić samoistnego przedmiotu obrotu rynkowego. Warto jednak pamiętać, że we współczesnej ekonomii wszystkie rozważania dotyczące kapitału ludzkiego wiążą się nierozdzielnie z rynkiem pracy, a w szczególności z efektywnością kształcenia, strukturą zatrudnienia, inwestowaniem w zdrowie człowieka i z zagadnieniami wzrostu gospodarczego.

Podobnie jak to ma miejsce w przypadku kapitału rzeczowego, kapitał ludzki jest jednak efektem poczynionych w przeszłości inwestycji, których celem jest przynoszenie dochodów w przyszłości. Sposobami jego wykorzystania zajmuje się teoria zarządzania zasobami ludzkimi, której korzenie tkwią w pracach najwybitniejszego pioniera teorii zarządzania, nieżyjącego już amerykańskiego profesora, z pochodzenia Austriaka, prof. P.F. Druckera, powstałych w latach 50. dwudziestego wieku. Lansował on tezę, że innowacyjność i marketing mają dla przedsiębiorstw znacznie większe znaczenie, niż sprawy finansowe. Sformułowaną przez siebie teorię organizacji i zarządzania oparł na siedmiu postulatach (zob., np., Drucker 1954, 1964, 1992, 2002). Głoszą one, że zarządzanie:

1. Dotyczy przede wszystkim ludzi.
2. Jest głęboko osadzone w kulturze.
3. Wymaga określenia w sposób prosty i jednoznacznie zrozumiały systemu podstawowych wartości, celów działania oraz zadań przedsiębiorstwa: system ten powinien stanowić kanwę jednoczącą wszystkich pracowników przedsiębiorstwa.
4. Powinno doprowadzić do tego, by przedsiębiorstwo stało się systemem uczącym się.
5. Wymaga wzajemnego komunikowania się pracowników.
6. Wymaga posiadania racjonalnie rozbudowanego systemu wskaźników oceny działania przedsiębiorstwa.
7. Musi być jednoznacznie ukierunkowane na realizację podstawowego celu, jakim jest pełne spełnienie życzeń klienta.

W szczególności postulaty te należy odnieść do organizacji i zarządzania procesami edukacyjnymi pamiętając jednak o tym, że placówki oświatowe nie są jednostkami produkcji materialnej, lecz jednostkami usługowymi.

Człowiek jest istotą społeczną i bez względu na reprezentowany sobą kapitał ludzki uczestniczy w taki czy inny sposób w życiu społecznym i bierze udział w wytwarzaniu i pomnażaniu kapitału społecznego. Pojęcie kapitału społecznego jest rozmaicie określane. Mimo tej niejednoznaczności panuje zgoda co do tego, że na kapitał ten składają różnorakie aktywne relacje międzyludzkie, takie jak zaufanie, wspólne wartości, wzajemne zrozumienie, zachowania itd., które wiążą ze sobą członków społeczeństwa i umożliwiają ich współpracę. Na kapitał społeczny więc patrzeć jako na spoiwo cementujące społeczeństwo w jedną

systemową całość. Według P. Bourdieu, kapitał ten przejawia się w trzech głównych postaciach (Bourdieu 1983):

1. Jako kapitał ekonomiczny, który jest bezpośrednio wymierny na pieniądze i może przyjmować formę praw własności.
2. Jako kapitał kulturalny, który może być wymieniany w określonych okolicznościach na kapitał ekonomiczny, przybierając – na przykład – formę usług pedagogicznych i edukacyjnych.
3. Jako kapitał wynikający z powiązań społecznych, które w pewnych okolicznościach można wymienić na takie wartości, jak szacunek dla jednostki, renoma, dobra opinia itp.

Społeczną strukturę i funkcje człowieka określa usystematyzowany zespół względnie trwałych jego cech, w dużej mierze ukształtowany pod wpływem środowiska społeczno-kulturalnego oraz cech związanych z oddziaływaniem jednostki na społeczeństwo i społeczeństwa na jednostkę. Aby spełnić oczekiwania, związane z zajmowaną przez siebie pozycją, człowiek powinien wywiązywać się z zadań rzeczowych wynikających z jego statusu społecznego i pełnionych funkcji społecznych (przykładem tego może być przekazywanie umiejętności przez nauczyciela wiedzy i sprawdzanie stopnia jej opanowania osobowego. Jest oczywiste, że wymogi, jakie stawia nauczycielowi jego funkcja społeczna i związane z nią zadania, a także wzorce osobowe, zmieniają się w czasie wraz z całym systemem społeczno-kulturalnym.

Mówiąc obrazowo, kapitał społeczny można wyobrazić sobie jako dynamicznie zmieniającą się sieć wielorakich relacji międzyludzkich. Podobnie jak kapitał ludzki, nie jest on zasobem z góry danym, lecz stanowi efekt określonych zachowań poszczególnych jednostek i zbiorowości ludzkich w pewnym okresie czasu, dążących spontanicznie lub celowo do odtwarzania bądź podtrzymywania starych lub kreowania nowych stosunków społecznych. W kapitał ten może wносить wkład i z kapitału tego może korzystać, a ostatecznym tego efektem jest zysk ekonomiczny w postaci kumulujących się korzyści społecznych (Bourdieu 1983).

5. Wartość dodana a edukacja

5.1. Wartość dodana w ekonomii

W klasycznej ekonomice przedsiębiorstw przyjmowano, że podstawowym celem działalności przedsiębiorstwa jest maksymalizacja zysku księgowego, tj. różnicy między przychodami i kosztami. Współczesna ekonomika przedsiębiorstw odchodzi od tej koncepcji. Przyjmuje, że głównym celem działalności przedsiębiorstwa jest maksymalizacja wartości rynkowej przedsiębiorstwa poprzez odpowiednie nim zarządzanie.

W klasycznej ekonomice przyjmowano też, że podejmowanie decyzji związanych z zarządzaniem przedsiębiorstwem jest wspomagane przez taki system wskaźników finansowych, który pozwala w pełni wykorzystać informacje zawarte w sprawozdaniu finansowym przedsiębiorstwa. Tradycyjnie w skład tego systemu wchodzi pięć grup współczynników, a mianowicie:

1. Współczynniki rentowności, które charakteryzują sposób wykorzystania aktywów dla wytworzenia zysków.
2. Współczynniki płynności, charakteryzujące stopień dostępności gotówki potrzebnej do spłaty zobowiązań.
3. Współczynniki płynności finansowej.
4. Współczynniki rynkowe.
5. Współczynniki zarządzania długiem.

W obecnej ekonomice przedsiębiorstw zwraca się uwagę, że system wskaźników finansowych oparty na danych księgowych nie uwzględnia wszystkich istotnych czynników, które mają wpływ na wartość przedsiębiorstwa. Odwołując się więc do jednego z fundamentalnych praw ekonomii politycznej, jakim jest prawo wartości dodanej, uzupełnia się ten system dwoma dodatkowymi miernikami: ekonomiczną wartością dodaną oraz rynkową wartością dodaną.

Idea twierdzenia Modiglianiego-Millera

U podstaw pojęcia ekonomicznej wartości dodanej leżą rozważania M.H. Millera i F. Modiglianiego, przedstawione na początku drugiej połowy 20. wieku, poświęcone analizie finansowych systemów przedsiębiorstw, ze szczególnym uwzględnieniem wpływu polityki dywidendowej przedsiębiorstwa na bieżące ceny jego udziałów (Modigliani i Miller 1958, 1963; Miller i Modigliani 1963). Rozważania te, prowadzone z punktu widzenia trzech głównych uczestników gry rynkowej, tj. zarządu przedsiębiorstwa (analiza wpływu polityki dywidendowej przedsiębiorstwa na bieżące ceny jego udziałów), inwestora (planowanie zawartości portfela) oraz ekonomisty (analiza i ocena funkcjonowania rynków kapitałowych), doprowadziły do sformułowania przez Modiglianiego i Millera twierdzenia, mającego fundamentalne znaczenie dla teorii i praktyki finansów przedsiębiorstw. W bardzo ogólnym ujęciu głosi ono, że jeśli:

- ma miejsce neutralna polityka podatkowa,
- nie występują niedoskonałości rynku, takie jak koszty transakcji, ograniczenia handlu czy koszty bankructwa,
- istnieje symetria dostępu do rynków kredytowych,
- przedsiębiorstwa nie ujawniają żadnych informacji o swojej polityce finansowej,

- wartość przedsiębiorstwa nie zależy od stosunku wielkości jego zadłużenia do wielkości jego kapitału, czyli od sposobu finansowania przedsiębiorstwa,
- dźwignia finansowa przedsiębiorstwa nie ma wpływu na średni ważony koszt kapitału, tzn. że koszt kapitału własnego jest liniową funkcją tego stosunku,
- wartość firmy jest niezależna od jej polityki dywidendowej,
- właścicielom kapitału jest obojętna polityka finansowa przedsiębiorstwa.

Chociaż jest to twierdzenie czysto abstrakcyjne, ponieważ jego założenia i tezy odbiegają zbyt daleko od realnej rzeczywistości, to jednak dyskusja, jaką ono wzniciło wśród ekonomistów, miała efekt niezwykle pozytywny. Doprowadziła bowiem do istotnego rozszerzenia koncepcji Millera i Modiglianiego i wprowadzenia przez G.B. Stewarta pojęcia ekonomicznej wartości dodanej oraz pojęcia rynkowej wartości dodanej (Stewart 1991). Od tego czasu pojęcia te są przedmiotem intensywnych badań teoretycznych, których wyniki sprawdza się empirycznie w coraz to innych dziedzinach praktyki, między innymi w edukacji (zob., np.: Fincher 1985; Tully 1993; Stern, Stewart i Chew 1995; O'Byrne 1996; Anders 2000; Schagen i Hutchinson 2003; Gorard 2003, 2006, 2010; Niemierko 2006, 2009).

