



**INSTYTUT BADAŃ SYSTEMOWYCH
POLSKIEJ AKADEMII NAUK**

**TECHNIKI INFORMACYJNE
TEORIA I ZASTOSOWANIA**

Wybrane problemy
Tom 2 (14)

poprzednio

**ANALIZA SYSTEMOWA W FINANSACH
I ZARZĄDZANIU**

Pod redakcją
Andrzeja MYŚLIŃSKIEGO

Warszawa 2012



**INSTYTUT BADAŃ SYSTEMOWYCH
POLSKIEJ AKADEMII NAUK**

**TECHNIKI INFORMACYJNE
TEORIA I ZASTOSOWANIA**

Wybrane problemy
Tom 2 (14)

poprzednio

**ANALIZA SYSTEMOWA W FINANSACH
I ZARZĄDZANIU**

Pod redakcją
Andrzeja Myślińskiego

Warszawa 2012

Wykaz opiniodawców artykułów zamieszczonych w
niniejszym tomie:

Dr hab. inż. Andrzej MYŚLIŃSKI, prof. PAN

Dr hab. inż. Ryszard SMARZEWSKI, prof. KUL

Dr hab. Dominik ŚLĘZAK

Prof. dr hab. inż. Andrzej STRASZAK

Prof. dr hab. inż. Stanisław WALUKIEWICZ

Dr hab. Adam WIERZBICKI

Copyright © by Instytut Badań Systemowych PAN
Warszawa 2012

ISBN 9788389475442

PROGRAMOWANIE LINIOWE W OPTYMALIZACJI STANÓW MAGAZYNU

Konrad Świstelnicki

*Studia Doktoranckie IBS PAN,
e-mail: kswistelnicki@ibspan.waw.pl*

Streszczenie. Artykuł jest poświęcony identyfikacji wielowymiarowego modelu programowania liniowo-dynamicznego oraz symulacji optymalnego planu dostaw. W początkowej części znajduje się charakterystyka zagadnienia gospodarki magazynowej. Kolejne rozdziały dotyczą konstrukcji dynamicznego modelu liniowego na potrzeby badania normatywnych stanów magazynowych. Zostaje również przeprowadzona analiza wybranego przedsiębiorstwa i otrzymanych wyników. Kończącym etapem jest ocena efektywności działania modelu.

Słowa kluczowe: optymalizacja, stany magazynowe, programowanie liniowo-dynamiczne, plan dostaw

1 WSTĘP

Współczesne przedsiębiorstwa handlowe oraz produkcyjne często borykają się z problemem optymalnego rozmieszczenia zasobów. Osoby na stanowiskach kierowniczych dążą do uzyskania jak największego zysku. Stają przed problemem doboru odpowiednich proporcji asortymentu w przypadku firm handlowych lub materiałów w firmach produkcyjnych. W podjęciu decyzji pomaga wcześniejsza analiza rynku, kosztów magazynowania, określenie preferencji klientów oraz sytuacji ekonomicznej w gospodarce.

Szczególnie nieduże przedsiębiorstwa muszą być niezwykle ostrożne w gospodarowaniu zapasami. Posiadając mniejsze zasoby finansowe nie mogą pozwolić sobie na zaleganie zbyt dużych ilości towarów w magazynie. Jeszcze bardziej dotkliwa może być utrata potencjalnego klienta w momencie, gdy nie ma w magazynie poszukiwanego przez niego towaru. Najbardziej korzystna sytuacja jest w momencie, gdy w cyklu sprzedaży biorą udział wszystkie towary znajdujące się w magazynie, a jednocześnie nie dopuszcza się do sytuacji, gdy pojawiają się braki towarowe. Znaleźnienie takiego punktu równowagi jest trudnym zadaniem, dlatego warto

wspierać się systemami, które za pomocą narzędzi matematycznych potrafią wskazać nam optymalne rozwiązania. Jakość rozwiązania dostarczonego przez system bezpośrednio zależy od sposobu konstrukcji modelu matematycznego i odpowiedniego odwzorowania procesów zachodzących w rzeczywistości.

Celem pracy dyplomowej [6], na podstawie której powstał niniejszy artykuł, była prezentacja modelu liniowo-dynamicznego na potrzeby optymalizacji stanów magazynowych. Podstawową jednostką jest blok zmiennej obrotu magazynowego w tygodniu, rozpatrywany w miesiącach największej aktywności firmy. Definiując stany początkowe magazynu $M_i(0)$, gdzie i określa grupę towaru, zapotrzebowanie na towar i , jakie wykazuje rynek oraz odzwierciedlając wewnętrzną strukturę magazynu możliwa będzie budowa modelu matematycznego pozwalającego na wyznaczenie optymalnych stanów magazynowych dla towaru i oraz odpowiednie rozmieszczenie go w magazynie. Opracowana standaryzacja konstrukcji modelu umożliwi w przyszłości budowę wyspecjalizowanego systemu wspomagania decyzji w zakresie gospodarki materiałowej [4].

