

93/2009

**Raport Badawczy**  
**Research Report**

**RB/47/2009**

**Modele przepływów w miejskich  
systemach ściekowych**

**L. Bogdan, G. Petriczek**

**Instytut Badań Systemowych**  
**Polska Akademia Nauk**

**Systems Research Institute**  
**Polish Academy of Sciences**



# **POLSKA AKADEMIA NAUK**

## **Instytut Badań Systemowych**

ul. Newelska 6

01-447 Warszawa

tel.: (+48) (22) 3810100

fax: (+48) (22) 3810105

Kierownik Pracowni zgłaszający pracę:  
doc. dr hab. inż. Jan Studziński

Warszawa 2009

**MODELE PRZEPIŹYWÓW W MIEJSKICH  
SYSTEMACH ŚCIEKOWYCH**

**LUCYNA BOGDAN, GRAŻYNA PETRICZEK**

**Warszawa 2009**

## 1. DYNAMICZNY MODEL PRZEPLYWU ŚCIEKÓW

Przedstawiony poniżej model dotyczy sytuacji sieci grawitacyjnej, rozgałęzionej, podzielonej węzłami na segmenty. Węzłami są punkty, w których następuje: połączenie kilku segmentów lub gałęzi sieci, zmiana parametrów sieci lub dopływ ścieków do sieci. W węzłach połączeniowych spełnione są równania ciągłości przepływu oraz warunek zgodności poziomów zwierciadła ścieków w kanałach łączących.

Przyjęto, że segmenty charakteryzują się stałymi parametrami hydraulicznymi takimi jak: kształt, wymiar kanału, spadek dna oraz szorstkość. Dopływ ścieków odbywa się punktowo poprzez studzienki i ma charakter wolnozmienny w czasie i przestrzeni.

Ogólna postać przepływu ścieków w sieci kanalizacyjnej jest opisana układem równań Saint-Venanta:

a) równanie ciągłości:

$$\frac{\partial Q}{\partial x} + \frac{\partial A}{\partial t} - q = 0 \quad (1)$$

b) równanie dynamiki:

$$\frac{1}{A \cdot g} \frac{\partial Q}{\partial t} + \frac{2v \partial Q}{\partial x} + (1 - F^2) \cdot \frac{\partial h}{\partial x} = \frac{v^2}{A \cdot g} \frac{\partial A}{\partial x} + S_0 + S_t + D_L - \frac{v \cdot g}{A \cdot g} \quad (2)$$

gdzie:

A – pole przekroju, m

Q – natężenie przepływu, dm<sup>3</sup>/m

q – boczny dopływ na jednostkę długości, dm<sup>3</sup>/s\*m

$v = \frac{Q}{A}$  – średnia prędkość przepływu, m/s

S<sub>0</sub> – spadek dna kanału

S<sub>t</sub> – spadek wywołany oporami tarcia

F – liczba Froude'a  $F = \frac{v}{\sqrt{\frac{A \cdot g}{B}}}$

B – szerokość zwierciadła wody, m

g – przyspieszenie ziemskie, m/s<sup>2</sup>

D<sub>L</sub> – człon zależny od rodzaju dopływu q

Rozwiązanie układu równań (1) i (2), gdzie przepływ Q i wysokość napełnienia h = f(A) są wielkościami niewiadomymi, przy uwzględnieniu równań charakterystycznych (na początku i na końcu kanału), wymaga w zależności od długości odcinka L i kroku podziału Δx rozwiązania układu 2L/Δx równań. Proces ten dla rozpatrywanego układu kanałów musi być tyle razy powtarzany, aż uzyska się spełnienie zadaną dokładnością dwóch warunków w węzłach połączeniowych, z których pierwszy dotyczy zgodności sumy dopływów z węzła (ΣQ = 0), zaś drugi zgodności poziomów zwierciadeł wody.

Przeprowadzenie podobnych obliczeń dla następnej chwili czasowej t=t+Δt wymaga zapamiętania wartości natężeń przepływów Q i wysokości napełnień H we wszystkich punktach podziału sieci.

Inną postać równań St. Venanta opisującą przepływ ścieków w sieci można otrzymać zastępując głębokość napełnienia rzędną zwierciadła wody h oraz przyjmując, że pole przekroju czynnego A zależy od rzędnej zwierciadła.

Tworzące się fale traktowane są jako tzw. długie, czyli stosunek głębokości fali do długości jest mniejszy od jedności.

Przy tych założeniach przepływ ścieków w kanale, bez dopływu bocznego może być opisany układem równań postaci:

Równanie ciągłości:

$$\frac{\partial Q}{\partial x} + B \frac{\partial h}{\partial t} = 0 \quad (3)$$

równanie dynamiczne:

$$\frac{\partial h}{\partial x} + \frac{Q}{g \cdot A^3} \left( A \frac{\partial Q}{\partial x} - QB \left( \frac{\partial h}{\partial x} + S_0 \right) \right) + S_f + \frac{1}{gA^2} \left( A \frac{\partial Q}{\partial t} - QB \frac{\partial h}{\partial t} \right) = 0 \quad (4)$$

oraz

warunki graniczne:  $h(0,t)$ ,  $Q(0,t)$  i  $h(L,t)$ ,  $Q(L,t)$

brzegowe:  $h(x,0)$ ,  $Q(x,0)$

gdzie:

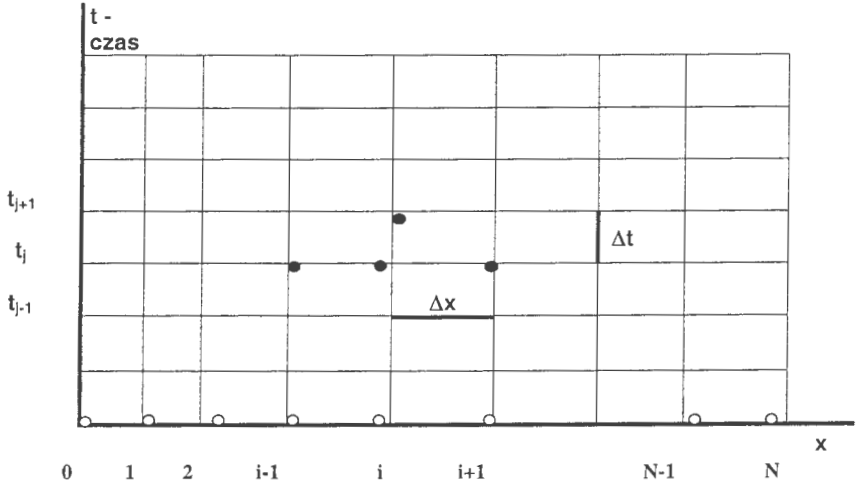
- Q – natężenie przepływu
- A – pole przekroju czynnego
- h – rzędna zwierciadła wody
- g – przyspieszenie ziemskie
- B – szerokość zwierciadła wody
- $S_0$  – spadek dna kanału
- $S_f$  – spadek hydrauliczny
- L – długość odcinka

