

79/2010

Raport Badawczy
Research Report

RB/14/2010

**Problemy modelowania
sieci kanalizacyjnych**

L. Bogdan, G. Petriczek

Instytut Badań Systemowych
Polska Akademia Nauk

Systems Research Institute
Polish Academy of Sciences



POLSKA AKADEMIA NAUK

Instytut Badań Systemowych

ul. Newelska 6

01-447 Warszawa

tel.: (+48) (22) 3810100

fax: (+48) (22) 3810105

Kierownik Pracowni zgłaszający pracę:
Dr hab. inż. Jan Studziński

Warszawa 2010

**PROBLEMY MODELOWANIA SIECI
KANALIZACYJNYCH**

LUCYNA BOGDAN, GRAŻYNA PETRICZEK

Warszawa, 2010

Decyzja o przyjęciu odpowiedniego rozwiązania technicznego dotyczącego systemu kanalizacji wymaga przeprowadzenia analizy czynników, które charakteryzują zjawisko transportu ścieków z punktu widzenia ilości dopływających ścieków. Należy przeanalizować zjawisko dopływu wód deszczowych do kanałów w zależności od wartości natężenia deszczu i ilości wody, która ostatecznie spłynie do kanałów.

1. Charakterystyka przepływów ścieków

Dopływy wód deszczowych do kanałów mogą być zadawane bezpośrednio według określonych na podstawie badań terenowych funkcji $I(t)$ i $q(t)$ lub pośrednio poprzez funkcje opisujące deszcz i zlewnię.

Na przykład wartość natężenia deszczu można określić na podstawie badań lub ogólnych wzorów empirycznych:

Dla terenu całej Polski

$$Q_d = \frac{470\sqrt[3]{c}}{t_d^{0,6667}} \quad [\text{dm}^3/\text{h}]$$

dla Krakowa

$$Q_d = \frac{16447}{p^{0,3738} t_d^{0,3845}}$$

gdzie:

Q_d - natężenie deszczu (dm^3/h)

c - okres jednorazowego przekroczenia deszczu (lata)

t_d - czas trwania deszczu (min)

p - częstotliwość pojawienia się deszczu (%), $p=100/c$

Ilość wody, która nie odpłynie do kanału tzn. wsiąknie w teren, zostanie zatrzymana, wyparuje, można uwzględnić przez zastosowanie współczynnika spływu Ψ przyjmowanego wg zamieszczanych w literaturze tabel lub obliczonego wg wzoru Reinholda:

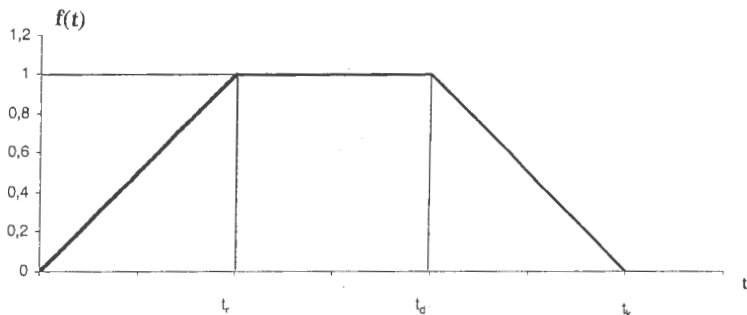
$$\Psi = M \cdot q^{0,567} \cdot t^{0,228} \quad (1)$$

gdzie: q - natężenie deszczu (dm^3/h)

t - czas trwania deszczu (min)

M - współczynnik charakteryzujący zlewnię i warunki klimatyczne

Niecała ilość wody od razu spływa do kanału, lecz odbywa się to stopniowo z coraz bardziej odległych fragmentów zlewni. Zjawisko to uwzględnia czas retencji terenowej, który może być przyjmowany według tabel lub na podstawie takich czynników, jak kształt zlewni, położenie kanału, spadek terenu itp. Zjawisko to można również uwzględnić przez zastosowanie współczynnika $f(t)$ zależnego od czasu



Rys. 1. Wykres zależności współczynnika dopływu $f(t)$ od czasu t gdzie:

t_r – czas retencji terenowej

t_d – czas trwania deszczu

t_k – całkowity czas trwania spływu wód deszczowych do kanału

Dopływ do kanału $Q_d(t)$ określa zależność:

$$Q_d(t) = q_d \cdot \psi \cdot F \cdot f(t) \quad [\text{dm}^3/\text{s}] \quad (2)$$

gdzie F – pole pow. zlewni

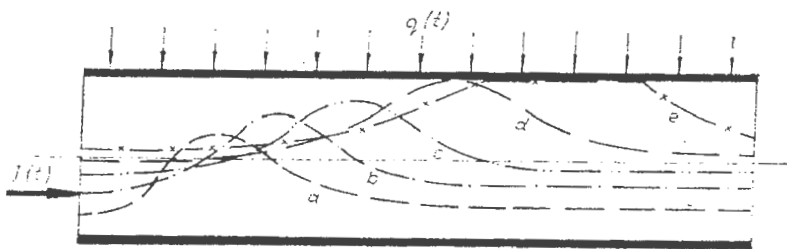
Może on być stosowany w modelu jako dopływ punktowy w węźle sieci, ale bardziej korzystne jest zadawanie go jako dopływu na jednostkę długości kanału:

$$q(t) = \frac{Q_d(t)}{L} \quad (3)$$

Zadanie dopływów w postaci funkcji $Q_d(t)$ (trapezowej, Pearson'a III itp.) powoduje powstanie w kanałach fal. Zmienny czas przepływu przez różne odcinki wynikający z prędkości przesuwania się fali (różne spadki, chropowatości, kształty i wielkości przekrojów kanałów, napełnienia) powoduje różne nakładanie się fal przy połączeniach kanałów.

Dzięki symulacji można ujawnić najbardziej niekorzystne przypadki tzn. takie, gdzie spotykają się maksymalne przepływy. Przepięlenia mogą występować nie tylko w miejscach połączeń odcinków, ale również w dowolnym przekroju kanału.

Rozpatrując odcinek jak na Rys.2, wewnątrz którego przesuwa się fala, zewnętrzny dopływ na jednostkę długości kanału $q(t)$ powoduje stałe podnoszenie się zwierciadła (ścieków, wód deszczowych) na całej długości odcinka (krzywe a, b, c) aż w końcu musi zająć taki przypadek, że maksimum fali osiągnie sklepienie kanału (krzywe d), a nawet wystąpi praca odcinka kanału pod ciśnieniem (krzywe e). Część wód deszczowych Q_p nie mieszcząca się w kanałach (ze względu na ich przepustowość), w których obliczane są przepływy, może być w procesie symulacji zapamiętana i oczekiwać na moment, w którym będzie mogła wpłynąć do sieci.