2 ISTOTA DYNAMICZNEGO PROGRAMOWANIA LINIOWEGO

Podstawową cechą odróżniającą programowanie liniowo-dynamiczne od zadań statycznych jest fakt, iż modele linowe skupiają się tylko na wyznaczeniu optymalnego rozwiązania, natomiast w modelach liniowo-dynamicznych równorzędne znaczenie z wyznaczeniem optymalnej trajektorii rozwiązania (optymalnego programu rozwoju systemu) ma również wyznaczenie optymalnego sposobu realizacji trajektorii. Zatem w dynamicznym programowaniu liniowym występują dwa powiązane zadania: problem wyznaczenia optymalnego planu rozwoju systemu oraz problem realizacji i sterowania wyznaczonym planem [5].

Modele programowania liniowo-dynamicznego znajdują bardzo szerokie zastosowanie w wielu dziedzinach zarządzania, ekonomii, gospodarki materiałowej, a nawet w rolnictwie. Z tego powodu bardzo istotnym elementem jest odpowiednie sformułowanie modelu sterowania tak, aby wiernie oddać specyfikę danego obiektu sterowania. Należy szczególnie precyzować wszelkie wpływy otoczenia, czyli zarówno uwarunkowania ekonomiczno-gospodarcze, jak i podsystem informacyjno-decyzyjny oraz wszelkie organizacje funkcjonujące poza jego obrębem.

Istotą zarówno programowania liniowego, jak i innych zagadnień związanych z badaniami operacyjnymi jest budowanie modeli matematycznych

oraz otrzymywanie na ich podstawie rekomendacji decyzyjnych. Wg H. Wagnera jest to drugie standardowe stadium analizy jakościowej [8].

Cały proces sterowania zapasami rozpatrywany jest w czasie i obejmuje [1]:

- określenie celu sterowania oraz sformułowanie kryterium sterowania;
- określenie czynników ograniczających rozważany proces oraz warunków jego realizacji, oczekiwane rezultaty oraz horyzont czasu sterowania;
- opracowanie algorytmu sterowania.

Kolejnym krokiem jest stworzenie modelu matematycznego sterowania, który będzie składał się z równań dynamiki i ograniczeń, kryterium sterowania oraz określenie wektorów stanów i sterowań zależnych od czasu.

Zadaniem liniowych równań dynamiki i ograniczeń jest przeprowadzenie obiektu sterowania ze stanu poprzedniego do następnego. Uwzględniają one stan (opisany przez zdefiniowany wektor stanu), w jakim znajdował się przedmiot sterowania w stanie początkowym oraz sterowania, jakie można stosować przy przejściu pomiędzy poszczególnymi stanami oraz ograniczenia, odnoszące się do poszczególnych stanów [3].

Po zbudowaniu modelu matematycznego następuje optymalizacja funkcji kryterium, która polega na znalezieniu takiego zbioru zmiennych sterujących i odpowiadającej mu trajektorii, aby spełnione były warunki określonych ograniczeń modelu matematycznego, a funkcja kryterium sterowania osiągnęła wcześniej wyznaczone ekstremum.

W wyniku optymalizacji za pomocą programowania liniowo-dynamicznego otrzymujemy optymalne przejście od stanu początkowego do końcowego, które jest jednoznaczne z optymalnym planem rozwoju systemu o określonym w założeniach przedziale czasowym. Jednocześnie rozwiązanie wskazuje optymalne sterowanie modelu [2].

3 PRZEDSIĘBIORSTWO HANDLOWE JAKO PRZEDMIOT OPTYMALIZACJI

Jako przedmiot modelowania oraz sterowania obrano małą firmę handlową o nazwie „Marco Marine” specjalizującą się w branży żeglarskiej. Przedsiębiorstwo jest rzeczywistym podmiotem gospodarczym znajdującym się w Szczecinie przy ulicy Łady 2, prowadzącym sprzedaż artykułów związanych z żeglarstwem oraz sportami wodnymi. W firmie na stałe zatrudnione są 3 osoby i korzystają z pomieszczeń biurowych, które stanowią

siedzibę oraz magazyn o powierzchni 90 m². Pomija się zasoby środków trwałych np. komputery, sprzęt biurowy, samochody, gdyż są to elementy nieuwzględnione w modelu.

Przedsiębiorstwo prowadzi stałą sprzedaż akcesoriów do sportów wodnych kilkunastu producentów oraz jest przedstawicielem handlowym na Polskę producenta silników do łodzi i motorówek – firmy Tohatsu. Działalność prowadzona przez firmę skupia się na sprzedaży towarów kilku wiodących producentów w branży żeglarskiej. Na działalność przedsiębiorstwa bezpośrednio wpływa sezonowy charakter sportów wodnych.

Do podstawowych kontrahentów można zaliczyć następujące firmy:

- Johnson Pump – pompy wodne,
- Teleflex – systemy sterowania,
- Vitrifrigo – lodówki do łodzi,
- Wallas – kuchenki i systemy ogrzewania,
- Tohatsu – silniki do łodzi,
- Watski – artykuły różne.