Zakładając, że funkcje  $Q(\cdot, \cdot)$  i  $h(\cdot, \cdot)$  są ciągłe i mają ciągłe pochodne można rozwinąć te funkcje w szereg Taylora wokół punktu t. Po odpowiednich przekształceniach otrzymujemy następujące zależności:

$$Q(x, t + \Delta t) = Q(x, t) + \Delta t \left( (v^2 B - gA) \frac{\partial h}{\partial x} - 2v \frac{\partial Q}{\partial x} + v^2 B \cdot S_0 - gA \cdot S_f \right) \quad (5)$$

$$h(x, t + \Delta t) = h(x, t) - \Delta t \left( \frac{1}{B} \frac{\partial Q}{\partial x} \right) \quad (6)$$

Rozwiązanie powyższych równań otrzymuje się stosując aproksymację różnicami centralnymi pochodnych (według siatki przedstawionej na Rysunku 1.)



Rysunek 1. Prostokątna siatka na płaszczyźnie (x,t)

Oznaczmy:  $Q(x_i, t) \equiv Q_i(t)$

Stosując oznaczenia zgodne z Rys.1 otrzymujemy następujące zależności opisujące natężenie przepływu  $Q$  oraz rzędną zwierciadła wody:

$$Q_i(t_j + \Delta t) = Q_i(t_j) + \frac{\Delta t}{2\Delta x} \left[ v_1^2(t_j) \cdot B_i(t_j) - g \cdot A_i(t_j) \right] \cdot (h_{i+1}(t_j) - h_{i-1}(t_j)) - 2v_i(t_j) \cdot (Q_{i+1}(t_j) - Q_{i-1}(t_j)) + v_1^2(t_j) \cdot B_i(t_j) \cdot S_0 - 2\Delta x \cdot g \cdot A_i(t_j) \cdot S_f \quad (7)$$

$$h_i(t_j + \Delta t) = h_i(t_j) - \frac{\Delta t}{2\Delta x} (Q_{i+1}(t_j) - Q_{i-1}(t_j)) \cdot \frac{1}{B_i(t_j)} \quad (8)$$

$$\text{dla } i=1, \dots, N-1 \quad j=0, \dots, K$$

Powyższe zależności wyznaczane kolejno dla każdego punktu  $i$  (od  $i=1$  aż do  $i=N-1$ ) umożliwiają obliczenie natężenia  $Q$  oraz rzędnej  $h$  we wszystkich punktach na poziomie  $j+1$  tzn. dla każdego odcinka czasu  $t_j$ .

Wartości zmiennych w węzłach brzegowych  $i=0$  i  $i=N$  wyznacza się stosując równania bilansu przepływów w węzle tzn.  $\sum Q_m = 0$  oraz równania zgodności zwierciadła.

Schemat blokowy algorytmu obliczania natężeń przepływów oraz wielkości rzędnych zwierciadła przedstawiono na Rysunku 2.

W punktach brzegowych jedna z funkcji niewiadomych jest zadana jako warunek brzegowy. Ponieważ obie te funkcje są od siebie wzajemnie zależne do znalezienia drugiej stosuje się równania ST. Venanta w podanej niżej postaci charakterystycznej:

$$\frac{\partial h}{\partial t} + \lambda_1 \frac{\partial h}{\partial x} - \frac{1}{B\lambda_2} \left( \lambda_1 \frac{\partial Q}{\partial x} + \frac{\partial Q}{\partial t} \right) + W_1 = 0 \quad (9a)$$

$$\frac{\partial h}{\partial t} + \lambda_2 \frac{\partial h}{\partial x} - \frac{1}{B\lambda_1} \left( \lambda_2 \frac{\partial Q}{\partial x} + \frac{\partial Q}{\partial t} \right) + W_2 = 0 \quad (9b)$$

gdzie:

$$\lambda_1 = \frac{Q}{A} + \sqrt{g \frac{A}{B}} \quad (9c)$$

$$\lambda_2 = \frac{Q}{A} - \sqrt{g \frac{A}{B}}$$

$$W_1 = \frac{1}{4\lambda_2} \left( -(\lambda_1 - \lambda_2)^2 S_f + (\lambda_1 + \lambda_2)^2 S_o \right) \quad (9d)$$

$$W_2 = \frac{1}{4\lambda_1} \left( -(\lambda_1 - \lambda_2)^2 S_f + (\lambda_1 + \lambda_2)^2 S_o \right)$$

Równanie (9a) związane jest z charakterystyką w przód, natomiast równanie (9b) z charakterystyką wstecz.

Do wyżej przedstawionych równań stosuje się schemat Couranta i Isaacsona, w którym pochodne względem czasu zastępuje się różnicami wstecznymi, a pochodne względem długości w równaniu (9a) różnicami wstecznymi, a w równaniu (9b) różnicami przednimi. W wyniku otrzymujemy równania różnicowe.

Dla  $i=0$  funkcja  $Q(t)$  jest zadana z warunku brzegowego i oblicza się tylko rzędną zwierciadła:

$$h_0(t_j + \Delta t) = h_0(t_j) + \frac{\Delta t}{B_0(t_j)\lambda_1} \left( \lambda_2 \frac{Q_1(t_j) - Q_0(t_j)}{\Delta x} + \frac{Q_0(t_j + \Delta t) - Q_0(t_j)}{\Delta t} - B_0(t_j)\lambda_1\lambda_2 \frac{h_1(t_j) - h_0(t_j)}{\Delta x} - B_0(t_j)\lambda_1 W_2 \right)$$

Natomiast dla znanej rzędnej zwierciadła w chwili  $(t+\Delta t)$  nowy przepływ oblicza się ze wzoru:

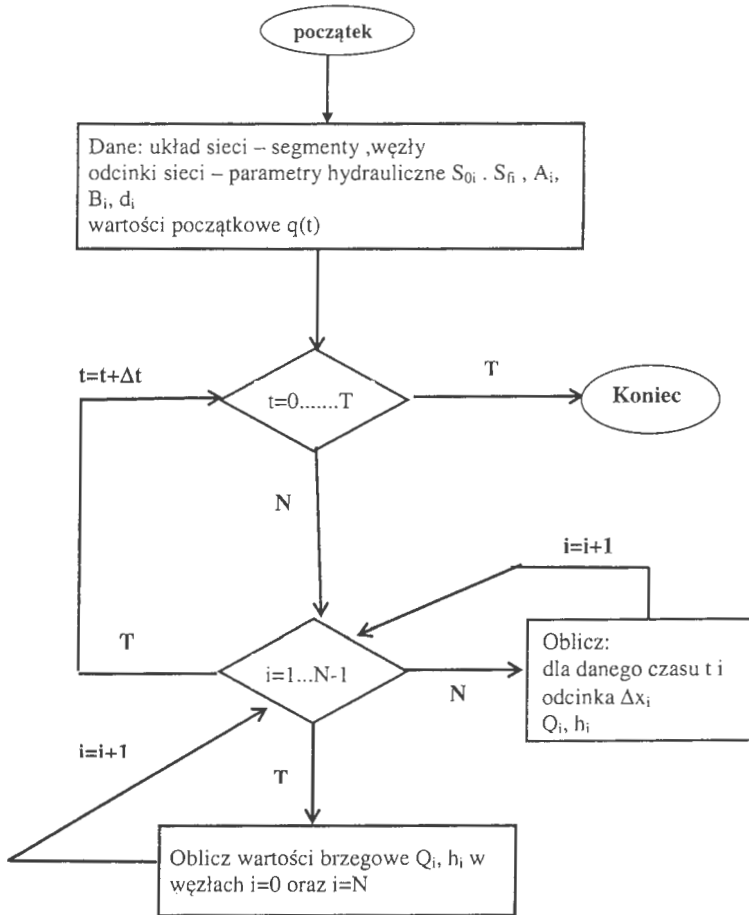
$$Q_0(t_j + \Delta t) = Q_0(t_j) + \Delta t \left( B_0(t_j)\lambda_1 \frac{h_0(t_j + \Delta t) - h_0(t_j)}{\Delta t} - \lambda_2 \frac{Q_1(t_j) - Q_0(t_j)}{\Delta x} + B_0(t_j)\lambda_1\lambda_2 \frac{h_1(t_j) - h_0(t_j)}{\Delta x} + B_0(t_j)\lambda_1 W_2 \right)$$

W przypadku brzegu prawego  $i=N$  może być zadana funkcja  $Q(t)$  lub  $h(t)$ . Jeżeli zadana jest funkcja  $h(t)$  przepływy oblicza się według wzoru:

$$Q_N(t_j + \Delta t) = Q_N(t_j) + \Delta t \left( B_N(t_j)\lambda_2 \frac{h_N(t_j + \Delta t) - h_N(t_j)}{\Delta t} - \lambda_1 \frac{Q_N(t_j) - Q_{N-1}(t_j)}{\Delta x} + B_N(t_j)\lambda_1\lambda_2 \frac{h_N(t_j) - h_{N-1}(t_j)}{\Delta x} + B_N(t_j)\lambda_2 W_2 \right)$$

Przy znanej funkcji  $Q(t)$  nową rzędną zwierciadła oblicza się z równania:

$$h_N(t_j + \Delta t) = h_N(t_j) + \frac{\Delta t}{B_N(t_j)\lambda_2} \left( \lambda_1 \frac{Q_N(t_j) - Q_{N-1}(t_j)}{\Delta x} + \frac{Q_N(t_j + \Delta t) - Q_N(t_j)}{\Delta t} - B_N(t_j)\lambda_1\lambda_2 \frac{h_N(t_j) - h_{N-1}(t_j)}{\Delta x} - B_N(t_j)\lambda_2 W_2 \right)$$



Rysunek 2. Schemat blokowy algorytmu opisanego wzorami (7) – (8)



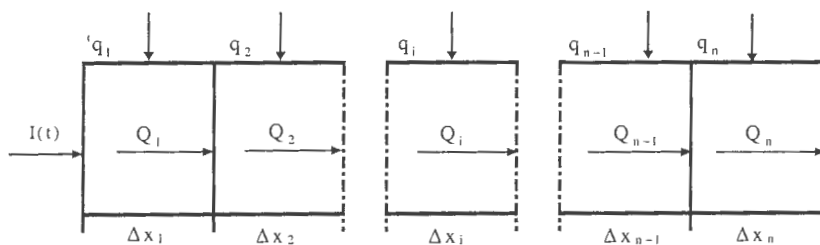
## 2. UPROSZCZONE MODELE PRZEPŁYWU ŚCIEKÓW

W tym punkcie przedstawiono uproszczone wersje modelu pracy sieci kanalizacyjnej oparte na równaniu ciągłości (1) i równaniu uwzględniającym straty hydrauliczne, opisane wzorem Manninga. Poniżej przedstawiono zestaw zależności opisujących ten model.

$$Q = \frac{1}{N} R^{2/3} \cdot S_0^{1/2} \cdot A \quad (10)$$

gdzie: R – promień hydrauliczny m  
N – współczynnik szorstkości

Opis metody przeprowadzono na podstawie odcinka kanału przedstawionego na Rysunku 3.



Rysunek 3 Schemat odcinka kanału

Kanał ten podzielony jest na "n" części o długościach odpowiednio  $\Delta x_1, \Delta x_2, \Delta x_3, \dots, \Delta x_n$ . Zmiany przepływów w poszczególnych segmentach można zapisać w postaci równań:

$$\Delta Q_1 = Q_1 - I(t) - q_1$$

$$\Delta Q_i = Q_i - Q_{i-1} - q_i \quad i=1, \dots, L \quad (11a)$$

$$\text{gdzie: } q_i = q(t) \cdot \Delta x_i$$

Przy założeniu, że współczynnik szorstkości N oraz spadek dna kanału  $S_0$  są stałe na całej długości rozpatrywanego odcinka zależność określająca natężenie przepływu ma postać:

$$Q_i = \frac{1}{N} R_i^{2/3} \cdot S_0^{1/2} \cdot A_i \quad (11b)$$

Po przekształceniu równania (1) do postaci:

$$\frac{\Delta Q}{\Delta x} + \frac{\Delta A}{\Delta t} = 0 \quad (12)$$

i po połączenie z równaniami (11) otrzymujemy układ równań określający zmianę pola przekroju  $\Delta A$  w czasie  $\Delta t$ :

$$\frac{\Delta A_i}{\Delta t} = \frac{Q_{i-1} - Q_i}{\Delta x_i} + q(t) \quad (13)$$