Rys. 2 Kolejne fazy powstawania przepiętienia kanału

1.1 Liczba Frouda i spadek krytyczny

Przepływy ze swobodnym zwierciadłem mogą mieć charakter spokojny, krytyczny i rwący. Określa to liczba Frouda

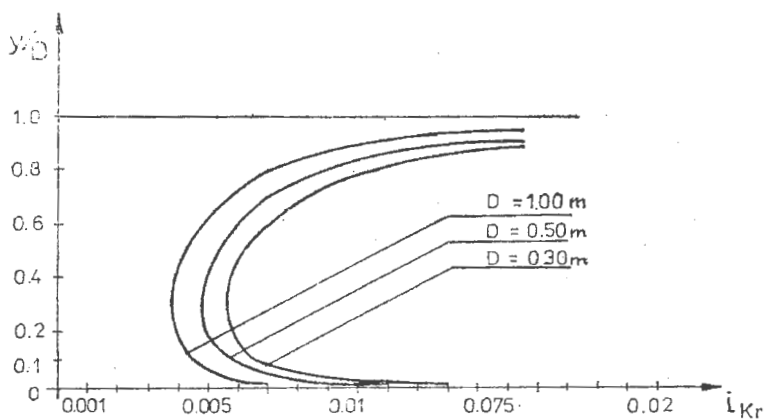
$$F = \frac{v}{\sqrt{g \frac{A}{B}}}$$

gdzie

- F – liczba Frouda
- v – średnia prędkość przepływu [m/s]
- A – pole przekroju czynnego [m²]
- B – szerokość zwierciadła ścieków [m]
- g – przyspieszenie ziemskie [m/s²].

W zależności od wartości liczby Frouda przepływ ma charakter spokojny dla $FR < 1$, krytyczny dla $FR = 1$ i rwący dla $FR > 1$.

Przebiegi zmian spadku krytycznego dla wybranych średnic kanału w zależności od stopnia wypełnienia przedstawiają krzywe na Rys.3.



Rys. 3. Zależność spadku krytycznego od wypełnienia dla wybranych średnic kanałów.

W przepływach ustalonych ze swobodnym zwierciadłem, o średniej prędkości przepływu decyduje nachylenie dna przewodu. Przyjmując równość spadku hydraulicznego i dna przewodu spadek krytyczny ma postać:

$$i_{kr} = \frac{g \cdot \kappa \cdot n^2}{\alpha \cdot B \cdot R_h^{1/3}}$$

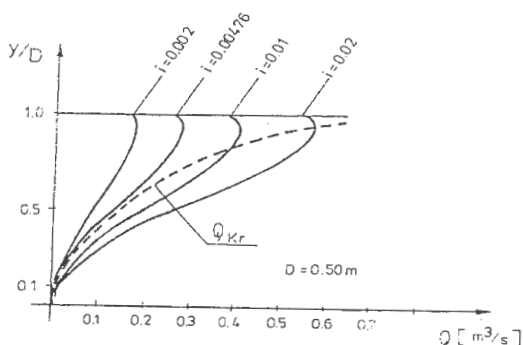
gdzie: i_{kr} – spadek krytyczny
 κ – długość obwodu zwilżonego
 R_h – promień hydrauliczny
 α – współczynnik Coriolisa
 n – współczynnik szorstkości

Spadek krytyczny dla rozpatrywanego przewodu jest funkcją wymiarów geometrycznych tego przewodu i wypełnienia. Wypełnienie i długość obwodu zwilżonego monotonicznie rosną, natomiast szerokość zwierciadła i promień hydrauliczny posiadają ekstremum. Dla przewodu kołowego szerokość zwierciadła wody rośnie od zera, w połowie wysokości wypełnienia osiąga maksimum i następnie maleje do zera. Natomiast wartość promienia hydraulicznego rośnie od zera, maksimum osiąga przy wypełnieniu równym 85,3% i dalej maleje do wartości, jak przy połowie wysokości przewodu. Stąd wynika, że spadek krytyczny musi posiadać ekstremum.

Wartości spadku krytycznego dla wypełnienia zerowego i całkowitego dążą do nieskończoności. Spadek krytyczny osiąga minimalną wartość dla wypełnienia równego 29,7%. Spadek krytyczny przy tym stopniu wypełnienia nazywany jest spadkiem Przepływy ustalone przy spadkach przewodów mniejszych od granicznego są zawsze spokojne. Obrazuje to przykładowy wykres na Rys.4 wykonany dla przewodu o średnicy 0,5 m.

Przyjmując $n=0,013$ i $\alpha = 1$ spadek graniczny dany jest zależnością:

$$i_g = \frac{3,778 \cdot 10^{-3}}{d^{1/3}}$$



Rys.4. Zależność natężenia przepływu od wypełnienia kanału dla spadków charakterystycznych.

Przepływy ustalone przy spadkach przewodów mniejszych od granicznego są zawsze spokojne. Napełnienia przewodu przy przepływach krytycznych noszą nazwę napełnień przejściowych. Przepływy między napełnieniami przejściowymi są przepływami rwącymi. Podsumowując można stwierdzić, że charakter przepływu w przewodzie zależy od spadku dna i od napełnienia. Szczególne znaczenie dla określenia charakteru przepływu posiada spadek graniczny i_g . Jeżeli w przewodach sieci przepływy są ustalone, to dla spadków mniejszych od spadku granicznego występują wyłącznie przepływy spokojne; dla spadku dna równego spadkowi granicznemu przepływy są spokojne z wyjątkiem napełnienia przejściowego równego 29,7%, przy którym przepływ jest krytyczny; dla spadków dna większych od spadku granicznego, pomiędzy napełnieniami przejściowymi przepływy są rwące, dla napełnień przejściowych krytyczne, a w pozostałym zakresie napełnień spokojne. Zmiany charakteru przepływu, przy założeniu przepływów ustalonych wolnozmiennych, występują w określonych przekrojach przewodów, stąd są odcinki sieci, w których przepływy mają charakter rwący. Uwzględniając, że przepływy w sieci są nieustalone, charakter przepływów ulega ciągłym zmianom w czasie i na długości przewodu.

