Polska Akademia Nauk • Instytut Badań Systemowych

STANISŁAW PIASECKI

ELEMENTY TEORII NIEZAWODNOŚCI I EKSPLOATACJI OBIEKTÓW O ELEMENTACH WIELOSTANOWYCH

dla inżynierów

Warszawa 1995

ELEMENTY TEORII NIEZAWODNOŚCI I EKSPLOATACJI OBIEKTÓW O ELEMENTACH WIELOSTANOWYCH

dla inżynierów

STANISŁAW PIASECKI

Warszawa 1995

W S T Ę P

O NIEZAWODNOŚCI ELEMENTU

Przypomnijmy podstawowe założenia klasycznej, dwustanowej teorii niezawodności. Opiera się ona o pojęcie prawdopodobieństwa przejścia ze stanu "0" do stanu "1" lub przeciwnie, przy tym prawdopodobieństwo przejścia ze stanu "0" do stanu "1" nazywamy prawdopodobieństwem uszkodzenia. Wielkość tę oznaczamy symbolem $P_{ij}(t,\tau)$ i odczytujemy jako prawdopodobieństwo przejścia ze stanu $i = 0,1$, w jakim znajdował się element w chwili t do stanu $j = 0,1$ po upływie czasu τ (w chwili $t + \tau$). Przedział $(0,t)$ jest dotychczasowym czasem pracy elementu. Dla elementu nowego mamy $t = 0$. Jeżeli proces uszkodzeń jest procesem jednorodnym w czasie, to wartość $P_{ij}(t,\tau)$ nie zależy od t, co w skrócie zapisujemy w postaci $P_{ij}(\tau)$ i interpretujemy jako prawdopodobieństwo przejścia ze stanu i do stanu j po upływie czasu τ.

W tym miejscu teoria niezawodności styka się z teorią odnowy i teorią masowej obsługi. W klasycznej teorii niezawodności przyjmuje się bowiem, że elementy są nieanaprawialne, to znaczy $p_{10}(t, \tau) = 0$. W odróżnieniu od powyższego, w teorii masowej obsługi przejście ze stanu $i = 1$ do stanu $j = 0$ jest możliwe i następuje po pewnym czasie zwanym czasem obsługi. Zdarzeniu nazywanym w teorii niezawodności uszkodzeniem, w teorii masowej obsługi odpowiada zdarzenie polegające na zgłoszeniu klienta do obsługi. Z kolei, zdarzenie przeciwne w teorii masowej obsługi jest nazywane zakończeniem obsługi.

Teoria odnowy zakłada także możliwości przejścia ze stanu $i = 1$ do stanu $j = 0$ nazywając to zdarzenie odnową, z tym zastrzeżeniem, że klasyczna teoria odnowy zakłada, iż jest to zdarzenie natychmiastowe, tak że zdarzenie uszkodzenia pociąga za sobą natychmiastowe zdarzenie odnowienia. Próby rozszerzenia zastosowań teorii odnowy prowadzą do uwzględnienia faktu, że odnowa nie występuje natychmiast i wtedy różnica między teorią odnowy a teorią masowej obsługi sprowadza się do jednego, lecz istotnego faktu. W teorii masowej obsługi uwzględnia się skończone możliwości systemu obsługi, a więc że system obsługi nie może jednocześnie odnawiać nieskończenie wiele zgłoszeń.

Wracając do klasycznej teorii niezawodności wiemy, że będą nas interesowały dwie wielkości: $p_{01}(t,\tau)$ oraz $p_{00}(t, \tau) = 1 - P_{01}(t,\tau)$, ponieważ $p_{10}(t,\tau) = 0$ i $p_{11}(t,\tau) = 1$. Charakterystyczną cechą procesów teorii niezawodności jest więc to, że rozpatrujemy je przy warunku początkowym *element nieuszkodzony* (stan $i = 0$).

Ważną charakterystyką procesu uszkodzeń jest *szybkość* narastania wartości $p_{01}(t,\tau)$ w zależności od wzrostu τ. Wielkość tę nazywamy *intensywnością uszkodzeń*, oznaczamy symbolem $\lambda_{01}(t)$ oraz definiujemy następująco:

$$\lambda_{01}(t) = \lim_{\tau \to 0} \frac{p_{01}(t,\tau) - p_{01}(t,0)}{\tau} = \frac{\partial}{\partial\tau} p_{01}(t,\tau)\Big|_{\tau = 0} .$$

Definiuje się także intensywność przeciwną

$$\lambda_{00}(t) = \lim_{\tau \to 0} \frac{p_{00}(t,\tau) - p_{00}(t,0)}{\tau} = \frac{\partial}{\partial\tau} p_{00}(t,\tau)\Big|_{\tau = 0}$$

Zauważmy, że biorąc pod uwagę warunki początkowe

$$p_{01}(t,0) = 0$$

$$p_{00}(t,0) = 1$$

możemy także napisać:

$$\lambda_{01}(t) = \lim_{\tau \to 0} \frac{p_{01}(t,\tau)}{\tau},$$

$$\lambda_{00}(t) = \lim_{\tau \to 0} \frac{p_{00}(t,\tau) - 1}{\tau} = \lim_{\tau \to 0} \frac{-p_{01}(t,\tau)}{\tau} = -\lambda_{01}(t)$$

Z ostatniej równości wynika:

$$\lambda_{01}(t) + \lambda_{00}(t) = 0$$

co jest odpowiednikiem równości:

$$p_{01}(t) + p_{00}(t) = 1 .$$

Ponieważ, jak wiemy, proces uszkodzeń jest procesem Markowa, więc dla procesu dwustanowego ogólne równania Kołogorowa będą miały postać:

$$\frac{\partial}{\partial\tau} p_{01}(t\tau) = p_{00}(t,\tau) \cdot \lambda_{01}(t+\tau) + p_{01}(t,\tau) \cdot \lambda_{11}(t+\tau)$$

$$\frac{\partial}{\partial\tau} p_{00}(t,\tau) = p_{00}(t,\tau) \cdot \lambda_{00}(t+\tau) + p_{01}(t,\tau) \cdot \lambda_{10}(t+\tau)$$

Ponieważ $\lambda_{10}(t) = \lambda_{11}(t) = 0$, to układ równań sprowadza się do dwóch (zależnych) równań różniczkowych.

Rozwiązując drugie równanie z określonym poprzednio warunkiem początkowym otrzymamy:

$$p_{00}(t,\tau) = \exp\left\{-\int_t^{t+\tau} \lambda_{01}(u)\,du\right\},$$

a stąd

$$p_{01}(t,\tau) = 1 - p_{00}(t,\tau) = 1 - \exp\left\{-\int_t^{t+\tau} \lambda_{01}(u)\,du\right\}.$$

Wielkość $p_{01}(t,\tau)$ nazywamy *funkcją niezawodności* i oznaczamy symbolem $R(t,\tau)$. Wartość $R(t,\tau)$ jest prawdopodobieństwem, że w odcinku czasu $[t,t+\tau]$ nie nastąpi uszkodzenie (oczywiście, jeżeli element w chwili t był nieuszkodzony).

Wielkość $p_{01}(t,\tau)$ nazywamy *prawodopodobieństwem uszkodzenia* i oznaczmy ją zwykle symbolem $F(t,\tau)$. Wartość $F(t,\tau)$ jest prawdopodobieństwem uszkodzenia elementu w odcinku czasu $(t,\ t+\tau)$ (oczywiście, w chwili t nieuszkodzonego).

Między wielkościami $R(t,\tau)$ i $F(t,\tau)$ zachodzą oczywiste związki:

$$R(t,\tau) = 1 - F(t,\tau)$$

oraz

$$\frac{\partial R(t,\tau)}{\partial\tau} = -f(t,\tau); \qquad \frac{\partial F(t,\tau)}{\partial\tau} = f(t,\tau)$$

Jeżeli proces uszkodzeń jest jednorodny w czasie, to funkcje $\lambda_{01}(t)$ oraz $\lambda_{00}(t)$ oznaczamy często symbolami $\lambda_1(t) = \lambda$ i $\lambda_0(t) = -\lambda$. Są one funkcjami stałymi, a więc liczbami. W takim przypadku proces uszkodzeń elementu scharakteryzowany jest jedną liczbą λ.

Zwróćmy uwagę na to, że każda dystrybuanta uszkodzeń $F(t,\tau)$ jest w pełni zdefiniowana funkcją $\lambda(t)$, gdyż

$$f(t,\tau) = 1 - \exp\left\{-\int_t^{t+\tau} \lambda(u)\,du\right\}$$

Przebieg funkcji $f(0,\tau) = \frac{\partial}{\partial\tau} f(0,\tau)$: $R(0,\tau)$ oraz $\lambda(t)$ dla rozkładu logarytmo-normalnego i Weibulla są pokazane na rys. 1 i 2.