Ekonomiczna wartość dodana

Jedną z podstawowych kategorii ekonomicznych w gospodarce rynkowej jest wartość dodana, którą wydziela kapitał, a podstawowym prawem ekonomicznym jest prawo wartości dodanej. Ekonomiczną wartością dodaną (EWD) nazwał G.B. Stewart zysk operacyjny przedsiębiorstwa, pozostający po odliczeniu podatku i kosztów kapitału (Stewart 1991):

$$\text{EWD} = \text{ZYSK OPERACYJNY NETTO} - \text{PODATKI} - \text{KOSZT KAPITAŁU} \quad (5.1)$$

Kapitał przedsiębiorstwa – to jego wszystkie zasoby gotówkowe, nakłady inwestycyjne oraz kapitał obrotowy i rzeczowy. Koszt kapitału jest reprezentowany przez wymaganą przez udziałowców i pożyczkodawców przedsiębiorstwa stopę zwrotu, gwarantującą finansowanie działalności przedsiębiorstwa. Gdy przychody przedsiębiorstwa są większe niż łącznie wzięte koszty jego działalności oraz koszty kapitału, wtedy przedsiębiorstwo staje się dla udziałowców źródłem dochodów. Jeśli przez K oznaczymy księgową wartość kapitału, przez r - stopę zwrotu, a przez c – średni ważony koszt kapitału, to ekonomiczna wartość dodana jest określona wzorem

$$\text{EWD} = K(r - c) . \quad (5.2)$$

Średni ważony koszt kapitału informuje, jaki przeciętnym koszt ponosi przedsiębiorstwo angażując dany kapitał. Wskaźnik ten uwzględnia zróżnicowanie struktury finansowania inwestycji, a także zróżnicowane koszty poszczególnych składników kapitałowych. Wyraża się formułą:

$$c = \sum_{i=1}^N w_i K_i, \quad (5.3)$$

gdzie N jest liczbą źródeł kapitału, w_i wyraża udział i -tego składnika kapitału w źródłach finansowania, zaś K_i jest kosztem i -tego składnika kapitału. Niech P będzie zyskiem z działalności przedsiębiorstwa po opodatkowaniu. Ponieważ $r = \frac{P}{K}$, więc zależność (2.2) jest równoważna formule

$$EWD = P - cK. \quad (5.4)$$

Rynkowa wartość dodana

Rynkową wartością dodaną (RWD) określił Stewart jako nadwyżkę rynkowej wartości przedsiębiorstwa (RWP) nad wartością kapitału zainwestowanego (WZK) w tym przedsiębiorstwie w aktywa operacyjne przez jego właścicieli i wierzycieli:

$$RWD = WZK - RWP. \quad (5.5)$$

Niech $WZK \equiv V$, $RWP \equiv K_0$, K_0 – kapitał początkowy. Otrzymujemy:

$$RWD = V - K_0, \quad (5.6)$$

lub

$$RWD = \sum_{t=1}^{\infty} \frac{EWD_t}{(1+c)^t}. \quad (5.7)$$

Rynkowa wartość dodana przedsiębiorstwa jest więc zdyskontowaną sumą wszystkich przyszłych oczekiwanych wartości dodanych.

5.2. Wartość dodana w edukacji

Przez analogię do ogólnych pojęć ekonomicznej wartości dodanej i rynkowej wartości dodanej zostały wprowadzone pojęcia edukacyjnej wartości dodanej (EDWD) i rynkowej edukacyjnej wartości dodanej (REWD). Podobnie jak

ekonomii, również na gruncie edukacji pojęcie edukacyjnej wartości dodanej nie jest jednoznacznie określone.

W literaturze przedmiotu można znaleźć wiele propozycji obliczania edukacyjnej wartości dodanej. Istnieje potrzeba dokonania ich przeglądu i przeprowadzenia wnikliwej analizy – będzie to przedmiotem odrębnej pracy. W tym miejscu chcemy jednak zwrócić uwagę, że to, że w dziedzinie edukacji toczy się obecnie debata, czy – a jeśli tak, to w jakiej mierze – wartość dodana nadaje się do oceniania jakości edukacji. Przede wszystkim trzeba odpowiedzieć na pytanie, czym jest wartość dodana w edukacji. Aby to zrobić trzeba najprzód zdać sobie sprawę z tego, co rozumie się pod tym pojęciem w znaczeniu ogólnoeconomicznym. Fincher (1985, s. 395) stwierdza: „W ekonomice wartość dodana przez przedsiębiorstwo do wytworzonego przez nie produktu jest różnicą między ceną gotowego produktu i kosztem surowców, paliw, energii elektrycznej itd., użytych do wytworzenia tego produktu”. Przez analogię do tego określenia należałoby powiedzieć, że wartością dodaną do usługi edukacyjnej przez placówkę, która ją wyświadczyła, jest różnica między ceną usługi i kosztem jej wyświadczenia. Gdyby więc znane były obie te wielkości, to oszacowanie edukacyjnej wartości dodanej nie przedstawiałoby żadnego problemu. Rzecz jednak w tym, że o ile w przypadku przedsiębiorstwa produkującego dobra materialne można w oparciu o dane zgromadzone w systemie rachunkowości oszacować koszt otrzymania gotowego produktu, to przypadku placówki edukacyjnej brak takich danych uniemożliwia zrobienie tego. Stąd wziął się pomysł innego zdefiniowania edukacyjnej wartości dodanej i stąd olbrzymia różnorodność propozycji uczynienia tego. Na przykład, B. Niemierko stwierdza: „Wartość dodana osiągnięć ucznia (szkoły, regionu) jest przyrostem osiągnięć w wybranym zakresie programowym w określonym czasie. (...) Szacuje się ją jako różnicę między wynikiem uzyskanym przez ucznia (szkołę, region) w pomiarze końcowym a wynikiem oczekiwanym na podstawie pomiaru osiągnięć początkowych. Statystycznym modelem takiego porównania jest analiza regresji” (Niemierko 2006, s. 21). S. Walkiewicz pisze: „Pod koniec lat osiemdziesiątych ubiegłego wieku wprowadzono pojęcie edukacyjnej wartości dodanej (EWD), jako przyrost/ubytek osiągnięć uczniów w wybranym zakresie programowym, który jest mierzony w dostatecznie długim czasie, by być oszacowanym z wystarczającą dokładnością. (...) Edukacyjną wartość dodaną wprowadzono pierwotnie jako miarę do oceny jako miarę do oceny jakości osiągnięć pojedynczego ucznia ...” (Walukiewicz 2010, s. 125).

W naszym systemie edukacyjnym przyjęto, że metoda oceny jakości edukacji w oparciu o wyniki egzaminów zewnętrznych powinna mieć charakter wielokryterialny, przy czym kryterium wiodącym powinna być edukacyjna wartość dodana. Założono też, że ma to być metoda dynamiczna, tzn. reagująca na zmiany zachodzące w procesie edukacyjnym i jego systemowym otoczeniu.

Po analizach metod stosowanych w innych krajach stwierdzono, że warunki te spełnia metoda szacowania edukacyjnej wartości dodanej używana w szkolnictwie angielskim i – po stosunkowo niewielkim zmodyfikowaniu – zaczęto ją stosować w szkolnictwie polskim. Modyfikacja polega na zastąpieniu oryginalnych procedur statystycznej obróbki danych procedurami liniowej analizy regresyjnej i nierozzerwalnie z nią związanego rachunku korelacyjnego. Na pierwszy rzut oka procedura obliczania edukacyjnej wartości dodanej wydaje się stosunkowo prosta. R. Dolata (Dolata 2006, s. 11) stwierdza: „Obliczenie wskaźników wartości dodanej wymaga:

1. Sprawdzenia kształtu i siły związku między wynikiem sprawdzianu a wynikiem egzaminu gimnazjalnego.
2. Wyznaczenia równania regresji i wykorzystania go do obliczenia dla każdego ucznia oczekiwanego wyniku egzaminu.
3. Obliczenia dla każdego ucznia wskaźnika wartości dodanej według formuły:

$$\text{wartość dodana} = \text{wynik ucznia} - \text{wynik oczekiwany}''.$$

Ponieważ sposób i wyniki użycia metody są szczegółowo opisane w polskim piśmiennictwie edukacyjnym (zob., np.: Dolata 2006, 2007; Niemierko 2006), nie będziemy rozwijać tego tematu. Skupimy się natomiast na pewnych uwagach metodologicznych, które nasuwają się przy analizie prac poświadczonych zastosowaniom metody wartości dodanej w edukacji.

Ogólnie biorąc, pojęcie edukacyjnej wartości dodanej ma charakteryzować przyrost wiedzy ucznia uzyskany w danym ogniwie łańcucha edukacyjnego w okresie równym długości ustawowego czasu trwania nauki w tym ogniwie. Przyrost ten można wyrażać w wartościach bezwzględnych lub względnych. Bez względu na sposób w jaki to uczynimy jest oczywiste, że – z punktu widzenia ekonomiki edukacji – głównym celem działalności placówki edukacyjnej powinna być maksymalizacja wartości dodanej, ponieważ postępowanie to prowadzi do wzrostu rynkowej wartości placówki. Aby to osiągnąć, placówka powinna dbać o to, by realizowany w niej proces edukacyjno-wychowawczy był stale utrzymywany na jak najwyższym poziomie. Patrzenie jednak na ten proces tylko i wyłącznie z punktu widzenia placówki edukacyjnej jest niewłaściwe. Jakość procesu edukacyjnego zależy bowiem nie tylko od tego, w jaki sposób placówka ta przykłada się do realizacji swoich statutowych zadań, ale również od tego, z jakim materiałem uczniowskim ma do czynienia. Nawet najlepiej zorganizowany proces edukacyjny nie przyniesie pożądanego wyniku, jeśli wysiłek nauczycieli nie znajdzie właściwego oddźwięku w społeczności uczniów. Częsta nieobecność w szkole, brak aktywności na zajęciach, brak systematyczności w uczeniu się, nieodrabianie prac domowych, celowe opuszczanie sprawdzianów, lekceważenie wysiłku nauczycieli itd. – wszystkie te czynniki negatywnie oddziałują na jakość

edukacji. Uczniowie hołdujący tym mankamentom – a jest ich wbrew pozorom cała rzesza – z reguły osiągają wyniki bez porównania gorsze niż ci ich koledzy, którzy mają ambicję zdobywania wiedzy i solidnie przykładają się do nauki. W analizach zewnętrznych wyniki jednych i drugich traktuje się jednak w dokładnie taki sam sposób: są one po prostu elementami zbiorów danych, które poddaje się odpowiedniej obróbce statystycznej.

