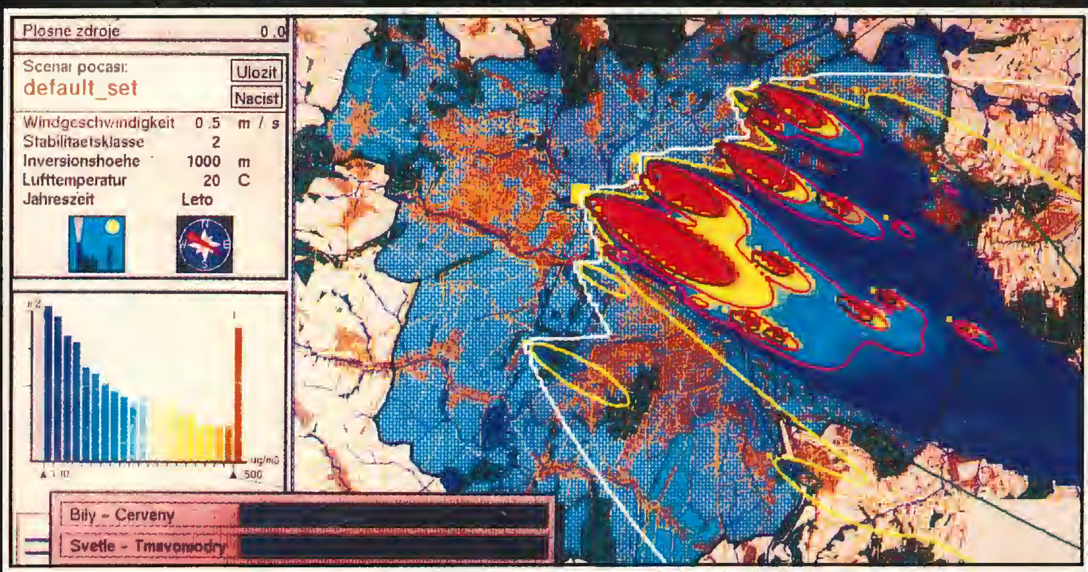
* Polski Zespół ds. Współpracy z IIASA *
* Instytut Badań Systemowych PAN *

ANALIZA SYSTEMOWA I JEJ ZASTOSOWANIA



INTERDYSCYPLINARNOŚĆ * DEMOGRAFIA * PRZEKSZTAŁCENIA GOSPODARCZE * ŚRODOWISKO * LASY * ENERGETYKA * ZASOBY WODNE * METODY I TECHNIKI SYSTEMOWE

Materiały z konferencji "Dni Międzynarodowego Instytutu Stosowanej Analizy Systemowej"
Warszawa, Pałac Staszica, 20-21 kwietnia 1993

Redaktor
JAN W. OWSIŃSKI

* Polski Zespół ds. Współpracy z IIASA *
* Instytut Badań Systemowych PAN *

ANALIZA SYSTEMOWA I JEJ ZASTOSOWANIA

Materiały z konferencji "Dni Międzynarodowego Instytutu Stosowanej Analizy Systemowej"
Warszawa, Pałac Staszica, 20-21 kwietnia 1993

Redaktor
JAN W. OWSIŃSKI

Warszawa, grudzień 1993

Niniejsza publikacja została wydana dzięki dofinansowaniu przyznanemu przez Komitet Badań Naukowych

ISBN 83 - 85847 - 25 - 1

Na okładce wykorzystano fragment postaci ekranu z jednego z systemów oprogramowania przeznaczonych do celów przestrzennej analizy środowiskowej, opracowanego w ramach projektu IIASA - ZAAWANSOWANYCH ZASTOSOWAŃ KOMPUTEROWYCH we współpracy z zespołem z IBS PAN w składzie: P.Holnicki, A.Kałuszko i A.Żochowski.

