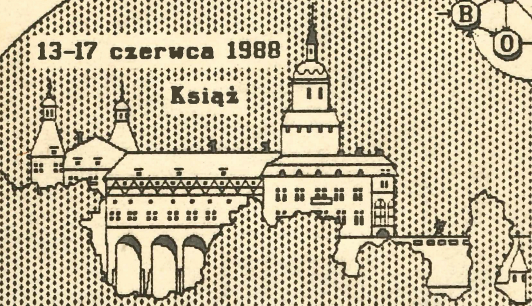
Redaktorzy:
A.Straszak
Z.Nahorski
J.Sikorski

13-17 czerwca 1988

Książ



1. Krajowa Konferencja Badań Operacyjnych i Systemowych

Tom 1

BOS'88

POLSKIE TOWARZYSTWO BADAŃ OPERACYJNYCH I SYSTEMOWYCH

INSTYTUT BADAŃ SYSTEMOWYCH POLSKIEJ AKADEMII NAUK

POLSKIE TOWARZYSTWO BADAŃ OPERACYJNYCH I SYSTEMOWYCH

TOM 1

OPTYMALIZACJA METODY I ZASTOSOWANIA

I KRAJOWA KONFERENCJA

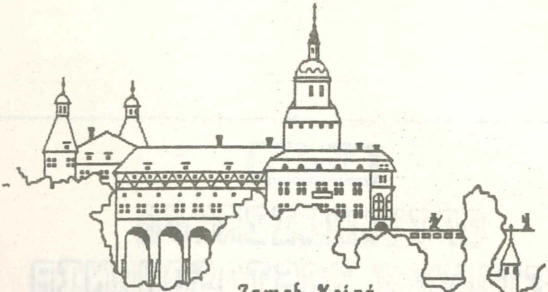
BADAŃ OPERACYJNYCH i SYSTEMOWYCH

Książ, 13 - 17 czerwca 1988

BOS'88

INSTYTUT BADAŃ SYSTEMOWYCH POLSKIEJ AKADEMII NAUK

1989
WARSZAWA



Zamek Książ

I Krajowa Konferencja Badań Operacyjnych i Systemowych

Organizator konferencji

Polskie Towarzystwo Badań Operacyjnych i Systemowych
przy współpracy
Instytutu Badań Systemowych PAN

Komitet naukowy konferencji

Jerzy Hołubiec, Andrzej Kałuszko, Jerzy Kisielnicki, Henryk Kowalowski, Roman Kulikowski, Franciszek Marecki, Zbigniew Nahorski, Stanisław Piasecki, Jarosław Sikorski, Jan Stachowicz, Jan Stasierski, Andrzej Straszak, Maciej Sysło, Władysław Świtalski

Redaktorzy naukowi materiałów

Andrzej Straszak, Zbigniew Nahorski, Jarosław Sikorski

4. Harmonogramowanie

4.1

I Krajowa Konferencja
Badań Operacyjnych i Systemowych
Książ, 13 - 17 czerwca 1988r.

ANALIZA PORÓWNAWCZA ALGORYTMÓW APROKSYMACYJNYCH DLA M-MASZYNOWEGO PROBLEMU PRZEPŁYWOWEGO

Eugeniusz Nowicki
Czesław Smutnicki
Instytut Cybernetyki Technicznej
Politechnika Wrocławska
ul. Janiszewskiego 11-17
50-372 Wrocław

W pracy przedstawiono ocenę porównawczą dwóch algorytmów aproksymacyjnych dla m-maszynowego permutacyjnego problemu przepływowego. Algorytmy te posiadają taką samą ocenę w sensie najgorszego przypadku lecz różnią się złożonością obliczeniową.