Niestety, w wielu przypadkach obróbka ta odbywa się w sposób zrutynizowany. Przede wszystkim niemal podświadomie zakłada się, że zbiory te mają wszystkie cechy wymagane do tego, by móc je uważać za zbiory statystyczne. Tymczasem tak nie jest. Populacja uczniów jest wysoce niejednorodna i to w wielorakim sensie. Między innymi w sensie podejścia do edukacji. To zróżnicowanie znajduje potem odbicie w silnym zróżnicowaniu wyników egzaminów. Zbiory liczbowe, których elementami są te wyniki, są silnie niejednorodne. Zanim więc staną się przedmiotem analiz statystycznych, muszą być poddane wstępnej obróbce, która je do tego przygotowuje. Podstawową czynnością, którą trzeba wykonać, jest wybór jednej lub większej liczby cech, które przyjmie się jako kryterium lub kryteria jednorodności zbioru wyników i sprawdzenie, czy w sensie tego kryterium lub tych kryteriów zbiór ten jest jednorodny. Metoda sprawdzania jednorodności zbiorów danych liczbowych i podziału zbiorów niejednorodnych na podzbiory jednorodne została opisana w jednej z wcześniejszych prac autorów, w ramach prowadzonych przez nich od kilku lat badań nad zastosowaniem metod matematycznych do modelowania pracy i oceny jakości placówek edukacyjnych (Bereziński, Inkielman i Wagner 2007b). Przeprowadzenie badania jednorodności jest konieczne, ponieważ metody wnioskowania statystycznego wolno stosować tylko w odniesieniu do zbiorów jednorodnych w sensie statystycznym (zob., np., Feller 1969; Blalock i inni 1975; Hellwig 1980; Nowak 2002).

Stwierdzamy więc, że bez względu na to, jaki wskaźnik zostanie przyjęty za miarę jakości procesu edukacyjnego, jego liczbową wartość powinna być liczona odrębnie dla każdego z jednorodnych podzbiorów zbioru wyników egzaminów zewnętrznych. Dopiero po zrobieniu tego można w toku dalszej analizy statystycznej wnioskować o wartości tego wskaźnika w całym zbiorze.

Koncepcja edukacyjnej wartości dodanej ma wprawdzie wielu zwolenników, ale również wielu przeciwników. Istnieją regiony i kraje, których doświadczenie w korzystaniu z tej koncepcji jest pozytywne, ale są i takie, których doświadczenie świadczy na jej niekorzyść. Poważnym mankamentem jest to, że w różnych regionach i krajach, a nawet w różnych okręgach edukacyjnych tego samego regionu lub kraju, stosuje się często niemal diametralnie różne sposoby obliczania edukacyjnej wartości dodanej. Z jednej strony pozwala to uzależnić postać tego wskaźnika od lokalnych czynników, wpływających na jakość edukacji (status społeczny i stan rodzinny ucznia, jego warunki socjalne, dochód na głowę w rodzinie, dostępność do środków komunikacji publicznej,

W pewnych sytuacjach jest to aproksymacja dopuszczalna, w innych – nie. Ponieważ procesy edukacyjne mają charakter ilościowo-jakościowy, więc wszelkie ich oceny czysto ilościowe nie mogą być w pełni obiektywne. Ograniczanie się w badaniach tylko do ilościowych aspektów edukacji deformuje obraz rzeczywistości. W nowoczesnej teorii edukacji konieczne jest poszerzenie zakresu badań nad procesami edukacyjnymi i metodami ich oceny o aspekt jakościowy. Współczesna matematyka oraz teoria systemów dysponują bowiem bogatym zasobem metod pozwalających modelować jakościowe aspekty procesów i zjawisk.

Mit 2: Konieczność założenia o niezależności

W teorii edukacji – zwłaszcza wtedy, gdy korzysta się z metod matematycznych – często zakłada się niezależność rozpatrywanych wielkości. Czasem nie mówi się o tym wprost, ale z kontekstu rozważań wynika, że spełnienie tego założenia jest logicznym warunkiem sensowności prowadzonych rozważań. Wielu badaczy, nie znających dostatecznie dobrze matematyki a mimo to próbujących z niej korzystać, często nie zdaje sobie sprawy, że pojęcie niezależności ma w matematyce wiele znaczeń. Aby to zrozumieć, wygodnie jest przyjąć za punkt wyjścia ogólnie zrozumiałe pojęcie wielkości matematycznej (liczba, macierz, wektor, funkcja, funkcjonal itd.). Najogólniej mówiąc wchodzi w grę dwie sytuacje: I – rozkład prawdopodobieństwa interesującej nas wielkości istnieje, NI – rozkład prawdopodobieństwa tej wielkości nie istnieje. Jeśli rozkład prawdopodobieństwa istnieje, to może mieć miejsce jedna z dwóch następujących możliwości: Z – rozkład ten jest nam znany, NZ – nie znamy tego rozkładu. Na rys. 1 została przedstawiona klasyfikacja sytuacji, z którymi możemy mieć w matematyce do czynienia, gdy zajmujemy się pewną wielkością. W sytuacji 1.1 wielkość ta jest nam znana. Mówimy wówczas, że jest to sytuacja deterministyczna – odpowiada jej model deterministyczny. W sytuacji 1.3 wielkość ta nie jest znana i nie ma rozkładu prawdopodobieństwa. Można wtedy mieć jedynie dane na przykład o zakresie zmienności tej wielkości lub jakieś inne dane informacje. W sytuacji 2.0 rozpatrywana przez nas wielkość ma rozkład prawdopodobieństw, przy czym istnieją tu sytuacje analogiczne do poprzednich. W sytuacji 2.1 znamy rozkład tej wielkości, a więc odpowiada jej model z pełną informacją statystyczną czyli model probabilistyczny. W sytuacji 2.2 rozkładu tego nie znamy. Wchodzi więc w grę kolejne dwie możliwości: sytuacje 3.0 i 2.3. W sytuacji 3.0 istnieje rozkład rozkładów prawdopodobieństwa, w sytuacji 2.3 rozkład rozkładów nie istnieje. Zwróćmy uwagę, że sytuacja 2.3 jest w pełni analogiczna do sytuacji 1.3. Jeśli rozkład rozkładów istnieje i jest nam znany, to ma miejsce sytuacja 3.1. Jak wynika ze wzoru na prawdopodobieństwo brzegowe, sytuacja ta jest równoważna sytuacji 2.1. Te wszystkie przypadki, w których rozkład prawdopodobieństwa istnieje lecz nie jest znany, odpowiadają modelom z

niepełną informacją statystyczną. Postacie tych rozkładów bądź charakteryzujących je parametrów należy określić za pomocą metod statystyki matematycznej.

Założmy teraz, że interesuje nas pewien zbiór wielkości matematycznych. Bez względu na to, czy jesteśmy w sytuacji deterministycznej czy probabilistyczno-statystycznej, wielkości te mogą być niezależne lub zależne. W każdym przypadku wielkości, które nie są niezależne, nazywa się zależnymi.

Jeśli interesującymi nas wielkościami są liczby rzeczywiste $\lambda_1, \lambda_2, \dots$ to powiemy, że są one liniowo niezależne nad ciałem liczb wymiernych, jeśli jedynym rozwiązaniem k_1, k_2, \dots w liczbach całkowitych równania

$$k_1 \lambda_1 + k_2 \lambda_2 + \dots = 0 \quad (5.8)$$

jest $k_1 = k_2 = \dots = 0$. Przykładem liczb liniowo niezależnych jest ciąg $\log p_1, \log p_2, \dots$ logarytmów liczb pierwszych ($p_1 = 2, p_2 = 3, \dots$). Warto zauważyć, że liniowa niezależność tego ciągu jest równoważna twierdzeniu o jednoznaczności rozkładu liczby naturalnej na czynniki pierwsze.

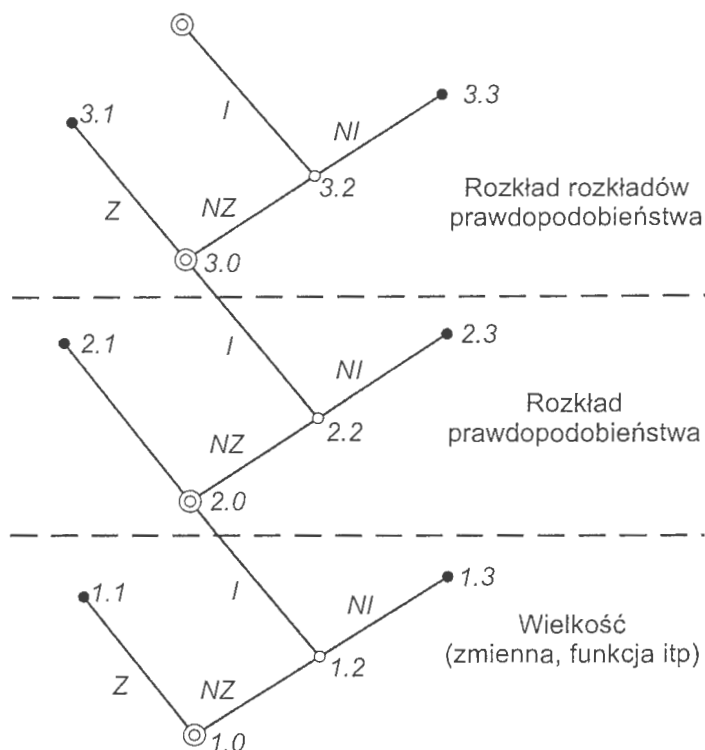
Rozpatrzmy teraz zbiór liczb naturalnych $N = \{1, 2, 3, \dots\}$ i niech p, q będą dowolnymi liczbami pierwszymi. Rozważmy zbiór wszystkich liczb naturalnych podzielnych przez p . Gęstości tych zbiorów wynoszą odpowiednio $\frac{1}{p}$ i $\frac{1}{q}$.