O NIEZAWODNOŚCI SYSTEMU

Rozpatrzmy system składający się z dwóch elementów A i B. Jak wiemy z klasycznej teorii niezawodności, w takim przypadku mogą występować tylko dwie sensowne struktury niezawodnościowe:

równoległa: system jest uszkodzony (w stanie 1) wtedy i tylko wtedy kiedy obydwa elementy są uszkodzone, a więc gdy para elementów jest w stanie (1,1).

szeregowa: system jest zdatny (w stanie 0) wtedy i tylko wtedy kiedy obydwa elementy są nieuszkodzone, a więc gdy para elementów jest w stanie (0,0).

Znając więc niezawodność elementów i rodzaj struktury (równoległa czy szeregowa) możemy wyznaczyć niezawodność systemu. Dla struktury:

- równoległej

$$F(\tau) = P_{01}^{A}(\tau) \cdot P_{01}^{B}(\tau)$$

oraz

$$R(\tau) = 1 - F(\tau) = 1 - p_{01}^{A}(\tau) \cdot p_{01}^{B}(\tau)$$

- szeregowej

$$R(\tau) = p_{00}^{A}(\tau) \cdot p_{00}^{B}(\tau)$$

oraz

$$F(\tau) = 1 - R(\tau) = 1 - p_{00}^{A}(\tau) \cdot p_{00}^{B}(\tau)$$

W szczególności, jeżeli

$$p_{01}^{A}(\tau) = F^{A}(\tau) = 1 - e^{-\lambda^{A}\cdot\tau} ,$$

$$p_{01}^{B}(\tau) = F^{B}(\tau) = 1 - e^{-\lambda^{B}\cdot\tau} ,$$

to otrzymamy dla struktury

- równoległej

$$F(t) = \left(1 - e^{-\lambda^{A}\cdot\tau}\right)\left(1 - e^{-\lambda^{B}\cdot\tau}\right) = \left(1 - e^{-\lambda\cdot\tau}\right)^{2} \quad \text{dla } \lambda^{A} = \lambda^{B} = \lambda ,$$

$$R(t) = 1 - \left(1 - e^{-\lambda\tau}\right)^{2} \quad \text{dla } \lambda^{A} = \lambda^{B} = \lambda$$

- szeregowej

$$R(\tau) = e^{-(\lambda^{A} + \lambda^{B})\cdot\tau} = e^{-2\lambda\tau} \qquad \text{dla } \lambda^{A} = \lambda^{B} = \lambda ,$$

$$F(\tau) = 1 - R(\tau) = 1 - e^{-2\lambda\tau} \qquad \text{dla } \lambda^A = \lambda^B = \lambda .$$

Jednakże tak proste rozważania wystarczą tylko w tym przypadku gdy uszkodzenia elementów są od siebie całkowicie niezależne. Jest to założenie w wielu przypadkach niemożliwe do przyjęcia. Wtedy niezbędnym staje się aparat procesów wielostanowych. Oczywiście, także niezbędna jest znajomość struktury uwarunkowań procesu uszkodzeń poszczególnych elementów. Fizycznie, uszkodzenie elementu może zależeć od stanu innych *współpracujących* elementów. Może się zdarzyć także sytuacja, że uszkodzenie elementów zależy od czynnika zewnętrznego: *stresu*. W takim przypadku czynnik zewnętrzny należy *włączyć* jako dodatkowy *element* systemu sprowadzając ten przypadek do poprzedniego, gdy uszkodzenie jednego elementu zależy od stanu innego (lub innych).

Przykładem zależności uszkodzeń jest *praca* dwóch elementów na wspólne obciążenie (np. dwóch prądnic). Wtedy uszkodzenie jednego z nich powoduje, że drugi musi przyjąć na siebie całość obciążenia, co oczywiście zwiększa możliwość jego uszkodzenia.

Oznaczmy symbolem $p^A_{00,1}(t,\tau)$ prawdopodobieństwo uszkodzenia elementu A (przejście w stan $j = 1$) po czasie τ, jeżeli w chwili t obydwa elementy (A, B) były zdatne w stanie (0, 0). Podobnie $p^A_{01,1}(t,\tau)$ odczytujemy jako prawdopodobieństwo uszkodzenia elementu A po czasie τ, jeżeli w chwili t element B był uszkodzony, zaś element A - nieuszkodzony.

W przypadku uszkodzeń zależnych mamy:

$$p^A_{00,1}(t,\tau) \neq p^A_{01,1}(t,\tau) ,$$

natomiast dla uszkodzeń niezależnych:

$$p^A_{00,1}(t,\tau) = p^A_{01,1}(t,\tau)$$

co umożliwia nam uproszczenie oznaczeń według następującej zasady:

$$p^A_{00,1}(t,\tau) = p^A_{01,1}(t,\tau) = p^A_{0,1}(t,\tau)$$

W rezultacie, dla dwóch elementów możemy wyróżnić następujące cztery sensowne struktury uwarunkowań:

1. Uszkodzenie elementu A nie zależy od stanu B i przeciwnie - uszkodzenie B nie zależy od stanu A).
2. Uszkodzenie elementu A zależy od stanu elementu B, lecz uszkodzenie elementu B nie zależy od stanu elementu A.
3. Uszkodzenie elementu B zależy od stanu elementu A, lecz uszkodzenie elementu A nie zależy od stanu elementu B,
4. Uszkodzenie elementu A zależy od stanu elementu B i podobnie - B zależy od A.

Jeżeli system składa się z większej liczby elementów, to możliwe przypadki struktury uwarunkowań mogą być bardzo skomplikowane.

Przyjmując, przykładowo, czwartą strukturę uwarunkowań i szeregową strukturę niezawodności, otrzymamy:

$$p_{00,00}(t,\tau) = p^{A}_{00,0}(t,\tau) \cdot p^{B}_{00,0}(t,\tau) = R(t,\tau)$$

Zauważmy, że w przypadku gdy struktura niezawodnościowa systemu jest szeregowa, nieważna jest struktura uwarunkowań. Prawdopodobieństwo uszkodzenia takiego systemu nie zależy od tego, czy uszkodzenia są zależne czy też nie. Dotyczy to każdego systemu szeregowego, niezależnie od liczby jego elementów.

Wracając do naszego przykładu systemu o strukturze równoległej i zależnych uszkodzeniach, zauważymy że wtedy dla wyznaczenia wartości

$$p_{00,11}(t,\tau) = F(t,\tau)$$

potrzebna jest znajomość zależności

$$p_{00,10}(t,\tau) = p^{A}_{00,1}(t,\tau) \cdot p^{B}_{00,0}(t,\tau)$$

$$p_{10,11}(t,\tau) = p^{A}_{10,1}(t,\tau) \cdot p^{B}_{10,1}(t,\tau) = p^{B}_{10,1} \quad \text{gdyż } p^{A}_{10,1}(t,\tau) = 1$$

oraz

$$p_{00,01}(t,\tau) = p^{A}_{00,0}(t,\tau) \cdot p^{B}_{00,1}(t,\tau)$$

$$p_{01,11}(t,\tau) = p^{A}_{01,1}(t,\tau) \cdot p^{B}_{01,1}(t,\tau) = p^{A}_{01,1}(t,\tau) \quad \text{gdyż } p^{B}_{01,1}(t,\tau) = 1$$

Procedurą wyznaczania wartości $F(t,\tau)$ dla takiego przypadku zajmiemy się nieco dalej. Obecnie zwróćmy uwagę, że dla opisu zachowania się dwuelementowego równoległego systemu, przy zależnych uszkodzeniach, konieczna i wystarczająca jest znajomość czterech funkcji:

$$p_{00,01}(t,\tau) \; ; \quad p^{B}_{00,1}(t,\tau) \; ;$$

$$p^{A}_{01,1}(t,\tau) \; ; \quad p^{B}_{10,1}(t,\tau) \; ;$$

lub odpowiednio funkcji intensywności:

$$\lambda^{A}_{00,1}(t) = \alpha^{A}(t) \qquad \lambda^{B}_{00,1}(t) = \alpha^{B}(t)$$

$$\lambda^{A}_{01,1}(t) = \beta^{A}(t) \qquad \lambda^{B}_{10,1}(t) = \beta^{B}(t)$$

Jeśli natomiast uszkodzenia są niezależne, to do opisu wystarcza znajomość tylko dwóch funkcji

$$p^{A}_{01}(t,\tau) \qquad p^{B}_{01}(t,\tau)$$

lub odpowiednio funkcji

$$\lambda_0^A(t) = \alpha^A(t) \qquad\qquad \lambda_0^B(t) = \alpha_0^B(t)$$

Jeżeli zaś procesy uszkodzeń są jednorodne w czasie, to - odpowiednio czterech liczb: α^A, α^B, β^A, β^B (dla uszkodzeń zależnych) lub dwóch liczb α^A, α^B (dla uszkodzeń niezależnych).