Asortyment oferowany przez producentów można podzielić na kolejne grupy charakteryzujące się odmiennym sposobem magazynowania, bądź znaczną różnicą gabarytów. W wyniku tego artykuły firmy Teleflex można podzielić na systemy sterowania oraz ciągną do systemów sterowania, podobnie firma Tohatsu oferuje kompletne silniki do łodzi oraz pełną gamę części zamiennych do silników. Ze względu na rozmiary modelu nie rozpatruje się dalszych podziałów towarów na podgrupy asortymentowe.

3.1 Założenia charakterystyczne dla profilu firmy

Ze względu na handlowy charakter przedsiębiorstwa dąży się do przygotowania ilości magazynowanych towarów w odpowiedniej proporcji tak, aby w maksymalnym stopniu zaspokoić zapotrzebowanie rynku oraz zapewnić maksymalny zysk firmie. Dzięki maksymalizacji syntetycznego, ekonomicznego miernika działalności gospodarstwa, jakim jest zysk możliwe staje się realizowanie zbieżności pozostałych celów.

Asortyment, który stanowi największą część działalności handlowej przedsiębiorstwa podzielono na 8 grup. Klasyfikacja ta łączy charakterystykę towaru, producenta oraz miejsce przechowywania:

1. Pompy (Johnson Pump)
2. Systemy sterowania (Teleflex)
3. Lodówki (Vitrifrigo)
4. Kuchenki (Wallas)

5. Silniki (Tohatsu)
6. Części do silników (Tohatsu)
7. Asortyment Watski
8. Ciężna do systemów sterowania (Teleflex).

Został wprowadzony również podział miejsc w magazynie na cztery grupy:

A – Długie półki, B – Półki, C – Pojemniki, D – Podłoga.

Na podstawie rzeczywistych wymiarów magazynu oraz pojemności miejsc magazynowych do każdego miejsca został określony rodzaj towaru oraz maksymalna jego ilość, jaka może być w danym miejscu składowana. Poniższa tabela zawiera również największą dopuszczalną ilość towaru jaka może znaleźć się w magazynie.

Tabela 1. Organizacja magazynu

	1	2	3	4	5	6	7	8
A								800
B	980	500	10	70		200	100	
C		700				300		
D			15	80	60		200	
Stan max	980	1200	25	150	60	500	300	800
j.m.	szt.	szt.	szt.	szt.	szt.	szt.	szt.	szt.

Źródło: [9] oraz opracowanie własne

Przyjęto okres czasu T jednego tygodnia i założenie, iż w okresie początkowym T_0 stany magazynowe są niezerowe. Z racji sezonowości branży żeglarskiej dane historyczne na temat sprzedaży w latach 2007 oraz 2008 pochodzą z miesięcy charakteryzujących się największymi obrotami tj. marca, kwietnia i maja. Na podstawie tych danych zostały wyznaczone prognozy zapotrzebowania na towary z każdej z grup towarów. Zysk, stanowiący ocenę rozwiązania modelu wyraża się iloczynem narzuconej marży na każdą z grup towarów oraz ilości sprzedanego towaru. Marża odnosi się do średniej ceny towarów w grupie. Zysk jednostkowy Z_i oraz prognozowane zapotrzebowanie na towary $P_i(1)$ prezentuje poniższa tabela:

Tabela 2. Dane handlowe dotyczące asortymentu

i	GRUPA TOWARU	ZYSK JEDNOSTKOWY	ZAPOTRZEBOWANIE szt/tydz.
1	Pompy (Johnson Pump)	423,00 zł	133
2	Systemy sterowania (Teleflex)	169,00 zł	562
3	Lodówki (Vitrifrigo)	578,00 zł	6
4	Kuchenki (Wallas)	578,00 zł	42
5	Silniki (Tohatsu)	5 400,00 zł	11
6	Części (Tohatsu)	100,00 zł	115
7	Watski	20,00 zł	80
8	Cięgna (Teleflex)	115,00 zł	207

Źródło: [9] i [10] oraz opracowanie własne

Budowany model ma posłużyć do wyznaczenia odpowiednich stanów magazynowych w każdej z grup towarów, tak aby zaspokoić popyt, oraz zapewnić maksymalizację zysku. Dzięki funkcjonalności modelu możliwe będzie optymalne planowanie dostaw oraz najbardziej oszczędne zagospodarowanie magazynu. Należy pamiętać, że wyznaczony za pomocą modelu zysk jest wartością netto, nie uwzględniającą żadnych kosztów oraz zakładamy wyprzedanie całego asortymentu z magazynu w ciągu tygodnia. Z tego powodu wyliczony zysk nie musi być wartością dokładną i jest tylko oceną rozwiązań modelu, gdyż zasadniczym celem optymalizacji jest określenie właściwych proporcji rozmieszczenia towarów w magazynie.

4 KONCEPCJA MODELU LINIOWO-DYNAMICZNEGO NA POTRZEBY OPTIMALIZACJI STANÓW MAGAZYNOWYCH

Jako kryterium oceny rozwiązania przyjęto maksymalizację zysku uzyskanego ze sprzedaży towarów. Koszty magazynowania oraz działalności firmy są stałe i nie wpływa na nie ilość towaru znajdującego się w magazynie, więc zostały pominięte w rozwiązaniu modelu.

