

Redaktorzy:

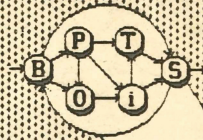
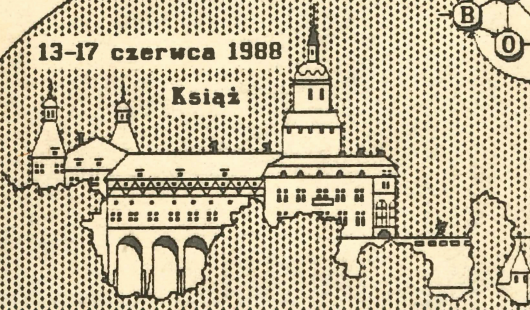
A. Straszak

Z. Nahorski

J. Sikorski

13-17 czerwca 1988

Książ



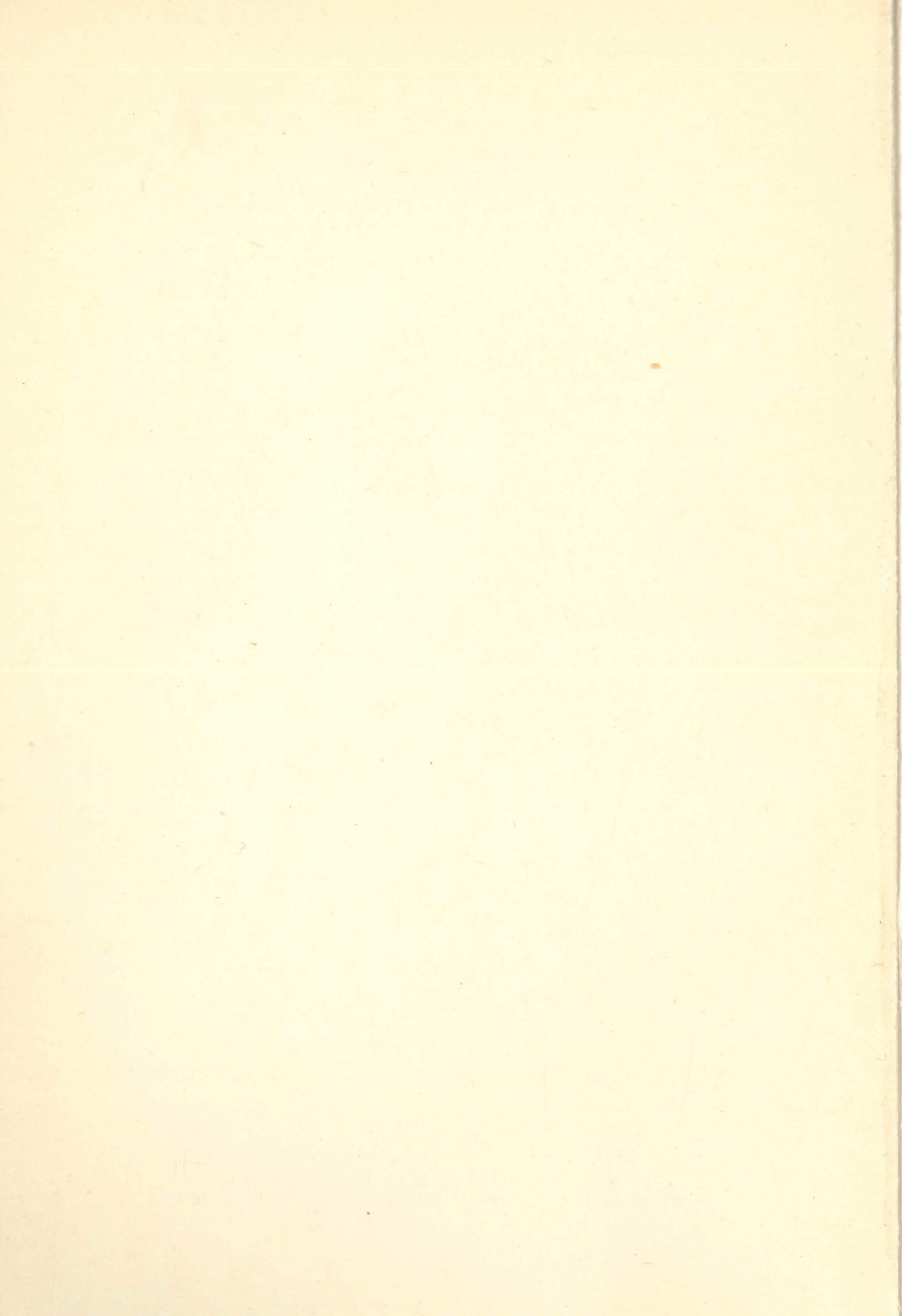
# 1. Krajowa Konferencja Badań Operacyjnych i Systemowych