Celem wyznaczenia wartości $F(t,\tau)$ dla takiego dwuelementowego systemu, widoczną staje się potrzeba wyróżnienia czterech stanów: (0,0); (0,1); (1,0) i (1,1) o intensywnościach przejścia:

$$\lambda_{00,10}(t) = \alpha^A(t)$$

$$\lambda_{00,01}(t) = \alpha^B(t)$$

$$\lambda_{01,11}(t) = \beta^A(t)$$

$$\lambda_{10,11}(t) = \beta^B(t)$$

przy czym

$$\alpha^A(t) \le \beta^A(t); \qquad\qquad \alpha^B(t) \le \beta^B(t).$$

Jednakże trudności opisu procesu uszkodzeń systemu składającego się z dwóch fizycznych elementów komplikują się dalej, jeżeli zwrócimy uwagę, że uszkodzenia mogą być różnego rodzaju. Jednocześnie zauważmy, że jeżeli celem naszych wysiłków jest podniesienie niezawodności wyrobów, to istotną jest dla nas informacja o rodzaju uszkodzenia, a nie tylko stwierdzenia faktu, że nastąpiło uszkodzenie. Wynika to z tego, że znając rodzaj uszkodzenia możemy znaleźć przyczynę uszkodzenia, a ta informacja pozwala na przedsięwzięcie odpowiednich zabiegów technologicznych celem usunięcia przyczyn powstawania uszkodzeń. W rezultacie, praktycznie zawsze podczas badań niezawodności, mamy do czynienia z wieloma stanami - jednym stanem zdatności i wieloma, różniącymi się rodzajem uszkodzeń, stanami niezdatności. W rezultacie, w wyniku badań otrzymujemy oszacowanie wielu funkcji intensywności przejścia $\lambda_1(t)$; $\lambda_2(t)$; $\lambda_3(t)$ ... ze stanu zdatności (0) do poszczególnych rodzajów stanów niezdatności 1, 2, 3, ... Przy tym, w wielu przypadkach proste sumowanie tych intensywności dla wyznaczenia intensywności *uszkodzeń w ogóle* nie ma sensu.

Sytuację taką przedstawia nam następujący przykład:

PRZYKŁAD I. O NIEZAWODNOŚCI I STRUKTURZE NIEZAWODNOŚCIOWEJ SYSTEMU DWUELEMENTOWEGO

Załóżmy, że prostownik, przekształcający prąd przemienny na prąd stały składa się z dwóch szeregowo połączonych ogniw półprzewodnikowych, które wraz z kondensatorami i dławikami tworzą układ prostowniczy. Układ ten jest w małym stopniu obciążony, natomiast pracuje pod dużym napięciem (jak, na przykład, w układzie zasilania lampy kineskopowej w odbiorniku telewizyjnym). W celu zwiększenia niezawodności układu, połączono szeregowo dwa wspomniane ogniwa półprzewodnikowe A i B obniżając w ten sposób dwukrotnie napięcie pracy każdego z nich.

Jeżeli symbolem $\lambda(v)$ oznaczamy zmierzoną laboratoryjnie intensywność uszkodzenia ogniwa, która jest zależna od napięcia pracy v, to opisany sposób podwyższenia niezawodności zasilania ma tylko wtedy sens gdy zachodzi nierówność:

$$\lambda(v) > 2 \cdot \lambda\left(\frac{v}{2}\right)$$

gdzie: v - jest napięciem pracy prostownika. Załóżmy, że równość ta jest spełniona.

W celu uproszczenia zapisu dalej będziemy stosowali oznaczenia

$$\lambda(v) = \alpha \qquad \lambda\left(\frac{v}{2}\right) = \beta$$

Ponieważ połączenie ogniw jest szeregowe, więc funkcja niezawodności R(t) prostownika (pomijając uszkodzenia innych elementów) będzie wyrażała się wzorem:

$$R(t) = P_{00,00}(t) = P^{A}_{00,0}(t) \cdot P^{B}_{00,0}(t) = e^{-2\beta t}$$

i to niezależnie od tego czy uszkodzenia ogniw są zależne, czy też nie.

Jednakże zagadnienie określenia struktury niezawodnościowej komplikuje się, gdy zwrócimy uwagę, że uszkodzenia ogniw półprzewodnikowych mogą być dwojakiego rodzaju, bowiem intensywność uszkodzeń $\lambda(v)$ w rzeczywistości jest sumą dwóch składników:

$\lambda_1(v)$ - intensywności uszkodzeń polegających na zniszczeniu (przebiciu) warstwy izolacyjnej półprzewodnika, co prowadzi do zwarcia ogniwa,

$\lambda_2(v)$ - intensywności uszkodzeń polegających na całkowitej utracie zdolności przewodzenia co prowadzi do powstania przerwy w obwodzie ogniwa.

Przy tym, oczywiście:

$$\lambda(v) = \lambda_1(v) + \lambda_2(v)$$

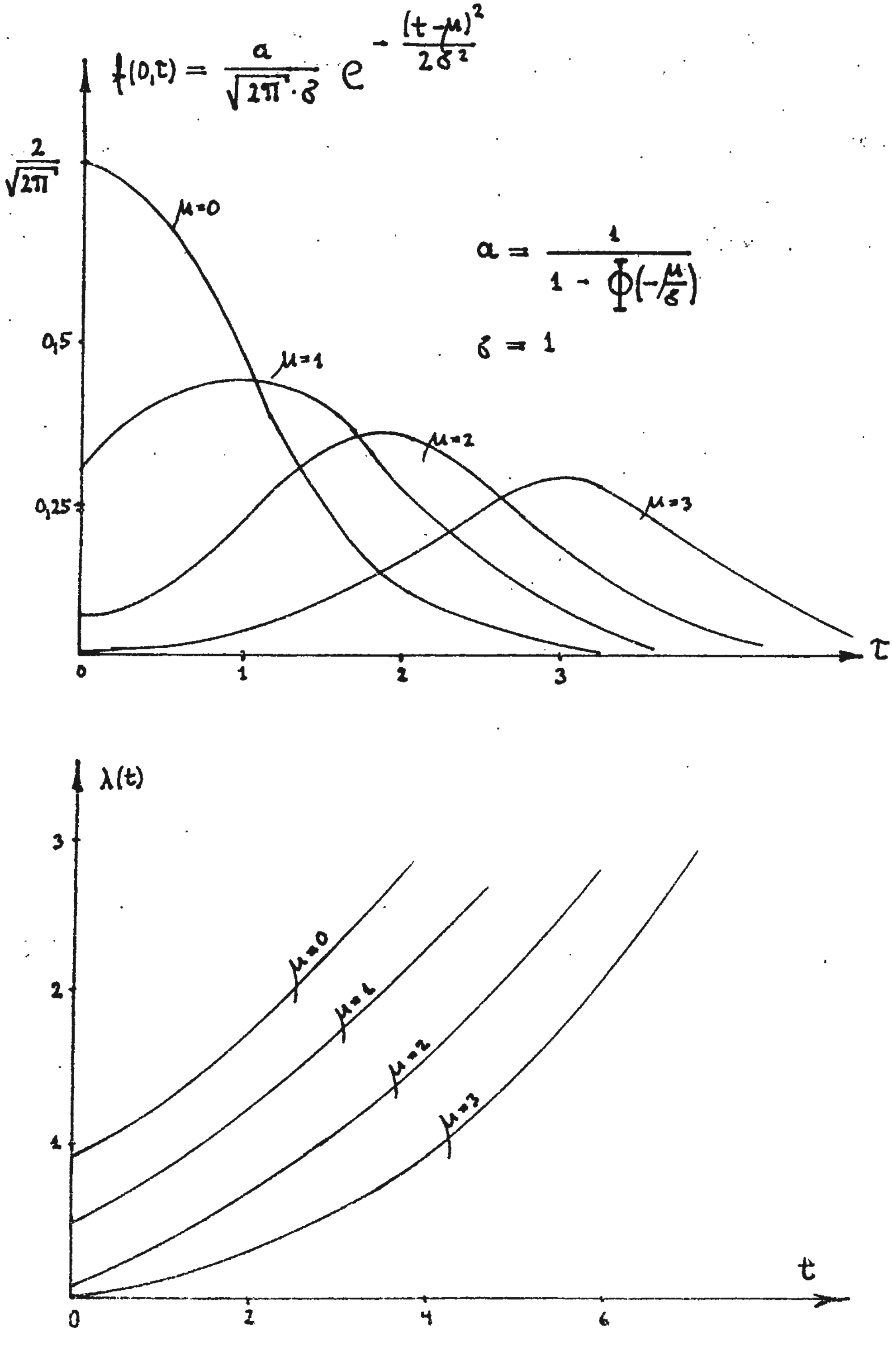
Jeżeli będziemy rozpatrywali tylko pierwszą składową (zakładając, że druga składowa jest pomijalnie mała), to niezawodnościowa struktura układu jest równoległa. Jeżeli ponadto nie uwzględnimy, że wartość λ_1 zależy od v, a więc jeżeli założymy, że

$$\lambda_1(v) = \alpha_1 = \text{const.}$$

to przy niezależnych uszkodzeniach ogniw otrzymamy funkcję niezawodności układu o postaci:

$$R(t) = 1 - P_{00,11}(t) = 1-\left[1-P^{A}_{00}(t)\right]\cdot\left[1-P^{B}_{00}(t)\right]=1-\left(1-e^{-\alpha_1 t}\right)^2$$

Załóżmy obecnie, że wartość λ_1 zależy od v, tak jak to jest w rzeczywistości. Wtedy nie możemy już przyjąć, że uszkodzenia są niezależne, gdyż uszkodzenie



Rys.1 Ucięty rozkład normalny

ogniwa zależy od tego, czy drugie ogniwo jest uszkodzone (wtedy pracuje pod napięciem v), czy też nie (wtedy pracuje pod napięciem $\frac{v}{2}$).