4.1 Model

Przed rozpoczęciem budowy modelu należy określić zmienne decyzyjne, które będą niezbędne w procesie decyzyjnym. Są one ściśle powiązane z parametrami charakteryzującymi działalność firmy.

Zmienne wykorzystane do budowy modelu można podzielić na trzy grupy:

- początkowy stan magazynu – $M_i(0)$ - dane,
- rozkład towarów na półkach (zmienne sterowania) – $U_{ij}(0)$ - dane,

– stan końcowy magazynu – $M_i(1)$ - szukane,

gdzie:

$i = 1, \dots, 8$ oznacza nr grupy towarów

$j = A, \dots, D$ oznacza miejsce magazynowe.

Jednostką, w jakiej wyrażana jest ilość towaru oraz jego zapotrzebowanie od strony rynku jest sztuka. Jednostką pieniężną jest polski złoty.

W celu otrzymania jak najdokładniejszych wyników nałożono na model szereg ograniczeń, które odzwierciedlają rzeczywiste środowisko i warunki w jakich funkcjonuje przedsiębiorstwo. Nałożone ograniczenia są liniowe i przedstawiają przejścia magazynu ze stanu t do $t + 1$, czyli z danego tygodnia na kolejny tydzień w trzech miesiącach największej aktywności firmy.

Stan początkowy. Ponieważ model zostanie zastosowany w istniejącym już przedsiębiorstwie należy określić ilość towarów znajdującą się w magazynie w momencie rozpoczęcia działania modelu:

$$\begin{aligned} M_1(0) &= 120, M_2(0) = 250, M_3(0) = 5, M_4(0) = 5, \\ M_5(0) &= 8, M_6(0) = 80, M_7(0) = 45, M_8(0) = 90 \end{aligned} \quad (1)$$

Ograniczenia ilości i towarów. W tabeli 1 przedstawiono pojemność poszczególnych miejsc magazynowych na poszczególne towary. Przykładowo na miejscu B (półki) może mieścić się maksymalnie 980 szt. towaru 1 (pomp). Na podstawie tabeli 1 powstały ograniczenia dolne oraz górne związane z przestrzenią magazynową:

$$\left\{ \begin{array}{l} M_1(0) \leq U_{B1}(0) \leq 980, \\ M_2(0) \leq U_{B2}(0) + U_{C2}(0) \leq 1200, \\ M_3(0) \leq U_{B3}(0) + U_{D3}(0) \leq 25, \\ M_4(0) \leq U_{B4}(0) + U_{D4}(0) \leq 150, \\ M_5(0) \leq U_{D5}(0) \leq 60, \\ M_6(0) \leq U_{B6}(0) + U_{C6}(0) \leq 500, \\ M_7(0) \leq U_{B7}(0) + U_{D7}(0) \leq 300, \\ M_8(0) \leq U_{A8}(0) \leq 800 \end{array} \right. \quad (2)$$

z czego otrzymamy następujące nierówności:

$$\begin{cases} M_1(0) - U_{B1}(0) \leq 0, \\ M_2(0) - U_{B2}(0) - U_{C2}(0) \leq 0, \\ M_3(0) - U_{B3}(0) - U_{D3}(0) \leq 0, \\ M_4(0) - U_{B4}(0) - U_{D4}(0) \leq 0, \\ M_5(0) - U_{D5}(0) \leq 0, \\ M_6(0) - U_{B6}(0) - U_{C6}(0) \leq 0, \\ M_7(0) - U_{B7}(0) - U_{D7}(0) \leq 0, \\ M_8(0) - U_{A8}(0) \leq 0 \end{cases} \quad (3)$$

i

$$\begin{cases} U_{B1}(0) \leq 980, \\ U_{B2}(0) + U_{C2}(0) \leq 1200, \\ U_{B3}(0) + U_{D3}(0) \leq 25, \\ U_{B4}(0) + U_{D4}(0) \leq 150, \\ U_{D5}(0) \leq 60, \\ U_{B6}(0) + U_{C6}(0) \leq 500, \\ U_{B7}(0) + U_{D7}(0) \leq 300, \\ U_{A8}(0) \leq 800 \end{cases} \quad (4)$$

Ograniczenia (3) odpowiadają za to, aby stan danego towaru w magazynie nigdy nie stał się ujemny, natomiast ograniczenia (4) są odpowiedzialne za to, aby nie przekroczone ograniczeń nałożonych przez Tabelę 1.