1.2. Zależność prędkości przepływu od metody obliczeń

Obliczenia hydrauliczne polegają najczęściej na sprawdzeniu prędkości przepływu i napełnienia w kanale przy znanym (założonym) spadku dna kanału, jego średnicy i przepływie.

Średnią prędkość przepływu ścieków w poprzecznym przekroju kanału można obliczyć przy pomocy wzoru Manninga w postaci:

$$v = K \cdot R_h^{\frac{2}{3}} \cdot J_E^{\frac{1}{2}} \quad (4)$$

gdzie: v – średnia prędkość przepływu ścieków w przekroju czynnym w kanale [m/s]

K – współczynnik Manninga [$m^{1/3} s^{-1}$]

R_h – promień hydrauliczny [m]

J_E – spadek dna kanału

Wzór powyższy został wyprowadzony na podstawie równań Bernoulliego dla dwóch przekrojów kanału oddalonych od siebie o pewną odległość L . We wzorze współczynnik szorstkości Manninga K stanowi miarę nierówności i jakości wewnętrznych powierzchni kanału. Jego wartość przyjmuje się w zależności od materiału kanału, jego wieku oraz fazy przepływów ścieków.

Wzory Manninga umożliwiają obliczanie strat hydraulicznych na długości kanału. Ze względu na uwikłaną postać wzorów praktyczne obliczenia prowadzi się z wykorzystaniem tablic i nomogramów.

Wzór Manninga stosuje się zarówno dla przekroju kołowego, jak i niekołowego przy napełnieniu całkowitym lub częściowym.

Dla przewodów o przekroju kołowym przy całkowitym napełnieniu prędkość przepływu v jest wyrażona wzorem Colebrooka- White'a:

$$v = -2 \cdot \sqrt{2gDJ_E} \cdot \log \left(\frac{k}{3,71D} + \frac{2,51v}{D \sqrt{2gDJ_E}} \right) \quad (5)$$

gdzie: v – średnia prędkość przepływu ścieków w przekroju czynnym w kanale [m/s]

g – stała grawitacji [m^2/s^2]

D – średnica wewnętrzna przewodu [m]

J_E – spadek hydrauliczny
 k – współczynnik chropowatości bezwzględnej [m]
 n – kinematyczny współczynnik lepkości cieczy [m²/s]

Dla przewodów o częściowym napełnieniu lub dla kanałów o przekroju niekołowym prędkość przepływu jest wyrażona następującym wzorem:

$$v = -2 \cdot \sqrt{8gR_h J_E} \cdot \log \left(\frac{k}{3,71 \cdot 4R_h} + \frac{2,51v}{4R_h \sqrt{8gR_h J_E}} \right) \quad (6)$$

gdzie: R_h – promień hydrauliczny [m]

Współczynnik chropowatości bezwzględnej k zastosowany we wzorze Colebrooka-White'a uwzględnia straty ciśnienia w zależności od materiału, którego jest wykonany przewód, przerwy na połączeniach i osadu powstającego na wewnętrznej powierzchni przewodu poniżej poziomu przepływających ścieków. Jeżeli nie można uniknąć odkładania się osadów, do obliczeń strat ciśnienia powinien być brany zmniejszony przekrój poprzeczny kanału.

Zwykle używa się wartości współczynnik chropowatości bezwzględnej k z zakresu 0,03 mm do 3 mm. W przypadku współczynnika Manninga n zalecane wartości są z zakresu od 70 m^{1/3}s⁻¹ do 90 m^{1/3}s⁻¹.

Ze względu na brak wartości współczynnika Manninga dla kanałów wykonanych z różnego rodzaju tworzyw sztucznych należy przeliczać wartość tego współczynnika w zależności od współczynnika chropowatości bezwzględnej k zgodnie z zależnością:

$$K = 4\sqrt{g} \cdot \left(\frac{32}{D}\right)^{1/6} \cdot \log\left(\frac{3,7 \cdot D}{k}\right) \quad (7)$$

Z powyższego wzoru wynika, że zależność opisująca prędkość v jest w postaci uwikłanej i aby wyliczyć z niej v należy zastosować iteracyjną metodę Newtona, zgodnie ze wzorem:

$$v_{k+1} = v_k - \frac{f(v_k)}{f'(v_k)} \quad (8a)$$

gdzie funkcja $f(v)$ jest postaci:

$$f(v) = v + 2 \cdot \sqrt{8gR_h J_E} \cdot \log \left(\frac{k}{3,71 \cdot 4R_h} + \frac{2,51v}{4R_h \sqrt{8gR_h J_E}} \right) \quad (8b)$$

Przyjmując wartość początkową prędkości v_0 otrzymujemy następujący schemat iteracyjny do obliczenia prędkości przepływu v :

$$v_{k+1} = v_k - \frac{v_k + 2\sqrt{8gR_h J_E} \cdot \log \left(\frac{k}{14,84R_h} + \frac{2,51 \cdot v_k}{4R_h \sqrt{8gR_h J_E}} \right)}{1 + \frac{32,25\sqrt{8gR_h J_E}}{4k\sqrt{8gR_h J_E} + 37,25 \cdot v_k}} \quad (9)$$

gdzie: k – indeks iteracji

Kryterium stopu dla iteracji ma postać:

$$|v_{k+1} - v_k| \leq \alpha \quad \alpha < 1 - \text{przyjęty parametr zbieżności}$$

2. Obliczenia hydrauliczne sieci kanalizacyjnej dla przepływów ustalonych

Przedstawiony poniżej algorytm odnosi się do przepływów równomiernych ustalonych. Ma on zastosowanie tylko do obliczania kanałów o przekroju kołowym.

Do obliczeń hydraulicznych stosuje się wzór Chezy na określenie przepływu

$$Q = A \cdot c \cdot \sqrt{R \cdot J} \quad (10)$$

gdzie

Q - natężenie objętości przepływu [m^3/s]

A - przekrój poprzeczny kanału [m^2]

c - współczynnik oporu hydraulicznego Manninga

$$c = \frac{1}{n} R^{\frac{1}{6}}$$

R - promień hydrauliczny [m]

J - spadek zwierciadła wody

n - współczynnik szorstkości Manninga

Dla natężenia przepływu Q, spadku dna kanału J oraz współczynnika chropowatości n oblicza się teoretyczną średnicę całkowicie wypełnionego kanału d_t według zależności:

$$d_t = 1,548 \cdot n^{3/8} \cdot Q^{3/8} \cdot J^{-3/16} \quad (11)$$

a następnie dobiera się najbliższą, wyższą znormalizowaną średnicę kanału.