Rozważmy teraz zbiór wszystkich liczb naturalnych podzielnych równocześnie przez p i q . Ponieważ podzielność liczby przez p i q jest równoważna jej podzielności przez $p \cdot q$, więc gęstość tego zbioru jest równa $\frac{1}{pq}$. Ale

$$\frac{1}{p \cdot q} = \frac{1}{p} \cdot \frac{1}{q}. \quad (5.9)$$

M. Kac zauważył, że zapis ten „możemy interpretować w ten sposób, że zdarzenia polegające na podzielności liczby przez p i q są niezależne. Jest to oczywiście słuszne dla dowolnie wielu liczb pierwszych, można zatem powiedzieć – obrazowo, choć niezbyt precyzyjnie – że liczby pierwsze prowadzą grę losową! To proste, by nie rzecz banalne spostrzeżenie zapoczątkowało nowy kierunek badań, który w znaczący sposób łączy ze sobą dwie dyscypliny: teorię liczb i rachunek prawdopodobieństwa” (Kac 1992, s. 67). Wychodząc z faktu, że zdarzenia polegające na podzielności liczby naturalnej przez liczby pierwsze p_1, p_2, p_3, \dots są niezależne, M. Kac – wspólnie z F. Erdősem – wyprowadził szereg zależności wiążących teorię liczb z rachunkiem prawdopodobieństwa. U podstaw ich rozumowania leżała idea M. Kaca i H. Steinhausa, że prawdopodobieństwo łącznego zajścia zdarzeń niezależnych powinno być iloczynem prawdopodobieństw poszczególnych

zdarzeń. (Kac i Steinhaus 1938). Waga odkrycia, że w teorii liczb istnieje swego rodzaju niezależność statystyczna jest nie do przecenienia. Pozwoliło ono potem M. Kacowi ustalić związki znanego z kinetycznej teorii gazów twierdzenia ergodycznego z ułamkami łańcuchowymi.



Rys. 1. Klasyfikacja sytuacji możliwych wtedy, gdy mamy do czynienia z wielkością nieznaną (Z – znany, NZ – nieznaną, I – rozkład prawdopodobieństwa istnieje, NI – rozkład prawdopodobieństwa nie istnieje)

Niełatwo jest zrozumieć istotę pojęcia niezależności. W potocznym rozumieniu zdarzenia uważa się za niezależne wtedy, gdy nie są ze sobą w jakiś sposób powiązane. Na przykład, socjolog analizujący zachowania się klientów sieci banków w dwóch oddalonych od siebie regionach uzna te zachowania za niezależne. Podobnie za niezależne uzna się wyniki egzaminów zewnętrznych

przeprowadzonych w tym samym dniu w szkołach położonych w odległych od siebie różnych regionach. Jeśli analizę prowadzi się w kategoriach probabilistycznych, to w obu przypadkach niewątpliwie skorzysta się z reguły mnożenia prawdopodobieństw. Można tym wywołać wrażenie, że chodzi tu o ścisły logiczny wniosek, podczas gdy w istocie rzeczy chodzi o definicję niezależności i przekonanie, że z definicji tej można w pewnych okolicznościach skorzystać. Trzeba więc odróżniać niezależność intuicyjną od niezależności formalnej.

Nie tylko w dziedzinie edukacji dominuje błędne przekonanie, że reguły rachunku prawdopodobieństwa można stosować jedynie wtedy, gdy przedmiotem badania są obiekty nie określone w sposób jednoznaczny. Okazuje się bowiem, że istnieją dobrze określone obiekty matematyczne, w odniesieniu do których można stosować rachunek prawdopodobieństwa dla zdarzeń niezależnych, bez obawy, że będzie się miało do czynienia z doświadczeniami przypadkowymi. Przykładem takich obiektów są cyfry dwójkowe lub równoważnie – funkcje Rademachera, które są niezależne (Kac 1992).

W probabilistyce podstawowymi matematycznymi modelami nieznaney wielkości skalarnej lub wektorowej są – odpowiednio – zmienna losowa skalarna lub zmienna losowa wektorowa. W obu przypadkach wyróżnia się zmienne dyskretne i ciągłe. Pełną charakterystyką probabilistyczną jednych i drugich jest dystrybuanta. Jeśli $X = (X_1, X_2, \dots, X_n)$ jest n -wymiarową zmienną losową (wektorem losowym), a funkcja $F(x_1, x_2, \dots, x_n)$ – jej dystrybuantą, to o zmiennych losowych X_1, X_2, \dots, X_n mówi się, że są niezależne, gdy

$$F(x_1, x_2, \dots, x_n) = F(x_1)F(x_2) \cdot \dots \cdot F(x_n), \quad (5.10)$$

gdzie x_1, x_2, \dots, x_n są składowymi dowolnego wektora $x \in X$, natomiast F_1, F_2, \dots, F_n są symbolami dystrybuant brzegowych zmiennych losowych X_1, X_2, \dots, X_n .

Uogólnieniem pojęcia niezależności jest słaba niezależność. Dwie zmienne losowe X i Y są słabo niezależne, jeśli funkcja charakterystyczna ich sumy równa się iloczynowi ich brzegowych funkcji charakterystycznych, tzn.

$$\varphi_{X+Y}(t) = \varphi_X(t) \cdot \varphi_Y(t). \quad (5.11)$$

Tak więc, jeśli dwie zmienne losowe są niezależne, to są słabo niezależne, ale nie na odwrót. Jeśli dwie zmienne losowe są słabo niezależne i jeśli istnieje ich kowariancja, to są nieskorelowane.

Mit 3: Rozłączność zdarzeń implikuje ich niezależność

Jednym błędów często popełnianych w zastosowaniach wnioskowania statystycznego w dziedzinie edukacji jest utożsamianie pojęcia rozłączności zdarzeń z pojęciem niezależności. Trzeba więc pamiętać, że dla dowolnej pary zdarzeń A i B zachodzi zależność:

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B). \quad (5.11)$$

Jeżeli jednak zdarzenia te są rozłączne, to

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B). \quad (5.12)$$

Zdarzenia rozłączne mogą, ale nie muszą być niezależne. Zdarzenia A i B są niezależne, jeśli

$$P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B). \quad (5.13)$$

Jeśli nie są rozłączne, to

$$P(A \cap B) = P(A)[P(A \cup B) - P(A) + P(A \cap B)], \quad (5.14)$$

natomiast w przypadku rozłączności

$$P(A \cap B) = P(A)[P(A) - 1]. \quad (5.15)$$

Z ostatniego wzoru i warunku unormowania prawdopodobieństwa wynika, że zdarzenia rozłączne są niezależne wtedy i tylko wtedy, gdy co najmniej jedno z nich jest niemożliwe, bowiem wtedy jego prawdopodobieństwo jest równe zeru.

Mit 4: Wystarczalność modelowania procesów edukacyjnych w skalach mikro i makro

Zgodnie z zaleceniami klasycznej analizy systemowej wszelkie obiekty powinno się analizować i opisywać na dwóch wzajemnie dopełniających się poziomach szczegółowości: makroskopowym i mikroskopowym. Opis makroskopowy ma charakter zewnętrzny w stosunku do obiektu i dostarcza wiedzy o całościowych jego własnościach. Opis mikroskopowy ma charakter wewnętrzny i informuje o prawidłowościach zachowania się i współdziałania poszczególnych elementów obiektu. Ta koncepcja metodologiczna została bezpośrednio przeniesiona na grunt teorii edukacji, w której wciąż panuje przekonanie o możliwości określenia całościowych własności procesu edukacyjnego na podstawie jego własności mikroskopowych. Na przykład, bardzo dużo uwagi poświęca się obliczaniu liczbowych wartości rozmaitych wskaźników jakości pracy szkoły w oparciu o całościowe wyniki pracy poszczególnych oddziałów, otrzymywane – z kolei – poprzez matematyczną obróbkę ocen osiągniętych przez poszczególnych uczniów. Chociaż ten kierunek badań nad edukacją cieszy się olbrzymim zainteresowaniem badaczy i rozwija się niezwykle intensywnie, to jednak trzeba wyraźnie stwierdzić, że – z metodologicznego punktu widzenia – nie jest on w pełni poprawny. Nie jest bowiem prawdą, że o makroskopowych własnościach jakiegokolwiek obiektu złożonego można wnioskować bezpośrednio na podstawie znajomości jego własności mikroskopowych. Przede wszystkim dostrzegli to fizycy, a ich tropem poszli systemowcy. Obecnie wiadomo, że w przypadku obiektów złożonych bezpośrednio przejście od opisu mikroskopowego do opisu makroskopowego jest na ogół niemożliwe. Z systemowego punktu widzenia

zbiorowości uczniowskie w typowych klasach, procesy edukacyjne, szkoły, zespoły szkół itd. są obiektami złożonymi. Pełny ich opis można otrzymać tylko wtedy, gdy badanie będzie przeprowadzone na trzech wzajemnie dopełniających się poziomach mikroskopowym, mezoskopowym i makroskopowym.

Mit 5: Metoda testowa zapewnia obiektywność oceniania

System edukacyjny kraju jest hierarchicznie zorganizowaną siecią placówek edukacyjnych. Na poszczególnych poziomach tej hierarchii leżą kolejno, licząc od najniższego: przedszkola, szkoły podstawowe (w których są realizowane dwa etapy edukacyjne: nauczanie początkowe – klasy 1-3 oraz nauczanie podstawowe – klasy 4-6), gimnazja i szkoły ponadgimnazjalne (licea, technika, zasadnicze szkoły zawodowe i technika uzupełniające), szkoły wyższe prowadzące studia licencjackie bądź magisterskie oraz szkoły wyższe i inne instytucje posiadające uprawnienia do nadawania stopni i tytułów naukowych. Na ostatnim poziomie leżą wszystkie instytucje realizujące ideę nauczania ustawicznego. Etapy edukacji realizowane na kolejnych poziomach składają się na łańcuch edukacyjny, przy czym typowy czas przebywania jednostki w poszczególnych ogniwach tego łańcucha – za wyjątkiem, rzecz jasna, nauczania ustawicznego – jest określony ustawowo.