Ograniczenia pojemności miejsc magazynowych. W każdym z miejsc magazynowych może być przechowywana pewna ilość towarów z różnych grup, pod warunkiem, że miejsce jest odpowiednie do magazynowania danego asortymentu. Aby towary z różnych grup magazynowane na tym samym miejscu nie przekroczyły jego całkowitej pojemności odpowiadają następujące ograniczenia:

$$\begin{cases} \frac{U_{A8}(0)}{800} \leq 1, \\ \frac{U_{B1}(0)}{980} + \frac{U_{B2}(0)}{500} + \frac{U_{B3}(0)}{10} + \frac{U_{B4}(0)}{70} + \frac{U_{B5}(0)}{200} + \frac{U_{B6}(0)}{100} \leq 1, \\ \frac{U_{C2}(0)}{700} + \frac{U_{C6}(0)}{300} \leq 1, \\ \frac{U_{D3}(0)}{15} + \frac{U_{D4}(0)}{80} + \frac{U_{D5}(0)}{60} + \frac{U_{D7}(0)}{200} \leq 1 \end{cases} \quad (5)$$

Zapotrzebowanie na towary. Ograniczenie związane z zapotrzebowaniem na towary jest ograniczeniem wynikającym z prognoz dotyczących zapotrzebowania dokonanych na podstawie danych historycznych

pochodzących z lat ubiegłych:

$$\begin{cases} U_{B1}(0) \geq P_1(1), \\ U_{B2}(0) + U_{C2}(0) \geq P_2(1), \\ U_{B3}(0) + U_{D3}(0) \geq P_3(1), \\ U_{B4}(0) + U_{D4}(0) \geq P_4(1), \\ U_{D5}(0) \geq P_5(1), \\ U_{B6}(0) + U_{C6}(0) \geq P_6(1), \\ U_{B7}(0) + U_{D7}(0) \geq P_7(1), \\ U_{A8}(0) \geq P_8(1) \end{cases} \quad (6)$$

gdzie $P_i(1)$, $i = 1, \dots, 8$ określają zapotrzebowanie na towary od 1 do 8 (patrz Tabela 2).

Bilans. Bilans stanowi połączenie zmiennych sterujących $U_{ij}(1)$ z wynikiem działania modelu, czyli z końcowym stanem magazynu M_i gdzie: $i = 1, \dots, 8$ oznacza nr grupy towarów
 $j = A, \dots, D$ oznacza miejsce magazynowe.

$$\begin{cases} M_1(1) = U_{B1}(1), \\ M_2(1) = U_{B2}(1) + U_{C2}(1), \\ M_3(1) = U_{B3}(1) + U_{D3}(1), \\ M_4(1) = U_{B4}(1) + U_{D4}(1), \\ M_5(1) = U_{D5}(1), \\ M_6(1) = U_{B6}(1) + U_{C6}(1), \\ M_7(1) = U_{B7}(1) + U_{D7}(1), \\ M_8(1) = U_{A8}(1) \leq 0 \end{cases} \quad (7)$$

Ograniczenia dodatkowe. Istnieje ograniczenie, które wynika z polityki firmy i ogranicza ilość towaru 8 (ciągną do systemów sterowania) do 250 szt:

$$M_8(1) \leq 250. \quad (8)$$

Również ograniczeniem zdefiniowanym za pomocą ustawienia typu zmiennych w programie Prostat 2 było żądanie wyników w postaci liczb całkowitych.

Funkcja celu. Ze względu na fakt, że model będzie funkcjonował w przedsiębiorstwie handlowym, które dąży do maksymalizacji zysków dzięki optymalnemu zarządzaniu magazynem, konieczne było wprowadzenie funkcji celu maksymalizującej zysk, jako wskaźnik jakości rozwiązania.

Funkcja celu:

$$\begin{aligned}
 f = & M_{B1}(1) * Z_1 + (M_{B2}(1) + M_{C2}(1)) * Z_2 + \\
 & (M_{B3}(1) + M_{D3}(1)) * Z_3 + (M_{B4}(1) + M_{D4}(1)) * Z_4 + \\
 & M_{D5}(1) * Z_5 + (M_{B6}(1) + M_{C6}(1)) * Z_6 + \\
 & (M_{B7}(1) + M_{D7}(1)) * Z_7 + M_{A8}(1) * Z_8 - > max,
 \end{aligned} \tag{9}$$

gdzie $M_{B_i}(1)$, $M_{C_i}(1)$, $M_{D_i}(1)$, $i = 1, \dots, 8$ są zmiennymi optymalizowanymi, natomiast Z_i , $i = 1, \dots, 8$ oznacza zysk jednostkowy ze sprzedaży towaru z grupy i , który jest zadany (Tabela 2).

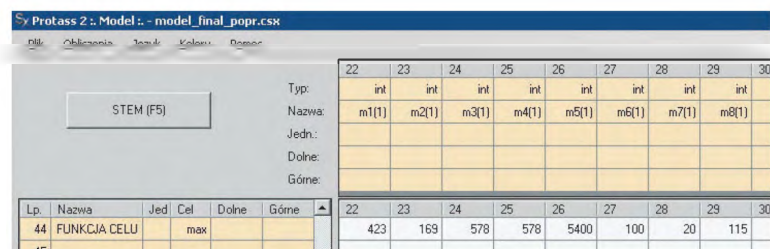
5 ROZWIĄZANIE MODELU

Do rozwiązania przygotowanego modelu wykorzystano program Protass 2, dostępny bezpłatnie w zasobach Wydziału Informatyki Zachodniopomorskiego Uniwersytetu Technologicznego w Szczecinie. Jest to aplikacja działająca w środowisku Windows, implementująca metodę interaktywną STEM [7]. Jest to metoda iteracyjna, w której w pierwszym kroku wykorzystuje się zadanie Czebyszewa i znajduje rozwiązanie leżące najbliżej idealnego. W drugim kroku przez dodanie odpowiednich ograniczeń można znaleźć inne rozwiązania sprawne.