Obliczone zmiany pola przekroju są wykorzystywane przy określeniu A w następnym kroku czasowym:

$$A(t + \Delta t) = A(t) + \frac{\Delta A}{\Delta t} \cdot \Delta t \quad (14)$$

po połączeniu równań (13) i (14) otrzymano:

$$A_i(t + \Delta t) = A_i + \frac{\Delta t}{\Delta x_i} \cdot (Q_{i-1} - Q_i) + q(t) \cdot \Delta t \quad (15)$$

Model przepływu w tym przypadku przedstawiony jest zależnościami (10), (11) oraz (15). W punktach połączeń kanałów dane są równania bilansu przepływów w węźle tzn.  $\sum Q_m = 0$ .

A więc w każdej chwili czasu  $t$  dla każdego odcinka  $i$  obliczany jest przepływ, a następnie pole przekroju czynnego  $A$  w następnym momencie czasu.

Druga postać modelu związana jest z obliczaniem wysokości napełnienia  $H$ . Dla kanałów o przekroju kołowym można wykorzystać zależność pola przekroju czynnego  $A$  od wysokości napełnienia  $H$  w następującej postaci:

$$A = \frac{\pi d^2}{4} - \frac{d^2}{8} \left( \frac{\pi \cdot \varphi}{180} - \sin \varphi \right) \quad (16)$$

$$\varphi = \arctg \frac{\sqrt{H(d-H)}}{H - \frac{d}{2}}$$

Z zależności (16) wynika, że  $A=f(H)$  a więc  $\frac{\partial A}{\partial t} = \frac{\partial f}{\partial H} \cdot \frac{\partial H}{\partial t}$

Po odpowiednich przekształceniach otrzymujemy:

$$\frac{\partial f}{\partial H} = \frac{d^2}{8} \cdot \varphi' \left( \cos \varphi - \frac{\pi}{180} \right) \quad (17a)$$

gdzie:

$$\varphi = \arctg \frac{\sqrt{H(d-H)}}{H - \frac{d}{2}} \quad (17b)$$

$$\varphi' = -\frac{1}{\sqrt{H(d-H)}}$$

Po przekształceniu z równania postaci (12) otrzymujemy:

$$\frac{\Delta Q}{\Delta x} + \frac{d^2}{8} \cdot \varphi' \left( \cos \varphi - \frac{\pi}{180} \right) \cdot \frac{\Delta H}{\Delta t} = 0 \quad (18)$$

Przekształcenie powyższej zależności pozwala na określenie zmiany wysokości napełnienia  $H$  w czasie  $\Delta t$ :

$$H_i(t + \Delta t) = H_i(t) + \frac{8}{d_i^2 \cdot \varphi_i' \cdot \left( \cos \varphi_i - \frac{\pi}{180} \right)} \cdot (Q_{i-1} - Q_i) \cdot \frac{\Delta t}{\Delta x_i} + q(t) \cdot \Delta t \quad (19a)$$

gdzie:  $d_i$  – średnica  $i$ -tego odcinka kanału

$$\varphi_i = \arctg \frac{\sqrt{H_i(d_i - H_i)}}{H_i - \frac{d_i}{2}} \quad (19b)$$

$$\varphi_i' = -\frac{1}{\sqrt{H_i(d_i - H_i)}}$$

W tym modelu dla chwili  $t$  obliczamy przepływy  $Q_i$ , następnie znając przepływy oraz wysokości napełnień  $H$  dla  $t$  obliczamy wysokości napełnień w następnym momencie czasu  $t+\Delta t$  według wzoru (19a)-(19b).

Przyjmując teraz, że natężenie przepływu  $Q_i$  jest stałe dla danego okresu czasu  $t=0, \dots, T$ , pole przekroju  $A$  jest stałe na całej długości rozpatrywanego odcinka kanału  $x_i$ ,  $i=1, \dots, N$ , po odpowiednich przekształceniach równań (1)-(2) można otrzymać podaną niżej zależność na zmianę wysokości napełnienia  $H_i$  w poszczególnych odcinkach kanału

$$\frac{\Delta H_i}{\Delta x_i} = \frac{2V_i}{1-F^2} \cdot \frac{Q_i - Q_{i-1}}{\Delta x_i} - \frac{2V_i}{1-F^2} q(t) + \frac{1}{1-F^2} (S_0 + S_t + D_L) \quad (20)$$

gdzie:

$\frac{\Delta H_i}{\Delta x_i}$  - zmiana wysokości napełnienia w  $i$ -tym segmencie

$Q_i$  - natężenie przepływu w  $i$ -tym segmencie obliczane ze wzoru Manninga

$V_i$  - średnia prędkość przepływu w  $i$ -tym segmencie

$q$  - boczny dopływ do kanału na jednostkę długości

Obliczone zmiany wysokości napełnienia są wykorzystywane do obliczenia wartości napełnień w kolejnych segmentach kanału według następującej zależności:

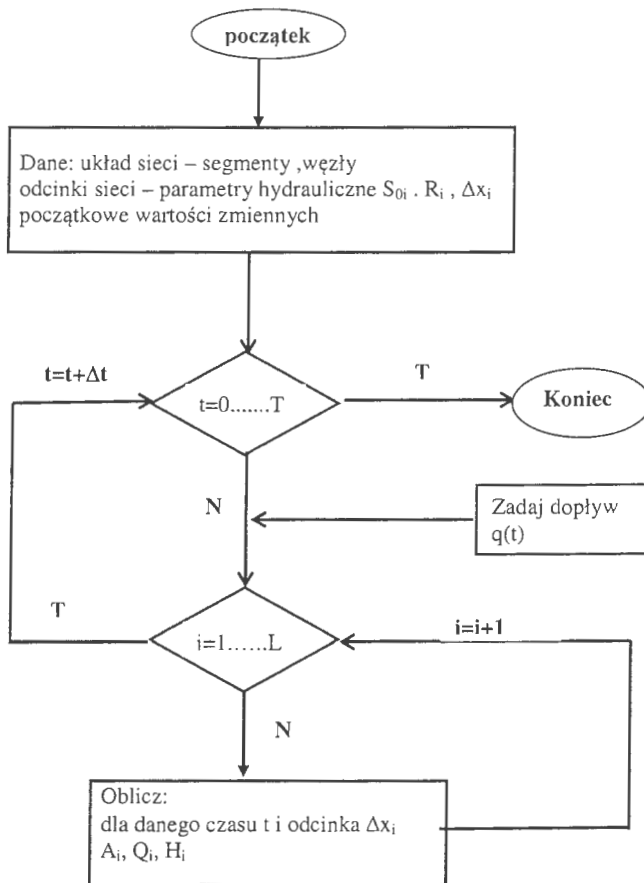
$$H_i = H_{i-1} + \frac{2V_i}{1-F^2} \cdot (Q_i - Q_{i-1}) - \frac{2V_i}{1-F^2} q(t) \cdot \Delta x_i + \frac{1}{1-F^2} (S_0 + S_t + D_L) \quad (21)$$

