

Redaktorzy:

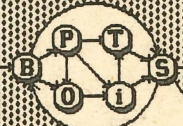
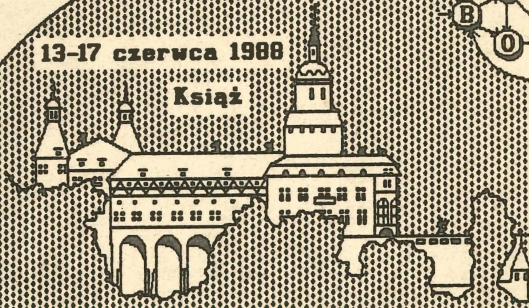
A. Straszak

Z. Nahorski

J. Sikorski

13-17 czerwca 1988

Książ



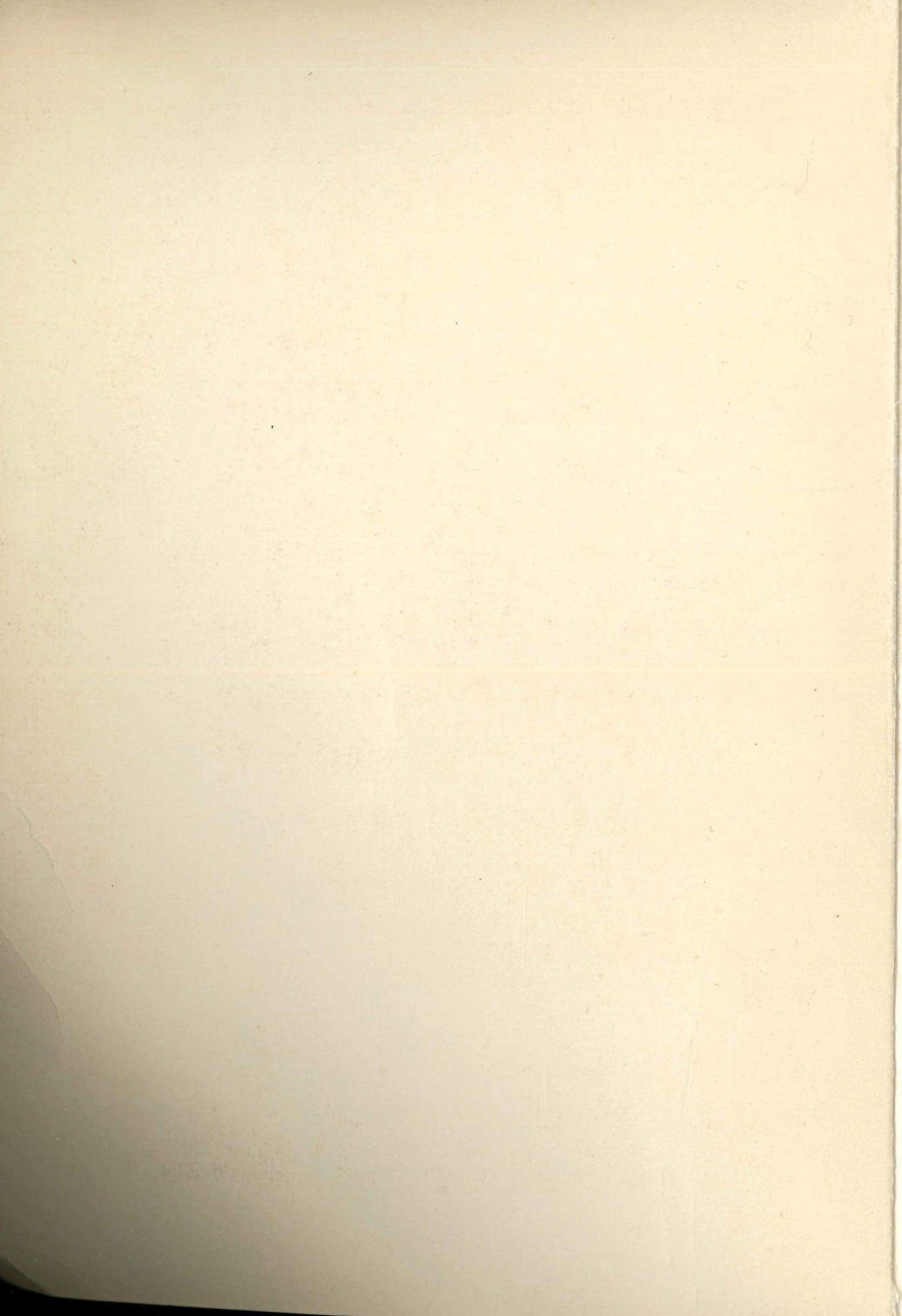
# 1. Krajowa Konferencja Badań Operacyjnych i Systemowych