Wszystkie zmienne i ograniczenia zdefiniowane w modelu zostały wprowadzone do programu jednorazowo. Łączna liczba zmiennych wyniosła 29, natomiast ograniczeń było 43. Aplikacja pozwala na zdefiniowanie ograniczeń w kolejnych wierszach, w których każda kolumna jest jedną zmienną. Przy zmiennych, które występują w ograniczeniu wpisana jest wartość czynnika stojącego przy zmiennej w modelu.

Funkcja celu w programie Protass 2 definiowana jest w ostatnim wierszu ograniczeń z zadaniem jako „max”, który oznacza maksymalizację. (Rys 1.)

Po wprowadzeniu do aplikacji wszystkich ograniczeń oraz funkcji celu możliwe jest wyznaczenie optymalnego rozwiązania modelu.



Rys. 1. Sposób definiowania funkcji celu w programie Protass 2.

W wyniku otrzymano optymalne proporcje rozkładu towarów w magazynie. Zmienne sterujące reprezentują ilość danego towaru na konkretnym miejscu magazynowym, natomiast ilości towarów, które powinny zostać zamówione O_i można obliczyć odejmując stany końcowe od początkowych.

$$O_i = M_i(1) - M_i(0) \quad (10)$$

gdzie $i = 1, \dots, 8$. Pełne rozwiązanie modelu przedstawiają następujące

Rys. 2. Reprezentacja części rozwiązania w programie Protass 2.

tabele. Wartości $M_i(0)$ zostały wprowadzone do modelu w postaci jednego z ograniczeń.

Tabela 3. Zadane stany początkowe magazynu

Nazwa zmiennej	$M_1(0)$	$M_2(0)$	$M_3(0)$	$M_4(0)$	$M_5(0)$	$M_6(0)$	$M_7(0)$	$M_8(0)$
Wartość	120	250	5	5	8	80	45	90

Źródło: Wyniki z programu Protass 2

Zmienne sterujące odpowiadające za rozmieszczenie odpowiedniej ilości towaru w odpowiednim miejscu.

Tabela 4. Wyliczone wartości zmiennych sterujących modelu

Zmienna	$U_{B1}(1)$	$U_{B2}(1)$	$U_{C2}(1)$	$U_{B3}(1)$	$U_{D3}(1)$	$U_{B4}(1)$	$U_{D4}(1)$
Wartość	146	130	434	0	6	41	1
Zmienna	$U_{D5}(1)$	$U_{B6}(1)$	$U_{C6}(1)$	$U_{B7}(1)$	$U_{D7}(1)$	$U_{A8}(1)$	
Wartość	11	1	114	0	80	250	

Źródło: Wyniki z programu Protass 2

Stany końcowe magazynu wyznaczone przez model.

Tabela 5. Wyliczone stany końcowe magazynu

Nazwa zmiennej	$M_1(1)$	$M_2(1)$	$M_3(1)$	$M_4(1)$	$M_5(1)$	$M_6(1)$	$M_7(1)$	$M_8(1)$
Wartość	146	564	6	42	11	115	80	250

Źródło: Wyniki z programu Protass 2

Obliczona na podstawie wzoru (10) ilość towaru jaka powinna zostać zamówiona.

Tabela 6. Wyliczone stany końcowe magazynu

Nazwa zmiennej	O_1	O_2	O_3	O_4	O_5	O_6	O_7	O_8
Wartość	26	314	1	37	3	35	35	160

Źródło: Wyniki z programu Protass 2

Możliwe jest również wyznaczenie procentowej zajętości miejsc magazynowych W_j , gdzie $j = A, \dots, D$ za pomocą wzorów:

$$\begin{cases} W_A = \frac{U_{A8}(0)}{800} * 100\%, \\ W_B = \left(\frac{U_{B1}(0)}{980} + \frac{U_{B2}(0)}{500} + \frac{U_{B3}(0)}{10} + \frac{U_{B4}(0)}{70} + \frac{U_{B5}(0)}{200} + \frac{U_{B6}(0)}{100} \right) * 100\%, \\ W_C = \left(\frac{U_{C2}(0)}{700} + \frac{U_{C6}(0)}{300} \right) * 100\%, \\ W_D = \left(\frac{U_{D3}(0)}{15} + \frac{U_{D4}(0)}{80} + \frac{U_{D5}(0)}{60} + \frac{U_{D7}(0)}{200} \right) * 100\% \end{cases} \quad (11)$$

po podstawieniu zmiennych sterujących otrzymujemy:

$$W_A = 31,25\%, W_B = 99,97\%, W_C = 100\%, W_D = 99,58\%.$$

Obliczony zysk przez model wyniósł 2 860 688 zł.