Aby wyznaczyć R(t) gdy $\lambda_2 \approx 0$, a więc dla struktury równoległej, należy zauważyć, że uszkodzenie układu prostowniczego jest określone sumą następujących elementarnych, wzajemnie wykluczających się zdarzeń.

- że w chwili τ $(0 < \tau \leq t)$ uszkodzi się jedno z dwóch ogniw (i żadne nie uszkodziło się do tej chwili), a następnie, że w pozostałym odcinku czasu (τ,t) uszkodziło się pozostałe ogniwo.
  Prawdopodobieństwo takiego, elementarnego zdarzenia jest równe:

$$2\,\beta_1 \cdot e^{-2\,\beta_1\tau} \cdot \left[1 - e^{-\alpha_1\cdot(t-\tau)}\right] d\tau$$

Sumując elementarne prawdopodobieństwa w odcinku czasu od $\tau = 0$ do $\tau = t$ i odejmując od jedności otrzymamy:

$$R(t) = 1 - 2\beta_1\int_0^t e^{-2\beta\tau}\left[1 - e^{-\alpha_1(t-\tau)}\right] d\tau =$$

$$= \frac{\alpha_1 e^{-2\beta_1 t} - 2\beta_1 e^{-\alpha_1 t}}{\alpha_1 - 2\beta_1}$$

Zauważmy, że gdy podstawiamy

$$\alpha_1 = \beta_1 = \lambda_1$$

to otrzymamy poprzedni wzór na wartość R(t) gdy uszkodzenia były niezależne. Pozostaje jednak dalej problem, co zrobić, gdy obie składowe (λ_1 oraz λ_2) są współmierne ? Jaka jest struktura niezawodnościowa prostownika - szeregowa czy równoległa?

Przeanalizujemy ten przypadek. Początkowo określimy zbiór elementarnych zdarzeń, wzajemnie wykluczających się, które powodują uszkodzenia prostownika. Zauważmy, że w tym przypadku mamy dwa rodzaje uszkodzeń.

Pierwszego rodzaju zdarzeniem będzie występowanie przerwy w którymkolwiek z ogniw przed wystąpieniem zwarcia. Drugiego rodzaju zdarzenie to wystąpienie zwarcia w którymkolwiek ogniwie przed wystąpieniem przerwy, a następnie wystąpienie zwarcia lub przerwy w pozostałym ogniwie.

Prawdopodobieństwo elementarnego zdarzenia pierwszego rodzaju, jeżeli przerwa wystąpiła dokładnie w chwili τ, będzie równe:

$$2\beta_2 e^{-2\beta_2\tau}\, e^{-2\beta_1}\, d\tau$$

Stąd prawdopodobieństwo zdarzenia pierwszego rodzaju będzie równe wartości wyrażenia:

$$2\beta_2\int_0^t e^{-2(\beta_1 + \beta_2)\tau} d\tau = \frac{\beta_1}{\beta_1 + \beta_2}\left[1 - e^{-2(\beta_1 + \beta_2)t}\right]$$

Zdarzenie drugiego rodzju składa się z dwóch kolejnych zdarzeń elementarnych:

- zwarcia jednego z ogniw w chwili τ przy czym $0 < \tau \le t$

oraz

- zwarcia lub przerwy drugiego ogniwa w chwili x przy czym $\tau < x \le t$.

Prawdopodobieństwo drugiego w kolejności zdarzenia elementarnego jest równe:

$$\alpha_1 e^{-(\alpha_1 + \alpha_2)(x - t)} dx + \alpha_2 e^{-(\alpha_1 + \alpha_2)(x - \tau)} dx$$

Stąd, całkując po x otrzymamy prawdopodobieństwo drugiego w kolejności zdarzenia

$$1 - e^{-(\alpha_1 + \alpha_2)(t - \tau)}$$

Jest to prawdopodobieństwo, że w odcinku czasu $(t - \tau)$ nastąpi uszkodzenie pozostałego ogniwa, bądź z powodu zwarcia, bądź przerwy. Ostatecznie prawdopodobieństwo elementarnego zdarzenia drugiego rodzaju będzie określone wyrażeniem:

$$2\beta_1 e^{-2(\beta_1 + \beta_2)\tau}\left[1 - e^{-(\alpha_1 + \alpha_2)(t - \tau)}\right] d\tau$$

Całkując to wyrażenie względem τ otrzymamy:

$$\beta_1 \frac{1 - e^{-2(\beta_1 + \beta_2)t}}{\beta_1 + \beta_2} + 2\beta \frac{e^{-2(\beta_1 + \beta_2)t} - e^{-(\alpha + \alpha)t}}{\alpha_1 + \alpha_2 - 2\beta_1 - 2\beta_2}$$

Sumując prawdopodobieństwo zdarzeń pierwszego i drugiego rodzaju oraz odejmując tę sumę od jedności, otrzymamy następującą postać funkcji niezawodności.

$$R(t) = e^{-2(\beta_1 + \beta_2)t} - 2\beta_1 \frac{e^{-2(\beta_1 + \beta_2)t} - e^{-(\alpha_1 + \alpha_2)t}}{\alpha_1 + \alpha_2 - 2\beta_1 - 2\beta_2}$$

W przypadku gdy $\alpha_2 = \beta_2 = 0$ otrzymamy wzór poprzedni. Jeżeli dodatkowo $\alpha_1 = \beta_1 =$ const., to otrzymamy znany wzór dla struktury równoległej i niezależnych uszkodzeń. W przypadku gdy $\alpha_1 = \beta_1 = 0$ otrzymamy znany wzór dla struktury szeregowej.

Rozważmy teraz przypadek, gdy celem zwiększenia niezawodności prostownika połączono równolegle dwa ogniwa półprzewodnikowe A i B. Ponieważ obciążenie prądowe prostownika wysokiego napięcia jest niewielkie, to chociaż prądowe obciążenie każdego z dwóch ogniw zmniejszyło się dwukrotnie, to nie wpłynęło to znacząco na zmianę ich niezawodności. Załóżmy, że w przybliżeniu niezawodność każdego z nich nie zmieniła się. Przyjmijmy, tak jak poprzednio, że występują uszkodzenia ogniw dwojakiego rodzaju - typu zwarcie lub przerwa.

Zauważmy, że - podobnie jak poprzednio - w przypadku uszkodzenia typu przerwa, jak również w przypadku uszkodzenia typu zwarcie, prawdopodbieństwo takiego uszkodzenia elementarnego będzie równe:

$$2\alpha_1 e^{-2\alpha_1 \tau} e^{-2\alpha_2 \tau} d\tau$$

Stąd prawdopodobieństwo uszkodzenia typu zwarcie będzie równe:

$$\frac{\alpha_1}{\alpha_1 + \alpha_2} \left[1 - e^{-2(\alpha_1 + \alpha_2)t}\right]$$

Dla elementarnego, podwójnego zdarzenia typu przerwa, a następnie zwarcie lub przerwa, prawdopodobieństwo takiego zdarzenia będzie równe:

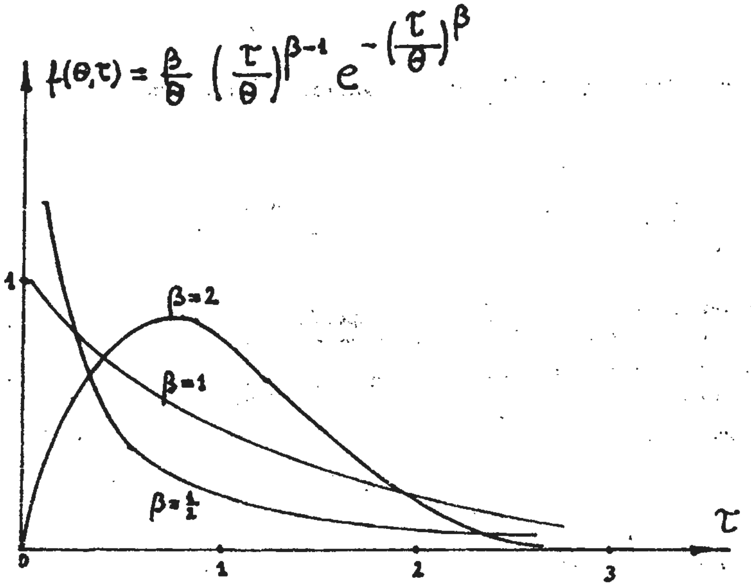
$$2\alpha_2 e^{-2(\alpha_1 + \alpha_2)\tau} \left[1 - e^{-(\alpha_1 + \alpha_2)(t - \tau)}\right] d\tau$$