W celu obliczenia wysokości napelnienia kanału i prędkości przepływu ścieków (przy częściowym wypełnieniu) opracowano zależność uproszczoną. Z zależności tej można obliczyć wysokość napelnienia h [m] i prędkość przepływu v [m/s] z wystarczającą dokładnością dla napelnień:

$$0,2 \leq \frac{h}{d} \leq 0,8 \quad (12)$$

Przy napelnieniu do 20 % wysokości kanału (tj. w przybliżeniu do 9 % natężenia przepływu przy całkowitym napelnieniu kanału) dokładne obliczanie parametrów hydraulicznych nie ma praktycznego znaczenia, gdyż na dnie kanału znajdują się osady i płyną kanałem wody pochodzące z infiltracji. Wskutek tego wyniki obliczeń i wyniki dokładnych pomiarów przepływu w kanale różnią się od siebie znacznie.

Obszar przepływu powyżej 80 % wysokości napelnienia kanału jest bardzo niestabilny. Wielu autorów podaje dla tego obszaru szereg krzywych konsumpcyjnych, różniących się znacznie od krzywej obliczonej na podstawie wzoru Chezy. Z tego względu opisana metoda wyklucza większe napelnienie niż 82 % wysokości przekroju. W przedziale napelnień określonych nierównościami (20) można z wystarczającą dokładnością aproksymować krzywą konsumpcyjną i krzywą prędkości przepływu za pomocą zależności:

$$\frac{Q}{Q_c} = 1,6031 \left(\frac{h}{d} - 0,0893 \right)^{4/3} \quad (13)$$

$$\frac{v}{v_c} = 1,317 \left(\frac{h}{d} - 0,0893 \right)^{1/3} \quad (14)$$

gdzie:

d – średnica wewnętrzna kanału [m]

h – wysokość napełnienia [m]

Q – natężenie przepływu w kanale [m^3/s]

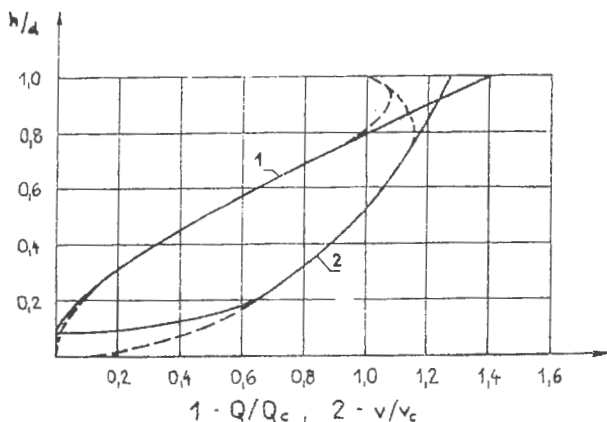
v – prędkość przepływu przy częściowym napełnieniu [m/s]

v_c – prędkość przepływu przy całkowitym napełnieniu [m/s]

Q_c – natężenie przepływu przy całkowitym napełnieniu

Błąd względny aproksymacji krzywych w pobliżu granic przedziału nierówności (12) nie przekracza 2,4 %. Maksymalny błąd względny, jaki może wystąpić w całym przedziale nierówności (20) wynosi 5,3 %.

Na Rys. 5 linia ciągłą oznaczono krzywą natężenia przepływu, określoną na podstawie zależności (13) i krzywą prędkości przepływu określoną z zależności (14).



Rys.5. Krzywe sprawności przekroju kanału.

Linia przerywaną zaznaczono te części krzywych określonych na podstawie wzoru Chezy, których przebieg różni się zasadniczo od krzywych według zależności (13) i (14). Jeśli z równań (13) i (14) wyeliminujemy względne napełnienie h/d , to otrzymamy zależność:

$$\frac{v}{v_c} = 1,1704 \cdot \left(\frac{Q}{Q_c} \right)^{\frac{1}{4}}$$

Dla całkowicie wypełnionego kanału promień hydrauliczny $R=0,25d$ natomiast $A=0,785d^2$. Podstawiając do powyższego wzoru za Q_c i v_c zależności otrzymane ze wzoru Chezy dla całkowicie wypełnionego kanału otrzymujemy równanie postaci:

$$v = 0,6216 \cdot n^{-3/4} \cdot Q^{1/4} \cdot J^{3/8} \quad (15)$$

gdzie:

Q – natężenie przepływu [m^3/s]

J – spadek dna kanału [m/m]

Ze wzoru (15) wynika, że prędkość przepływu ścieków w kanale częściowo napełnionym nie zależy od średnicy kanału i wysokości jego napełnienia.

Z równań (15) i (13) można wyprowadzić zależność do obliczania wysokości napełnienia kanału:

$$h = 1,046 \cdot \frac{Q}{v \cdot d} + 0,0896 \cdot d \quad (16)$$

gdzie : d - wewnętrzna średnica kanału (m).

Wartości parametrów hydraulicznych kanału, obliczonych metodą uproszczoną, różnią się nieznacznie od wyników dokładnych obliczeń na podstawie wzoru Manninga. Z porównania wyników obliczeń napętnienia kanału (h) ze wzoru (16) i prędkości (v) ze wzoru (15) z odpowiadającymi im wartościami h i v obliczonymi ze wzoru Manninga, dla kanałów o średnicach od 0,5 m do 1,0 m wynika, że wysokości napętnień różnią się na trzecim miejscu po przecinku, a prędkości na drugim miejscu po przecinku.

Jeśli prędkość przepływu ścieków w kanale nie zależy od średnicy i napętnienia kanału, jak to wynika ze wzoru (15), to i czas przepływu ścieków na odcinku kanału również nie zależy od średnicy i napętnienia kanału:

$$t = 0,02681 \cdot n^{3/4} \cdot Q^{-1/4} \cdot J^{-3/8} \cdot L \quad (17)$$

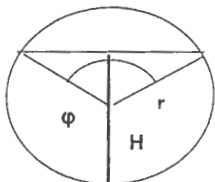
gdzie: L - długość odcinka kanału (m).

2.1. Analityczne wyznaczanie wysokości napętnień kanału

Jak wynika ze wzorów Manninga zarówno prędkość przepływu v jak i natężenie przepływu Q zależą od promienia hydraulicznego R_h , który z kolei zależy od wysokości napętnienia H .

Przy obliczaniu spływów w sieciach kanalizacyjnych zazwyczaj mamy do czynienia z sytuacją, w której dla zadanych przepływów Q należy wyznaczyć wysokość napętnienia kanału H .