TOM 2

**BOS'88**

PÓLSKIE TOWARZYSTWO BADAŃ  
OPERACYJNYCH I SYSTEMOWYCH

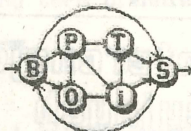
INSTYTUT BADAŃ SYSTEMOWYCH  
PÓLSKIEJ AKADEMII NAUK



POLSKIE TOWARZYSTWO BADAŃ OPERACYJNYCH I SYSTEMOWYCH

Tom 2

WSPOMAGANIE PODEJMOWANIA DECYZJI  
MODELE I SYSTEMY



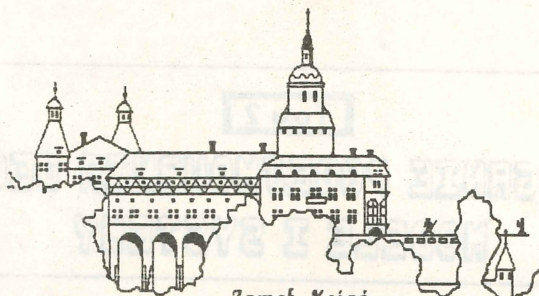
I KRAJOWA KONFERENCJA  
BADAŃ  
OPERACYJNYCH  
i  
SYSTEMOWYCH

Książ. 13 - 17 czerwca 1988

**BO'S'88**

INSTYTUT BADAŃ SYSTEMOWYCH POLSKIEJ AKADEMII NAUK

1989  
WARSZAWA



Zamek Książ

# I Krajowa Konferencja Badań Operacyjnych i Systemowych

## Organizator konferencji

Polskie Towarzystwo Badań Operacyjnych i Systemowych  
przy współpracy  
Instytutu Badań Systemowych PAN

## Komitet naukowy konferencji

Jerzy Hołubiec, Andrzej Kałużko, Jerzy Kisielnicki, Henryk Kowalowski,  
Roman Kulikowski, Franciszek Marecki, Zbigniew Nahorski,  
Stanisław Piasecki, Jarosław Sikorski, Jan Stachowicz, Jan Stasiński,  
Andrzej Straszak, Maciej Sysło, Władysław Świątalski

## Redaktorzy nauki materiałów

Andrzej Straszak, Zbigniew Nahorski, Jarosław Sikorski

konf. 41284/II



## 7. Systemy planowania i prognozowania

ZASTOSOWANIE METODY FRANKA-WOLFE'A W PLANOWANIU  
PRODUKCJI PRZEDSIĘBIORSTWA ROLNEGO

Józef Kopeć, Janusz Lasota  
Zakład Systemów Zarządzania  
Przedsiębiorstwami Rolniczymi  
Instytut Badań Systemowych PAN  
ul. Waryńskiego 17  
70 - 310 Szczecin

Skonstruowano algorytm oraz program obliczeniowy minimalizacji funkcji  $f(x) = p^T x - \sqrt{x^T S x}$  na wielościanie wypukłym, zwartym. Założono, że forma kwadratowa  $x^T S x$  jest dodatnio półokreślona i nie ma miejsc zerowych w wielościanie. Metodę zilustrowano na prostym modelu, odzwierciedlającym produkcję roślinną przedsiębiorstwa rolnego.