Tom 1

**BOS'88**

POLSKIE TOWARZYSTWO BADAŃ  
OPERACYJNYCH I SYSTEMOWYCH

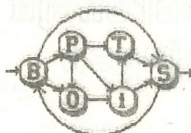
INSTYTUT BADAŃ SYSTEMOWYCH  
POLSKIEJ AKADEMII NAUK



POLSKIE TOWARZYSTWO BADAŃ OPERACYJNYCH I SYSTEMOWYCH

Tom 1

OPTYMALIZACJA  
METODY I ZASTOSOWANIA



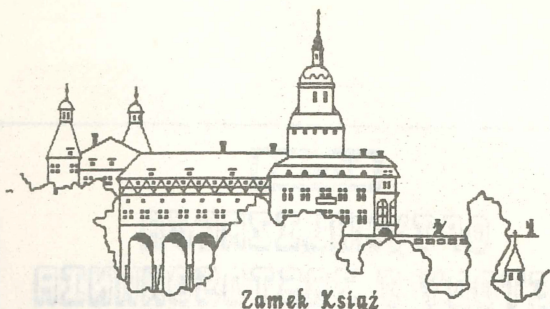
I KRAJOWA KONFERENCJA  
BADAŃ  
OPERACYJNYCH  
i  
SYSTEMOWYCH

Książ. 13 - 17 czerwca 1988

**BOS'88**

INSTYTUT BADAŃ SYSTEMOWYCH POLSKIEJ AKADEMII NAUK

1989  
WARSZAWA



# I Krajowa Konferencja Badań Operacyjnych i Systemowych

## Organizator konferencji

Polskie Towarzystwo Badań Operacyjnych i Systemowych  
przy współpracy  
Instytutu Badań Systemowych PAN

## Komitet naukowy konferencji

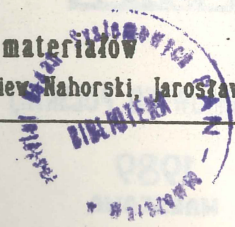
Jerzy Hołubiec, Andrzej Kałuszek, Jerzy Kisielnicki, Henryk Kowalowski,  
Roman Kulikowski, Franciszek Marecki, Zbigniew Nahorski,  
Stanisław Piasecki, Jarosław Sikorski, Jan Stachowicz, Jan Stasiński,  
Andrzej Straszak, Maciej Sysło, Władysław Świtalski

## Redaktorzy naukowcy materiałów

Andrzej Straszak, Zbigniew Nahorski, Jarosław Sikorski

9.1

N. 173



ZPZC

Bibli. podrecznik

41278/I







KOMPUTEROWA STATYSTYCZNA ANALIZA NIEZAWODNOŚCI NA PODSTAWIE  
DANYCH Z RÓŻNYCH WARUNKÓW EKSPLOATACYJNYCH

Dariusz Gatarek, Jerzy Rudnicki

Instytut Badań Systemowych PAN

ul. Nowelska 6

01-447 Warszawa

W pracy omówiona jest metoda statystycznej analizy niezawodności na podstawie danych zebranych w niejednorodnych warunkach. Do opisu zastosowano model regresji wykładniczej, w którym wpływ nieznanych warunków eksploatacji charakteryzowany jest przez pewną liczbę parametrów. Przedstawiony jest algorytm estymacji parametrów modelu, oceny średniego czasu poprawnej pracy, oceny istotności wpływu warunków eksploatacji na niezawodność obiektów oraz metoda porównywania niezawodności dwóch grup obiektów.

### 1. Wprowadzenie

W praktyce inżynierskiej często pojawia się konieczność wnioskowania o niezawodności wyrobów na podstawie wyników badań wyrobów, które przeprowadzane były w niejednorodnych warunkach. Z taką sytuacją mamy do czynienia przy analizie danych z badań przyspieszonych, gdy zaobserwowane chwile uszkodzeń zależne są od poziomu obciążenia, w jakim pracował dany obiekt. Podobne problemy napotyka się również przy wnioskowaniu na podstawie wyników badań eksploatacyjnych, gdyż warunki eksploatacji poszczególnych obiektów mogą się różnić nawet bardzo znacznie.