Przyjmując oznaczenia jak na Rys.6,



Rys.6. Zależności między wielkościami w kanale o przekroju kołowym
gdzie

H – wysokość napętnienia

r – promień kanału kołowego

d – średnica kanału

φ - kąt środkowy

otrzymujemy następujące zależności:

$$\varphi = 2 \cdot \arctg \left(\frac{\sqrt{Hd - H^2}}{H - \frac{d}{2}} \right) \quad (18)$$

Ze wzoru Manninga na wielkość natężenia przepływu, uwzględniając geometrię przewodu otrzymuje się następującą zależność:

$$J^{\frac{3}{2}} \cdot d^8 \cdot \left(\pi - \frac{\pi}{360} \cdot 2 \operatorname{arctg} \left(\frac{\sqrt{Hd - H^2}}{H - \frac{d}{2}} \right) + \frac{1}{2} \sin \left(2 \operatorname{arctg} \left(\frac{\sqrt{Hd - H^2}}{H - \frac{d}{2}} \right) \right) \right)^5 \cdot \left(\pi - \frac{\pi}{360} \cdot 2 \operatorname{arctg} \left(\frac{\sqrt{Hd - H^2}}{H - \frac{d}{2}} \right) \right)^{-2} - 4^5 \cdot Q^3 \cdot n^3 = 0 \quad (19)$$

Rozwiązując to równanie można otrzymać wysokość napelnienia H jako funkcję natężenia przepływu Q. Otrzymujemy równanie w postaci $f(H)=0$. Ze względu na postać zależności (19) do obliczania napelnienia kanału stosuje się iteracyjną metodę Newtona.

Przyjmując wartość początkową napelnienia np. $H_0 = 0,7d$ otrzymujemy następujący schemat iteracyjny do obliczenia wysokości napelnienia H: (dla k-tej iteracji)

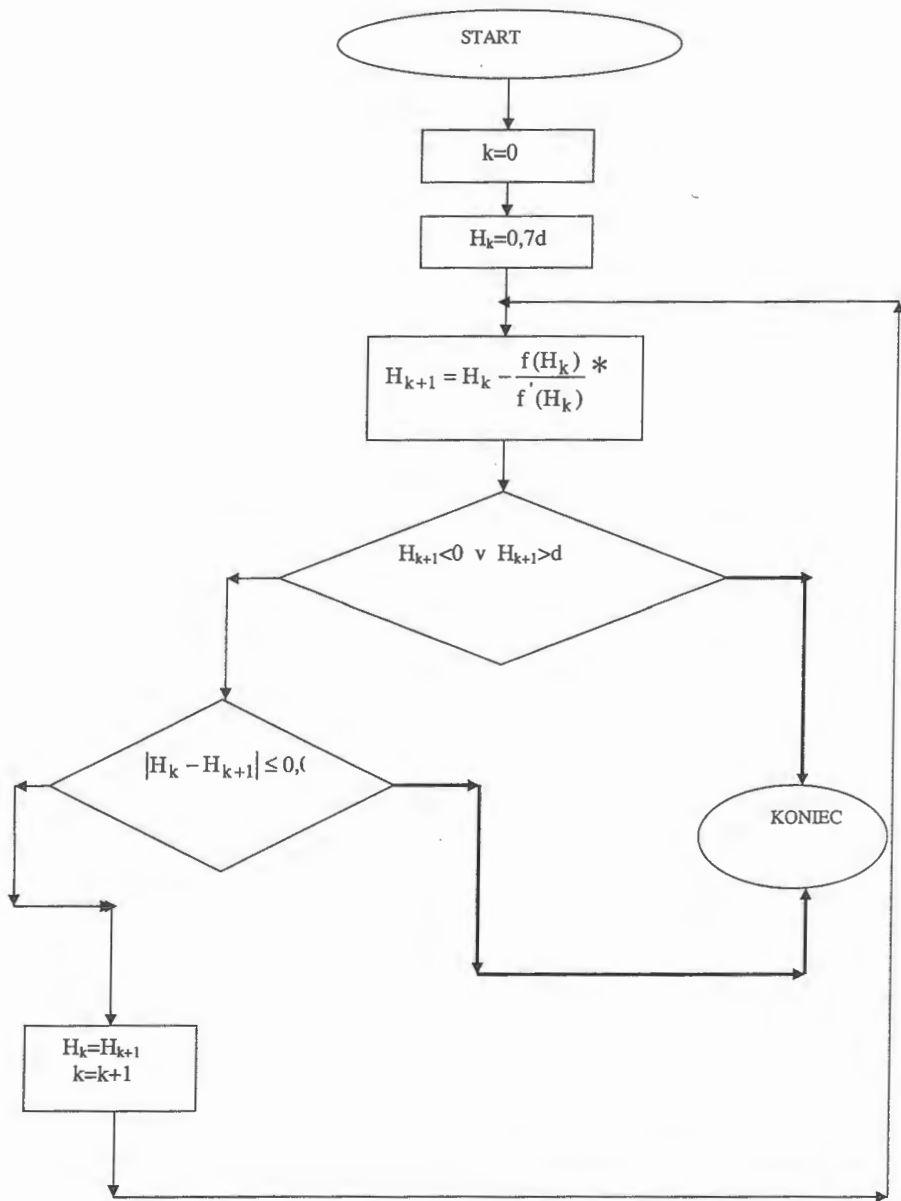
$$H_{k+1} = H_k - \frac{f(H_k)}{f'(H_k)} \quad (20a)$$

gdzie: poszczególne czynniki mają postać:

$$\varphi_k = 2 \cdot \operatorname{arctg} \left(\frac{\sqrt{H_k d - H_k^2}}{H_k - \frac{d}{2}} \right) \quad (20b)$$

$$f(H_k) = J^{\frac{3}{2}} \cdot d^8 \cdot \left(\pi - \frac{\pi}{360} \cdot \varphi_k + \frac{1}{2} \sin(\varphi_k) \right)^5 \cdot \left(\pi - \frac{\pi}{360} \cdot \varphi_k \right)^{-2} - 4^5 \cdot Q^3 \cdot n^3 \quad (20c)$$

$$f'(H_k) = J^{\frac{3}{2}} \cdot d^2 \cdot \frac{d^2}{(3H_k^2 - 3H_k d + d^2) \sqrt{H_k d - H_k^2}} \cdot \left(\pi - \frac{\pi}{360} \cdot \varphi_k + \frac{1}{2} \sin(\varphi_k) \right)^4 \cdot \left(\pi - \frac{\pi}{360} \cdot \varphi_k \right)^{-2} \cdot \left(5d^2 \cdot \left(\frac{\pi}{180} - \cos(\varphi_k) \right) - \frac{2\pi}{180} \cdot \left(\pi - \frac{\pi}{360} \cdot \varphi_k \right)^{-1} \cdot \left(\pi - \frac{\pi}{360} \cdot \varphi_k + \frac{1}{2} \sin(\varphi_k) \right) \right) \quad (20d)$$



Rys.7. Schemat blokowy obliczania wysokości napełnienia kanału (pogrubiona linia odpowiada opcji TAK, gwiazdka * jest odnośnikiem do zależności 20a).