1. Wprowadzenie

W ostatnich latach przedstawiono wiele algorytmów aproksymacyjnych dla jednego z najbardziej typowych problemów szeregowania, jakim jest wielomaszynowy permutacyjny problem przepływowy. Algorytmy porównywano, na drodze eksperymentalnej m.in. w pracach Danenbringa (1977), Sietiaputry (1980), Turnera i Bootha (1987). W wyniku tych badań stwierdzono, że trzy z nich zasługują na szczególną uwagę ze względu na dokładność i czas obliczeń. Są to: algorytm podany przez Campbella i in. (1970), algorytmy RA, RACS i RAES podane przez Dannenbringa (1977) oraz algorytm podany przez Nawaza i in. (1983). Spośród wymienionych algorytmów algorytm RA charakteryzuje się najmniejszym czasem obliczeń. W kolejności czas obliczeń algorytmu Campbella oraz algorytmu RACS jest większy, natomiast dla pozostałych jest stosunkowo duży. Do niedawna brak było istotnych rezultatów dotyczących analizy najgorszego przypadku tych algorytmów. Ostatnio w pracy Nowickiego i Smutnickiego (1989) przeprowadzono taką analizę dla algorytmu Campbella oraz podano oszacowanie współczynników najgorszego przypadku dla algorytmów Dannenbringa. Opierając się na wnioskach wynikających z analizy, zaproponowano we wspomnianej pracy inny algorytm aproksymacyjny, posiadający taki sam współczynnik najgorszego przypadku co algorytm Campbella, lecz o znacznie mniejszej złożoności obliczeniowej. W niniejszej pracy przedstawiamy analizę eksperymentalną tego algorytmu.

Praca była wykonana w ramach RP.I.02 "Teoria sterowania i optymalizacji układów dynamicznych i procesów dyskretnych".

Permutacyjny m-maszynowy problem przepływowy formułuje się następująco:

Dany jest zbiór zadań $J=\{1,2,...,n\}$, które należy wykonać na maszynach ze zbioru $M=\{1,2,...,m\}$. Każde zadanie jest wykonywane kolejno na maszynach $1,2,...,m$. Zadanie j na maszynie i wykonuje się w czasie $p_{ij}\geq 0$, $i\in M$, $j\in J$. Zakłada się, że: (i) wykonywanie zadania na danej maszynie nie może być przerywane, (ii) każda maszyna wykonuje nie więcej niż jedno zadanie w dowolnej chwili czasowej oraz (iii) kolejność wykonywania zadań na wszystkich maszynach jest identyczna. Poszukuje się kolejności wykonywania zadań, która minimalizuje termin zakończenia wykonywania wszystkich zadań.

Oznaczmy przez π dowolną permutację elementów zbioru J, zaś przez Π zbiór wszystkich takich permutacji. Dalej, przez $C_{max}(\pi,p_1,...,p_m)$ oznaczmy termin zakończenia wykonywania wszystkich zadań dla kolejności wykonywania zadań określonej przez $\pi\in\Pi$, gdzie $p_i = (p_{i1}, p_{i2}, \dots, p_{in})^T$ jest wektorem czasów wykonywania zadań na maszynie i, $i \in M$. Permutację $\pi^* \in \Pi$, dla której zachodzi

$$C_{max}(\pi^*, p_1, \dots, p_m) = \min_{\pi \in \Pi} C_{max}(\pi, p_1, \dots, p_m) \quad (1)$$

będziemy nazywać rozwiązaniem optymalnym.

2. Algorytmy aproksymacyjne

Algorytm aproksymacyjny zaproponowany przez Campbella i in. polega na rozwiązaniu m-1 pomocniczych dwu-maszynowych problemów przepływowych. K-ty problem pomocniczy posiada czasy wykonywania zadań na maszynie pierwszej i drugiej odpowiednio $a^k = (a_1, \dots, a_n)^T$, $b^k = (b_1, \dots, b_n)^T$, gdzie

$$a^k = \sum_{i=1}^{k} p_i, \qquad b^k = \sum_{i=m-k+1}^{m} p_i, \quad k=1,\dots,m. \quad (2)$$

Rozwiązaniem optymalnym k-tego problemu pomocniczego jest permutacja $\pi^k \in \Pi$, dla której

$$C_{max}(\pi^k, a^k, b^k) = \min_{\pi \in \Pi} C_{max}(\pi, a^k, b^k), \quad k=1,\dots,m. \quad (3)$$

W oparciu o permutacje π^k, $k=1,\dots,m-1$ algorytm Campbella jako rozwiązanie zadania (1) przyjmuje permutację $\pi^c \in \{\pi^1, \pi^2, \dots, \pi^{m-1}\}$ spełniającą

$$C_{max}(\pi^c, p_1, \dots, p_m) = \min_{1 \le k \le m-1} C_{max}(\pi^k, p_1, \dots, p_m). \quad (4)$$

Dla wyznaczenia permutacji π^k zgodnie z (3) stosowany jest znany algorytm Johnsona o złożoności O(nlogn). Stąd, złożoność algorytmu Campbella jest O((m-1)*(mn+nlogn)).