Skład i opracowanie tekstu:
Dział Wydawniczy Instytutu Badań Systemowych PAN

Druk i oprawa: ZWP SYNPRESS, Łomianki, ul. Łąkowa 17
tel./fax 511-745

METODY I TECHNIKI SYSTEMOWE

OPTYMALIZACJA W WARUNKACH NIEPEWNOŚCI

UKŁADY DYNAMICZNE

Andrzej Ruszczyński
Międzynarodowy Instytut Stosowanej Analizy Systemów
Laxenburg, Austria

1. Wprowadzenie

Zainteresowania współczesnej analizy systemowej skupiają się na układach odznaczających się złożonością, dynamiką i niepewnością. Przykładem mogą tu służyć systemy ekonomiczne, ludnościowe, środowisko.

Celem projektów metodologicznych realizowanych w IIASA jest opracowanie możliwie uniwersalnych narzędzi modelowania złożonych systemów, analizy takich modeli, a także optymalizacji oraz wspomagania decyzji. Obecnie prace te są w IIASA prowadzone w ramach ścisle ze soba powiązanych i spokrewnionych projektów: Optymalizacja w Warunkach Niepewności, Układy Dynamiczne i Metodologia Analizy Decyzji. Stosują one podobne metody matematyczne, jak np. analiza czy rachunek prawdopodobieństwa i statystyka, oraz metody komputerowe: symulacje, optymalizacje, metody interaktywne. Choć więc nasza dalsza prezentacja dotyczyć będzie głównie zagadnień optymalizacji, zasadnicze idee tu się przewijające odnoszą się także do innych projektów metodologicznych.

2. Modele matematyczne

Centralne miejsce w analizie systemowej zajmuje pojęcie modelu matematycznego.

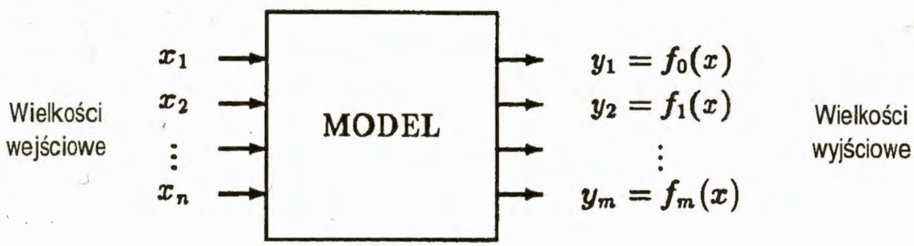
Model matematyczny to, ogólnie rzecz ujmując, zestaw założeń, danych i związków matematycznych użytych do opisu jakiegoś obiektu, stanu rzeczy czy zjawiska. W najprostszym wypadku w modelu możemy wyróżnić: zmienne wejściowe x przybierające wartości w pewnym zbiorze X, zmienne wyjściowe y o wartościach w pewnej przestrzeni Y i związki funkcjonalne pomiedzy nimi:

$$y = f(x)$$

gdzie f jest odwzorowaniem przypisującym wartościom argumentu w zbiorze X wartości w przestrzeni Y. Charakter zmiennych wejściowych, wyjściowych i odwzorowania f są odmienne w różnych klasach modeli. Przykładowo, x i y mogą być wektorami o skończonej liczbie współrzędnych,

$$x = (x_1, x_2, \dots, x_n),$$
$$y = (y_1, y_2, \dots, y_m),$$

zaś f funkcją działającą z R^n do R^m, jak to zilustrowano na Rys. 1. W innym przypadku możemy mieć do czynienia z wielkościami wejściowymi i wyjściowymi w postaci funkcji czasu (trajektorii), lub też zmiennych losowych, czy wreszcie procesów stochastycznych. Natura odwzorowania f jest wtedy zazwyczaj nieco bardziej złożona. W większości przypadków



Rys. 1. Model matematyczny

występuje szereg zmiennych wewnętrznych, zaś odwzorowanie f określone jest w sposób uwikłany.

Istnieje wiele sposobów wykorzystania modeli matematycznych do badania złożonych systemów i wspomagania decyzji. Można tu wymienić trzy zasadnicze podejścia.

Pierwsze z nich to wykorzystanie modelu do wyznaczania wartości zmiennych wyjściowych y przy różnych wartościach zmiennych wejściowych x, czyli tzw. *symulacja.*

Jest to najbardziej podstawowe i najpowszechniejsze zastosowanie modeli matematycznych, umożliwiające odpowiedź na pytanie "co się stanie, jeśli ...?"