Uzyskane wyniki badań tworzą niejednorodną próbę i do ich analizy nie można stosować znanych, standardowych metod statystycznych.

Jednym ze sposobów postępowania przy tego typu niejednorodności próby jest uwzględnienie warunków pracy badanych obiektów w modelu statystycznym. W niniejszej pracy wykorzystany zostanie do tego celu model regresji wykładniczej (accelerated failure time model). W modelu tym zakłada się pewną funkcyjną postać zależności średniego czasu poprawnej pracy obiektu od warunków jego pracy, przy czym warunki pracy każdego obiektu opisane są za pomocą wektora parametrów.

## 2. Model regresji wykładniczej

Niech  $1-F$  będzie pewną dystrybuantą, charakteryzującą typ rozkładu czasu poprawnej pracy badanych obiektów i niech  $z=(z_1, \dots, z_n)$  oznacza wektor zmiennych objaśniających, charakteryzujących warunki pracy obiektu. Funkcja niezawodności (tzn. dopełnienie dystrybuanty) czasu poprawnej pracy  $F_z$  przy zadanym wektorze zmiennych objaśniających  $z$  przedstawia się w modelu regresji wykładniczej wzorem:

$$F_z(t) = F(te^{-\gamma z}), \quad (1)$$

gdzie  $\gamma = (\gamma_1, \dots, \gamma_n)$  jest nieznanym wektorem parametrów regresji wykładniczej.

Zadanie estymacji polega na ocenie parametrów  $\beta$  oraz parametrów skali i kształtu rozkładu  $F$ . Model regresji wykładniczej umożliwia dołączenie parametru skali  $\theta$  do wektora parametrów regresji wykładniczej przez transformację  $\beta_0 = \log(\theta)$  i rozpatrywanie nowych parametrów regresji  $\beta = (\beta_0, \dots, \beta_n)$ , gdzie  $\beta_i = \gamma_i$  dla  $i=1, n$ . Zmienna objaśniająca  $z_0$  jest wtedy

tożsamościowo równa 1.

Wzór (1) przyjmuje w tym przypadku postać:

$$F_z(t) = F(te^{-\beta z}) \quad (2)$$

Celem sprowadzenia regresji wykładniczej do liniowej jako wystarczy dokonać transformacji danych wejściowych, biorąc zamiast obserwacji ich logarytmy.

### 3. Rozkłady opisujące czas poprawnej pracy urządzeń

Zagadnienie estymacji parametrów  $\beta$  jest typowym parametrycznym zagadnieniem estymacji możliwym do przeprowadzenia dla wszystkich rozkładów. Celem uproszczenia strony numerycznej zagadnienia wymagamy żeby rozpatrywana klasa rozkładów była zamknięta ze względu na afiniczne transformacje logarytmu czasu poprawnej pracy. Oznacza to, że parametr kształtu wchodzi multiplikatywnie do wzoru na dystrybuantę logarytmu czasu poprawnej pracy i możemy go opuścić podając wzory na rozkład logarytmu czasu poprawnej pracy.

Warunek ten spełniają wszystkie istotne w zastosowaniach rozkłady: wykładniczy, Weibulla i log-normalny. Dla rozkładów tych podamy wzory na funkcję dystrybuanty i gęstości czasu poprawnej pracy oraz funkcję dystrybuanty i gęstości logarytmu naturalnego czasu poprawnej pracy.

#### 3.1. Rozkład wykładniczy

Funkcja niezawodności (dopełnienie dystrybuanty) :

$$F(t) = \exp\left[-\left(\frac{1}{\theta}t\right)\right], \quad (3)$$

gęstość :

$$f(t) = \frac{1}{\theta} \exp[-(\frac{1}{\theta}t)]. \quad (4)$$

W powyższych wzorach  $\theta$  jest parametrem skali rozkładu wykładniczego. Funkcja niezawodności standaryzowanego logarytmu czasu poprawnej pracy wyraża się wzorem :

$$\exp[\exp(w)], \quad (5)$$

zaś jej gęstość ma postać:

$$\exp[w - e^w], \quad (6)$$

przy czym  $w = (\log t - \log \theta)$ .