W pracy Nowickiego i Smutnickiego (1989) wykazano, że dla dowolnych n-wymiarowych wektorów $p_1, \dots, p_m \geq 0$ i dla $k=1,2,\dots,m-1$ zachodzi

$$\frac{C_{max}(\pi^k, p_1, \dots, p_m)}{C_{max}(\pi^*, p_1, \dots, p_m)} \leq \left| \frac{m}{2} - k \right| + \frac{m}{2} \qquad (5)$$

oraz podano przykład osiagalności tego ograniczenia. Przykład ten charakteryzuje się bardzo specyficzną strukturą danych i pojawienie się w praktyce nawet zbliżonej do niego struktury danych jest mało prawdopodobne. Z (5) wynika, że współczynnik najgorszego przypadku dla algorytmu Campbella jest równy $\lceil m/2 \rceil$. Ponadto, z (5) wynika również, że następujący algorytm aproksymacyjny A posiada ten sam współczynnik najgorszego przypadku.

<u>Algorytm A:</u> Wyznacz $\pi^A = \pi^k$ wg (3), gdzie $k = \lceil m/2 \rceil$.

Złożoność obliczeniowa algorytmu A jest m-1 razy mniejsza niż dla algorytmu Campbella, tzn. jest $O(nm+n\log n)$. Z postaci algorytmu A wynika natychmiast, że $C_{max}(\pi^A, p_1, \dots, p_m) \geq C_{max}(\pi^c, p_1, \dots, p_m)$. Mimo, iż oba algorytmy posiadają taki sam współczynnik najgorszego przypadku, niemożliwe jest dokonanie na tej podstawie oceny zachowania się algorytmu A na konkretnych przykładach obliczeniowych. Dlatego też w następnym rozdziale przedstawimy analizę eksperymentalną tego algorytmu.

3. Analiza eksperymentalna

Celem analizy eksperymentalnej było otrzymanie odpowiedzi na dwa pytania: (i) o ile rozwiązanie otrzymane przez algorym A "jest gorsze" od rozwiązania otrzymanego przez algorytm Campbella oraz (ii) czy przyjęcie $k=\lceil m/2\rceil$ w Algorytmie Ajest "statystycznie" najlepsze w odniesieniu do innych możliwych wyborów k. Jakość rozwiązania π^A w odniesieniu do π^c oceniano przez wyznaczenie błędu względnego

$$\delta(k) = \frac{C_{max}(\pi^k, p_1, \dots, p_m) - C_{max}(\pi^c, p_1, \dots, p_m)}{C_{max}(\pi^c, p_1, \dots, p_m)} * 100\% , \qquad (6)$$

dla $k=\lceil m/2\rceil=r$.

Dla potrzeb eksperymentu algorytm Campbella został zaimplementowany w języku FORTRAN na minikomputerze IBM PC/XT. Dla każdego $n = 10,20,50,100,200$ oraz $m = 6,8,10,15,20$ generowano 200 przykładów konkretnych problemów (1). Łącznie przeliczono 25*200 przykładów. W każdym przykładzie wielkości p_{ij} losowano generatorem o rozkładzie równomiernym ze zbioru $\{1,2,\dots,99\}$. Podany sposób losowania jest powszechnie przyjęty w literaturze i wg Campbella (1970) dostarcza najtrudniejsze przykłady dla algorytmów aproksymacyjnych. Dla każdego wylosowanego przykładu wyznaczano π^k, $C_{max}(\pi^k, p_1, \dots, p_m)$, $k=1,\dots,m-1$, π^c z (4) oraz $\delta(k)$, $k=1,\dots,m-1$. Następnie dla ustalonego n oraz m, z 200 generowanych przykładów, wyznaczano średnie $\delta_s(k)$, maksymalne $\delta_m(k)$ wartości błędu $\delta(k)$, $k=1,\dots,m-1$ oraz k^*, $1\le k^*\le m-1$ spełniające $\delta_s(k^*)=\min\{\delta_s(k): 1\le k\le m-1\}$. Wyniki obliczeń przedstawiono w tabeli 1. Analiza tabeli 1 pozwala na wyciągnięcie następujących wniosków:

(a) wraz ze wzrostem n, przy ustalonym m, średnia $(\delta_s(r))$ i maksymalna $(\delta_m(r))$ wartość błędu względnego $\delta(r)$ maleje,