Z nowych badań Krawiec i in. (1988) wynika, że w zadaniach jednorocznego optymalnego planowania produkcji przedsiębiorstwa rolnego w warunkach ryzyka ważnymi charakterystykami rozwiązań są funkcjonały następującej postaci :

$$F(x) = \sum_{i=1}^n C_i x_i$$

gdzie  $x_i$  są zmiennymi decyzyjnymi,  $x = [x_1, \dots, x_n]$  jest wektorem decyzyjnym, a  $C = [C_1, \dots, C_n]$  jest wektorem losowym o

rozkładzie normalnym. Funkcjonał  $F$  jest więc zmienna losowa, której wartość oczekiwana  $m(x)$  i wariancja  $\sigma^2(x)$  są określone wzorami:

$$m(x) = \sum_{i=1}^n E(C_i) x_i, \quad \sigma^2(x) = x^T S x$$

gdzie  $S$  jest macierzą kowariancyjną zmiennych  $C_i$  ( $i=1, \dots, n$ ).

Zadanie optymalizacji planu można traktować jako problem dwukryterialny z funkcjami  $m$  i  $\sigma$ . Funkcja użyteczności

$$(*) \quad f(x) = m(x) - \gamma \sigma(x) \quad (\gamma \geq 0)$$

ma interpretację jako wielkość, którą decydent spodziewa się uzyskać z prawdopodobieństwem  $p$  związanym z  $\gamma$  przez warunek  $\phi^{-1}(1-p) = \gamma$ , gdzie  $\phi$  jest dystrybuantą rozkładu normalnego standaryzowanego. W interesie decydenta leży więc maksymalizacja funkcjonału  $f$ , który można określić jako efektywną wartość oczekiwaną zmiennej  $F$  przy ustalonym przez decydenta współczynniku ryzyka  $p$ . Powyższa interpretacja uzasadnia stosowanie funkcji użyteczności  $(*)$  jako głównej metody optymalizacji planu. Korzystanie z tej funkcji prowadzi do konieczności rozwiązania następującego zadania programowania matematycznego:

Znaleźć maksimum funkcji

$$(**) \quad f(x) = p^T x - \gamma \sigma(x),$$

gdzie

$$\sigma(x) = \sqrt{x^T S x},$$

na wielościanie wypukłym  $D = \{x \in E^n; Ax \leq b, x \geq 0\}$  przy założeniu, że  $S$  jest macierzą symetryczną wymiaru  $n \times n$  dodatnio półokreśloną,  $p \in E^n$  jest danym wektorem,  $\gamma$  - współczynnikiem nieujemnym.



Funkcja  $f$  jest różniczkowalna w każdym punkcie w którym  $x^T S x \neq 0$ , a jej pochodna kierunkowa w kierunku dowolnego wektora  $a$  wyraża się wzorem:

$$(1) \quad f'_a(x^0) = p^T a - \frac{\gamma}{\sigma(x^0)} (x^0)^T S a = \nabla f(x^0) a$$

Przy powyższych założeniach o macierzy  $S$  wyrażenie  $u^T S v$  spełnia nierówność (Schwarza) :

$$(2) \quad u^T S v \leq \sigma(u) \sigma(v) \quad , \quad (u, v \in E^n)$$

z której wynika natychmiast wypukłość funkcji  $\sigma$ , a więc wklęsłość funkcji  $f$ .

W zastosowaniach rolniczych można również założyć, że miejsca zerowe formy kwadratowej  $x^T S x$  nie leżą w wielościanie  $D$ , a przy obecnych perspektywach wdrożeń należy liczyć się z rozmiarami zadania PL rzędu  $10^2$  zmiennych i tyleż ograniczeń. W tych warunkach, mimo istnienia wielu algorytmów programowania wklęsłego przy liniowych ograniczeniach najprostrze wydaje się zaadoptowanie metody Franka-Wolfe'a, ( np. w wersji podanej w Martos (1983)), opierającej się na iterowaniu zwykłego zadania programowania liniowego, które jest dobrze znane zarówno od strony teoretycznej jak i numerycznej użytkownikom metod matematycznych w rolnictwie. Adaptacja tej metody do zadania (\*\*\*) będzie polegała na ustaleniu dla funkcji  $f$ , rozważanej w tym zadaniu, algorytmu wyznaczania kierunku wzrostu, a przede wszystkim dokładnych (nie iteracyjnych) formuł dla obliczania maksymalnej długości kroku. Oznaczmy dla  $x^0 \in D$ ,  $x \in E^n$