Druga grupa zastosowań to tzw. *zagadnienia odwrotne*, czyli wyznaczanie wartości zmiennych wejściowych x, które zapewniają osiągnięcie założonych wartości zmiennych wyjściowych y ("co uczynić, aby ... ?"). Są to problemy znacznie trudniejsze, ktorych rozwiazanie wymaga zazwyczaj wielokrotnej symulacji.

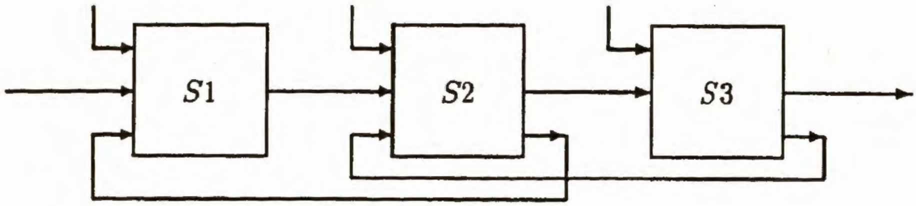
Trzecią grupę stanowią zagadnienia *optymalizacji.* Chodzi w nich o wyznaczenie takich wartości zmiennych wejściowych x, przy których zmienne wyjściowe y spełniają narzucone warunki (jak w problemie odwrotnym), a przy tym jedna z tych wartości wyjściowych (lub ich funkcja) osiąga wartość największą (bądź najmniejszą) z możliwych.

Oczywiście, w realnych zastosowaniach mamy do czynienia z występowaniem zagadnień ze wszystkich tych grup jednocześnie, a i metody ich rozwiązania są ściśle spokrewnione. Przykładowo, rozwiązanie zagadnienia odwrotnego często osiągane jest przez sformułowanie rozwiązania pomocniczego zadania optymalizacji.

3. Główne cechy współczesnych modeli

Przejdźmy teraz do krótkiego scharakteryzowania zasadniczych cech współczesnych modeli analizy systemowej i wynikających stąd trudności.

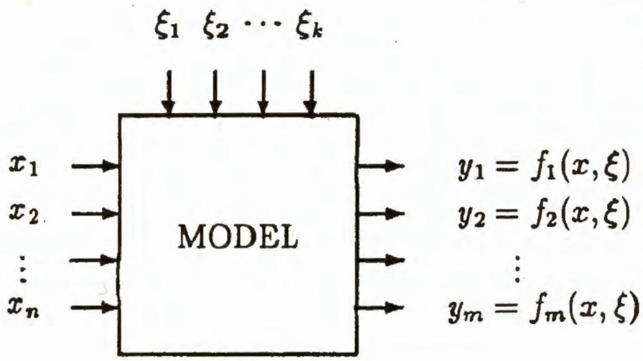
Cechą, która wysuwa się tu na czoło jest bez wątpienia złożoność. Przez złożoność rozumiemy tu nie tylko komplikacje wynikającą z występowania wielu zmiennych wejściowych i wyjściowych i zawiłość odwzorowań je wiążących, ale charakterystyczną strukturę cechującą się występowaniem wielu wzajemnie na siebie oddziałujących części (podsy-



Rys. 2 Model złożony

stemów). Wielkości wyjściowe jednych podsystemów stają się wielkościami wejściowymi innych, jak to zilustrowano na Rys. 2. Bogactwo powiązań i występowanie sprzężeń zwrotnych stanowią źródła poważnych trudności analitycznych i obliczeniowych.

Druga charakterystyczna cecha to *dynamika*. Oznacza to, że zachowanie się systemu zależy nie tylko od aktualnych wartości zmiennych wejściowych, ale i od ich wartości w przeszłości. System ma pamięć, reprezentowaną zazwyczaj przez pewną grupę zmiennych wewnętrznych, tzw. *zmiennych stanu*. Powoduje to, że każde sterowanie ma, obok skutków natychmiastowych, skutki długofalowe wynikające z zmiany stanu układu. Narzędziami matematycznymi modelowania takich systemów są przeważnie równania różnicowe i różniczkowe. Jednoczesne występowanie dynamiki i złożoności jest szczególnie trudne, ze względu na sprzężenia zwrotne i różne skale czasowe podsystemów.