(b) wraz ze wzrostem m, przy ustalonym n, średnia $(\delta_s(r))$ wartość błędu względnego $\delta(r)$ wykazuje tendencję wzrostową; nie można natomiast tego stwierdzić w odniesieniu do wartości maksymalnych $(\delta_m(r))$,

m	n	$\delta_s(r)$	$\delta_m(r)$	k^*	$\delta_s(k^*)$	$\delta_m(k^*)$	CPU
6	10	4.0	16.9	4	3.2	17.3	.0
	20	2.7	12.5	3*	2.7	12.5	.3
	50	2.3	8.7	4	2.0	8.5	.9
	100	2.0	7.4	4	1.4	9.4	2.3
	200	1.4	5.1	4	1.1	6.5	5.1
8	10	4.6	19.1	3	3.6	12.2	.3
	20	3.4	15.1	3	3.1	13.4	.5
	50	2.6	9.4	3	2.4	8.0	1.0
	100	1.8	7.1	4*	1.8	7.1	2.7
	200	1.5	6.3	5	.9	5.4	7.7
10	10	4.8	18.0	4	3.7	15.3	.4
	20	4.0	12.7	3	3.2	13.6	.8
	50	2.9	8.8	3	2.1	10.8	2.2
	100	1.8	6.0	5*	1.8	6.0	3.8
	200	1.3	4.5	5*	1.3	4.5	10.6
15	10	4.6	15.6	3	3.3	10.7	.6
	20	4.4	13.8	3	2.7	9.3	1.1
	50	3.8	9.1	4	1.9	8.2	3.1
	100	3.4	9.1	4	1.6	5.9	7.2
	200	2.0	5.1	4	1.4	6.1	19.0
20	10	4.8	16.6	5	3.2	10.8	.9
	20	4.7	14.0	4	2.8	10.2	2.8
	50	4.4	5.0	5	2.1	6.9	5.0
	100	2.7	5.0	5	1.0	4.1	11.5
	200	2.5	4.9	4	1.0	3.6	29.3

CPU - średni czas obliczeń (sec) dla algorytmu Campbella,

$r = \lceil m/2 \rceil$

* - oznaczono przykłady, dla których $r = k^*$

Tabela 1. Wyniki obliczeń.

(c) największa uzyskana średnia $\delta_s(r)$ dla wszystkich zestawów n,m nie przekraczała 4.8% , zaś w grupie zestawów przykładów z n=200 nie przekraczała 2.5% (maksymalna $\delta_m(r)$ w tej grupie nie przekraczała 6.3%),

(d) z reguły najmniejsza wartość $\delta_s(k)$ osiągana jest dla $k\neq r$; dla m=6,8,10 zwykle $k^* \in (r-1,r,r+1)$, natomiast dla m=15,20 k^* oscyluje wokół wartości $\lceil m/4 \rceil$; typową sytuację występującą dla tych zestawów przykładów przedstawiono dokładnie w tabeli 2.

s	k = 1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
0	22	20	31	31	21	17	14	10	15	14	8	7	4	7
1	30	42	52	51	47	35	29	18	24	26	25	22	12	10
2	41	63	75	78	68	53	55	44	41	44	39	38	23	17
3	52	82	104	107	94	79	79	69	64	74	63	54	35	30
4	68	107	126	127	120	102	95	96	83	93	86	71	52	41
5	82	124	151	149	155	131	123	118	107	120	103	96	79	54
18	200	200	200	200	200	200	200	200	200	200	200	200	200	200
$\delta_s(k)$	5.7	4.1	3.3	3.3	3.4	3.9	4.4	4.6	4.9	4.6	4.9	5.5	6.3	7.2

Tablica 2. Liczba przykładów (z 200 badanych), dla których błąd względny $\delta(k)$ nie przekracza wartości s % ; n=10, m=15.

4. Wnioski końcowe

Uzasadnione jest stosowanie Algorytmu A zamiast algorytmu Campbella w przykładach o dużych rozmiarach, n≥100, m≥10. Dla tych przykładów czas obliczeń algorytmu Campbella może odgrywać istotną rolę (szczególnie w sytuacjach wymagających szybkiej decyzji); przykładowo dla n=200 m=20 jest już rzędu 0.5 min. Zastosowanie Algorytmu A skraca ten czas m-1 razy, a średni błąd względny (względem algorytmu Campbella) nie przekracza 2.5% i dodatkowo, jak wykazał eksperyment obliczeniowy, ma on tendencję spadkową wraz ze wzrostem n.