### 3.2. Rozkład Weibulla.

Funkcja niezawodności (dopełnienie dystrybuanty) :

$$F(t) = \exp[-(\frac{1}{\theta}t)^p], \quad (7)$$

gęstość :

$$f(t) = \frac{1}{\theta} (\frac{1}{\theta}t)^{p-1} \exp[-(\frac{1}{\theta}t)^p]. \quad (8)$$

W powyższych wzorach  $\theta$  jest parametrem skali rozkładu Weibulla, zaś  $p$  jest parametrem kształtu .

Funkcja niezawodności standaryzowanego logarytmu czasu poprawnej pracy wyraża się wzorem :

$$\exp[\exp(w)], \quad (9)$$

zaś jej gęstość ma postać:

$$\exp[w - e^w], \quad (10)$$

przy czym  $w = p(\log t - \log \theta)$ .

### 3.3. Rozkład log-normalny.

Funkcja niezawodności wyraża się wzorem :

$$F(t) = 1 - \operatorname{erf} \left\{ \sigma^{-1} \log \left( \frac{1}{\theta} t \right) \right\}, \quad (11)$$

gdzie  $\operatorname{erf}$  oznacza funkcję Laplace'a .W powyższych wzorach  $\theta$  jest parametrem skali rozkładu Weibulla , zaś  $\sigma$  jest parametrem kształtu . Gęstość tej funkcji można zapisać następująco :

$$(2\pi)^{-1/2} (\sigma t)^{-1} \exp \left( -\frac{\sigma^{-2} [\log(\theta^{-1} t)]^2}{2} \right). \quad (12)$$

Funkcja niezawodności logarytmu ma postać:

$$1 - \operatorname{erf}(w), \quad (13)$$

a jej gęstość:

$$- (2\pi)^{-1/2} e^{-w^2/2}, \quad (14)$$

przy czym  $w = \sigma^{-1}(\log t - \log \theta)$ .

### 4. Estymacja metodą największej wiarygodności

Funkcja wiarygodności dla parametrów regresji oraz parametru

kształtu ma postać:

$$L(\beta, \sigma) = \prod_1^n [\sigma^{-1} f(w_i)]^{\delta_i} F(w_i)^{1-\delta_i}, \quad (15)$$

gdzie  $\delta_i \in \{0, 1\}$  jest opcja wskazująca na to czy  $i$ -ta obserwacja jest obcięta ( $\delta_i=0$ ) czy nieobcięta ( $\delta_i=1$ ).  $F$  oraz  $f$  są odpowiednio

funkcją niezawodności oraz gęstością rozkładu logarytmu czasu poprawnej pracy. Jeżeli wybranym rozkładem jest dwuparametrowy rozkład (Weibulla lub wykładniczy) do wektora  $\beta$  dołączamy jeden współczynnik  $\sigma$  równy parametrowi kształtu dla rozkładu log-normalnego lub jego odwrotności dla rozkładu Weibulla.

Równania największej wiarygodności przyjmują wtedy postać:

$$U_j(\beta, \sigma) = \sigma^{-1} \sum z_{ji} a_i = 0 \quad \text{dla } j=0, \dots, n \quad (16)$$

$$U_{n+1}(\beta, \sigma) = \sigma^{-1} \sum (w_i a_i - \delta_i) = 0 \quad (17)$$

gdzie:

$\sigma = p^{-1}$ , gdzie  $p \geq 1$  (rozkład wykładniczy),  $p$  jest parametrem kształtu (rozkład Weibulla) lub jego odwrotnością (rozkład log-normalny);

$(\beta_1, \dots, \beta_n)$  są parametrami regresji wykładniczej,  $\beta_0 = \log(\theta)$ ,  $\theta$  jest parametrem skali;

$w_i = (\log(t_i) - z_i \beta) / \sigma$ ,  $t_i$  jest czasem poprawnej pracy dla  $i$ -tej próby;

$z_i$  - zmienne objaśniające dla  $i$ -tej próby.