Należy zauważyć, że wysokość napełnienia dla danego segmentu zależy od liczby Frouda  $F$  określającej charakter przepływu; dla rozważanej zależności (21) należy przyjąć, że przepływ ma charakter spokojny i  $F < 1$ .

Z postaci wzoru wyznaczającego  $F$  wynika, że wysokość napełnienia odcinka kanału zależy w sposób nieliniowy od pola przekroju  $A$ .

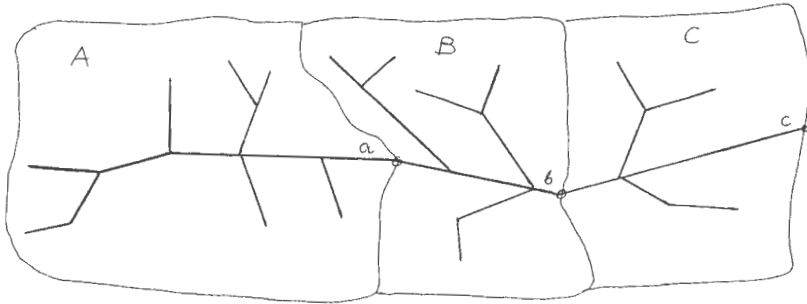
Na podstawie przedstawionych zależności określić można korzystając z równania Manninga: wartość przepływów  $Q$  (dla  $x=0, \dots, L$  i  $t=0, \dots, T$ ), prędkości  $v$  (dla  $x=0, \dots, L$  i  $t=0, \dots, T$ ) i napełnienia kanału  $H$  (dla  $x=0, \dots, L$  i  $t=0, \dots, T$ ). Wykorzystując obliczony wypływ z kanału  $Q_n$  jako dodatkowy dopływ do następnego przewodu, można symulować powyższą metodą dowolne fragmenty sieci.

Schemat blokowy algorytmu obliczania natężeń przepływów, wysokości napełnień oraz wielkości powierzchni czynnej przedstawiono na Rysunku 4.



Rysunek 4. Schemat blokowy algorytmu obliczania natężeń przepływów i napelnień w sieci kanalizacyjnej

Takie rozwiązanie umożliwi fragmentaryczne traktowanie wybranych obszarów sieci



Rysunek.5. Fragment sieci

Symulując przepływ w podsieci B w punkcie "a" należy zadać funkcję dopływu  $I_a(t)$  opisującą odpływ z podsieci A założoną z góry lub otrzymaną w wyniku wcześniejszej symulacji przepływów we fragmencie A sieci.

Model, zbudowany na podstawie wyżej przedstawionej metody wymaga zadania danych:

- charakteryzujących układ sieci (połączenia kanałów)
- dotyczących odcinków sieci tj. spadki, długości, typy i wymiary kanałów, współczynniki chropowatości
- początkowych (przepływy początkowe dla rozpoczęcia obliczeń np. przepływy wód infiltracyjnych)
- dotyczących dopływów w czasie  $I(t)$  i  $q(t)$
- dotyczących przebiegu procesu symulacji tj. czas symulacji, kroki czasowe, podział odcinków na segmenty, rodzaj otrzymanych wyników itp.

Dopływy wód deszczowych do kanałów mogą być zadawane bezpośrednio wg określonych na podstawie badań terenowych funkcji  $I(t)$  i  $q(t)$  lub pośrednio poprzez funkcje opisujące deszcz i zlewnię.

Na przykład wartość natężenia deszczu można określić na podstawie badań lub ogólnych wzorów empirycznych:

Dla terenu całej Polski

$$Q_d = \frac{470\sqrt[3]{c}}{t_d^{0.6667}} \quad [\text{dm}^3/\text{h}] \quad (22a)$$

dla Krakowa

$$Q_d = \frac{16447}{p^{0.3738} t_d^{0.3845}} \quad (22b)$$

gdzie:

- $Q_d$  - natężenie deszczu ( $\text{dm}^3/\text{h}$ )
- $c$  - okres jednorazowego przekroczenia deszczu (lata)
- $t_d$  - czas trwania deszczu (min)
- $p$  - częstotliwość pojawienia się deszczu (%),  $p=100/c$

Ilość wody, która nie odpłynie do kanału tzn. wsiąknie w teren, zostanie zatrzymana, wyparuje, można uwzględnić przez zastosowanie współczynnika spływu  $\Psi$  przyjmowanego wg zamieszczanych w literaturze tabel lub obliczonego wg wzoru Reinholda:

$$\Psi = M \cdot q^{0.567} \cdot t^{0.228} \quad (23)$$

gdzie:  $q$  – natężenie deszczu ( $\text{dm}^3/\text{h}$ )

$t$  – czas trwania deszczu (min)

$M$  – współczynnik charakteryzujący zlewnię i warunki klimatyczne

Niecała ilość wody od razu spływa do kanału, lecz odbywa się to stopniowo z coraz bardziej odległych fragmentów zlewni. Zjawisko to uwzględnia czas retencji terenowej, który może być przyjmowany według tabel lub na podstawie takich czynników, jak kształt zlewni, położenie kanału, spadek terenu itp. Zjawisko to można również uwzględnić przez zastosowanie współczynnika  $f(t)$  zależnego od czasu