Otwartym problemem pozostaje inny wybór wartości k w Algorytmie A w zależności od m, tak by wspomniany błąd średni był jeszcze mniejszy. Przeprowadzone eksperymenty sugerują, dla odpowiednio dużego n i m, przyjęcie $k=\lceil m/4 \rceil$. Ewentualne potwierdzenie tej hipotezy można by uzyskać przeprowadzając analizę probabilistyczną.

Bibliografia

1. Campbell H.G., Dudek R.A., Smith M.L. (1970) A heuristic algorithm for the n job m machine sequencing problem. Mgmt Sci., Vol.16, No. 10, pp.B630-637.
2. Dannenbring D.G. (1977) An evaluation of flow-shop sequencing heuristics. Mgmt Sci., Vol.23, No. 11, pp.1174-1182.
3. Nawaz M., Enscore Jr. E.E., Ham I. (1983) A heuristic algorithm for the m-machine, n-job flow-shop sequencing problem. OMEGA Int. J. of Mgmt Sci., Vol.11, No. 7, pp.91-95.
4. Nowicki E., Smutnicki C. (1989) Worst-case analysis of an approximation algorithm for flow-shop scheduling. Operations Research Letters, Vol.8, No. 3 (w druku).
5. Sietiaputra W. (1980) A survey of flow-shop permutation scheduling techniques and an evaluation of heuristic solution method. Master's thesis, Pensylwania State University.
7. Turner S., Booth D. (1987) Comparison of heuristics for flow-shop sequencing. OMEGA Int. J. of Mgmt Sci., Vol.15, No. 1, pp.75-78.

L I T E R A T U R A

(1) Crabill T. B., Gross D., Magazine M. J. (1977) A Classified Bibliography of Research on Optimal Design and Control of Queues. Operations Res. Vol. 25, No. 2, pp. 219-232.

(2) Deb R. K., Serfozo R. F. (1973) Optimal Control of Batch Service Queues. Advances Appl. Probability 5, 340-361.

(3) Kosten L. (1973) Stochastic Theory of Service Systems. Pergamon Press, New York.

(4) Weiss H. J. (1979) The Computation of Optimal Control Limits for a Queue with Batch Services. Manag. Sci. 25, 320-328.

(5) Stanek S. [illegible] Sterowanie w systemach [illegible], Praca doktorska, [illegible]

(6) Королюк В., Турбин А. (1976) Полумарковские процессы и их приложения, Киев. [illegible]

(7) [illegible] (1982) Systemy masowej obsługi [illegible] zadaniach z [illegible]

(8) Neuts M. (1967) A general class of bulk queues with Poisson input. Ann. Math. Stat. 38, 759-770.

(9) ______ (1979) Queues solvable without Rouché's theorem. Operations Res. 27.

(10) Keilson J. (1966) The ergodic queue length distributions for queueing systems with finite capacity. J. Roy. Stat. Soc. B28.

Zarząd
Polskiego Towarzystwa Badań Operacyjnych i Systemowych

Prezes
prof.dr hab.inż. Andrzej Straszak
Instytut Badań Systemowych PAN

Wiceprezes
prof.dr hab.inż. Jan Stasierski
Wojskowa Akademia Techniczna

Wiceprezes
prof.dr hab.inż. Stanisław Piasecki
Instytut Badań Systemowych PAN

Sekretarz generalny
dr inż. Zbigniew Nahorski
Instytut Badań Systemowych PAN

Sekretarz
dr inż. Jarosław Sikorski
Instytut Badań Systemowych PAN

Skarbnik
dr inż. Andrzej Kałuszko
Instytut Badań Systemowych PAN

Członkowie
prof.dr hab. Jerzy Kisielnicki
Wydział Zarządzania UW

doc.dr hab.inż. Bohdan Korzan
Wojskowa Akademia Techniczna

doc.dr hab.inż. Jan Stachowicz
Zakład Nauk Zarządzania PAN

doc.dr hab.inż. Maciej Sysło
Instytut Informatyki UWr.

Komisja rewizyjna
PRZEWODNICZĄCY

dr Władysław Świtalski
Katedra Cybernetyki i Badań Operacyjnych UW

CZŁONKOWIE

dr inż. Janusz Kacprzyk
Instytut Badań Systemowych PAN

dr inż. Marek Malarski
Instytut Transportu PW

doc.dr hab.Henryk Sroka
Akademia Ekonomiczna w Katowicach

dr inż. Leon Słomiński
Instytut Badań Systemowych PAN

PION III