Rys. 3 Model z niepewnością

Wreszcie trzecią trudnością na jaką napotykamy jest *niepewność*. Pod pojęciem niepewności rozumiemy tu sytuację, w której nie mamy podstaw do dokładnego przewidywania wartości zmiennych wyjściowych, nawet jeśli wartości zmiennych wejściowych są ustalone. Istnieje szereg źródeł niepewności: niedokładne lub brakujące dane, niekontrolowane czy trudne do przewidzenia oddziaływania zewnętrzne, itp. W modelu można to ująć wprowadzając dodatkowe zmienne ξ , rzutujące na wartości zmiennych wyjściowych, jak to zilustrowano na Rys. 3. Wartości zmiennych ξ nie są znane, a do ich opisu matematycznego można użyć szeregu metod matematycznych, np. definiujac je jako zmienne losowe czy procesy stochastyczne.

4. Główne idee rozwijanych metod

IIASA odegrała zasadniczą rolę w stworzeniu i rozwoju szeregu podstawowych idei współczesnej analizy systemowej . Można tu wymienic:

- dekompozycję,
- połączenie symulacji i optymalizacji,
- wielowartościowe układy dynamiczne.

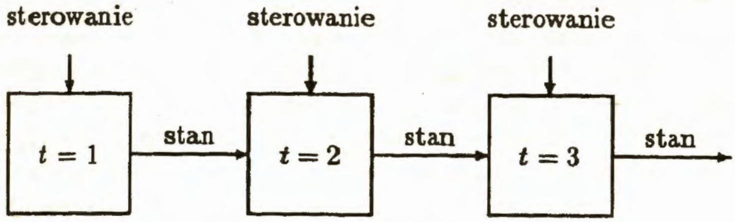
Scharakteryzujmy je nieco bliżej.

Dekompozycja

Główny mechanizm metod dekompozycji to rozbicie problemu na części, a nastepnie rozwiązywanie części i koordynacja wyników. Wobec występowania interakcji pomiędzy częściami, jest rzeczą oczywistą, że koordynacja wyników wymaga istnienia narzędzi oddziaływania na zadania cząstkowe tak, aby można było zgrać ich rozwiązania. Wypracowywanie takich narzędzi i metod ich stosowania stanowi główny nurt badań nad metodami dekompozycji.

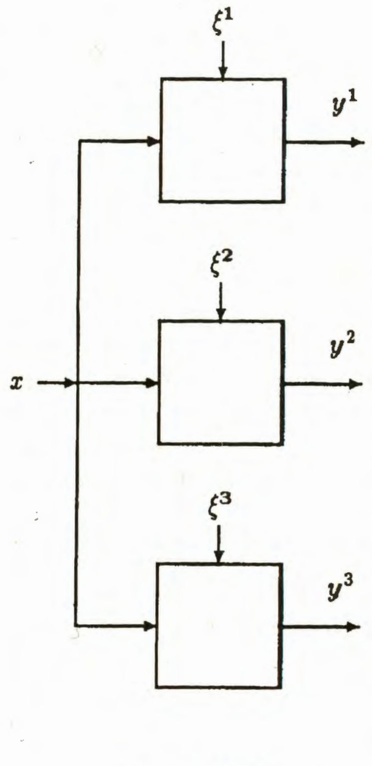
Dekompozycja stanowi skuteczny sposób przeciwstawiania się trudnościom wymienionym w poprzednim podrozdziale. W przypadku systemu złożonego, jak np. na Rys. 2, naturalnymi częściami są podsystemy. Metody dekompozycji w tym przypadku operują zadaniami cząstkowymi przypisanymi do podsystemów. Koordynacja ma za zadanie doprowadzenie do równości wielkości wyjściowych z jednych podsystemów i wielkości wejściowych innych połączonych z nimi podsystemów.