Dopływ do kanału  $Q_d(t)$  określa zależność:

$$Q_d(t) = q_d \cdot \Psi \cdot F \cdot f(t) \quad [\text{dm}^3/\text{s}] \quad (24a)$$

gdzie  $F$  – pole pow. zlewni

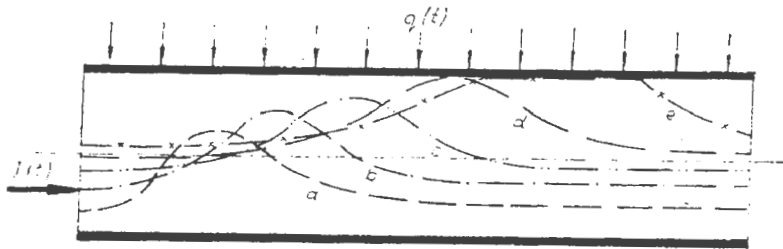
Może on być stosowany w modelu jako dopływ punktowy w węźle sieci, ale bardziej korzystne jest zadawanie go jako dopływu na jednostkę długości kanału:

$$q(t) = \frac{Q_d(t)}{L} \quad (24b)$$

Zadanie dopływów w postaci funkcji  $Q_d(t)$  (trapezowej, Pearson'a III itp.) powoduje powstanie w kanałach fal. Zmienny czas przepływu przez różne odcinki wynikający z prędkości przesuwania się fali (różne spadki, chropowatości, kształty i wielkości przekrojów kanałów, napełnienia) powoduje różne nakładanie się fal przy połączeniach kanałów.

Dzięki symulacji można ujawnić najbardziej niekorzystne przypadki tzn. takie, gdzie spotykają się maksymalne przepływy. Przepelnienia mogą występować nie tylko w miejscach połączeń odcinków, ale również w dowolnym przekroju kanału.

Rozpatrując odcinek jak na rysunku 6, wewnątrz którego przesuwa się fala, zewnętrzny dopływ na jednostkę długości kanału  $q(t)$  powoduje stałe podnoszenie się zwierciadła (ścieków, wód deszczowych) na całej długości odcinka (krzywe a, b, c) aż w końcu musi zajść taki przypadek, że maksimum fali osiągnie sklepienie kanału (krzywe d), a nawet wystąpi praca odcinka kanału pod ciśnieniem (krzywe e). Część wód deszczowych  $Q_p$  nie mieszcząca się w kanałach (ze względu na ich przepustowość), w których obliczane są przepływy, może być w procesie symulacji zapamiętana i oczekiwać na moment, w którym będzie mogła wpłynąć do sieci.



Rysunek 6 Kolejne fazy powstawania przepelnienia kanału

Zjawisko to można w bardzo prosty sposób uwzględnić, modyfikując przedstawioną metodę symulacji, tzn. dodając jedynie zmienną (tablice zmiennych), w której zapamiętywane będą wartości dopływu nie mieszczącego się w  $Q_d$  kanałach. Na podstawie tych wartości (określanych dla deszczów miarodajnych) można dobierać najbardziej korzystne rozmieszczenie kanałów retencyjnych, zbiorników, przelewów burzowych oraz wstępnie dobierać ich parametry techniczne.

Uwzględnianie w modelu dodatkowych urządzeń wymaga przeprowadzenia każdorazowo analizy ich konstrukcji. Mogą one być również we wstępnych obliczeniach uwzględnione w uproszczeniu np.:

- zbiorniki mogą być zadawane przez zapamiętywanie wartości objętości wód deszczowych zatrzymywanych, wynikającej z różnicy dopływu i odpływu ze zbiornika
- przelewy mogą być zadawane jako odpływy skupione z węzłów sieci o wielkości zależnej od obliczonej wysokości napełnienia.

Opracowany model pomimo swoich wad (nie uwzględnia zjawiska "cofki" fali, brak wpływu kanałów "dolnych" na "górne", mniejsze niż w dokładnych metodach symulacji uwzględnienie retencji kanałowej na kształt fali) dobrze odwzorowuje dynamiczny obraz pracy sieci, przez co w połączeniu z zaletami (może pracować stosunkowo szybko na ogólnodostępnym sprzęcie komputerowym) staje się niezwykle przydatnym narzędziem pracy dla szerokich rzesz projektantów i eksploatorów.

### 3. CHARAKTERYSTYKA PRZEPLYWÓW

#### 3.1 LICZBA FROUDA I SPADEK KRYTYCZNY

Przepływy ze swobodnym zwierciadłem mogą mieć charakter spokojny, krytyczny i rwący. Określa to liczba Frouda

$$F = \frac{v}{\sqrt{g \frac{A}{B}}} \quad (25a)$$

gdzie

- F – liczba Frouda
- v – średnia prędkość przepływu [m/s]
- A – pole przekroju czynnego [m<sup>2</sup>]
- B – szerokość zwierciadła ścieków [m]
- g – przyspieszenie ziemskie [m/s<sup>2</sup>].

W zależności od wartości liczby Frouda przepływ ma charakter spokojny dla  $F < 1$ , krytyczny dla  $F = 1$  i rwący dla  $F > 1$ .

W przepływach ustalonych ze swobodnym zwierciadłem, o średniej prędkości przepływu decyduje nachylenie dna przewodu. Przyjmując równość spadku hydraulicznego i dna przewodu spadek krytyczny ma postać:

$$i_{kr} = \frac{g \cdot \kappa \cdot n^2}{\alpha \cdot B \cdot R_h^{1/3}} \quad (25b)$$

- gdzie:  $i_{kr}$  – spadek krytyczny  
 $\kappa$  – długość obwodu zwilżonego  
 $R_h$  – promień hydrauliczny  
 $\alpha$  – współczynnik Coriolisa  
 $n$  – współczynnik szorstkości

Spadek krytyczny dla rozpatrywanego przewodu jest funkcją wymiarów geometrycznych tego przewodu i wypełnienia. Wypełnienie i długość obwodu zwilżonego monotonicznie rosną, natomiast szerokość zwierciadła i promień hydrauliczny posiadają ekstremum. Dla przewodu kołowego szerokość zwierciadła wody rośnie od zera, w połowie wysokości wypełnienia osiąga maksimum i następnie maleje do zera. Natomiast wartość promienia hydraulicznego rośnie od zera, maksimum osiąga przy wypełnieniu równym 85,3% i dalej maleje do wartości, jak przy połowie wysokości przewodu. Stąd wynika, że spadek krytyczny musi posiadać ekstremum.