Zgodnie z obowiązującymi w kraju przepisami, każdy uczestnik procesu edukacyjnego ma ustawowy obowiązek przystąpienia do dwóch egzaminów zewnętrznych. Pierwszy odbywa się tuż po ukończeniu szkoły podstawowej, drugi wieńczy ukończenie gimnazjum. W obu przypadkach każdy uczeń otrzymuje arkusz egzaminacyjny składający się z trzech części:

1. Instrukcji informującej o formalnych zasadach kodowania arkusza i sposobie przedstawiania rozwiązań zadań.
2. Pewnej liczby zadań zamkniętych i pewnej liczby zadań otwartych. Zadania zamknięte są przedstawione w formie testu jednokrotnego wyboru (konieczność wybrania dokładnie jednego spośród czterech wariantów odpowiedzi, oznaczonych symbolami A, B, C i D, przy czym odpowiedzi należy zakodować w odpowiedniej tabeli wchodzącej w skład trzeciej części arkusza).
3. Tabeli odpowiedzi. Tabelę odpowiadającą zadaniom zamkniętym wypełnia uczeń podczas egzaminu, tabelę odpowiadającą zadaniom otwartym wypełnia egzaminator sprawdzający poprawność rozwiązań zadań otwartych.

Za poprawne rozwiązanie każdego zadania zamkniętego uczeń otrzymuje 1 punkt. Liczba punktów przyznawanych za poprawne rozwiązanie zadania otwartego jest z góry ustalona odrębnie dla każdego zadania, przy czym osoba

Mit 6: Maksymalizacja zysku jest równoważna minimalizacji strat

W klasycznej ekonomice przedsiębiorstw zakłada się, że – w warunkach rynkowych – wszystkie jednostki produkcji materialnej i niematerialnej powinny dążyć do maksymalizacji zysku, kierując się w swym postępowaniu zasadą racjonalnego gospodarowania. Zasada ta stwierdza, że – „w warunkach kwantyfikacji celów i środków działania – maksymalny stopień realizacji celu osiąga się postępując w ten sposób, żeby przy danym nakładzie środków otrzymać maksymalny stopień realizacji celu, albo też postępując tak, aby przy danym stopniu realizacji celu użyć minimalnego nakładu środków. Pierwszy wariant tego postępowania nazywa się zasadą największego efektu albo zasadą największej wydajności. Drugi wariant nazywa się zasadą najmniejszego nakładu środków albo zasadą oszczędności środków. Oba warianty prowadzą do tego samego rezultatu, są więc równoważnymi zasadami postępowania” (Lange 1978, s. 147). W odniesieniu do edukacji oznacza to, że placówka edukacyjna może postępować dwojako: albo przy danym nakładzie środków maksymalizować stopień realizacji celów edukacyjno-wychowawczych, albo przy z góry ustalonym stopniu realizacji tych celów minimalizować nakłady środków, przy czym oba postępowania doprowadzą do tego samego wyniku.

Tak sformułowana zasada racjonalności jest wprawdzie wygodna matematycznie, pozwala bowiem korzystać z dualizmu zachodzącego między minimalizacją funkcji celu i maksymalizacją funkcji przeciwnej przy odpowiednio zmodyfikowanych ograniczeniach, ale jest nie do końca poprawna ekonomicznie. Zwraçało na to uwagę wielu ekonomistów i specjalistów z innych dziedzin, w których próbowano korzystać z tej zasady (zob., np., Kolipiński 1978). Wykazując ograniczonosc sformułowania podanego przez Langego wskazywali równocześnie na konieczność powrotu do pierwotnego sformułowania zasady racjonalności, podanego przez F. von Gottl-Ottlilienfelda, który pisał: „Wszelka produkcja podlega równocześnie gospodarce i technice. Gospodarce przypada inicjatywa podjęcia produkcji i określenia bliższych warunków procesu, technice – rodzaj i sposób realizacji procesu. Każdy pojedynczy proces musi być rozumny w obydwu relacjach. W ogólnosci stopień rozumności, tkwiący w takim procesie produkcji, przedstawia jego racjonalność. Jeżeli proces produkcji realizowany jest w jednostce gospodarczej ..., to wykazuje on dwojaką racjonalność. Po pierwsze, jest on racjonalny technicznie w tej mierze, w jakiej odpowiada wymogom względnie małego nakładu; racjonalność techniczna jest przeto miernikiem wszechcelowości procesu. Po drugie, dany proces jest racjonalny gospodarczo, jeżeli w obrębie danej jednostki gospodarczej pomaga w realizacji celu finalnego, utrzymania bytu, chodzi tutaj o miernik celowości finalnej. To właśnie racjonalność gospodarcza to to samo, co gospodarność. Gospodarny – w tym właściwym sensie – jest proces tylko jako całość, nie w jego szczegółach. Sądy o racjonalności gospodarczej, o gospodarności, w praktyce sprowadzają się do decyzji

podejmowanych w gospodarce, a odnoszących się do tego, co, w jakich ilościach i pod jakimi warunkami produkować” (Gottl-Ottlilienfeld 1914).

J. Kolipiński stwierdza, że tak prawidłowo pojmowanej gospodarności nie należy mieszać z oceną poszczególnych ogniw procesu produkcji, w którym tzw. gospodarność toku produkcji jest faktycznie tylko racjonalnością techniczną. Przypomina, że – wskazując na chaos panujący w aparaturze pojęciowej, zarówno technicznej, jak i ekonomicznej – Gottl-Ottlilienfeld zwrócił uwagę na daleko idące konsekwencje tego stanu rzeczy, a zwłaszcza na błąd polegający na zamiennym posługiwaniu się takimi pojęciami, jak skuteczność, produktywność, ekonomiczność, gospodarność czy racjonalność. Istotnie, Gottl-Ottlilienfeld pisał tak: „... nazywanie technicznej racjonalności gospodarnością procesu może mieć wręcz fatalne skutki, jeśli prowadzi zwodniczo do wierzenia, że w procesie tym od strony gospodarczej wszystko jest w porządku, jeśli tylko przebieg procesu jest możliwie oszczędny. Istota rzeczywistej gospodarności procesu pozostaje wtedy nadal pod znakiem zapytania. Jest rzeczą do wykazania, że nieraz technicznie racjonalny proces może okazać się gospodarczo nieracjonalny”.

Niestety, na przestrzeni lat, jakie upłynęły od chwili jej sformułowania, zasada ta została zapomniana. Zafascynowanie ekonomistów metodami matematycznymi, a zwłaszcza teorią programowania matematycznego sprawiło, że zarówno w krajach o gospodarkach rynkowych, jak i w krajach o gospodarkach scentralizowanych jej miejsce zajęła zasada Langego. Powszechnie uważano, że wystarczy prawidłowo sformułować założenia, ograniczenia oraz funkcję celu i rozwiązać zadanie, najczęściej za pomocą odpowiedniej metody numerycznej. Praktyka pokazała, że było to myślenie iluzoryczne, wynikające przede wszystkim z przekonania o możliwości pełnej kwantyfikacji zjawisk ekonomicznych.

Nie ma najmniejszej wątpliwości co do tego, że proces edukacyjny powinien być prowadzony w sposób gospodarny. Nie jest jednak prawdą, że placówka edukacyjna osiągnie te same wyniki wybierając alternatywnie albo minimalizację strat, albo maksymalizację korzyści. Proces edukacyjny powinien być gospodarny pod dwoma względami: technicznym i ekonomicznym. Zasada gospodarności Gottl-Ottlilienfelda musi znaleźć właściwe miejsce w ekonomice edukacji.

Mit 7: Możliwość oceny jakości nauczyciela na podstawie wyników ucznia

W literaturze edukacyjnej jest propagowana i nagłaśniana chwytna opinia, że o jakości nauczyciela świadczą jego uczniowie. Podejmuje się więc próby wykorzystania wyników egzaminów zewnętrznych do skonstruowania na ich podstawie formalnych procedur oceny jakości nauczycieli. Nielogiczność tego

postępowania jest na tyle oczywista, że nie wymaga głębszych uzasadnień. Warto jednak uprzytomnić sobie, że wchodzą w grę cztery następujące sytuacje:

1. Dobry nauczyciel uczy dobrych uczniów.
2. Dobry nauczyciel uczy złych uczniów.
3. Zły nauczyciel uczy dobrych uczniów.
4. Zły nauczyciel uczy złych uczniów.

Jeśli spotka się dobry nauczyciele z dobrym zespołem uczniowskim, to wyniki uzyskane przez uczniów niewątpliwie świadczą również o jakości nauczyciela. Jeśli dobry nauczyciel uczy uczniów, którzy nagminnie lekceważą swoje obowiązki szkole, to wyniki uzyskane przez uczniów nie muszą świadczyć o jakości nauczyciela, ale niezawodnie świadczą o jakości uczniów. Jeśli kiepski nauczyciel uczy dobrych uczniów, to może być tak, że uczniowie uzyskają dobre wyniki w efekcie własnej pracy i niewiele zawdzięczają wkładowi nauczyciela. Jeśli wreszcie zły nauczyciel uczy złych uczniów, to wyniki uzyskane przez uczniów mogą, ale wcale nie muszą, potwierdzać brak kompetencji nauczyciela. Szczególnie w tym ostatnim przypadku może się nawet zdarzyć, że wskutek działania czynnika przypadkowości uczniowie otrzymają z egzaminu zewnętrznego całkiem niezłe wyniki i na tej podstawie zły nauczyciel otrzyma dość pozytywną ocenę.

Podstawą oceniania nauczycieli nie mogą więc być wyniki statystycznych analiz zależności między wynikami egzaminów zewnętrznych a innymi czynnikami. Ocena nauczyciela powinna być wieloaspektowa i wielokontekstowa. Każda inna ocena przeczyłaby zasadom sprawiedliwości i obiektywności. Podobnie jak procedura oceniania uczniów, tak samo procedura oceniania nauczycieli czy placówek edukacyjnych nie powinna być w pełni sformalizowana. Każda formalizacja wiąże się bowiem z upraszczaniem rzeczywistości, przy czym im wyższy jest poziom formalizacji, tym większe jest to uproszczenie. Wydaje się, że znacznie lepszym rozwiązaniem byłoby ocenianie nauczycieli przez specjalnie do tego celu powołane zespoły decyzyjne, których praca powinna być wspierana przez skomputeryzowane systemy modeli przeznaczonych do wielowymiarowej oceny obiektów.