Warunkiem zbieżności tej metody jest spełnienie zależności:

$$\left| \frac{f(H_k) \cdot f'(H_k)}{(f'(H_k))^2} \right| \leq K < 1 \quad (20e)$$

Kryterium stopu dla iteracji ma postać:

$$|H_{k+1} - H_k| \leq \alpha \quad \alpha < 1 - \text{przyjęty parametr zbieżności} \quad (20f)$$

Iteracje obliczania wysokości napełnienia H wykonywane są dopóty dopóki nie zostanie spełnione kryterium zbieżności (20f).

Przy znanych wymiarach kanałów tzn. spadkach dna kanału i średnicach obliczenia hydrauliczne sieci kanalizacyjnej dotyczą prędkości przepływów v_i w poszczególnych segmentach oraz wysokości napełnień tych segmentów H_i .

Dla obliczonego napełnienia H obliczamy promień hydrauliczny R_h według wzoru:

$$R_h = \frac{A}{U} = \frac{\pi d - \frac{\pi d}{180} \cdot \arctg\left(\frac{\sqrt{Hd - H^2}}{H - \frac{d}{2}}\right) + \frac{d}{2} \cdot \sin\left(2 \arctg\left(\frac{\sqrt{Hd - H^2}}{H - \frac{d}{2}}\right)\right)}{4 \cdot \left(\pi - \frac{\pi}{180} \cdot \arctg\left(\frac{\sqrt{Hd - H^2}}{H - \frac{d}{2}}\right)\right)} \quad (21)$$

gdzie: A – pole powierzchni przekroju czynnego

U – obwód zwilżony

Obliczanie prędkości v według wzoru:

$$v = \frac{1}{n} R_h^{\frac{2}{3}} \cdot J^{\frac{1}{2}} \quad (22)$$

gdzie:

n – współczynnik Manninga

J – spadek dna kanału

Znając geometrię sieci kanalizacyjnej (kształt, wartości średnic, spadki dna kanału) oraz wartości dopływów ścieków Q można obliczyć wysokości napełnień oraz prędkości przepływów.

2.2. Wyznaczanie spadków dna kanału

Rozważmy teraz sytuację, w której do istniejącej już sieci należy dołączyć nowe odcinki kanalizacyjne. Problem sprowadza się do wyboru średnic nowych kanałów oraz spadków dna kanałów. Zakładamy, że znane są prognozowane wartości ścieków.

Z przekształconego wzoru Manninga otrzymujemy następującą zależność na spadek dna kanału:

$$J = \frac{(v \cdot n)^2}{R_h^{\frac{4}{3}}} \quad (23)$$

Spadek dna kanału może także być obliczony z poniższych zależności:

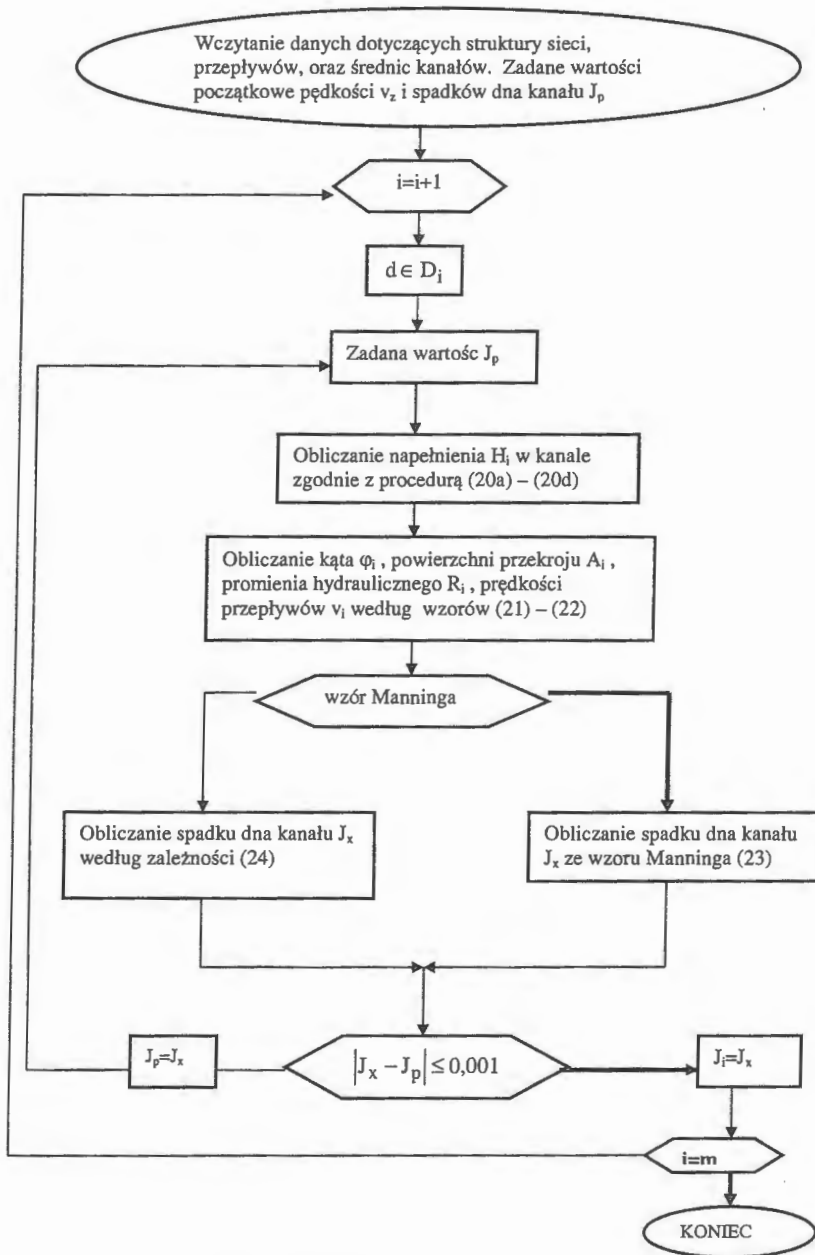
$$J = \left(\frac{v}{-17,72 \cdot \log \left(\frac{a \cdot k}{R_h} + \frac{1}{b R_e^n} \right)} \right)^2 \cdot \frac{1}{R_h} \quad (24)$$

gdzie: R_e – liczba reynoldsa dana zależnością:

$$R_e = \frac{4vR_h}{\nu}$$

ν kinetyczny współczynnik lepkości ścieków
 R_h promień hydrauliczny

Schemat obliczeń wartości spadków dna kanału przy zadanych wartościach ścieków dla różnych średnic kanałów przedstawiono na rysunku 8.