Wartości spadku krytycznego dla wypełnienia zerowego i całkowitego dążą do nieskończoności. Spadek krytyczny osiąga minimalną wartość dla wypełnienia równego 29,7%. Spadek krytyczny przy tym stopniu wypełnienia nazywany jest spadkiem granicznym. Przyjmując  $n=0,013$  i  $\alpha = 1$  spadek graniczny dany jest zależnością:

$$i_g = \frac{3,778 \cdot 10^{-3}}{d^{1/3}}$$

Poniższa tabela przedstawia wartości spadków granicznych w zależności od średnicy przewodu.

d	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1
$i_g$	6,46	5,64	5,13	4,76	4,48	4,25	4,07	3,91	3,78
d	1,1	1,2	1,5	1,7	1,8	1,9	2	2,5	3
$i_g$	3,66	3,56	3,30	3,17	3,11	3,05	3,00	2,78	2,62

Przepływy ustalone przy spadkach przewodów mniejszych od granicznego są zawsze spokojne. Napełnienia przewodu przy przepływach krytycznych noszą nazwę napełnień przejściowych. Przepływy między napełnieniami przejściowymi są przepływami rwącymi.

Podsumowując można stwierdzić, że charakter przepływu w przewodzie zależy od spadku dna i od napełnienia. Szczególne znaczenie dla określenia charakteru przepływu posiada spadek graniczny  $i_g$ . Jeżeli w przewodach sieci przepływy są ustalone, to dla spadków mniejszych od spadku granicznego występują wyłącznie przepływy spokojne; dla spadku dna równego spadkowi granicznemu przepływy są spokojne z wyjątkiem napełnienia przejściowego równego 29,7%, przy którym przepływ jest krytyczny; dla spadków dna większych od spadku granicznego, pomiędzy napełnieniami przejściowymi przepływy są rwące, dla napełnień przejściowych krytyczne, a w pozostałym zakresie napełnień spokojne.

Zmiany charakteru przepływu, przy założeniu przepływów ustalonych wolnozmiennych, występują w określonych przekrojach przewodów, stąd są odcinki sieci, w których przepływy mają charakter rwący. Uwzględniając, że przepływy w sieci są nieustalone, charakter przepływów ulega ciągłym zmianom w czasie i na długości przewodu.

### 3.2. ZALEŻNOŚĆ PRĘDKOŚCI PRZEPŁYWU OD METODY OBLICZEŃ

Obliczenia hydrauliczne polegają najczęściej na sprawdzeniu prędkości przepływu i napełnienia w kanale przy znanym (założonym) spadku dna kanału, jego średnicy i przepływie.

Średnią prędkość przepływu ścieków w poprzecznym przekroju kanału można obliczyć przy pomocy wzoru Manninga w postaci:

$$v = K \cdot R^{\frac{2}{3}} \cdot J_E^{\frac{1}{2}} \quad (26)$$



gdzie:  $v$  – średnia prędkość przepływu ścieków w przekroju czynnym w kanale [m/s]

$K$  – współczynnik Manninga [ $m^{1/3}s^{-1}$ ]

$R_h$  – promień hydrauliczny [m]

$J_E$  – spadek dna kanału

Wzór powyższy został wyprowadzony na podstawie równań Bernoulego dla dwóch przekrojów kanału oddalonych od siebie o pewną odległość  $L$ . We wzorze współczynnik szorstkości Manninga  $K$  stanowi miarę nierówności i jakości wewnętrznych powierzchni kanału. Jego wartość przyjmuje się w zależności od materiału kanału, jego wieku oraz fazy przepływów ścieków.

Wzory Manninga umożliwiają obliczanie strat hydraulicznych na długości kanału. Ze względu na uwikłaną postać wzorów praktyczne obliczenia prowadzi się z wykorzystaniem tablic i nomogramów.

Wzór Manninga stosuje się zarówno dla przekroju kołowego, jak i niekołowego przy napełnieniu całkowitym lub częściowym.

Dla przewodów o przekroju kołowym przy całkowitym napełnieniu prędkość przepływu  $v$  jest wyrażona wzorem Colebrooka- White'a:

$$v = -2 \cdot \sqrt{2gDJ_E} \cdot \log\left(\frac{k}{3,71D} + \frac{2,51v}{D\sqrt{2gDJ_E}}\right) \quad (27)$$

gdzie:  $v$  – średnia prędkość przepływu ścieków w przekroju czynnym w kanale [m/s]

$g$  – stała grawitacji [ $m^2/s^2$ ]

$D$  – średnica wewnętrzna przewodu [m]

$J_E$  – spadek hydrauliczny

$k$  – współczynnik chropowatości bezwzględnej [m]

$n$  – kinematyczny współczynnik lepkości cieczy [ $m^2/s$ ]

Dla przewodów o częściowym napełnieniu lub dla kanałów o przekroju niekołowym prędkość przepływu jest wyrażona następującym wzorem:

$$v = -2 \cdot \sqrt{8gR_h J_E} \cdot \log\left(\frac{k}{3,71 \cdot 4R_h} + \frac{2,51v}{4R_h \sqrt{8gR_h J_E}}\right) \quad (28)$$

gdzie:  $R_h$  – promień hydrauliczny [m]

Z powyższego wzoru wynika, że zależność opisująca prędkość  $v$  jest w postaci uwikłanej i aby wyliczyć z niej  $v$  należy zastosować iteracyjną metodę Newtona, zgodnie ze wzorem:

$$v_{k+1} = v_k - \frac{f(v_k)}{f'(v_k)} \quad (29a)$$

gdzie funkcja  $f(v)$  jest postaci:

$$f(v) = v + 2 \cdot \sqrt{8gR_h J_E} \cdot \log\left(\frac{k}{3,71 \cdot 4R_h} + \frac{2,51v}{4R_h \sqrt{8gR_h J_E}}\right) \quad (29b)$$

Przyjmując wartość początkową prędkości  $v_0$  otrzymujemy następujący schemat iteracyjny do obliczenia prędkości przepływu  $v$ :

$$v_{k+1} = v_k - \frac{v_k + 2\sqrt{8gR_h J_E} \cdot \log\left(\frac{k}{14,84R_h} + \frac{2,51 \cdot v_k}{4R_h \sqrt{8gR_h J_E}}\right)}{1 + \frac{32,25\sqrt{8gR_h J_E}}{4k\sqrt{8gR_h J_E} + 37,25 \cdot v_k}} \quad (30)$$

gdzie: k – indeks iteracji

Kryterium stopu dla iteracji ma postać:

$$|v_{k+1} - v_k| \leq \alpha \quad \alpha < 1 - \text{przyjęty parametr zbieżności}$$

Współczynnik chropowatości bezwzględnej k zastosowany we wzorze Colebrooka- White'a uwzględnia straty ciśnienia w zależności od materiału, z którego jest wykonany przewód, przerwy na połączeniach i osadu powstającego na wewnętrznej powierzchni przewodu poniżej poziomu przepływających ścieków. Jeżeli nie można uniknąć odkładania się osadów, do obliczeń strat ciśnienia powinien być brany zmniejszony przekrój poprzeczny kanału.