Dla układów dynamicznych z czasem dyskretnym (wydzielonymi etapami) problemy cząstkowe przypisane są do poszczególnych etapów cza-



Rys. 4 Model dynamiczny

sowych. Są one powiązane sekwencyjnie, jak to zilustrowano na Rys. 4, przy czym wielkościami oddziałującymi na kolejny podproblem są wartości zmiennych stanu w etapie poprzednim. Koordynacja polega tu na wymuszeniu na problemach cząstkowych takich zmian wartości zmiennych stanu, które są korzystne dla kolejnych etapów.



Rys. 5 Model ze scenariuszami

W przypadku zadań z niepewnością, skuteczne okazuje się podejście, w którym niepewność reprezentowana jest przez zestaw *scenariuszy:* możliwych wartości ξ^1, ξ^2... nieznanych wielkości ξ na Rys. 3. Części zadania są wówczas mutacjami tego samego problemu, ale z innym zestawem danych (scenariuszem), jak to zaznaczono na Rys. 5. Nie są to jednak części niezależne, albowiem w zadaniach z niepewnością wystepuje charakterystyczne ograniczenie informacyjne: nie wolno uzależniać decyzji od wielkości które nie są jeszcze znane. Oznacza to, że pewne zmienne wejściowe powinny mieć jednakowe wartości przy wszystkich scenariuszach, gdyż w momencie ich ustalania nie jest wiadome, który scenariusz zaistnieje. W przykładzie zilustrowanym na rys. 5 wymagana jest równość wszystkich zmiennych wejściowych.

Połączenie symulacji i optymalizacji

Kolejna klasa metod, opracowywana z

myślą o systemach z niepewnościa, to metody łaczące symulację i optymalizację. Metody te stosuje się do zagadnień optymalizacji, w których nieznane wielkości ξ na Rys. 3 modelowane są jako zmienne losowe.

W IIASA opracowywane są dwa podejścia to tego zagadnienia.

Pierwsze z nich polega na aproksymacji rozkładu zmiennej losowej ξ przez inny, prostszy do obróbki rozkład o skończonej liczbie realizacji (scenariuszy) wg. schematu:

- wygeneruj zestaw scenariuszy
- zbuduj duży model,
- rozwiąż (np. z zastosowaniem dekompozycji).

Jeśli scenariusze losowane sa przypadkowo z rozkładu zmiennej ξ, problem przybliżony sam jest obiektem losowym. Główne zagadnienia badawcze związane z tym podejściem to zbieżność rozwiązań problemów przybliżonych do rozwiązania zadania wyjściowego a także oceny prawdopodobieństwa pomyłki. Zagadnienia te rozwiazywane sa nowoczesnymi metodami teorii prawdopodobieństwa.

Zasadnicze rezultaty uzyskane w tej dziedzinie pokazują, że modelowanie niepewności poprzez scenariusze jest racjonalne, gdyż zwiększanie liczby scenariuszy powoduje zbliżanie się rozwiązania zadania przybliżonego do rozwiązania zadania oryginalnego. Zmniejsza się też prawdopodobieństwo błędów.

Drugie podejście łączy optymalizacje i generacje scenariuszy w jeden proces iteracyjny :

- wygeneruj scenariusz,
- skoryguj decyzję,
- wygeneruj scenariusz,
- skoryguj decyzję, ...

Proces ten ma charakter przypadkowy, albowiem kolejno generowane scenariusze są przypadkowe. Tym niemniej, procedura tego rodzaju może być zbiezna do rozwiązania zadania z niepewnością, gdyż w większej liczbie kroków ujawniają się statystyczne własności generowanych ciągów decyzji i scenariuszy. Opracowano szereg różnych odmian tego typu algorytmów: dla zadań bez ograniczeń i z ograniczeniami. Zasadnicze znaczenie dla ich efektywności ma odpowiednie wykorzystanie losowych informacji uzyskiwanych z kolejno generowanych scenariuszy.

Podejście to jest najbardziej ogólne ze znanych dotychczas sposobów rozwiązywania zadań optymalizacji z niepewnością. Można je stosować, przykładowo, do optymalizacji zawiłych modeli nieliniowych, gdzie symulacja jest praktycznie jedynym narzędziem wglądu w naturę występujących tam zależności. Ważnym zastosowaniem metod tego typu są zadania maksymalizacji (minimalizacji) prawdopodobieństwa pewnych zdarzeń.