Rys.8. Schemat blokowy obliczania spadków dna kanału

3. Uproszczone dynamiczne modele przepływu ścieków

W przypadku ogólnym dynamiczna postać przepływu ścieków w sieci kanalizacyjnej jest opisana układem równań Saint-Venanta (równanie ciągłości, równanie dynamiki)

Przedstawione poniżej dwie wersje modelu dotyczą sytuacji sieci grawitacyjnej, rozgałęzionej, podzielonej węzłami na segmenty. Węzłami są punkty, w których następuje: połączenie kilku segmentów lub gałęzi sieci, zmiana parametrów sieci lub dopływ ścieków do sieci (studzienka, wpusty deszczowe, studzienka połączeniowa). W węzłach połączeniowych spełnione są równania ciągłości przepływu oraz warunek zgodności poziomów zwierciadła ścieków w kanałach łączących.

Przyjęto, że segmenty charakteryzują się stałymi parametrami hydraulicznymi takimi jak: kształt, wymiar kanału, spadek dna oraz szorstkość. Dopływ ścieków odbywa się punktowo poprzez studzienki i ma charakter wolnozmienny w czasie i przestrzeni.

W tym punkcie przedstawiono uproszczone wersje modelu pracy sieci kanalizacyjnej oparte na równaniu ciągłości i równaniu uwzględniającym straty hydrauliczne, opisane wzorem Manninga. Poniżej przedstawiono zestaw zależności opisujących ten model.

a) równanie ciągłości

$$\frac{\partial Q}{\partial x} + \frac{\partial A}{\partial t} - q = 0 \quad (25)$$

b) wzór Manninga

$$Q = \frac{1}{N} R^{2/3} \cdot J^{1/2} \cdot A \quad (26)$$

gdzie:

A – pole przekroju, m

Q – natężenie przepływu, dm³/m

q – boczny dopływ na jednostkę długości, dm³/s*m

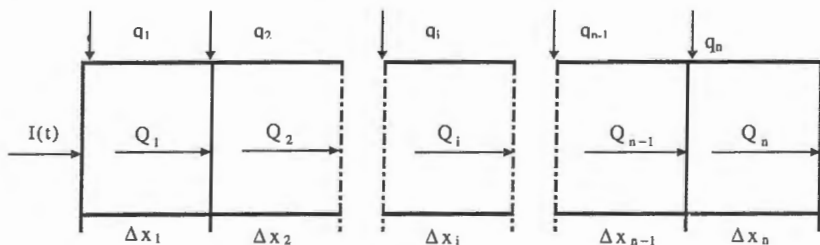
$v = \frac{Q}{A}$ – średnia prędkość przepływu, m/s

J – spadek dna kanału

R – promień hydrauliczny m

N – współczynnik szorstkości

Opis metody przeprowadzono na podstawie odcinka kanału przedstawionego na Rys.9.



Rys.9. Schemat odcinka kanału

Kanał ten podzielony jest na "n" części o długościach odpowiednio $\Delta x_1, \Delta x_2, \Delta x_3, \dots, \Delta x_n$. Zmiany przepływów w poszczególnych segmentach można zapisać w postaci równań:

$$\begin{aligned}\Delta Q_1 &= Q_1 - I(t) - q_1 \\ \Delta Q_i &= Q_i - Q_{i-1} - q_i \quad i=1, \dots, L\end{aligned}\quad (27a)$$

Przy założeniu, że współczynnik szorstkości N oraz spadek dna kanału J są stałe na całej długości rozpatrywanego odcinka zależność określająca natężenie przepływu ma postać:

$$Q_i = \frac{1}{N} R_i^{2/3} \cdot J_i^{1/2} \cdot A_i \quad (27b)$$

Po przekształceniu równania (25) do postaci:

$$\frac{\Delta Q}{\Delta x} + \frac{\Delta A}{\Delta t} = 0 \quad (28)$$

i po połączenie z równaniami (27a) otrzymujemy układ równań określający zmianę pola przekroju ΔA w czasie Δt :

$$\frac{\Delta A_i}{\Delta t} = \frac{Q_{i-1} - Q_i}{\Delta x_i} + \frac{q_i(t)}{\Delta x_i} \quad (29)$$

Obliczone zmiany pola przekroju są wykorzystywane przy określeniu A w następnym kroku czasowym:

$$A_i(t + \Delta t) = A_i(t) + \frac{\Delta A_i}{\Delta t} \cdot \Delta t \quad (30a)$$

po połączeniu równań (29) i (30a) otrzymano:

$$A_i(t + \Delta t) = A_i + \frac{\Delta t}{\Delta x_i} \cdot (Q_{i-1} - Q_i) + q_i(t) \cdot \frac{\Delta t}{\Delta x_i} \quad (30b)$$

Model przepływu w tym przypadku przedstawiony jest zależnościami (27a), (27b) oraz (30b). W punktach połączeń kanałów dane są równania bilansu przepływów w węźle tzn. $\sum Q_m = 0$.

A więc w każdej chwili czasu t dla każdego odcinka i (od $i=1$ aż do $i=N-1$) obliczany jest przepływ, a następnie pole przekroju czynnego A w następnym momencie czasu $t+\Delta t$.

Wartości zmiennych w węzłach brzegowych $i=0$ i $i=N$ wyznacza się stosując równania bilansu przepływów w węźle tzn. $\sum Q_m = 0$ oraz równania zgodności zwierciadła.

Druga przedstawiona poniżej wersja modelu związana jest z obliczaniem wysokości napełnienia H . Dla kanałów o przekroju kołowym można wykorzystać zależność pola przekroju czynnego A od wysokości napełnienia H .