6 OMÓWIENIE WYNIKÓW

Otrzymane stany końcowe magazynu wskazują, że każdy towar będzie dostępny, dzięki czemu firma może zachować pełną ofertę asortymentu. Porównując zapotrzebowanie z Tabeli 2 z Tabelą 5 widzimy również, że przewidywane zapotrzebowanie na towary zostanie w pełni zaspokojone. W przypadku, gdyby zapotrzebowanie na towary w danym tygodniu znacząco wzrosło możliwe jest zamówienie dodatkowej ilości zgodnie z żądaniem klienta.

Wyniki dostarczone przez model oraz stany początkowe magazynu pozwalają wyznaczyć ilość towarów, jaka powinna zostać zamówiona. Wartości zamówień na wszystkie towary są niezerowe, co świadczy o fakcie, że magazyn nie był optymalnie wypełniony towarem. Oznacza to również, że prawdopodobnie zachodzi potrzeba przeniesienia części towarów w odpowiednie miejsca, aby były optymalnie wykorzystane.

Procentowa zajętość półek potwierdza poprawność działania modelu. Jedynie w przypadku półki A na której mieszczą się wyłącznie ciężna, widzimy wpływ ograniczenia dodatkowego, za sprawą którego ponad 2/3 miejsca pozostaje niewykorzystane. Taka sytuacja może sugerować potrzebę przeorganizowania magazynu tak, aby wolne miejsce udostępnić dla innych towarów. Przygotowanie odpowiedniej ilości miejsca pod towar 8 pozwoli powiększyć którąś z innych przestrzeni magazynowych. Dzięki temu możliwy będzie zakup większej ilości innego towaru, którym jest większe zainteresowanie.

Przyjrzyjmy się teraz zmiennym sterującym odpowiadającym za zajęcie odpowiedniej ilości danego towaru w danym miejscu. Towary 1, 5 i 8 mogą być przechowywane tylko w jednym miejscu, zatem model wyznaczył tylko ich optymalną ilość. Warto zwrócić uwagę na fakt, że wystąpiły dwie zerowe wartości wśród zmiennych sterujących – $U_{B3}(0)$ oraz $U_{B7}(0)$. Obie zmienne dotyczą półki B i odpowiadają za towar, który może być również przechowywany w miejscu D. Ze względu na to, że półka B zawiera największą liczbę grup towarów, zaistniała sytuację można tłumaczyć jako próbę „zaoszczędzenia” przez model miejsca B, w sytuacji, gdy dostępne dla towaru jest inne miejsce. Podobnie zachowują się wyniki

towarów, które mogą znajdować się na miejscach B i C, ale mimo to proporcje rozmieszczenia towarów na tych miejscach są bardziej wyrównane. Całkowicie odmienna sytuacja jest w przypadku towaru 4, który również może być magazynowany w miejscach B i D. Rozwiązanie wskazuje, że na półce B należy umieścić 41 szt. towaru 4 natomiast na miejscu D tylko 1 sztukę.

Należy pamiętać, że wyznaczony przez model zysk wysokości 2 860 688 zł nie uwzględnia żadnych kosztów związanych z działalnością przedsiębiorstwa i zakłada wyprzedanie całej zawartości magazynu w jednym, rozważanym tygodniu. Wyniki z przygotowanego modelu wydają się być logiczne i dobrze optymalizują rozmieszczenie towaru w magazynie. Bardzo niski odsetek niewykorzystanego miejsca wskazuje na wysoką skuteczność działania algorytmu. W sytuacji, w której analizowana firma dysponuje stosunkowo niewielką przestrzenią magazynową, rozwiązanie pozwalające na maksymalne wykorzystanie miejsca jest bardzo użyteczne. Stosowanie przygotowanego algorytmu może się przyczynić do poprawy funkcjonowania przedsiębiorstwa a w rezultacie do poprawy jego wyniku finansowego. Dążenie do optymalizacji wszystkich procesów w przedsiębiorstwie jest ważnym warunkiem pozwalającym na jego rozwój. Podsumowując, stworzony model matematyczny odwzorowujący wewnętrzną strukturę magazynu, pozwala w warunkach modelowanego przedsiębiorstwa, przy zadanym stanie początkowym osiągnąć maksymalny poziom dochodu w okresie rozpatrywanego tygodnia. Dzięki łatwości adaptacji i uniwersalnej strukturze modelu może on znaleźć zastosowanie w większych przedsiębiorstwach.

7 ZAKOŃCZENIE

Aktualnie rozwijające się technologie, wzrastająca konkurencja zmuszają do ciągłego poszukiwania rozwiązań zwiększających wydajność i efektywność zarządzania przedsiębiorstwem. Osoby zarządzające przedsiębiorstwem coraz częściej sięgają po rozwiązania informatyczne umożliwiające dokładniejsze przewidywanie i planowanie gospodarki w firmie. Pozwalają one również na uwzględnienie większej liczby czynników w stosunku do klasycznej analizy sytuacji przeprowadzonej przez człowieka.