$$R(x^0, x) = p^T x - \frac{\gamma}{\sigma(x^0)} (x^0)^T S x$$

Mamy :

$$R(x^0, x^0) = p^T x^0 - \frac{\gamma}{\sigma(x^0)} (x^0)^T S x^0 = f(x^0)$$

$$(3) \quad f'_a(x^0) = R(x^0, x) - R(x^0, x^0) \quad \text{dla } a = x - x^0$$

$$R(x^0, x) \geq p^T x - \gamma \sigma(x) = f(x) \quad \text{dla każdego } x \in D$$

Wyznaczenie dopuszczalnego kierunku wzrostu polega na obliczeniu  $\max_D R(x^0, x) = R(x^0, y^0)$  metodą programowania liniowego. Jeżeli  $R(x^0, y^0) = f(x^0) = R(x^0, x^0)$ , to dla każdego  $x \in D$  jest:

$$f(x) \leq R(x^0, x) \leq R(x^0, y^0) = f(x^0),$$

więc  $x^0$  jest punktem optymalnym i procedura kończy się. Jeżeli  $R(x^0, y^0) > f(x^0)$ , to dla  $a = y^0 - x^0$  zachodzi

$$f'_a(x^0) = R(x^0, y^0) - R(x^0, x^0) > 0,$$

więc  $a$  jest dopuszczalnym kierunkiem wzrostu funkcji  $f$ . Długość kroku (w kierunku  $a$ ) jest określona przez warunek:

$$\max_{\lambda \in \langle 0, 1 \rangle} f(x^0 + \lambda a) = f(x^0 + \lambda_{\max} a).$$

Oznaczając  $\phi(\lambda) = f(x^0 + \lambda a)$  mamy dla  $\lambda \in \langle 0, 1 \rangle$

$$\phi'(\lambda) = f'_a(x^0 + \lambda a) = p^T a - \frac{\gamma [(x^0)^T S a + \lambda \sigma^2(a)]}{\sigma(x^0 + \lambda a)}.$$

Z założenia jest  $\sigma(x^0 + \lambda a) > 0$  dla  $\lambda \in \langle 0, 1 \rangle$ , oraz

$$(4) \quad \phi'(0) = f'_a(x^0) = p^T a - \gamma \frac{(x^0)^T S a}{\sigma(x^0)} > 0.$$

Rozpatrzmy najpierw pewne przypadki szczególne równania  $\phi'(\lambda) = 0$ .

$$1^0. \sigma(a) = 0 \text{ czyli } \sigma^2(x^0) - 2(x^0)^T S y^0 + \sigma^2(y^0) = 0$$

$$\text{Z (2) wynika, że } 0 = \sigma^2(a) > \sigma^2(x^0) - 2\sigma(x^0)\sigma(y^0) + \sigma^2(y^0) = [\sigma(x^0) - \sigma(y^0)]^2, \text{ więc } \sigma(x^0) = \sigma(y^0) \text{ i } 2\sigma^2(x^0) - 2(x^0)^T S y^0 = -2(x^0)^T S a = 0, \text{ czyli } (x^0)^T S a = 0.$$

Z (4) wynika, że  $p^T a > 0$ , więc  $\phi'(\lambda) > 0$  i  $\lambda_{\max} = 1$ .

$$2^0. T = (x^0)^T S a = \varepsilon \sigma(a) \sigma(x^0), \quad \varepsilon = \text{sgn}(T).$$

$$\text{Zatem } \sigma^2(x^0 + \lambda a) = \sigma^2(x^0) + 2\varepsilon \lambda \sigma(a) \sigma(x^0) + \lambda^2 \sigma^2(a) = [\sigma(x^0) + \lambda \varepsilon \sigma(a)]^2, \quad T + \lambda \sigma^2(a) = \sigma(a) [\varepsilon \sigma(x^0) + \lambda \sigma(a)],$$

$$\phi'(\lambda) = p^T a - \gamma \sigma(a) \varepsilon \frac{\sigma(x^0) + \lambda \varepsilon \sigma(a)}{|\sigma(x^0) + \lambda \varepsilon \sigma(a)|} = p^T a - \gamma \varepsilon \sigma(a),$$

gdź  $m(\lambda) = \sigma(x^0) + \varepsilon \lambda \sigma(a) \neq 0$  i  $m(0) > 0$ , więc  $m(\lambda) > 0$  dla  $\lambda \in (0, 1)$ .