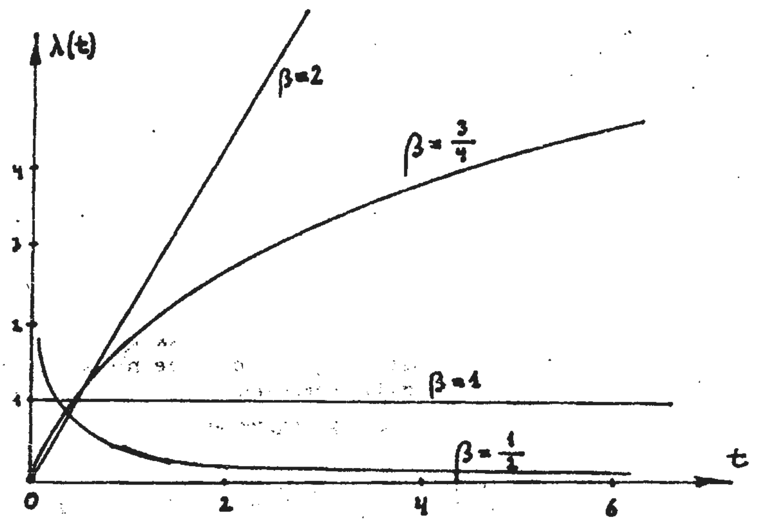
Stąd prawdopodobieństwo uszkodzenia typu przerwa będzie równe:

$$\frac{\alpha_2}{\alpha_1 + \alpha_2} \left[1 - e^{-(\alpha_1 + \alpha_2)(t - \tau)}\right]^2$$

Odejmując sumę prawdopodbieństw obu typów uszkodzeń od jedności otrzymamy funkcję niezawodności takiego układu:

$$R(t) = \frac{e^{-(\alpha_1 + \alpha_2)t}}{\alpha_1 + \alpha_2} \left[2\alpha_2 - (\alpha_2 - \alpha_1)e^{-(\alpha_1 + \alpha_2)t}\right]$$





Rys.2 Rozkład Weibulla

Zauważmy, że w przypadku gdy $\alpha_2 = 0$ otrzymamy funkcję niezawodności dla układu szeregowego:

$$R(t) = e^{-2\alpha_1 t}$$

chociaż ogniwa są połączone równolegle. Przeciwnie, jeżeli $\alpha_1 = 0$, to otrzymamy:

$$R(t) = 2e^{-\alpha_2 t} - e^{-2\alpha_2 t} = 1 - \left[1 - e^{-\alpha_2 t}\right]^2$$

Można także zauważyć, że taki sposób zwiększania niezawodności układu ma sens tylko wtedy, kiedy zachodzi nierówność $\alpha_1 \ll \alpha_2$.

To, który z tych dwóch sposobów zwiększania niezawodności układu należy wybrać zależy od stosunku wartości α_1, α_2, $2\beta_1$, $2\beta_2$. Decyduje o tym porównanie wartości dwóch wyrażeń:

$$R(t) = e^{-2bt} - 2\beta_1 \frac{e^{-2bt} - e^{-at}}{a - 2b}, \qquad a - 2b > 0$$

dla szeregowo połączonych ogniw oraz

$$R(t) = \frac{e^{-at}}{a}\left[2\alpha - ae^{-at}\right], \qquad \alpha_1 < \alpha_2$$

dla równolegle połączonych ogniw, przy tym:

$$a = \alpha_1 + \alpha_2$$

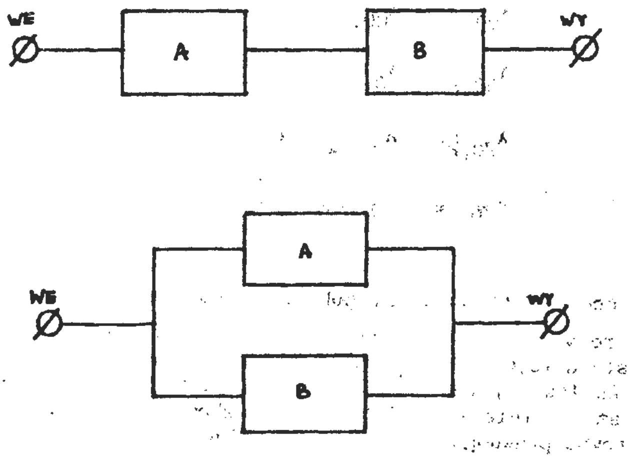
$$b = \beta_1 + \beta_2$$

Rozważony przykład poucza nas, jak wielką lekkomyślnością jest traktowanie różnych uszkodzeń jako *uszkodzeń w ogólności* i że nie ma sensu suma intensywności $\lambda = \lambda_1 + \lambda_2$ różnego rodzaju uszkodzeń.

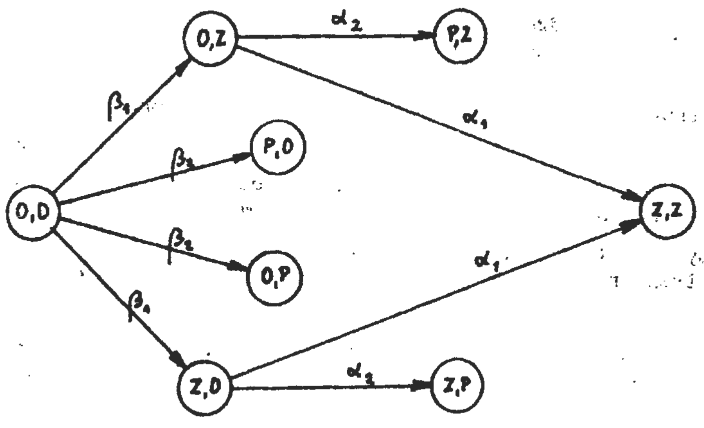
KONIEC PRZYKŁADU

Z przykładu wynika, że istnieje wyraźna zależność struktury niezawodnościowej nie tylko od budowy układu, ale także od rodzaju rozpatrywanego uszkodzenia. W przypadku gdy występują różnego rodzaju (pod względem fizycznym) uszkodzenia, pojęcie struktury niezawodnościowej staje się nieprzydatne. W takich sytuacjach zmuszeni jesteśmy do analizy bardzo złożonych zdarzeń, co znakomicie powiększa możliwość popełniania pomyłki. Ułatwieniem w takich przypadkach jest rozszerzenie zbioru rozpatrywancyh stanów.

Oznaczając symbolem Z - zwarcie, a symbolem P - przerwę, w przypadku szeregowego połączenia prostowników należałoby wyróżnić następujące stany: (0,0) - pełnej zdatności, (Z,0) i (0,Z) - niepełnej zdatności oraz (Z,P); (Z,Z); (P,0)



Rys.3 "Szeregowa" a) oraz "równoległa" struktura niezawodnościowa systemu (obiektu) dwuelementowego



Rys.4 Struktura procesu uszkodzeń dwuelementowego prostownika o szeregowej strukturze niezawodnościowej

i (0,P) - niezdatności. Intensywności przejścia byłyby równe:

$$\lambda_{00,Z0} = \lambda_{00,0Z} = \beta_1$$

$$\lambda_{00,P0} = \lambda_{00,0P} = \beta_2$$

$$\lambda_{Z0,ZZ} = \lambda_{0Z,ZZ} = \alpha_1$$

$$\lambda_{Z0,ZP} = \lambda_{0Z,PZ} = \alpha_2$$

Struktura takiego procesu uszkodzeń jest pokazana na rys. 4.

Następnie należy rozwiązać zadanie polegające na wyznaczeniu prawdopodobieństw przejść ze stanu (0,0) do poszczególnych interesujących nas stanów. Zauważmy przy tym, że takie przedstawienie procesu umożliwia nam wyznaczenie prawdopodobieństwa szczególnie niebezpiecznego uszkodzenia - zwarcia całego układu. Będzie ono równe prawdopodobieństwu osiągnięcia stanu ZZ.

STRUKTURA SYSTEMU I PROCESU

W tym miejscu należy zwrócić uwagę na konieczność ścisłego odróżnienia:

- struktury procesu uszkodzeń (rys. 4) oraz
- struktury niezawodnościowej systemu (rys. 3)

W strukturze procesu
- elementami struktury są stany obiektu fizycznego (systemu)

natomiast

- relacjami wiążącymi te stany są możliwości (procesy) przejścia (ze stanu na stan) wyrażone ilościowo intensywnościami lub prawdopodbieństwami przejścia.

W strukturze systemu (obiektu) fizycznego
- elementami struktury są fizyczne elementy (składniki) systemu (obiektu)

natomiast

- relacjami wiążącymi te elementy są możliwości przepływu czynnika wiążącego je w całość (zwykle jest nim prąd elektryczny, ciecz lub inne czynniki).