Macierz informacyjna przyjmuje wtedy postać:

$$I_{j,k}(\beta, \sigma) = \sigma^{-2} \sum z_{ji} z_{ki} \Lambda_i \quad \text{dla } j, k=0, \dots, n \quad (18)$$

$$I_{n+1,j}(\beta, \sigma) = I_{j,n+1}(\beta, \sigma) = \sigma^{-2} \sum z_{ji} w_i A_i + \sigma^{-1} U_j(\beta, \sigma) \quad \text{dla } j=0, n \quad (19)$$

$$I_{n+1,n+1}(\beta, \sigma) = \sigma^{-1} \sum (z_{ji} w_i A_i + \delta_i) + 2\sigma^{-1} U_{n+1}(\beta, \sigma) \quad (20)$$

Współczynniki  $a_i$  oraz  $A_i$  są zależne od rozkładów i odpowiednio wyrażają się wzorami:

a/ dla rozkładów wykładniczego i Weibulla:

$$a_i = \exp(w_i) - \delta_i \quad (21)$$

$$A_i = \exp(w_i) \quad (22)$$

b/ dla rozkładu log-normalnego:

$$a_i = \delta_i w_i + (1 - \delta_i) \operatorname{erf}(w_i) \quad (23)$$

$$A_i = \delta_i + (1 - \delta_i) \operatorname{erf}(w_i) (\operatorname{erf}(w_i) - w_i) \quad (24)$$

Wyrażenia rzędu  $n+1$  są definiowane jedynie dla rozkładów dwuparametrowych (Weibulla i log-normalny).

## 5. Rozwiązanie równań największej wiarygodności

Zagadnienie estymacji parametrów regresji wykładniczej sprowadza się do maksymalizacji funkcji wiarygodności czyli do rozwiązania równań największej wiarygodności. Najpopularniejsza metoda jest algorytm Newtona mający postać:

$$(\beta^{n+1}, \sigma^{n+1}) = (\beta^n, \sigma^n) + I(\beta^n, \sigma^n)^{-1} U(\beta^n, \sigma^n) \quad (25)$$

Algorytm ten, niestety, nie zawsze jest zbieżny do estymatora największej wiarygodności  $(\hat{\beta}, \hat{\sigma})$  parametrów  $(\beta, \sigma)$ .

W rozpatrywanym zagadnieniu dobrą metodą optymalizacji jest metoda mieszana, polegająca na optymalizacji przy użyciu algorytmu Newtona względem współczynników regresji (wliczając w to parametr skali) oraz metoda połowienia względem parametru

kształtu.

Algorytm metody połowienia dla funkcji jednej zmiennej  $g$  ma następującą postać:

1. Znajdź  $a < b$  takie, że  $g'(a) > 0$  i  $g'(b) < 0$  ;
2.  $x := (a+b)/2$  ;
3. Jeżeli  $g'(x) = 0$  ZATRZYMAJ ;
4. Jeżeli  $g'(x) > 0$  to  $a := x$  ;
5. Jeżeli  $g'(x) < 0$  to  $b := x$  ;
6. Jeżeli  $b-a \leq \epsilon$  ZATRZYMAJ ;
7. Skocz do 2.

W przypadku rozkładu wykładniczego parametr kształtu przyjmuje stałą wartość  $p=1$  i optymalizacja jest przeprowadzona przy użyciu jedynie algorytmu Newtona. Rozwiązanie równań wiarygodności prowadzi do otrzymania estymatorów  $\hat{\beta} = (\hat{\beta}_0, \hat{\beta}_1, \dots, \hat{\beta}_n)$  oraz  $\hat{\sigma}$ . Wyestymowany parametr skali  $\hat{\theta}$  wyraża się wzorem:

$$\hat{\theta} = \exp(\hat{\beta}_0). \quad (26)$$

Macierz kowariancji  $R = (\rho_{ij})$  estymatora  $(\hat{\beta}_0, \hat{\beta}_1, \dots, \hat{\beta}_n, \hat{\sigma})$  przedstawia się jako  $R = I(\hat{\beta}_0, \hat{\beta}_1, \dots, \hat{\beta}_n, \hat{\sigma})^{-1}$ .

6. Weryfikacja hipotezy o istotności wpływu zmiennych objaśniających.

Hipoteza o istotności wpływu  $i$ -tej zmiennej objaśniającej  $z_i$  jest równoważna hipotezie  $\beta_i = 0$ . Do zweryfikowania tej hipotezy wykorzystuje się fakt, że estymator największej wiarygodności  $\hat{\beta}_i$  ma rozkład asymptotycznie normalny. W przypadku, gdy prawdziwa jest hipoteza  $\beta_i = 0$ , średnia tego rozkładu jest równa zero a wariancja  $\rho_{ii}$ . Hipotezę należy zatem odrzucić, gdy

$$\frac{|\hat{\beta}_i|}{\rho_{ii}} > y_{1-\alpha/2} \quad (27)$$

gdzie  $y_{1-\alpha/2}$  jest kwantylem rzędu  $1-\alpha/2$  rozkładu  $N(0,1)$ , w przeciwnym przypadku nie ma podstaw do odrzucenia hipotezy.