Z (4) wynika, że  $p^T a - \gamma \varepsilon \sigma(a) > 0$ , więc  $\phi'(\lambda) > 0$  i  $\lambda_{\max} = 1$ .

$$3^0. p^T a = 0, \sigma(a) \neq 0.$$

Wobec (4) jest  $(x^0)^T S a < 0$  i  $\phi'(\lambda) = 0$  dla  $\lambda' = -\frac{(x^0)^T S a}{\sigma^2(a)} > 0$ . Wobec

$\phi'(0) > 0$  jest  $\phi'(\lambda) > 0$  w  $(0, \lambda')$ .

Oznaczmy

$$p^T a = L \text{ oraz } D(\lambda) = \phi'(\lambda) \sigma(x^0 + \lambda a) = L \sigma(x^0 + \lambda a) - \gamma [T + \lambda \sigma^2(a)].$$

Mnożąc równanie  $D(\lambda) = 0$  obustronnie przez:

$$\bar{D}(\lambda) = L \sigma(x^0 + \lambda a) + \gamma [T + \lambda \sigma^2(a)]$$

otrzymamy po prostych przekształceniach równanie:

$$(5) \quad W(\lambda) = A\lambda^2 + 2B\lambda + C = 0$$

gdzie

$$A = \sigma^2(a) Q, \quad Q = \gamma^2 \sigma^2(a) - L^2, \quad B = QT, \quad T = (x^0)^T S a,$$

$$C = \gamma^2 T^2 - L^2 \sigma^2(x^0), \quad \Delta = B^2 - AC = QL^2 U$$

$$U = \sigma^2(x^0) \sigma^2(a) - T^2 \geq 0.$$

Jeżeli  $Q=0$ , to  $A=0$  i  $B=0$ . Jeżeli  $C \neq 0$ , to (5) nie ma pierwiastków,  $\phi'(\lambda) > 0$ . Jeżeli  $Q=0$  i  $C=0$  to  $T^2 = \sigma^2(a) \sigma^2(x^0)$  i zachodzi  $2^0$ , więc w tym przypadku  $\lambda_{\max} = 1$ . Niech będzie  $Q < 0$ . Wtedy  $L \neq 0$ . Jeżeli  $U=0$ , to  $\lambda_{\max} = 1$  na mocy  $2^0$ . Jeżeli  $U \neq 0$ , to (5) nie ma pierwiastków i znów  $\lambda_{\max} = 1$ . Załóżmy, że  $Q > 0$ ,  $\sigma(a) \neq 0$ ,  $U > 0$ ,  $L \neq 0$ . Wtedy (5) ma pierwiastki :

$$\lambda_1 = \frac{-T}{\sigma^2(a)} + \frac{|L|}{\sigma^2(a)} \sqrt{\frac{U}{Q}}, \quad \lambda_2 = \frac{-T}{\sigma^2(a)} - \frac{|L|}{\sigma^2(a)} \sqrt{\frac{U}{Q}}.$$

$\bar{D}(\lambda_1) > 0$  dla  $L > 0$ ,  $\bar{D}(\lambda_2) < 0$  dla  $L < 0$ , więc dla tych wartości  $L$ ,  $\lambda_1$  i  $\lambda_2$  są pierwiastkami  $D(\lambda)$ , nie są nimi natomiast dla  $L$  o przeciwnych znakach. Zatem dla  $L \neq 0$  równanie  $D(\lambda) = 0$  ma tylko jeden pierwiastek

$$\bar{\lambda} = \frac{-T}{\sigma^2(a)} + \frac{L}{\sigma^2(a)} \sqrt{\frac{U}{Q}}.$$