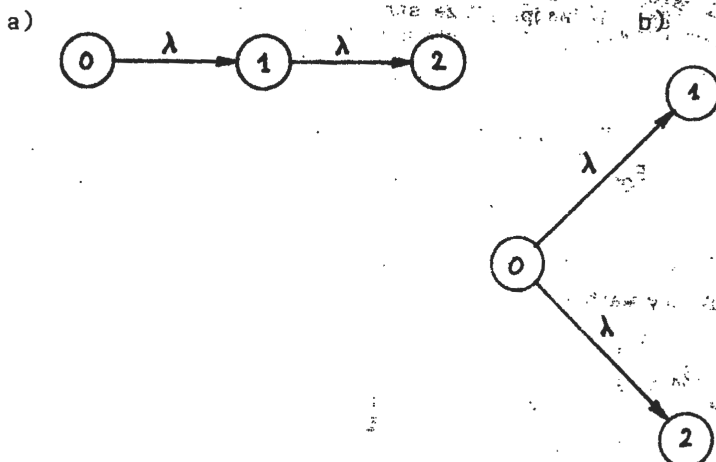
W ostatnim przypadku uszkodzenie równoznaczne jest z przerwaniem możliwości przepływu czynnika z wejścia do wyjścia.

Różnicę między tymi pojęciami pokażemy na najprostszym przykładzie systemu dwuelementowego oraz procesu o dwóch relacjach.

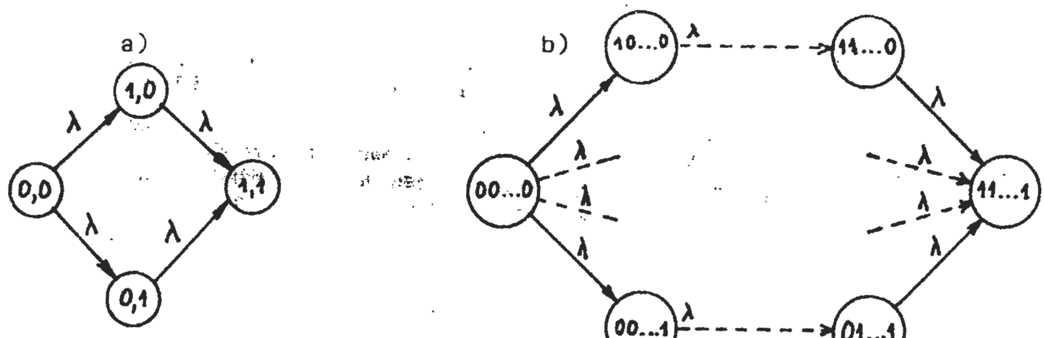
Na rys. 3 mamy pokazane dwie struktury systemu: a) *szeregową* i b) *równoległą*.

Jak wiemy, jeśli intensywności uszkodzeń są równe, to dla przypadku a) mamy

$$F(t) = 1 - e^{-2\lambda t}$$



Rys.5 Struktura a) "łańcuchowa" oraz b)"wachlarzowa" procesu uszkodzeń



Rys.6 Struktura procesu uszkodzeń dla: a) systemu dwuelementowego b) systemu wieloelementowego o strukturze równoległej

oraz

$$f(t)=\left[1-e^{-\lambda t}\right]^2$$

dla przypadku b) i niezależnych uszkodzeniach.

Dla struktury szeregowej relacjami są pary: (WE,A) (A,B) (B,WY).
Dla struktury równoległej relacjami są pary: (WE,A) (WE,B), (A,WY) (B,WY).
Na rysunku 5 pokazane są dwie najprostsze struktury procesu uszkodzeń. Na rys. 5a struktura *łańcuchowa*, na rys. 5b struktura typu *wachlarz*.
Dla struktury łańcuchowej:

$$P_{02}(t) \equiv F(t) = 1 - (1+\lambda t)\, e^{-\lambda t}$$

natomiast dla struktury wachlarzowej mamy:

$$P_{01}(t) = \frac{1}{2}\left[1 - e^{-2\lambda t}\right] \qquad P_{02}(t) = \frac{1}{2}\left[1 - e^{-2\lambda t}\right]$$

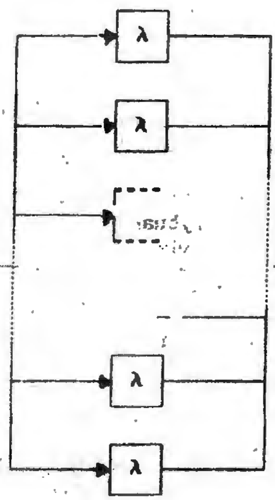
Przyjmując, że obiekt jest uszkodzony jeżeli jest w stanie: 1 lub 2 otrzymamy

$$F(t) = P_{01}(t) + P_{02}(t) = 1 - e^{-2\lambda t}$$

Dla struktury łańcuchowej relacjami są pary: (0,1) (1,2), a dla wachlarzowej - pary: (0,1) (0,2).

Zauważmy, że o ile dystrybuanta F(t) czasu poprawnej pracy do uszkodzenia jest taka sama dla systemu szeregowego oraz procesu wachlarzowego, to nie zachodzi takie podobieństwo dla systemu równoległego i procesu łańcuchowego.

TABLICA I

Rozkład Erlanga	Rozkład potęgowo-wykładniczy
$m = \frac{S}{\lambda}$	$m = \frac{1}{\lambda}\sum_{n=1}^{N}\frac{1}{n}$
$\delta^2 = \frac{S}{\lambda^2}$	$\delta^2 = \frac{1}{\lambda^2}\left\{2\sum_{n=1}^{N}(-1)^{n-1}\frac{N(N-1)\dots(N-n+1)}{n^3(n-1)!} - \left(\sum_{n=1}^{N}\frac{1}{n}\right)^2\right\}$
$\Lambda(t) = \frac{\lambda(\lambda t)^{S-1}}{(S-1)!\sum_{s=0}^{S-1}\frac{(\lambda t)^s}{s!}}$	$\Lambda(t) = N\lambda e^{-\lambda t}\frac{\left[1 - e^{-\lambda t}\right]^{N-1}}{1 - \left[1 - e^{-\lambda t}\right]^{N}}$
$\boxed{0} \xrightarrow{\lambda} \boxed{1} \xrightarrow{\lambda} \dots$ $\longrightarrow \boxed{S-1} \xrightarrow{\lambda} \boxed{S} \xrightarrow{\lambda}$	

$$\Lambda(t) = \frac{\frac{d}{dt}F(t)}{1 - F(t)} = \frac{-\frac{d}{dt}R(t)}{R(t)}$$

$$\int_0^t \Lambda(x)dx = -\int_0^t \frac{\frac{d}{dt}R(x)}{R(x)}dx = -\ln R(t)$$

$$R(t) = 1 - F(t)$$

Weźmy dla przykładu system N-elementowy o strukturze równoległej i niezależnych uszkodzeniach, dla którego dystrybuanta ma postać rozkładu *potęgowo-wykładniczego*

$$F(t) = \left[F_1(t)\right]^N$$

gdzie $F_1(t)$ - dystrybuanta pojedyńczego elementu.

W przypadku gdy

$$F_1(t) = 1 - e^{-\lambda t}$$

otrzymamy

$$F(t) = \left[1 - e^{-\lambda t}\right]^N$$

Podobnie weźmy proces łańcuchowy składający się z S podprocesów o stanach s = 0, 1, 2, ... S. Wtedy dystrybuanta dla końcowego stanu S będzie miała postać rozkładu Erlanga

$$P_{os}(t) \equiv F(t) = 1 - e^{-\lambda t}\sum_{s=0}^{S-1} \frac{(\lambda t)^s}{s!}$$

jeżeli intensywności przejścia mają te same wartości λ, a dystrybuanta czasu każdego podprocesu ma postać wykładniczą. Pełniejszą charakterystykę tych rozkładów znajdzie Czytelnik w TABELI I i na rys. 7.