Mit 8: Wystarczy korzystać z metod analizy regresji liniowej i korelacji

Ważne znaczenie dla badań nad oceną jakości placówek edukacyjnych ma poszukiwanie metod identyfikacji zależności wiążących wielkości przyjęte za wejścia do placówki, z wielkościami stanowiącymi efekt jego działania. Najczęściej przyjmuje się, że wejściami są wielkości charakteryzujące poziom wiedzy i umiejętności zbiorowości uczniów rozpoczynających edukację w danej placówce, a wyjściami – wielkości charakteryzujące poziom wiedzy i

umiejętności uczniów kończących edukację w tej placówce w ustawowo określonym okresie czasu. Empirycznymi reprezentantami zarówno jednych, jak i drugich wielkości są zbiory danych liczbowych skalarnych czyli jednowymiarowych (w przypadku, gdy stan wiedzy i umiejętności ucznia jest opisany za pomocą jednej liczby) lub wektorowych czyli wielowymiarowych (w przypadku, gdy stan wiedzy i umiejętności ucznia jest opisany za pomocą wielu liczb). Liczebność zbioru danych wejściowych odpowiada liczbie uczniów rozpoczynających edukację w rozpatrywanej placówce, a liczebność zbioru danych wyjściowych – liczbie uczniów kończących edukację w tej placówce w ustawowym terminie. Nie zmniejszając ogólności rozważań przyjmujemy, że zbiory te są równoliczne.

Żałómy, że edukację w placówce rozpoczyna i kończy n -osobowa grupa uczniów i że stan wiedzy i umiejętności każdego z nich jest opisany za pomocą k -wymiarowego zbioru cech ilościowych X_1, X_2, \dots, X_k . Formalnie biorąc mamy więc do czynienia na wejściu i wyjściu systemu z n -elementowymi zbiorami danych k -wymiarowych. Niech $\{u_1, u_2, \dots, u_n\}$ będzie rozpatrywaną zbiorowością uczniów i niech funkcja $y_i = f_i(x_i)$ odwzorowuje poziom wiedzy i umiejętności ucznia u_i ($i = 1, 2, \dots, n$) w chwili podejmowania edukacji w placówce w poziom jego wiedzy i umiejętności w chwili opuszczania placówki po zakończeniu ustawowo określonego okresu edukacji. Wobec tego dysponujemy zbiorem funkcji $\{f_1(x_1), f_2(x_2), \dots, f_n(x_n)\}$. Funkcje te mogą być liniowe lub nieliniowe, deterministyczne lub stochastyczne. Jednym z postulatów lansowanych obecnie w teorii kapitału ludzkiego jest pogląd głoszący, że są to funkcje regresji liniowej. Pogląd ten niezwykle upraszcza rzeczywistość edukacyjną i deformuje jej obraz.

Posługiwanie się metodami regresji liniowej i rachunku korelacyjnego jest niewątpliwie wygodne dla badacza, ale zbyt trywialne, jeśli weźmie się pod uwagę dziedzinę, której dotyczy. Przede wszystkim trzeba pamiętać, że placówki edukacyjne są systemami o celowym działaniu, że są to systemy otwarte, dynamiczne, rozwijające się. Są przy tym systemami o nieliniowych charakterystykach, dzięki czemu mogą się rozwijać. Systemy liniowe nie mają tej zdolności. Warto więc zastanowić się nad zastosowaniem metod regresji nieliniowej i niekorelacyjnych wskaźników zależności do identyfikacji statystycznych związków między wielkościami charakteryzującymi procesy edukacyjne, pamiętając wszakże, że zależności statystyczne nie mają charakteru przyczynowo-skutkowego.

Placówki edukacyjne są jednostkami usługowymi. Uczniowie, którzy się do nich zgłaszają, po ustawowo określonym czasie przebywania placówce i uczestniczeniu w realizowanym w niej procesie edukacyjnym opuszczają ją jako absolwenci. Jest to sytuacja typowa dla modeli matematycznych nazywanych systemami masowej obsługi. Wydaje się, że istnieje potrzeba wnikliwego

przeanalizowania możliwości skorzystania z metod teorii masowej obsługi w celu określenia pewnych losowych charakterystyk placówki edukacyjnej. Badania w tym kierunku nie były dotychczas prowadzone. Trzeba jednak wyraźnie powiedzieć, że nie chodzi o dopasowywanie istniejących systemów masowej obsługi do rzeczywistości szkolnej, ale o posłużenie się metodologią teorii masowej obsługi do skonstruowania całkiem nowego modelu, odwzorowującego makroskopową specyfikę działania placówki edukacyjnej.

Mit 9: Każda niezależność oznacza ortogonalność

W badaniach nad edukacją wiele zamętu wprowadzają pojęcia niezależności i ortogonalności, które nie zawsze są poprawnie rozumiane. W związku z tym trzeba przypomnieć, że pojęcia są inaczej definiowane na gruncie matematyki deterministycznej, a inaczej na gruncie matematyki probabilistyczno-statystycznej.

Najogólniej mówiąc, ortogonalność jest uogólnieniem pojęcia prostopadłości, chociaż bardzo często pojęcia te traktuje się jako synonimy. W matematyce deterministycznej mówicie o ortogonalności przede wszystkim w odniesieniu do wektorów w dowolnej przestrzeni liniowej oraz w odniesieniu do podprzestrzeni liniowych. Dla objaśnienia tego rozpatrzmy n -wymiarową przestrzeń kartezjańską C_n , czyli zbiór wszystkich uporządkowanych układów (x_1, x_2, \dots, x_n) złożonych z n liczb rzeczywistych. Układy (x_1, x_2, \dots, x_n) nazywa się wektorami. Zbiór C_n jest zmetryzowany za pomocą wzoru Pitagorasa:

$$\rho((x'_1, x'_2, \dots, x'_n), (x''_1, x''_2, \dots, x''_n)) = \sqrt{\sum_{i=1}^n (x'_i - x''_i)^2}. \quad (5.16)$$

Fakt, że punkty przestrzeni C_n są układami liczb, pozwala wykonywać na nich pewne działania: dodawanie i odejmowanie, mnożenie punktu przez liczbę oraz mnożenie skalare wektorów. Weźmy dwa wektory $x = [x_1, x_2, \dots, x_n]$ i $y = [y_1, y_2, \dots, y_n]$ należące do przestrzeni C_n . Z każdą taką parą jest w sposób niezmienniczy związana wielkość

$$x \cdot y = (x_1, x_2, \dots, x_n)(y_1, y_2, \dots, y_n) = \sum_{i=1}^n a_i b_i, \quad (5.17)$$

nazywana iloczynem skalarnym wektorów x i y .

Wektory x i y różne od zera tworzą kąt prosty, czyli są ortogonalne (prostopadłe) wtedy i tylko wtedy, gdy ich iloczyn skalarny znika, tj. $x \cdot y = \underbrace{(0, 0, \dots, 0)}_n$. Prostopadłość jest własnością kierunku: kierunki wektorów prostopadłych nazywają się prostopadłymi.

Ponieważ iloczyn skalarny wektorów jest przemiennej,

$$x \cdot y = y \cdot x, \quad (5.18)$$

więc jeśli wektor y jest prostopadły do każdego z wektorów x_1, x_2, \dots, x_k , to jest również prostopadły do każdej kombinacji liniowej tych wektorów, tj. do każdego wektora postaci $\alpha_1 x_1 + \alpha_2 x_2 + \dots + \alpha_k x_k$, gdzie $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_k$ są współczynnikami liczbowymi.

Wektor swobodny x jest liniowo zależny od wektorów x_1, x_2, \dots, x_k , jeśli jest ich kombinacją liniową, tzn. jeśli dla pewnych współczynników $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_k$ jest

$$x = \alpha_1 x_1 + \alpha_2 x_2 + \dots + \alpha_k x_k. \quad (5.19)$$

Układ wektorów x_1, x_2, \dots, x_k jest liniowo niezależny, jeśli żaden z nich nie jest liniowo zależny od pozostałych. Innymi słowy, układ wektorów x_1, x_2, \dots, x_k jest liniowo niezależny, jeśli ze znikania ich kombinacji liniowej $\alpha_1 x_1 + \alpha_2 x_2 + \dots + \alpha_k x_k$ wynika znikanie wszystkich współczynników α_i ($i = 1, 2, \dots, k$). Na przykład, układ złożony z dwóch wektorów jest liniowo niezależny wtedy i tylko wtedy, gdy wektory te nie są równoległe. Jeśli żaden z wektorów x_1, x_2, \dots, x_k nie znika, przy czym każdy z nich jest prostopadły do pozostałych, to są one liniowo niezależne.

Układ x_1, x_2, \dots, x_k nazywa się liniowo zależnym wtedy i tylko wtedy, gdy istnieje zbiór liczb rzeczywistych $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_k$, z których co najmniej jedna jest różna od zera, takich że $\alpha_1 x_1 + \alpha_2 x_2 + \dots + \alpha_k x_k = 0$.

Dwie podprzestrzenie liniowe nazywa się ortogonalnymi, jeśli każdy wektor jednej z nich jest ortogonalny do każdego wektora drugiej.

Powyższe przypomnienie dotyczyło relacji między pojęciami niezależności i ortogonalności w matematyce deterministycznej (Borsuk 1976).

W matematyce stochastycznej jest nieco inaczej. Zmienne losowe wywołujące określony efekt nazywa się ortogonalnymi, jeśli są zmiennymi nieskorelowanymi (Papoulis i Pillai 2002, s. 211). Innymi słowy, pojęcia zmiennych ortogonalnych i zmiennych nieskorelowanych są synonimami. Jeśli zmienne są ortogonalne, to można odrębnie modelować efekt każdej z nich, a następnie złożyć je w model (nie dodając przy tym żadnej ekstra informacji), który może być użyty do przewidywania całościowego efektu łącznych ich zmian. Jeżeli występuje korelacja, to czynniki nie są ortogonalne. Taka interpretacja ortogonalności w probabilistyce wynika bezpośrednio z matematycznego sensu tego pojęcia, ponieważ wektory ortogonalne są liniowo niezależne. Wektory losowe należące do pewnego zbioru wektorów są parami ortogonalne, jeśli każde dwa z nich są ortogonalne. Zbiór takich

wektorów nazywa się zbiorem ortogonalnym. Niezerowe, parami ortogonalne wektory losowe są zawsze liniowo niezależne.