Jest to również pierwiastek  $\phi'(\lambda)$ . Dla  $L=0$  wynika to z (3), a dla  $L \neq 0$  z faktu, że  $D(\lambda) = \phi'(\lambda) \sigma(x^0 + \lambda)$  i nie może być  $\sigma(x^0 + \lambda) = 0$ , gdyż pociągałoby  $D(\bar{\lambda}) \neq 0$ . Wykażemy jeszcze, że jest  $\bar{\lambda} > 0$ . Załóżmy najpierw, że  $T \geq 0$ ,  $L > 0$ . Z nierówności

(4) mamy wtedy

$$L^2 \geq \frac{\gamma^2 T^2}{\sigma^2(x^0)} \quad \text{a stąd} \quad \gamma^2 \sigma^2(a) - L^2 \leq \gamma^2 \sigma^2(a) - \frac{\gamma^2 T^2}{\sigma^2(x^0)}$$

Z definicji  $Q$  i  $U$  wynika  $Q < \frac{\gamma^2 U}{\sigma^2(x^0)}$  czyli  $\sqrt{\frac{U}{Q}} > \frac{\gamma}{\sigma(x^0)}$ .

Po pomnożeniu przez  $L$  i wykorzystaniu (4) mamy  $L\gamma\sqrt{\frac{U}{Q}} > T$ , co daje  $\lambda > 0$ . Jeżeli  $T \leq 0$ ,  $L < 0$  to postępowanie analogiczne

daje  $\sqrt{\frac{U}{Q}} < \frac{\gamma}{\sigma(x^0)}$ , a po pomnożeniu przez  $L < 0$ , nierówność

poprzednią. Dla  $T \leq 0$ ,  $L > 0$  nierówność ta jest oczywista, a ze względu na (4) nie może być  $T \geq 0$ ,  $L < 0$ . Zatem zawsze  $\bar{\lambda} > 0$

Może jednak być  $\bar{\lambda} > 1$ . Wybór  $\lambda$  określa więc następująca zasada: jeżeli  $\sigma(a) = 0$ , lub  $U = 0$ , lub  $Q \leq 0$ , to  $\lambda_{\max} = 1$ .

Jeżeli ten przypadek nie zachodzi, to

$$\lambda_{\max} = \min \left[ \frac{-T + L\gamma\sqrt{\frac{U}{Q}}}{\sigma^2(a)}, 1 \right].$$

W ten sposób we wszystkich przypadkach zostaje określony punkt  $x^1 = x^0 + \lambda_{\max} a$ , który staje się nowym punktem początkowym. Po skończonej liczbie kroków zostaje osiągnięty warunek optymalności, lub też procedura generuje nieskończony ciąg punktów  $x^m \in D$ , ( $m = 0, 1, 2, \dots$ ). Ciąg  $f(x^m)$  jest zawsze zbieżny do pewnej liczby  $\mu$ , gdyż jest rosnący i ograniczony. Ciąg  $(x^m)$  ma punkt skupienia  $\bar{x}$  (bo  $D$  jest zwarty). Każdy taki punkt jest rozwiązaniem optymalnym, co wynika z wklęsłości funkcji  $f$  (Martos 1983).

Oszacowanie błędu wartości funkcji celu w  $m$ -tej iteracji można uzyskać korzystając z nierówności w (3)

$$f(\bar{x}) \leq R(x^m, \bar{x}) \leq R(x^m, y^m)$$

Po obustronnym odjęciu  $R(x^m, x^m) = f(x^m)$  mamy wobec monotoniczności  $f(x^m)$

$$(6) \quad 0 \leq f(\bar{x}) - f(x^m) \leq R(x^m, y^m) - R(x^m, x^m) = f'_a(x^m)$$

gdzie  $a^m = y^m - x^m$ . Zatem

$$(6') \quad f(x^m) \leq f(\bar{x}) \leq f(x^m) + f'_a(x^m) = R(x^m, y^m).$$

Z ogólnych formuł metody wynika, że dla  $x^m \rightarrow \bar{x}$  ciąg  $f'_a(x^m) \rightarrow f'_a(\bar{x})$ . Zatem oznaczając przez  $\epsilon$  żadaną dokładność przybliżenia można jako warunek zatrzymania przyjąć:

$$f'_a(x^m) = R(x^m, y^m) - f(x^m) < \epsilon,$$

lub też ustalić z góry liczbę iteracji i kontrolować dokładność.