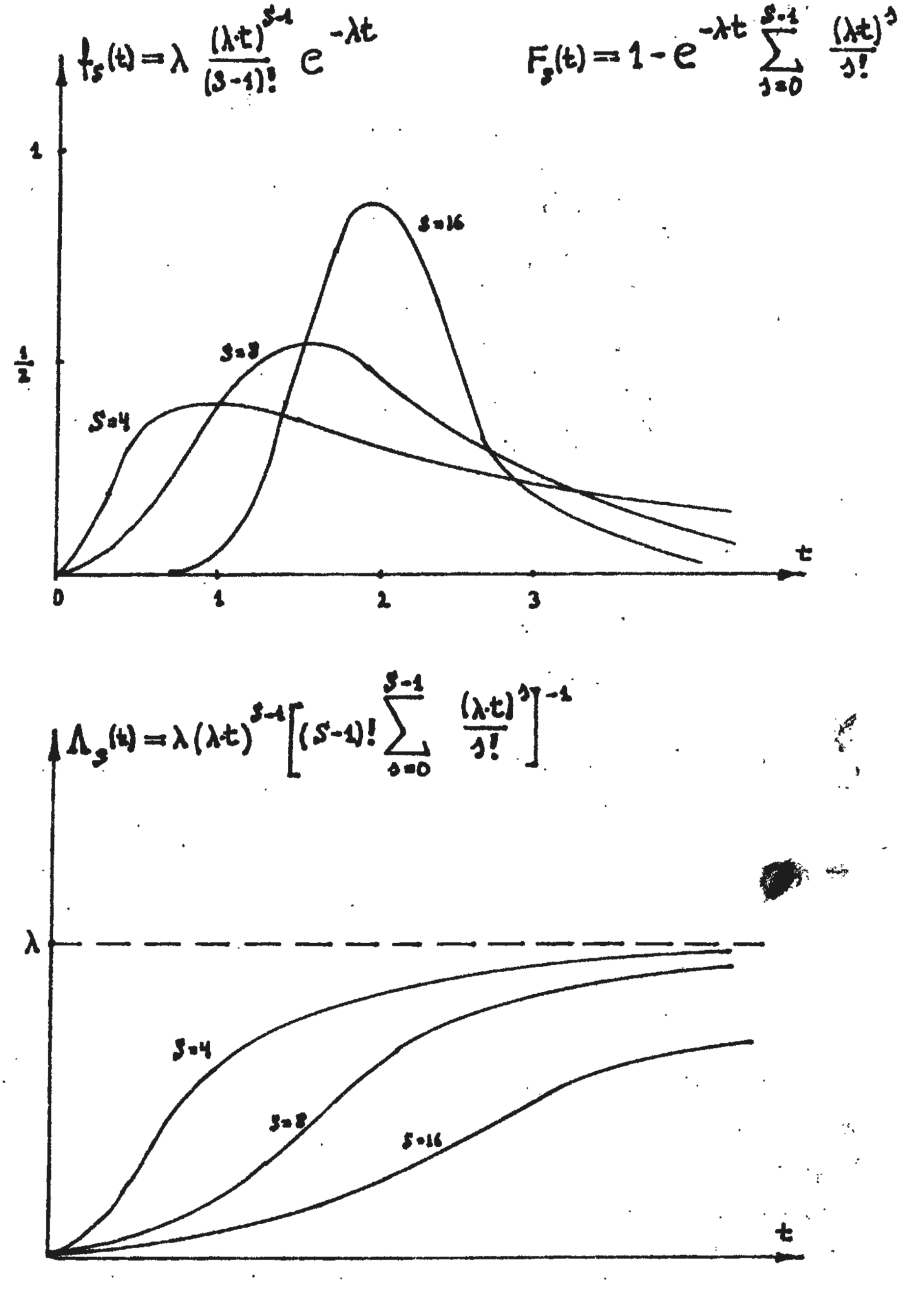
Dystrybuanty te są różne, gdyż mechanizmy procesu uszkodzeń są różne. Zwróćmy uwagę na to, że w systemie o strukturze równoległej zakłada się, że wszystkie elementy rozpoczynają swoją pracę z chwilą rozpoczęcia pracy systemu. System jest uszkodzony, jeżeli wszystkie elementy się uszkodzą. Jeżeli więc symbolami $\underline{\tau}_n$ oznaczylibyśmy losowy czas pracy elementu n = 1, 2 ... N do chwili uszkodzenia, to czas pracy systemu do chwili uszkodzenia byłby określony wyrażeniem

$$\underline{\tau} = \max \underline{\tau}_n$$

W procesie łańcuchowym mechanizm jest inny. Tam każdy ze składowych procesów rozpoczyna się, gdy skończy się poprzedni (to znaczy, gdy proces osiągnie odpowiedni stan zapoczątkowujący następne przejścia). W tym więc przypadku dystrybuanta F(t) jest rozkładem wielkości

$$\underline{\tau} = \sum_{s=0}^{S-1} \underline{\tau}_{s,s+1}$$

gdzie $\underline{\tau}_{s,s+1}$ jest czasem *przejścia* ze stanu s do stanu s + 1.



Rys.7 Rozkład Erlanga

Można zadać pytanie: Jaka struktura procesu uszkodzeń odpowiada mechanizmowi uszkodzeń w systemie o strukturze równoległej ? Na rys. 6 znajdziemy odpowiedź na to pytanie, gdzie pary (a,b) określają stan z rys. 3 elementu A - "a" oraz elementu B - "b", przy tym a,b = 0 - element nieuszkodzony, a,b = 1 - uszkodzony.

O POJĘCIU STANU OBIEKTU

Pod pojęciem stanu obiektu będziemy rozumieli jego stan fizyczny określony wartościami odpowiednich wielkości fizycznych. W przypadku przeliczalnego zbioru stanów przez stan o numerze s = 0,1,2 ... S rozumiemy pewien zbiór wartości tych wielkości fizycznych. Jeżeli obiekt jest w stanie s oznacza to, że zmierzone wartości wielkości fizycznych mieszczą się w granicach jakie wyznacza nam zbiór definiujący stan s.

Niekiedy stan fizyczny obiektu nie może być bezpośrednio zidentyfikowany ze względu na trudności pomiarowe. W takich przypadkach możemy rozszerzać pojęcie stanu uciekając się do następującej konstrukcji myślowej. Mianowicie, bardzo często możemy założyć, że między stanem fizycznym obiektu a jego dotychczasowym *napracowaniem* τ (liczonym w godzinach pracy lub przebytych kilometrach lub liczbie zadziałań lub ... itd) istnieje dość ścisły związek. Ponieważ *napracowanie* obiektu może być łatwo obserwowane i mierzone, to możemy uznać, że pomiar wartości τ może zastąpić właściwą identyfikację stanu fizycznego.

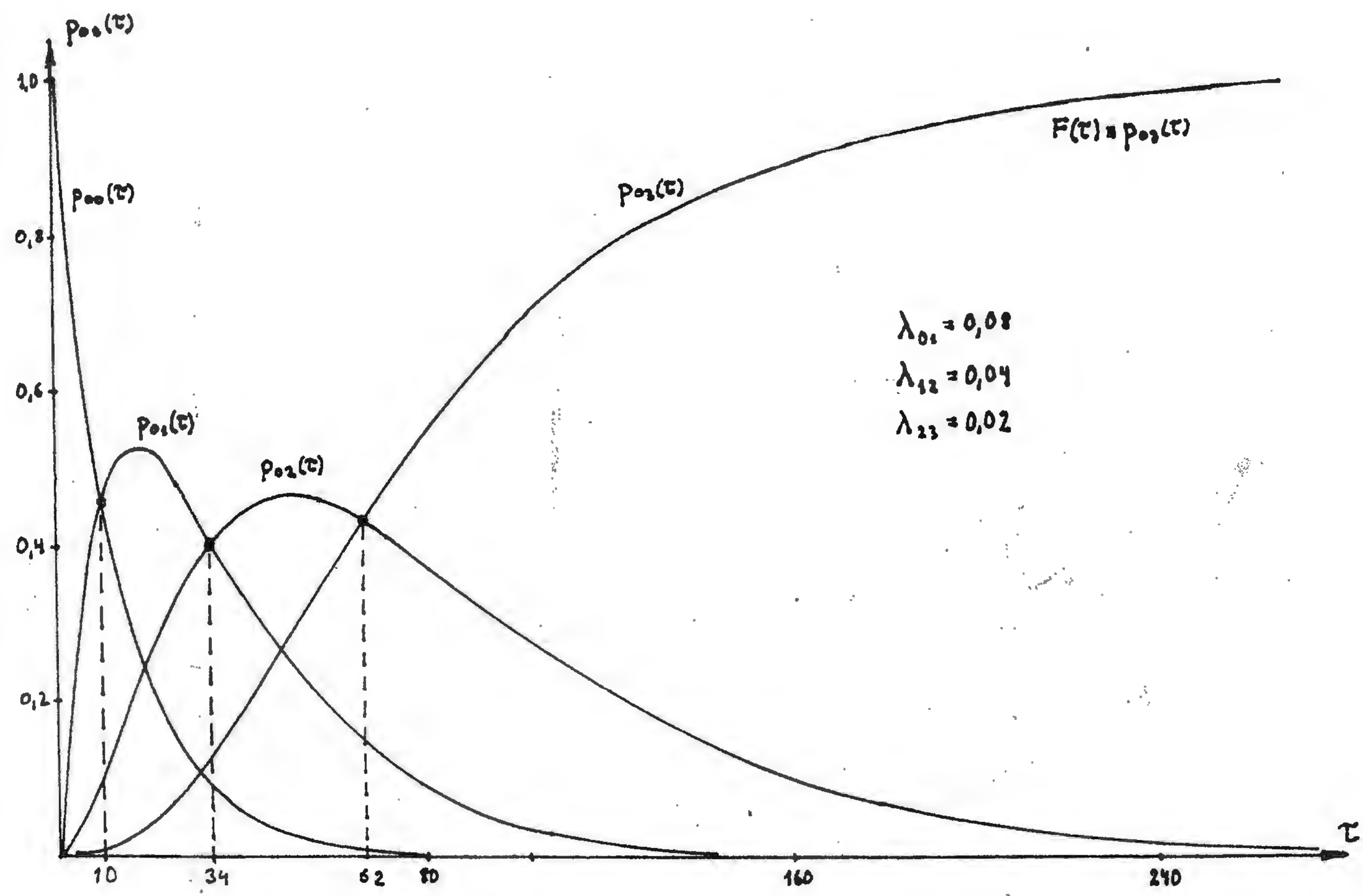
W ten sposób zakładamy istnienie i znajomość funkcji $s(\tau)$ określającej stan obiektu na podstawie jego *napracowania*. Przykład określania takiej funkcji jest pokazany na rys. 8. Mamy na nim wykresy wartości: $P_{00}(t)$; $P_{01}(t)$; $P_{02}(t)$ oraz $P_{03}(t)$ dla procesu łańcuchowego, w którym intensywności λ_{01}, $\lambda_{1,2}$, $\lambda_{2,3}$ mają interpretacje intensywności wzrostu luzu na wale na godzinę pracy obiektu, zaś stany określone są minimalnym i maksymalnym luzem na wale w danej klasie. Ponieważ faktyczne zużycie i wzrost luzu na wale jest wielkością losową, więc wyznaczone zakresy godzin pracy odpowiadające poszczególnym stanom będą tylko pewnym statystycznym przybliżeniem funkcji $s(t)$. Wyznaczając punkty krytyczne rozgraniczające obszary na zasadzie równych prawdopodobieństw otrzymamy z rys. 8 następujące przyporządkowania