### 7. Obliczanie średniego czasu poprawnej pracy jako funkcji parametrów

Niech  $R_z$  będzie czasem poprawnej pracy w warunkach opisanych wektorem zmiennych objaśniających  $z$ . Rozkład prawdopodobieństwa zmiennej  $T_z$  opisany jest dystrybuantą  $F_z$  ze wzoru (2). Łatwo policzyć, że

$$ET_z = e^{\beta z} \cdot ET_0. \quad (28)$$

$T_0$  jest tutaj zmienna losowa o dystrybuancie  $F$  (może być interpretowana jako czas poprawnej pracy w warunkach opisanych zerowym wektorem zmiennych objaśniających). Oznaczmy

$$\mu(z) = ET_z, \quad (29)$$

$$\mu_0 = ET_0. \quad (30)$$

Estymator największej wiarygodności  $\hat{\mu}(z)$  jest zatem równy

$$\hat{\mu}(z) = e^{\hat{\beta} z} \cdot \hat{\mu}_0. \quad (31)$$

Z kolei  $\mu_0$  jest funkcją parametrów rozkładu, więc estymator największej wiarygodności  $\hat{\mu}$  obliczamy jako funkcję estymatorów największej wiarygodności parametrów dystrybuanty  $F$ . Tak więc:

a/ dla rozkładu wykładniczego:

$$\mu_0 = \theta, \quad \hat{\mu}_0 = \hat{\theta}. \quad (32)$$

b/ dla rozkładu Weibulla:

$$\mu_0 = \theta \cdot \Gamma(1 + \frac{1}{p}), \quad \hat{\mu}_0 = \hat{\theta} \cdot \Gamma(1 + \frac{1}{\hat{p}}). \quad (33)$$



c/ dla rozkładu log-normalnego:

$$\mu_0 = \exp(\theta + \frac{1}{2}\sigma^2), \quad \hat{\mu}_0 = \exp(\hat{\theta} + \frac{1}{2}\hat{\sigma}^2). \quad (34)$$

W celu zbudowania przedziału ufności dla  $\mu(z)$  korzystamy z asymptotycznej normalności  $\hat{\mu}(z)$  jako estymatora największej wiarygodności. Asymptotyczna wartość oczekiwana jest równa  $\mu(z)$ , natomiast asymptotyczna wariancję oblicza się jako wartość formy kwadratowej:

$$\text{Var}(\hat{\mu}(z)) = D^T \cdot P \cdot D, \quad (35)$$

gdzie D jest wektorem pochodnych cząstkowych  $\mu(z)$  względem parametrów  $\beta_0, \beta_1, \dots, \beta, \sigma$ . Zauważmy, że

$$\frac{\partial}{\partial \beta_i} \mu(z) = z_i e^{\beta z} \cdot \mu_0 \approx z_i e^{\hat{\beta} z} \cdot \hat{\mu}_0. \quad (36)$$

Pochodne względem parametrów rozkładu oblicza się następująco:

a/ dla rozkładu wykładniczego:

$$\frac{\partial}{\partial \beta_0} \mu(z) = \frac{\partial}{\partial \beta_0} (e^{\beta z} \cdot e^{\beta_0}) = e^{\beta z} \cdot e^{\beta_0} = e^{\beta z} \cdot \theta \approx \hat{\theta} \cdot e^{\hat{\beta} z}. \quad (37)$$

b/ dla rozkładu Weibulla:

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial \beta_0} \mu(z) &= \frac{\partial}{\partial \beta_0} \{e^{\beta z} \cdot e^{\beta_0} \Gamma(1+p^{-1})\} = e^{\beta z} \cdot e^{\beta_0} \Gamma(1+p^{-1}) = e^{\beta z} \cdot \theta \cdot \Gamma(1+p^{-1}) \\ &\approx e^{\hat{\beta} z} \cdot \hat{\theta} \cdot \Gamma(1+\hat{p}^{-1}). \end{aligned} \quad (38)$$

$$\frac{\partial}{\partial p} \mu(z) = -e^{\beta z} \cdot \theta \cdot p^{-2} \cdot \Gamma'(1+p^{-1}) \approx -e^{\hat{\beta} z} \cdot \hat{\theta} \cdot \hat{p}^{-2} \cdot \Gamma'(1+\hat{p}^{-1}). \quad (39)$$

c/ dla rozkładu log-normalnego:

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial \beta_0} \mu(z) &= \frac{\partial}{\partial \beta_0} \{ e^{\beta z} \cdot e^{\beta_0} \exp(e^{\beta_0 + \frac{1}{2}\sigma^2}) \} = e^{\beta z} \cdot e^{\beta_0} \exp(e^{\beta_0 + \frac{1}{2}\sigma^2}) = \\ &= e^{\beta z} \cdot e^{\beta_0} \cdot \exp(e^{\beta_0 + \frac{1}{2}\sigma^2}) = e^{\beta z} \cdot \theta \cdot \exp(\theta + \frac{1}{2}\sigma^2) \approx e^{\hat{\beta} z} \cdot \hat{\theta} \cdot \exp(\hat{\theta} + \frac{1}{2}\hat{\sigma}^2) \end{aligned} \quad (40)$$

$$\frac{\partial}{\partial \sigma} \mu(z) = \sigma \cdot \exp(\theta + \frac{1}{2}\sigma^2) \approx \hat{\sigma} \cdot \exp(\hat{\theta} + \frac{1}{2}\hat{\sigma}^2) \quad (41)$$

Tak więc przedział ufności na poziomie ufności  $1-\alpha$  jest postaci

$$(\mu(z) - y_{1-\alpha/2} \cdot (\text{Var}(\mu(z)))^{1/2}, \mu(z) + y_{1-\alpha/2} \cdot (\text{Var}(\mu(z)))^{1/2}) \quad (42)$$

## 8. Porównywanie średnich czasów poprawnej pracy

Porównania średnich czasów poprawnej pracy dwóch próbek można dokonać jednym z następujących dwóch metod:

### I. Metoda pierwsza.

Zakłada się, że rozkłady prawdopodobieństw obu próbek różnią się jedynie parametrem skali. Zakłada się ponadto, że wektor parametrów  $\beta$  jest jednakowy dla obu próbek. W rezultacie można wprowadzić dodatkowe parametry  $\beta_{-1}$ ,  $\beta_0$  w taki sposób, że

$$\theta_1 = e^{\beta_0} \quad (43)$$

oraz

$$\theta_2 = e^{(\beta_{-1} + \beta_0)} \quad (44)$$

Ponadto  $z_0 \equiv 1$  oraz  $z_{-1} \equiv 0$  dla elementów pierwszej próby i  $z_{-1} \equiv 1$  dla

elementów drugiej próby. Przy takim postawieniu problemu wartości średnie dla prób będą równe, jeżeli będzie zachodziła równość  $\theta_1 = \theta_2$ , tzn. równość parametrów skali. To z kolei równoważne jest równości  $\beta_{-1} = 0$ . Tak więc weryfikacja hipotezy o równości średnich czasów poprawnej pracy dwu prób odbywa się, po połączeniu dwu próbek w opisany wyżej sposób, analogicznie jak to zostało opisane w rozdziale 6. Hipotezę odrzucamy, jeżeli

$$\frac{|\hat{\beta}_{-1}|}{\rho_{-1, -1}} > y_{1-\alpha/2} \quad (45)$$

W przeciwnym razie nie ma podstaw do odrzucenia hipotezy.

## II. Metoda druga.

Drugi sposób weryfikacji hipotezy o równości średnich czasów poprawnej pracy oparty jest na estymatorach wartości średnich  $\hat{\mu}_1(z)$  i  $\hat{\mu}_2(z)$ , obliczonych dla dwu prób osobno.  $\hat{\mu}_1(z) - \hat{\mu}_2(z)$  jest estymatorem największej wiarygodności różnicy  $\mu_1 - \mu_2$ . Statystyka testowa do testowania hipotezy  $\mu_1(z) = \mu_2(z)$  może być zatem:

$$S = |\hat{\mu}_1(z) - \hat{\mu}_2(z)| \cdot (\text{Var}(\hat{\mu}_1(z)) - \text{Var}(\hat{\mu}_2(z)))^{-1/2} \quad (46)$$

przy czym  $\text{Var}(\hat{\mu}_1(z))$  oraz  $\text{Var}(\hat{\mu}_2(z))$  oblicza się podobnie jak w rozdziale 7. Hipotezę  $\mu_1(z) = \mu_2(z)$  odrzucamy, gdy

$$S > y_{1-\alpha/2} \quad (47)$$

W przeciwnym razie nie ma powodów do jej odrzucenia.