6. Zakończenie i wnioski

Edukacja jest obszarem, w którym – za pośrednictwem nauczycieli – państwo i organy samorządowe wszystkich szczebli mają największe możliwości generowania kapitału społecznego: trzeba bowiem pamiętać, że placówki edukacyjne nie tylko kreują kapitał ludzki, ale także uczestniczą w wytwarzaniu i przetwarzaniu kapitału społecznego, wywierając przez to wpływ na kształtowanie się norm i zasad współżycia społecznego. Z tego powodu nowoczesna teoria edukacji powinna być nierozzerwalnie związana z teoriami kapitału ludzkiego i społecznego.

Podstawowym celem pracy była krytyczna analiza głównych założeń obecnej teorii edukacji i – na jej tle – sformułowanie postulatów, które powinny być uwzględnione w nowej teorii. Oto lista tych postulatów:

1. Paradygmatem nowej teorii powinna być zasada stochastycznego determinizmu, w myśl której przebiegiem procesów edukacyjnych rządzą obiektywne mechanizmy przyczynowo-skutkowe typu konieczności bądź przypadkowości.
2. Powinna to być teoria systemowa, ilościowo-jakościowa, interdyscyplinarna, przy czym szczególny akcent powinien być w niej położony na to, że głównymi aktorami procesów edukacyjnych są uczniowie i nauczyciele.
3. W teorii tej modelowanie matematyczne (analityczne i numeryczne) powinno być podstawowym narzędziem analityczno-badawczym.
4. Należy dopilnować by nowa teoria edukacji nie stała się tylko i wyłącznie nową ekonomiką edukacji. Aspekt ekonomiczny procesów edukacyjnych jest niezmiernie ważnym, ale tym nie mniej tylko jednym z wielu możliwych i koniecznych do uwzględnienia.
5. Filozoficzną podstawą tej teorii powinna być zasada personalizmu, pozwalająca uwzględnić rolę ucznia i nauczyciela w edukacji jako autonomicznych dynamicznych bytów osobowych o indywidualnych predyspozycjach, skłonnościach i upodobaniach.
6. Teoria ta powinna być systemowo powiązana z odpowiednimi teoriami kapitału ludzkiego i społecznego, opartymi na zgodnym z koncepcją personalizmu systemie pojęć, a zwłaszcza pojęcia kapitału ludzkiego i kapitału społecznego.
7. W ramach prac nad skonstruowaniem tej teorii trzeba gruntownie przeanalizować własności kapitału ludzkiego i kapitału społecznego i

- poddać je formalizacji matematycznej. Szczególną uwagę należy zwrócić na to, za pomocą jakich wielkości matematycznych – zmiennych, funkcji czy funkcyjonałów – będą reprezentowane rzeczywiste własności każdego z tych kapitałów i czy będą to wielkości deterministyczne czy stochastyczne. Rozróżnienie to jest ważne, ponieważ inne są zasady rachunku na wielkościach deterministycznych, inne zaś na wielkościach losowych. Inaczej należy rozumieć pojęcie niezależności zmiennych deterministycznych, a inaczej – losowych.
8. Nowa teoria powinna wprost korzystać z faktu, że edukacja jest procesem masowym. Zachowaniem się zjawisk masowych rządzą prawa statystyczne, podczas gdy zachowaniem się zjawisk jednostkowych rządzą prawa dynamiczne. A zatem, indywidualnym procesem edukacyjnym kierują prawa dynamiczne, natomiast zbiorowością indywidualnych procesów edukacyjnych – prawa statystyczne.
 9. Do identyfikacji praw statystycznych rządzących zbiorowością indywidualnych procesów edukacyjnych można użyć metod statystyki matematycznej. Trzeba jednak pamiętać, że metody te można stosować tylko w odniesieniu do zbiorowości statystycznych, tj. spełniających warunki uprawniające do uważania ich za populacje statystyczne (zob., np.: Hellwig 1980; Rao 1989; Papoulis i Pillai 2002). Szczególnie ważnym wymogiem jest jednorodność populacji w sensie pewnej z góry określonej cechy lub zbioru cech. Powszechnie popełnianym błędem – i to nie tylko na gruncie edukacji – jest przyjmowanie a priori, że zbiorowość jest jednorodna. Jest to błąd metodologiczny, który w nowej teorii musi być wyeliminowany. Populacja uczniów jest zbiorowością niejednorodną i to pod względem wielu cech. Zanim podda się ją analizom statystycznym trzeba ją najprzód rozbić na rozłączne i wyczerpujące całą zbiorowość podzbiorowości statystycznie jednorodne w sensie pewnego z góry ustalonego kryterium skalarnego lub wektorowego.
 10. Oprócz utrwalonego w obecnej teorii edukacji zwyczaju modelowania procesów edukacyjnych na dwóch poziomach szczegółowości, mikroskopowym oraz makroskopowym, istnieje uzasadniona potrzeba modelowania tych procesów również na poziomie pośrednim, tj. mezoskopowym. W obecnej teorii edukacji popełnia się błąd polegający na zakładaniu, że w oparciu o znajomość własności indywidualnych procesów edukacyjnych (tj. własności dynamicznych) można zidentyfikować całościowe własności ich zbiorowości (tj. własności statystyczne).
 11. W obecnej teorii edukacji trwa fascynacja koncepcją oceniania jakości procesów edukacyjnych w kategoriach edukacyjnej wartości dodanej.

Ponieważ pojęcie edukacyjnej wartości dodanej nie zostało jeszcze jednoznacznie określone, więc w literaturze przedmiotu roi się od różnych pseudodefinicji. Jeśli metoda edukacyjnej wartości dodanej ma stać się narzędziem oceny jakości procesów edukacyjnych, to w nowej teorii edukacji pojęcie edukacyjnej wartości dodanej musi zostać dokładnie zdefiniowane. Należy to zrobić w oparciu o przeanalizowanie sensu i istoty pojęcia wartości dodanej w ekonomii politycznej oraz w ekonomice usług, uwzględniając przy tym specyfikę usług edukacyjnych. Trzeba bowiem pamiętać, że – w dotychczasowym ujęciu – metoda edukacyjnej wartości dodanej ma nie tylko duże grono zwolenników, ale i nie mniej liczne grono adwersarzy.

12. Należy szukać innych metod oceniania jakości procesów edukacyjnych. Na szczególną uwagę zasługują metody wielokryterialnej analizy decyzyjnej, w tym metody porównywania parami i metody ekspertów. Trzeba również oderwać się od elementarnego aparatu statystycznego (wartość przeciętna, wariancja i odchylenie standardowe) i sięgnąć do bardziej zaawansowanych metod probabilistyczno-statystycznych.
13. Należy z należytą rezerwą podchodzić do wyników badania rozmaitych zależności w procesach edukacyjnych metodami liniowej regresji pierwszego i drugiego rodzaju oraz związaną z nimi metodą korelacji. Trzeba zwłaszcza pamiętać, że w zastosowaniach interesują nas zawsze modele regresji pierwszego rodzaju, a ponieważ na ogół nie znamy tych modeli, więc modele regresji pierwszego rodzaju zastępujemy łatwiejszymi do zidentyfikowania modelami regresji drugiego rodzaju. Nie wolno też zapominać, że zależność statystyczna między charakterystykami procesu edukacyjnego nie mówi nic o ich związku przyczynowo-skutkowym, lecz informuje jedynie o ich współwystępowaniu.
14. Trzeba przeprowadzić wnikliwe badania kombinatoryczne bądź symulacyjne nad obiektywnością testowych metod sprawdzania stanu wiedzy i umiejętności uczniów. Nie ma bowiem wątpliwości co do tego, że obecna koncepcja tej formy egzaminów budzi wiele uzasadnionych zastrzeżeń natury formalnej i etycznej.

Modelowanie procesów edukacyjnych i ocena ich jakości oraz jakości działania placówek edukacyjnych – to złożone, wielokontekstowe, wieloaspektowe, interdyscyplinarne zadanie systemowe. Jego charakterystyczną cechą jest niedokładność, niekompletność i niepewność danych oraz nieokreśloność przyszłości. Zadanie jest tym trudniejsze do rozwiązania, że placówki edukacyjne są systemami ergatycznymi, czyli takimi, których integralnym i niezbywalnym elementem jest człowiek. Chociaż w systemie edukacyjnym człowiek pełni różne role, to jednak najważniejsze znaczenie ma

praca nauczycieli, w tym także wychowawców oraz pedagogów. Od nich bowiem zależy, czy edukacja będzie miała charakter twórczy, czy odtwórczy, czy uczeń będzie biernym odbiorcą przekazywanej mu wiedzy, czy też jej odkrywcą i współtwórcą, czy stanie się chodzącą encyklopedią, czy też kreatorem wiedzy, czy nabierze umiejętności samodzielnego wyznaczania sobie celów i wytyczania ścieżek wiodących do ich osiągnięcia, czy potrafi odkryć drogę swej samorealizacji itd. Dlatego też zawodowi nauczyciele trzeba przede wszystkim przywrócić należną mu rangę społeczną, szacunek i autorytet.

Niniejszy raport jest kolejnym rocznym sprawozdaniem z badań prowadzonych od 2003 r. przez zespół w składzie M. Bereziński, M. Inkielman i D. Wagner, poświęconych - najogólniej mówiąc - zastosowaniom teorii systemów i teorii modelowania matematycznego do opisu i analizy procesów edukacyjnych. Wyniki prac są przedstawione w serii raportów i publikacji (Bereziński 2003, 2003b; Bereziński i Wagner 2003; Bereziński, Inkielman i Wagner 2004, 2005, 2007a, 2007b).