Przyjmując oznaczenia jak na Rys.6.

gdzie: H – wysokość napełnienia

r – promień kanału kołowego

d – średnica kanału

φ – kąt środkowy

otrzymujemy następujące zależności:

$$\begin{aligned}A &= \frac{\pi d^2}{4} - \frac{d^2}{8} \left(\frac{\pi \cdot \varphi}{180} - \sin \varphi \right) \\ \varphi &= \arctg \frac{\sqrt{H(d-H)}}{H - \frac{d}{2}}\end{aligned}\quad (31)$$

Z zależności (31) wynika, że $A=f(H)$ a więc że:

$$\frac{\partial A}{\partial t} = \frac{\partial f}{\partial H} \cdot \frac{\partial H}{\partial t} \quad (32a)$$

gdzie:

$$f(H_i) = \frac{\pi d^2}{4} - \frac{d^2}{8} \left(\frac{\pi \cdot \varphi}{180} - \sin \varphi \right) \quad (32b)$$

Po odpowiednich przekształceniach otrzymujemy:

$$\frac{\partial f}{\partial H} = \frac{d^2}{4} \cdot \frac{1}{\sqrt{H(d-H)}} \left(\frac{\pi}{180} - \cos(\varphi) \right) \quad (33a)$$

gdzie:

$$\varphi = 2 \cdot \arctg \left(\frac{\sqrt{Hd - H^2}}{H - \frac{d}{2}} \right) \quad (33b)$$

Z równania postaci (28) oraz z zależności (32a) przekształconej do postaci różnicowej otrzymujemy:

$$\frac{\Delta Q_i}{\Delta x_i} + \frac{d_i^2}{4} \cdot \frac{1}{\sqrt{H_i(d_i - H_i)}} \left(\frac{\pi}{180} - \cos(\varphi_i) \right) \cdot \frac{\Delta H_i}{\Delta t} = 0 \quad (34a)$$

$$\frac{\Delta H_i}{\Delta t} = \frac{H_i(t + \Delta t) - H_i(t)}{\Delta t} \quad (34b)$$

Przekształcenie powyższej zależności pozwala na określenie zmiany wysokości napełnienia H w czasie Δt :

$$H_i(t + \Delta t) = H_i(t) + \frac{4\sqrt{H_i(t) \cdot (d_i - H_i(t))}}{d_i^2 \cdot \left(\frac{\pi}{180} - \cos(\varphi_i(t)) \right)} \cdot \frac{(Q_{i-1}(t) - Q_i(t))}{\Delta x_i} \cdot \Delta t + \frac{q_i(t)}{\Delta x_i} \cdot \Delta t \quad (35)$$

gdzie: d_i – średnica i-tego odcinka kanału
 φ_i – dane zależnością (33b)
 Δx_i – długości odcinków kanałów
 Δt – długość odcinka czasu

W tym modelu dla chwili czasu t i dla każdego odcinka i (od $i=1$ aż do $i=N-1$) obliczany jest przepływ Q_i i a następnie znając przepływy oraz wysokości napełnień H_i dla odcinka czasu t obliczamy wysokości napełnień w następnym momencie czasu $t+\Delta t$ według wzoru (35).

Wykorzystując obliczony wypływ z kanału Q_n jako dodatkowy dopływ do następnego przewodu, można symulować powyższą metodą dowolne fragmenty sieci. Takie rozwiązanie umożliwia fragmentaryczne traktowanie wybranych obszarów sieci, a następnie poprzez łączenie fragmentów sieci modelowanie całej sieci.

Model, zbudowany na podstawie wyżej przedstawionej metody wymaga zadania danych:

- charakteryzujących układ sieci (połączenia kanałów)
- dotyczących odcinków sieci tj. spadki, długości, typy i wymiary kanałów, współczynniki chropowatości

- początkowych (przepływy początkowe dla rozpoczęcia obliczeń np. przepływy wód infiltracyjnych)
- dotyczących dopływów w czasie $I(t)$ i $q(t)$
- dotyczących przebiegu procesu symulacji tj. czas symulacji, kroki czasowe, podział odcinków na segmenty, rodzaj otrzymanych wyników itp.

4. Literatura

1. S.Biedugnis: Metody informatyczne w wodociągach i kanalizacji. Oficyna Wydawnicza Politechniki Warszawskiej, Warszawa 1998.
2. J.Chudzicki, S.Sosnowski: Instalacje kanalizacyjne. Wydawnictwo „Seidel-Przywecki” Sp. Z o.o, Warszawa 2004
3. P.Licznar, J.Łomotowski: Analiza średnich natężeń deszczów miarodajnych we Wrocławiu. Ochrona Środowiska, No1. (29-34), 2005.
4. P.Licznar, J.Łomotowski: Analiza chwilowych natężeń deszczów miarodajnych we Wrocławiu. Ochrona Środowiska, No2. (25-28), 2005.
5. G.Łągód, H.Sobczuk, Z.Suchorab: Kolektory kanalizacyjne jako część kompleksowego układu oczyszczania ścieków. Mat.konf.II Kongresu Inżynierii Środowiska, Monografie Komitetu Inżynierii Środowiska PAN, vol.32, t.1, 2005, s.835-843.
6. P.Mizgalewicz, K.Knapik, A.Wieczysty: Analiza pracy sieci kanalizacyjnych przy zastosowaniu EMC. Ochrona Środowiska nr 434/3-4 (20-21), 1984.
7. W., Niedzielski: Charakter przepływu w sieci kanalizacji deszczowej. Ochrona Środowiska, nr 434/3-4 (20-21), 1984
8. B.Osmulska-Mróz, M.Fidala-Szope, M.Kierzenkowska: Obliczeniowe a rzeczywiste natężenia przepływów w kanalizacji deszczowej. Ochrona Środowiska nr 434/3-4 (29-32), 1984.
9. J.Wartalski: Komputerowe metody projektowania i analizy hydraulicznej sieciowych układów kanalizacyjnych. Ochrona Środowiska, nr 434/3-4 (20-21), 1984
10. M.Serek: Zastosowanie mikrokomputerów do obliczania sieci kanalizacji deszczowej. Ochrona Środowiska, nr 488/1-2 (27-28), 1986.
11. WIŁO Polska- producent pomp i urządzeń sanitarnych: Podstawy odprowadzania i pompowania ścieków. Oferta handlowa.
12. E. Wołoszyn: Matematyczny model przepływów w sieci kanalizacyjnej. Archiwum Hydrotechniki, tom XXVI, zeszyt 4, 1979.