Zawarta w artykule symulacja planowania i sterownia gospodarką magazynową w przedsiębiorstwie handlowym pokazała, że wykorzystanie modelu liniowo-dynamicznego w tej dziedzinie stanowi pewnego rodzaju postęp w stosunku do modeli statycznych. Umożliwia udoskonalenie procesu zarządczego w firmie, co prowadzi do poprawy sytuacji ekonomicznej.

Dzięki uwzględnieniu informacji o przebiegu i stanie procesu magazynowania w czasie oraz ujęcie zmian w stanach magazynowych model pozwala lepiej odwzorować rzeczywisty przebieg za pomocą narzędzi matematycznych.

Rozwiązanie modelu pozwala na optymalizację sterowania zapasami w celu uzyskania maksymalnego zysku, a także optymalnego wykorzystania dostępnych przestrzeni magazynowych. Jest to niezwykle ważne zagadnienie szczególnie dla firm, których przestrzenie magazynowe są niewielkie w stosunku do gamy oferowanych towarów.

Praktyczne zastosowanie opracowanego modelu w firmie handlowej pozwala na:

- zwiększenie wydajności magazynu,
- zwiększenie zysku ze sprzedaży,
- wyznaczenie proporcji rozmieszczenia towarów w różnych obszarach magazynu,
- sprawdzenie prawidłowej organizacji magazynu
- eliminację strat wynikających z braku lub nadmiaru towarów.

Otrzymane w wyniku rozwiązania modelu liczby odpowiadają rzeczywistym ilościom towarów, jakie powinny znajdować się w magazynie. Z punktu widzenia badanej firmy otrzymane wyniki są realne i odpowiadają charakterowi sprzedaży. Model dobrze ustala proporcje rozmieszczenia towarów na miejscach magazynowych, uwzględniając ich pojemność i możliwość rozłożenia danego towaru w kilku miejscach. Na podstawie otrzymanych danych wyliczane są ilości towarów, którymi należy uzupełnić magazyn. Takie podejście znacznie upraszcza administrację magazynem oraz usprawnia proces składania zamówień. Wykazany niski odsetek zajętości miejsca A wskazuje na potrzebę przeorganizowania magazynu w taki sposób, aby maksymalnie wykorzystać dostępną przestrzeń.

Omówiony w artykule przykład stanowi pewne uproszczenie realnego procesu gospodarowania zapasami. Nie uwzględnia on dynamiki cen towarów, różnorodności produktów w każdej z grup towarów oraz kosztów prowadzenia działalności. Należy, więc go traktować jako wzorzec początkowy w pojęciu sterowania zapasami magazynowymi w przedsiębiorstwie. Rozwijając zaprezentowany model należałoby rozbudować go o wspomniane elementy, gdyż z pewnością podejście liniowo-dynamiczne do prezentowanego zagadnienia cechuje się stosunkowo wysoką skutecznością połączoną z efektywną formą odwzorowania rzeczywistych procesów.

Literatura

1. Banaś Joanna, „Badania operacyjne”, Politechnika Szczecińska Wydział Informatyki, materiały wykładowe, 2008.
2. Janda Andrzej, Praca dyplomowa „Model programowania liniowo-dynamicznego, jako przykład metody optymalizacji w zarządzaniu wybranym przedsiębiorstwem”, Politechnika Szczecińska Wydział Informatyki, 2005.
3. Gutierrez J., Seden-Noda A., Colebrook M., Sicilia J., artykuł - „An efficient approach for solving the lot-sizing problem with time-varying storage capacities”, *European Journal of Operational Research*, 2006, Vol. 189, Issue 3, 16 September 2008, Pages 682–693.
4. Silver E. A., Pyke D. F., Peterson R., „Inventory Management and Production Planning and Scheduling”, Wiley 1998.
5. Siudak Marek, „Badania operacyjne”. Wydanie III skrócone, PWN, Warszawa 1994r.
6. Świstelniccki Konrad, Praca dyplomowa „Zastosowanie programowania liniowo-dynamicznego do optymalizacji stanów magazynowych wybranej firmy” Wydział Informatyki Politechniki Szczecińskiej, Szczecin 2009.
7. Tsymbal A., Pechenitzkiy M., Cunningham P., Technical Report “Diversity in Ensemble Feature Selection.” Department of Computer Science, Trinity College, Dublin 2003.
8. Wagner Harvey M., „Badania operacyjne. Zastosowanie w zarządzaniu” PWE, Warszawa 1980r.
9. Materiały własne - Archiwalne zestawienia sprzedaży firmy „Marco Marine sp. z o. o.”, 2008.
10. Materiały własne - Cenniki detaliczne firmy „Marco Marine sp. z o. o.”, 2008.

The application of linear-dynamic programming for optimising stock levels in a selected company

Abstract. The main goal of the paper based on author’s master’s thesis is to create linear-dynamic mathematical model for optimizing storage levels in selected company. The first part introduces some aspects of storage levels administration. Following parts presents construction of linear-dynamic mathematical model for finding normative storage levels. At the end there is presented analysis of received results. Created algorithm can be used to implement real application which might be used in storage administration.

ISBN 9788389475442