Literatura

- Aspinwall K., Simkins T., Wilkinson J.F., McAuley M.J. (1992). *Managing evaluation in education. A developmental approach*. Routledge, London.
- Barra J.R. (1982). *Matematyczne podstawy statystyki*. Państwowe Wydawnictwo Naukowe, Warszawa.
- Becker G.S. (1964). *Human capital. A theoretical and empirical analysis with special reference to education*. University of Chicago Press, Chicago.
- Bereziński M. (2003a). A possibility of applying quantum mechanics methodology in the theory of knowledge creating. *Raport Badawczy RB/71/2003*, Instytut Badań Systemowych PAN, Warszawa.
- Bereziński M. (2003b). Markowski model procesu edukacyjnego na wyższej uczelni. *Raport Badawczy RB/73/2003*, Instytut Badań Systemowych PAN, Warszawa.
- Bereziński M., Inkielman M., Wagner D. (2004). Markowskie modele procesów edukacyjnych. *Raport Badawczy RB/63/2004*, Instytut Badań Systemowych PAN, Warszawa.
- Bereziński M., Inkielman M., Wagner D. (2005). Wieloaspektowy statystyczny model sterowania procesem edukacyjnym. *Raport Badawczy RB/45/2005*, Instytut Badań Systemowych PAN, Warszawa.
- Bereziński M., Inkielman M., Wagner D. (2007a). Integracja metod oceny nauczycieli i studentów dla potrzeb konstrukcji modelu szkoły wyższej. *Raport Badawczy RB/74/2007*, Instytut Badań Systemowych PAN, Warszawa.
- Bereziński M., Inkielman M., Wagner D. (2007b). Podział niejednorodnych zbiorów danych na podzbiory jednorodne z wykorzystaniem cech najbardziej

- informatywnych. *Raport Badawczy RB/75/2007*, Instytut Badań Systemowych PAN, Warszawa.
- Bereziński M., Wagner D. (2003). Stochastyczny model strumienia nakładów na edukację. *Raport Badawczy RB/72/2003*, Instytut Badań Systemowych PAN, Warszawa.
- Blalock H.M., Aganbegian A., Borodkin F.M., Boudon R., Capecchi V. (1975). Quantitative sociology. International perspectives and mathematical and statistical modeling. Academic Press, New York.
- Borsuk K. (1976). Geometria analityczna wielowymiarowa. Państwowe Wydawnictwo Naukowe, Warszawa.
- Bourdieu P. (1983). The forms of capital. W: J.G. Richardson, red., Handbook of theory and research for the sociology of education. Greenwood, New York, 241-258.
- Bubnicki Z. (1974). Identyfikacja obiektów sterowania. Państwowe Wydawnictwo Naukowe, Warszawa.
- Coleman J.C. (1988). Social capital in the creation of human capital. *American Journal of Sociology*, **94**, S95-S120.
- Dec I. (2007). Personalizm. W: Powszechna encyklopedia filozofii. T. 8. Polskie Towarzystwo Tomasza z Akwinu, Lublin, 122-127.
- Dolata R. (2006). Edukacyjna wartość dodana w komunikowaniu wyników egzaminów zewnętrznych. *Egzamin. Biuletyn Badawczy CKE*, **8**, 28-37.
- Dolata R. (2007). Edukacyjna wartość dodana, czyli jak wykorzystywać wyniki egzaminów zewnętrznych do oceny efektywności nauczania. *Egzamin. Biuletyn Badawczy CKE*, **9**, 1-18.
- Domański S.R. (1993). Kapitał ludzki a wzrost gospodarczy. Państwowe Wydawnictwo Naukowe, Warszawa.
- Drucker P.F. (1954). The practice of management. Heron Books, Sheridan.
- Drucker P.F. (1964). Managing for results. Harper and Row, San Francisco.
- Drucker P.F. (1992). Managing for the future. The 1990s and beyond. New Millennium, Brighton.
- Drucker P.F. (2002). Managing in the next society. St. Martin's Press, New York.
- Feller W. (1969). Are life scientists overawed by statistics. *Scientific Research*, **4**, 24-29.
- Fincher C. (1985). What is value-added education? Research in Higher Education, **22**, 395-398.
- Frankel T. (1999). The geometry of physics. An introduction. Cambridge University Press, Cambridge.
- Gawecki B.J. (1969). Zagadnienia przyczynowości w fizyce. Instytut Wydawniczy PAX, Warszawa.
- Gnedenko B.W., Korolev V.Yu. (1996). Random summation: Limit theorems and applications. CRC Press, Boca Raton.

- Gottl-Ottlilienfeld F., von (1914). *Wirtschaft und Technik*. W: Grundriss der Sozialökonomik. Erstes Buch, Abt. II, J.C.B. Mohr, Tübingen.
- Heller M., Lubański M., Ślaga S.W. (1980). *Zagadnienia filozoficzne współczesnej nauki. Wstęp do filozofii przyrody*. Akademia Teologii Katolickiej, Warszawa.
- Hellwig Z. (1980). *Elementy rachunku prawdopodobieństwa i statystyki matematycznej*. Państwowe Wydawnictwo Naukowe, Warszawa.
- Gorard S. (2003). Misunderstanding and misrepresentation: a reply to Hutchinson and Schagen. *International Journal of Research and Method in Education*, **32**, 3-12.
- Gorard S. (2006). Value-added is of little value. *Journal of Educational Policy*, **21**, 233-244.
- Gorard S. (2010). Measurement as an unconsidered concept. W: G. Walford, E. Tucker I M. Viswanathan, red., *Sage handbook of measurement*. Sage Publications, London, 389-408.
- Greenwald D. i inni (1983).
- Hutchinson D., Schagen I. (2008). Concorde and discord: the art of multilevel modeling. *International Journal of Research and Method in Education*, **31**, 11-18.
- Kac M., Steinhaus H. (1938). Sûr les fonctions indépendantes. *Studia Mathematicae*, **7**, 115.
- Kac M. (1959). Niezależność statystyczna w rachunku prawdopodobieństwa, analizie i teorii liczb. Fundacja Rozwoju Matematyki Polskiej, Warszawa.
- Kacprzyński B. (1974). *Planowanie eksperymentów. Podstawy matematyczne*. Wydawnictwa Naukowo-Techniczne, Warszawa.
- Kolipiński J. (1978). *Człowiek – gospodarka – środowisko – przestrzeń*. Państwowe Wydawnictwo Naukowe, Warszawa.
- Korporowicz L., red. (1997). *Ewaluacja w edukacji*. Oficyna Wydawnicza, Warszawa.
- Miller M.H., Modigliani F. (1961). Dividend policy, growth, and the valuation of shares. *The Journal of Business*, **34**, 411-433.
- Mincer J. (1974). *Schooling, experience and earnings*. Columbia University press, New York.
- Modigliani F., Miller M.H. (1958). Corporate income taxes and the cost of capital: a correction. *American Economic Review*, **48**, 261-297.
- Modigliani F., Miller M.H. (1963). The cost of capital, corporate finance and the theory of investment. *American Economic Review*, **53**, 433-443.
- Mostowski A., Stark M. (1965). *Elementy algebry wyższej*. Państwowe Wydawnictwo Naukowe, Warszawa.
- Niemierko B. (2006). Wartość dodana osiągnięć uczniów, szkół i regionów. *Egzamin. Biuletyn Badawczy CKE*, Nr 8, 20-27.

- Niemierko B. (2009). Diagnostyka edukacyjna. Wydawnictwo Naukowe PWN, Warszawa.
- Schagen I., Goldstein H. (2002). Do specialist schools add value? Some methodological problems. *Research Intelligence*, **80**, 12-15.
- Nowak R. (2002). Statystyka dla fizyków. Wydawnictwo Naukowe PWN, Warszawa.
- O'Byrne S.F., Stewart S. (1996). EVA and market value. *Journal of Applied Corporate Finance*, **9**, 116-125.
- Papoulis A., Pillai S.U. (2002). Probability, random variables and stochastic processes. McGraw-Hill, New York.
- Rao C.R. (1989). Statistics and truth. Putting chance to work. Council of Scientific and Industrial Research, New Delhi.
- Sanders W.L. (2000). Value-added assessment from student achievement data: opportunities and hurdles. *Journal of Personnel Evaluation in Education*, **14**, 329-339.
- Schagen I., Hutchinson D. (2003). Adding value in educational research - the marriage of data and analytical power. *British Educational Research Journal*, **29**, 749-765.
- Stern J.M., Stewart G.B., Chew D.H. (1995). The EVA financial system. *Journal of Applied Corporate Finance*, **8**, 32-46.
- Stewart G.B. (1991). The quest for value: a guide for senior managers. Harper Collins, New York.
- Tully S. (1993). The real key to creating value. *Fortune*, **128**, 38-50.
- Walukiewicz S. (2010). Kapitał ludzki. Instytut Badań Systemowych PAN, Warszawa.
- Żakowski W. (1967). Ortogonalność. W: A.B. Empacher, Z. Sęp, A. Żakowska, W. Żakowski, red., Mały słownik matematyczny. Wiedza Powszechna, Warszawa.

the first two cases, the first two terms of the series are equal to the first two terms of the series.

In the third case, the first two terms of the series are equal to the first two terms of the series.

In the fourth case, the first two terms of the series are equal to the first two terms of the series.

In the fifth case, the first two terms of the series are equal to the first two terms of the series.

In the sixth case, the first two terms of the series are equal to the first two terms of the series.

In the seventh case, the first two terms of the series are equal to the first two terms of the series.

In the eighth case, the first two terms of the series are equal to the first two terms of the series.

In the ninth case, the first two terms of the series are equal to the first two terms of the series.

In the tenth case, the first two terms of the series are equal to the first two terms of the series.

In the eleventh case, the first two terms of the series are equal to the first two terms of the series.

In the twelfth case, the first two terms of the series are equal to the first two terms of the series.

In the thirteenth case, the first two terms of the series are equal to the first two terms of the series.

In the fourteenth case, the first two terms of the series are equal to the first two terms of the series.

In the fifteenth case, the first two terms of the series are equal to the first two terms of the series.

In the sixteenth case, the first two terms of the series are equal to the first two terms of the series.

In the seventeenth case, the first two terms of the series are equal to the first two terms of the series.

In the eighteenth case, the first two terms of the series are equal to the first two terms of the series.

In the nineteenth case, the first two terms of the series are equal to the first two terms of the series.

In the twentieth case, the first two terms of the series are equal to the first two terms of the series.

In the twenty-first case, the first two terms of the series are equal to the first two terms of the series.

In the twenty-second case, the first two terms of the series are equal to the first two terms of the series.

In the twenty-third case, the first two terms of the series are equal to the first two terms of the series.

In the twenty-fourth case, the first two terms of the series are equal to the first two terms of the series.

In the twenty-fifth case, the first two terms of the series are equal to the first two terms of the series.