Zwykle używa się wartości współczynnik chropowatości bezwzględnej k z zakresu 0,03 mm do 3 mm. W przypadku współczynnika Manninga K zalecane wartości są z zakresu od 70 m<sup>1/3</sup>s<sup>-1</sup> do 90 m<sup>1/3</sup>s<sup>-1</sup>.

Ze względu na brak wartości współczynnika Manninga dla kanałów wykonanych z różnego rodzaju tworzyw sztucznych należy przeliczać wartość tego współczynnika w zależności od współczynnika chropowatości bezwzględnej k zgodnie z zależnością:

$$K = 4\sqrt{g} \cdot \left(\frac{32}{D}\right)^{1/6} \cdot \log\left(\frac{3,7 \cdot D}{k}\right) \quad (29)$$

Przykładowe obliczenia prędkości przepływu obliczonej wg wzoru Manninga i Colebrooka-White'a dla napętnienia h/D=1,0 i stałych współczynników: Manninga K=76,923 m<sup>1/3</sup>/s i chropowatości bezwzględnej k=1,5mm przedstawia poniższa tabela.

Średnica	Spadek	Prędkość przepływu		Różnica	
		wg. Manninga	wg. Colebrooke'a-White'a	bezwzględna	względna
[mm]	[%]	[m/s]	[m/s]	[m/s]	[%]
100	20	2,94	2,99	0,0496	1,66
100	10	2,08	2,11	0,0331	1,57
100	5	1,47	1,49	0,0214	1,43
100	1	0,66	0,66	0,0058	0,88
100	0,5	0,47	0,47	0,0022	0,47
200	20	4,67	4,77	0,0970	2,03
200	10	3,3	3,37	0,0665	1,98
200	5	2,33	2,38	0,0450	1,89
200	1	1,04	1,06	0,0164	1,54
200	0,5	0,74	0,75	0,0096	1,28
300	20	6,12	6,22	0,1026	1,65
300	10	4,33	4,4	0,0705	1,60
300	5	3,06	3,11	0,0478	1,54
300	1	1,37	1,39	0,0176	1,27
300	0,5	0,97	0,98	0,0105	1,07

#### 4. LITERATURA

1. S.Biedugnis: Metody informatyczne w wodociągach i kanalizacji. Oficyna Wydawnicza Politechniki Warszawskiej, Warszawa 1998.
2. J.Chudzicki, S.Sosnowski: Instalacje kanalizacyjne. Wydawnictwo „Seidel-Przywecki” Sp. Z o.o, Warszawa 2004
3. P.Mizgalewicz, K.Knapik, A.Wieczysty: Analiza pracy sieci kanalizacyjnych przy zastosowaniu EMC. Ochrona Środowiska nr 434/3-4 (20-21), 1984.
4. W., Niedzielski: Charakter przepływu w sieci kanalizacji deszczowej. Ochrona Środowiska, nr 434/3-4 (20-21), 1984
5. J.Wartalski: Komputerowe metody projektowania i analizy hydraulicznej sieciowych układów kanalizacyjnych. Ochrona Środowiska, nr 434/3-4 (20-21), 1984
6. M.Serek: Zastosowanie mikrokomputerów do obliczania sieci kanalizacji deszczowej. Ochrona Środowiska, nr 488/1-2 (27-28), 1986.
7. WILO Polska- producent pomp i urządzeń sanitarnych: Podstawy odprowadzania i pompowania ścieków. Oferta handlowa.
8. E. Wołoszyn: Matematyczny model przepływów w sieci kanalizacyjnej. Archiwum Hydrotechniki, tom XXVI, zeszyt 4, 1979.







the 1990s, the number of people in the UK who are aged 65 and over has increased from 10.5 million to 13.5 million, and is projected to reach 17.5 million by 2020 (Office for National Statistics 2000).

There is a growing awareness of the need to address the health care needs of the elderly population. The Department of Health (2000) has set out a strategy for the care of the elderly, which includes a commitment to improve the quality of care for the elderly and to ensure that the needs of the elderly are met in a timely and effective manner.

The aim of this paper is to review the current state of research on the health care needs of the elderly population, and to identify areas for further research.

## Background

The elderly population in the UK is growing rapidly, and is becoming increasingly diverse. This diversity is reflected in the range of health care needs of the elderly population.

The health care needs of the elderly population are complex and multifaceted. They include physical, mental, and social needs, and are influenced by a range of factors, including age, gender, and social class.

The health care needs of the elderly population are also influenced by the availability of health care services, and the quality of those services. This paper will review the current state of research on the health care needs of the elderly population, and will identify areas for further research.

## Methods

A literature search was conducted using the following keywords: elderly, health care needs, quality of care, and geriatrics. The search was limited to English language articles published between 1990 and 2000.

The search identified 100 articles, of which 20 were selected for review. The selection criteria were based on the relevance of the articles to the research objectives, and the quality of the research.

## Results

The review identified a number of key issues related to the health care needs of the elderly population. These issues are discussed in detail below.

**Physical health care needs:** The review identified a number of key issues related to the physical health care needs of the elderly population. These issues include the prevalence of chronic disease, the impact of age-related changes on health, and the need for preventive health care.

**Mental health care needs:** The review identified a number of key issues related to the mental health care needs of the elderly population. These issues include the prevalence of mental illness, the impact of age-related changes on mental health, and the need for mental health services.

**Social health care needs:** The review identified a number of key issues related to the social health care needs of the elderly population. These issues include the need for social support, the impact of social isolation on health, and the need for social services.

## Conclusion

The review identified a number of key issues related to the health care needs of the elderly population. These issues include the prevalence of chronic disease, the impact of age-related changes on health, and the need for preventive health care.

The review also identified a number of areas for further research. These areas include the need for more research on the health care needs of the elderly population, and the need for more research on the quality of health care services for the elderly population.