Wielowartościowe układy dynamiczne

Kolejną zasadniczą koncepcją, rozwijaną z powodzeniem w IIASA, jest idea opisu niepewności dynamiki poprzez zbiory możliwych kierunków zmian. Zmiany stanu układu dynamicznego nie wynikają w takim modelu jednoznacznie z poprzednich wartości stanu i aktualnych wartości zmiennych wejściowych; możliwy jest cały zbiór kierunków zmian, które mogą być zaobserwowane.

Główne grupy zagadnień, jakie rozważa się w tego typu klasie modeli, to:

- analiza zbioru możliwych trajektorii,
- zagadnienia obserwacji,
- zagadnienia żywotności,
- zagadnienia sterowania bezpiecznego.

Trzy ostatnie z nich to klasyczne problemy odwrotne, w których sformułowane są warunki na wielkości wyjściowe (np. znane wyniki obserwacji lub pożądane własności trajektorii), a poszukuje się wartości wielkości wejściowych i zmiennych stanu.

Głównym celem badań w tym kierunku jest poszerzenie spektrum idei i narzędzi opisu i analizy układów dynamicznych. Stosowane metody mają charakter matematyczny: inkluzje różniczkowe, analiza niegładka. Ważnym aspektem badań są wielowartościowe modele ekonomii matematycznej pozwalające na badanie zagadnień równowagi w warunkach niepewności.

5. Podsumowanie

Szereg cech wspólnych badanych w IIASA wielkich systemów (złożoność, dynamika, niepewność) stwarza potrzebę wypracowania ogólnych narzędzi ich opisu i analizy w celu racjonalizacji procesów decyzyjnych. IIASA ma znaczny dorobek we wprowadzeniu i rozwoju szeregu istotnych idei w tym zakresie. Koncepcje te umożliwiają:

- głębsze zrozumienie natury systemów,
- analizę ich własności,
- opracowanie komputerowych technik symulacji i optymalizacji,
- opracowanie komputerowych metod wspomagania decyzji.

Nie ulega wątpliwości, że prace o charakterze metodologicznym stanowią jeden z fundamentów współczesnej analizy systemowej dostarczając idei i narzędzi o szerokim zakresie zastosowań.

Literatura

Dantzig, G.B., M.A.H. Dempster, M.J. Kallio (red.): Large Scale Linear Programming. CP-81-S1, IIASA, 1981.

Eemoliev, Yu.,M., R.J.-B. Wets (red.): Numerical Techniques for Stochastic Optimization. Springer-Verlag, 1988.

Findeisen, W., F.N. Bailey, M. Brdyś, K. Malinowski, P. Tatjewski, A. Woźniak: Control and Coordination in Hierarchical Systems. Wiley & Sons, 1980.

Kurzhanski, A.B., I. Vályi: Evolution and Control of Uncertain Systems, Tutorial 92-01, IIASA, 1992.

ANALIZA SYSTEMOWA I JEJ ZAST A

WPROWADZENIE
Leszek Kuźnicki
Peter E. de Jánosi
Mirosław Mossakowski
Jan Owsiński

INTERDYSCYPLINARNOŚĆ
Nathan Keyfitz

DEMOGRAFIA
Christopher Prinz
Jerzy Z. Holzer

TRANSFORMACJA GOSPODARCZA
János Gács
Józef St. Zegar

ŚRODOWISKO I ZASOBY NATURALNE
Nebojša Nakićenović
Jacek Marecki
Janusz Cofała
Maciej Nowicki
Sten Nilsson
Andrzej Szujecki
Wojciech Galiński i Manfred Küppers
Laszlo Somlyódy
Zdzisław Kaczmarek

METODY I TECHNIKI SYSTEMOWE
Andrzej Ruszczyński
Marek Makowski
Andrzej P. Wierzbicki
Zdzisław Pawlak
Kurt Fedra i Elisabeth Weigkricht

ISBN 83 - 85847 - 25 - 1