Jako przykład zastosowania może służyć model opisujący produkcję roślinną przedsiębiorstwa rolnego pochodzący z pracy Krawiec (1977). Funkcją celu  $F(x)$  jest wielkość produkcji, której wartość oczekiwana jest optymalizowana w modelu przedstawionym na rys.1.

Optymalizację efektywnej wartości oczekiwanej przeprowadzono w oparciu o program WOLFRAN<sup>1)</sup>, opracowany w Instytucie Badań Systemowych PAN w Szczecinie, zawierający zmodyfikowany algorytm Franka - Wolfe'a.

Obliczając wartości optymalne funkcji  $f$  dla 18 wielkości  $\gamma \in (0,50)$  otrzymano przegląd rozwiązań niezdominowanych w przedziale zmienności wartości oczekiwanej od maksymalnej do odpowiadającej minimum wariancji. Uzyskane wyniki przedstawiono na rys.3.

Szczególne znaczenie w tej metodzie mają rozwiązania dla  $\gamma \in (0,3)$  dla których współczynnik ryzyka  $p \in (1/2, 0.999)$ . Ich obliczenie wymaga niewielkiej liczby iteracji i jest bardzo szybkie, co wynika z przykładów rozwiązań przedstawionych na rys.2.

1) Program w języku BASIC TURBO na mikrokomputery kompatybilne z IBM PC XT/AT w podstawowej konfiguracji.

Rys. 1

WYDRUK MODELU TESTMOD

TESTMOD	PSZENICA	ZYTO	RZEPAK	ZIEMNIAKI	KUKURYDZA	REL	OGR.
FN-CELU	36.8	31.7	44.4	41.9	39.5		
GRUNTY	1	1	1	1	1	=	96
POW.ZBOZ	1	1				<=	60
POW.RZEP			1			<=	14
PRACA 06	8.2	8	8.2	32.1	8.9	<=	1640
PRACA1			.8	4.8	2	<=	330
PRACA2	4.5	4.7	1.9			<=	290
SLOMA	54	64	34			>=	2170

WYDRUK MACIERZY KOWARIANCJI

TESTMOD	PSZENICA	ZYTO	RZEPAK	ZIEMNIAKI	KUKURYDZA
PSZENICA	96.04	52.65			
ZYTO	52.65	46.24	50.38		
RZEPAK		50.38	42.25		
ZIEMNIAKI				150.68	
KUKURYDZA					134.65