## 9. Opis systemu komputerowego

Opisane metody zostały oprogramowane w języku FORTRAN 77 dla IBM-PC firmy Microsoft, wersja 3.10. System składa się z osiemnastu procedur. Oprogramowanie to było wykorzystane przy

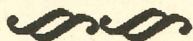
praktycznym zastosowaniu metody do analizy danych niezawodnościowych. Uzyskane wyniki potwierdzają możliwość efektywnego stosowania zaproponowanej metody do analizy niezawodności różnorodnych typów urządzeń. Oprogramowanie wykorzystano między innymi do analizy trwałości walców do walcowania blach oraz do analizy niezawodności kondensatorów dużej mocy.

## 10. Literatura

1. Kalbfleisch J., Prentice R. (1980) *The Statistical Analysis of Failure Time Data*. John Wiley & Sons.

- (1) ...
- (2) ...
- (3) ...
- (4) ...
- (5) ...
- (6) ...
- (7) ...
- (8) ...
- (9) ...
- (10) ...
- (11) ...
- (12) ...
- (13) ...
- (14) ...
- (15) ...
- (16) ...
- (17) ...
- (18) ...
- (19) ...
- (20) ...
- (21) ...
- (22) ...
- (23) ...
- (24) ...
- (25) ...
- (26) ...
- (27) ...
- (28) ...
- (29) ...
- (30) ...
- (31) ...
- (32) ...
- (33) ...
- (34) ...
- (35) ...
- (36) ...
- (37) ...
- (38) ...
- (39) ...
- (40) ...
- (41) ...
- (42) ...
- (43) ...
- (44) ...
- (45) ...
- (46) ...
- (47) ...
- (48) ...
- (49) ...
- (50) ...
- (51) ...
- (52) ...
- (53) ...
- (54) ...
- (55) ...
- (56) ...
- (57) ...
- (58) ...
- (59) ...
- (60) ...
- (61) ...
- (62) ...
- (63) ...
- (64) ...
- (65) ...
- (66) ...
- (67) ...
- (68) ...
- (69) ...
- (70) ...
- (71) ...
- (72) ...
- (73) ...
- (74) ...
- (75) ...
- (76) ...
- (77) ...
- (78) ...
- (79) ...
- (80) ...
- (81) ...
- (82) ...
- (83) ...
- (84) ...
- (85) ...
- (86) ...
- (87) ...
- (88) ...
- (89) ...
- (90) ...
- (91) ...
- (92) ...
- (93) ...
- (94) ...
- (95) ...
- (96) ...
- (97) ...
- (98) ...
- (99) ...
- (100) ...

**Zarząd**  
**Polskiego Towarzystwa Badań Operacyjnych i Systemowych**



**Prezes**

prof.dr hab.inż. Andrzej Straszak  
Instytut Badań Systemowych PAN

**Wiceprezes**

prof.dr hab.inż. Jan Stasiński  
Wojskowa Akademia Techniczna

**Wiceprezes**

prof.dr hab.inż. Stanisław Piasecki  
Instytut Badań Systemowych PAN

**Sekretarz generalny**

dr inż. Zbigniew Nahorski  
Instytut Badań Systemowych PAN

**Sekretarz**

dr inż. Jarosław Sikorski  
Instytut Badań Systemowych PAN

**Skarbnik**

dr inż. Andrzej Kafuszko  
Instytut Badań Systemowych PAN

**Członkowie**

prof.dr hab. Jerzy Kisielnicki  
Wydział Zarządzania UW

doc.dr hab.inż. Bohdan Korzan  
Wojskowa Akademia Techniczna

doc.dr hab.inż. Jan Słachowicz  
Zakład Nauk Zarządzania PAN

doc.dr hab.inż. Maciej Sysło  
Instytut Informatyki UW.

**Komisja rewizyjna**

**PRZEWODNICZĄCY**

dr Władysław Świtalski  
Katedra Cybernetyki i Badań Operacyjnych UW

**CZŁONKOWIE**

dr inż. Janusz Kacprzyk  
Instytut Badań Systemowych PAN

dr inż. Marek Malarski  
Instytut Transportu PW

doc.dr hab. Henryk Sroka  
Akademia Ekonomiczna w Katowicach

dr inż. Leon Słomiński  
Instytut Badań Systemowych PAN

TBS

41278  $\frac{1}{1}$

ZP2C -

~~Bib. podręczna~~

**PION III**