Rys.2. WYNIKI OBLICZEŃ OPTIMALIZACYJNYCH PROGRAMEM "WOLFRAN" DLA MODELU TESTMOD

Dla RYZYKA=50.0 % CZAS = 0.494 S

Zmienne w rozwiązaniu optymalnym

1 PSZENICA	=	31.37037037
2 ZYTO	=	0.00000000
3 RZEPAK	=	14.00000000
4 ZIEMNIAK	=	35.23100255
5 KUKURYDZ	=	15.39862708

Wartość liniowej części funkcji celu L(X) = 3860.454406

Dla RYZYKA=10.0 % CZAS = 1.044 S LICZBA ITERACJI = 2

Zmienne w rozwiązaniu optymalnym

1 PSZENICA	=	31.37037037
2 ZYTO	=	0.00000000
3 RZEPAK	=	14.00000000
4 ZIEMNIAK	=	27.42298236
5 KUKURYDZ	=	23.20664727

Wartość liniowej funkcji celu FN-CELU = 3841.7151577

Wartość funkcji celu FN-CELU = 3154.0514517

Wartość odchylenia standardowego = 537.2372823

Dokładność oszacowania funkcji celu = 0.0000000

Dla RYZYKA=20.0 % CZAS = 1.044 S LICZBA ITERACJI = 2

Zmienne w rozwiązaniu optymalnym

1 PSZENICA	=	31.37037037
2 ZYTO	=	0.00000000
3 RZEPAK	=	14.00000000
4 ZIEMNIAK	=	30.75151537
5 KUKURYDZ	=	19.87811426

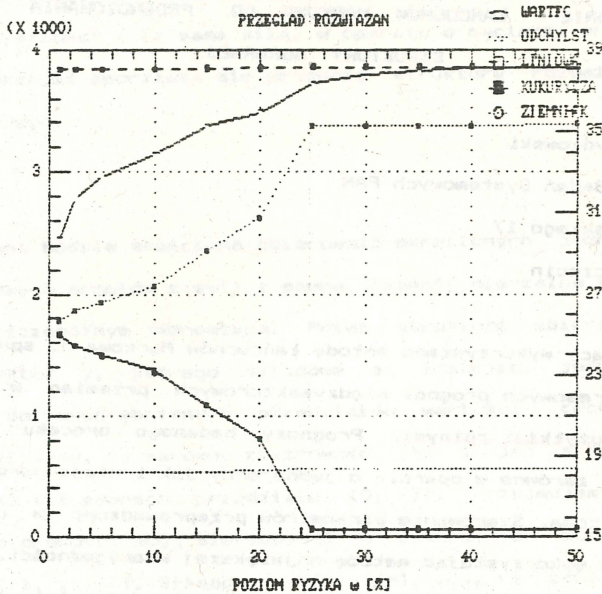
Wartość liniowej funkcji celu FN-CELU = 3849.7036369

Wartość funkcji celu FN-CELU = 3483.6536781

Wartość odchylenia standardowego = 546.3432085

Dokładność oszacowania funkcji celu = 0.0000000

Rys.3. PRZEGLĄD ROZWIĄZAŃ NIEZDOMINOWANYCH W PRZEDZIALE ZMIENNOŚCI WARTOŚCI OCZEKIWANEJ.



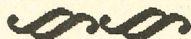
#### Literatura

1. Krawiec B. (1977) Zastosowanie programowania stochastycznego w planowaniu produkcji roślinnej. Nauka-Praktyce. AR Szczecin.
2. Krawiec B. i in. (1988) Wielokryterialny model jednorocznego planowania produkcji w przedsiębiorstwie rolnym. Opracowanie zbiorowe. ZSZPR IBS PAN, Szczecin.
3. Martos B. (1983) Programowanie nieliniowe. PWN





**Zarząd**  
**Polskiego Towarzystwa Badań Operacyjnych i Systemowych**



**Prezes**

prof.dr hab.inż. Andrzej Straszak  
Instytut Badań Systemowych PAN

**Wiceprezes**

prof.dr hab.inż. Jan Stasiński  
Wojskowa Akademia Techniczna

**Wiceprezes**

prof.dr hab.inż. Stanisław Piasecki  
Instytut Badań Systemowych PAN

**Sekretarz generalny**

dr inż. Zbigniew Nahorski  
Instytut Badań Systemowych PAN

**Sekretarz**

dr inż. Jarosław Sikorski  
Instytut Badań Systemowych PAN

**Skarbnik**

dr inż. Andrzej Kałużko  
Instytut Badań Systemowych PAN

**Członkowie**

prof.dr hab. Jerzy Kisielnicki  
Wydział Zarządzania UW

doc.dr hab.inż. Bohdan Korzan  
Wojskowa Akademia Techniczna

doc.dr hab.inż. Jan Stachowicz  
Zakład Nauk Zarządzania PAN

doc.dr hab.inż. Maciej Sysło  
Instytut Informatyki UW.

**Komisja rewizyjna**

**PRZEWODNICZĄCY**

dr Władysław Świtalski  
Katedra Cybernetyki i Badań Operacyjnych UW

**CZŁONKOWIE**

dr inż. Janusz Kacprzyk  
Instytut Badań Systemowych PAN

dr inż. Marek Malarski  
Instytut Transportu PW

doc.dr hab. Henryk Sroka  
Akademia Ekonomiczna w Katowicach

dr inż. Leon Słomiński  
Instytut Badań Systemowych PAN

IBS Kauf.

41284/  
II

IBS