$S = 0$	$0 \le \tau < 10$
$S = 1$	$10 \le \tau < 34$
$S = 2$	$34 \le \tau < 62$
$S = 3$	$62 \le \tau$

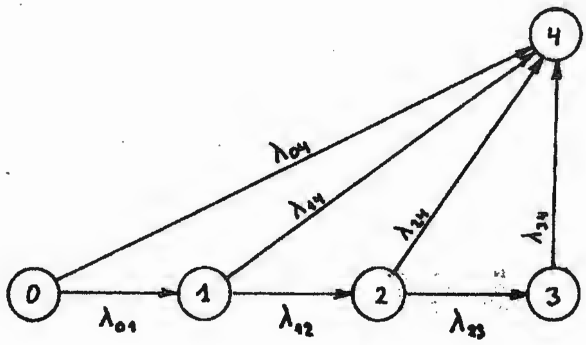
Znając funkcję $s(\tau)$ możemy następnie skonstruować graf procesu uszkodzeń. Mianowicie, oznaczając w naszym przykładzie symbolem S = 4 stan uszkodzenia obiektu możemy przyporządkować intensywności nagłych uszkodzeń λ_{04}, $\lambda_{1,4}$, $\lambda_{2,4}$, $\lambda_{3,4}$ zależne od stanu fizycznego obiektu w sposób widoczny na rysunku 9.

Zwróćmy uwagę na intensywności λ_{01}, λ_{12} i λ_{23}. Określają one proces losowy narastania luzu, a stany: 0, 1, 2, 3 są stanami sprawności (malejącej). Natomiast intensywności $\lambda_{04}<\lambda_{14}<\lambda_{24}<\lambda_{34}$ określają intensywności uszkodzeń nagłych, w tym przypadku pęknięcia łożyska. Oczywiście, zachodzi nierówność $\lambda_{04}<\lambda_{14}<\lambda_{24}<\lambda_{34}$ - wraz z pogorszeniem się stanu rośnie możliwość pęknięcia.

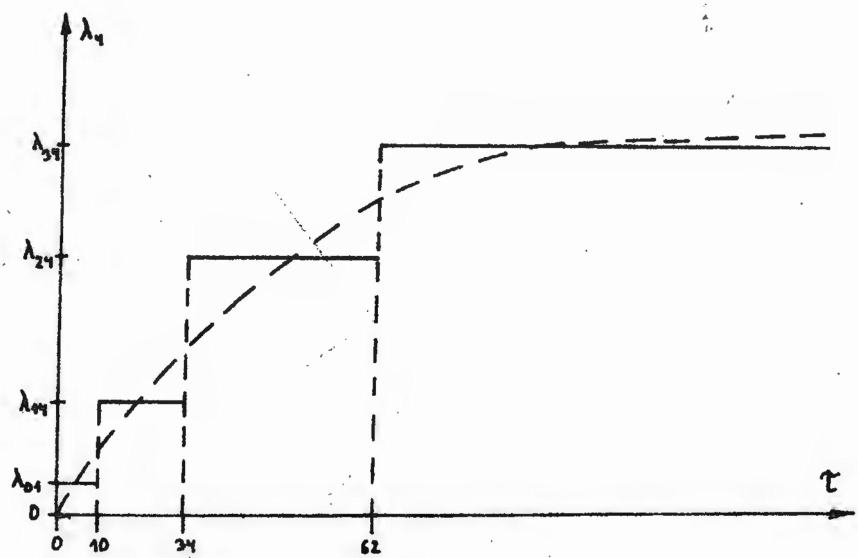
Zauważmy następnie, że ponieważ każdemu stanowi przyporządkowaliśmy odpowiedni odcinek czasu pracy τ, to tym samym przyporządkowaliśmy w postaci funkcji schodkowej wartości λ każdemu zakresowi wartości τ (patrz rys. 10).



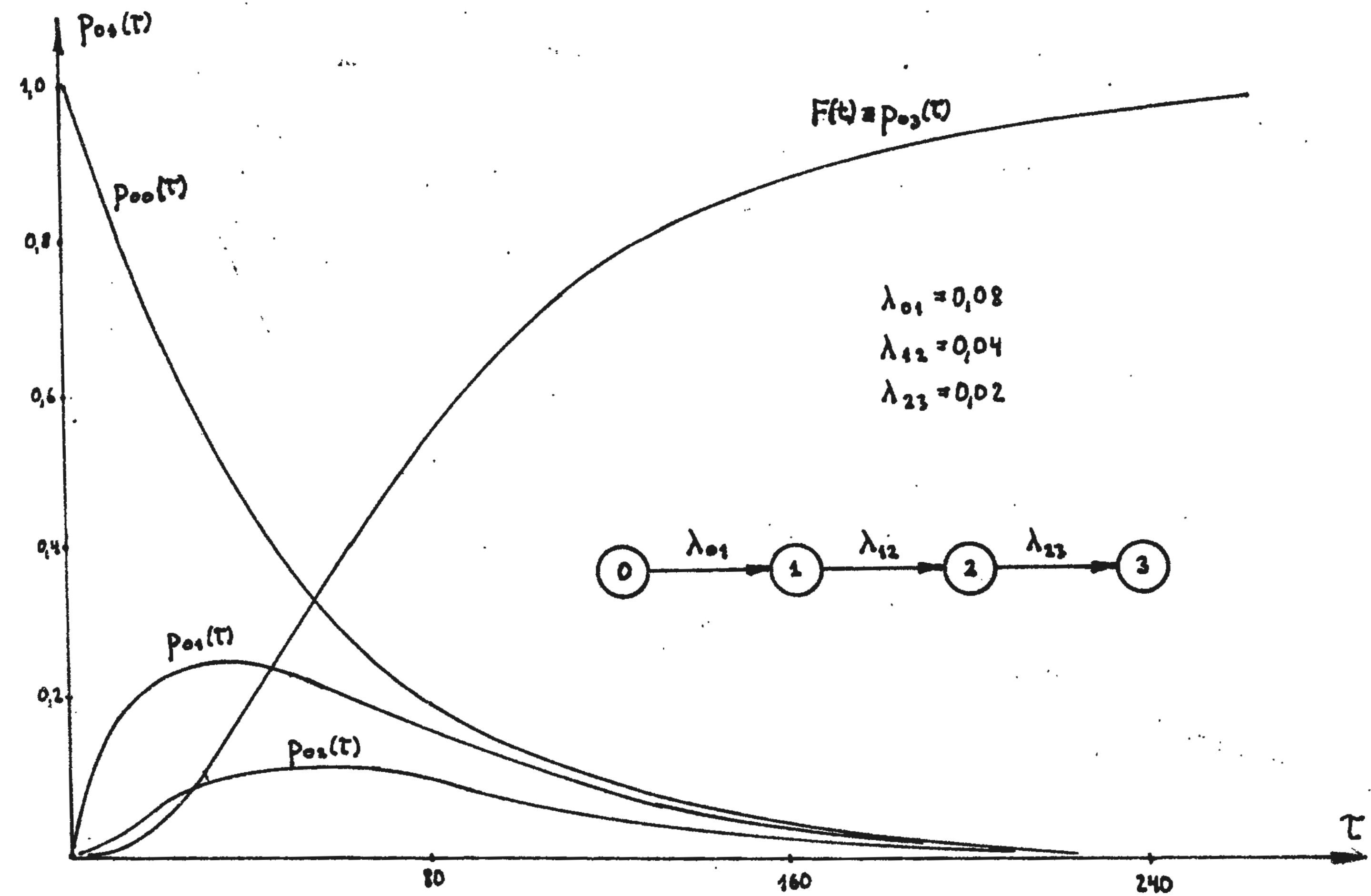
Rys.8 Wyznaczanie funkcji $S(\tau)$



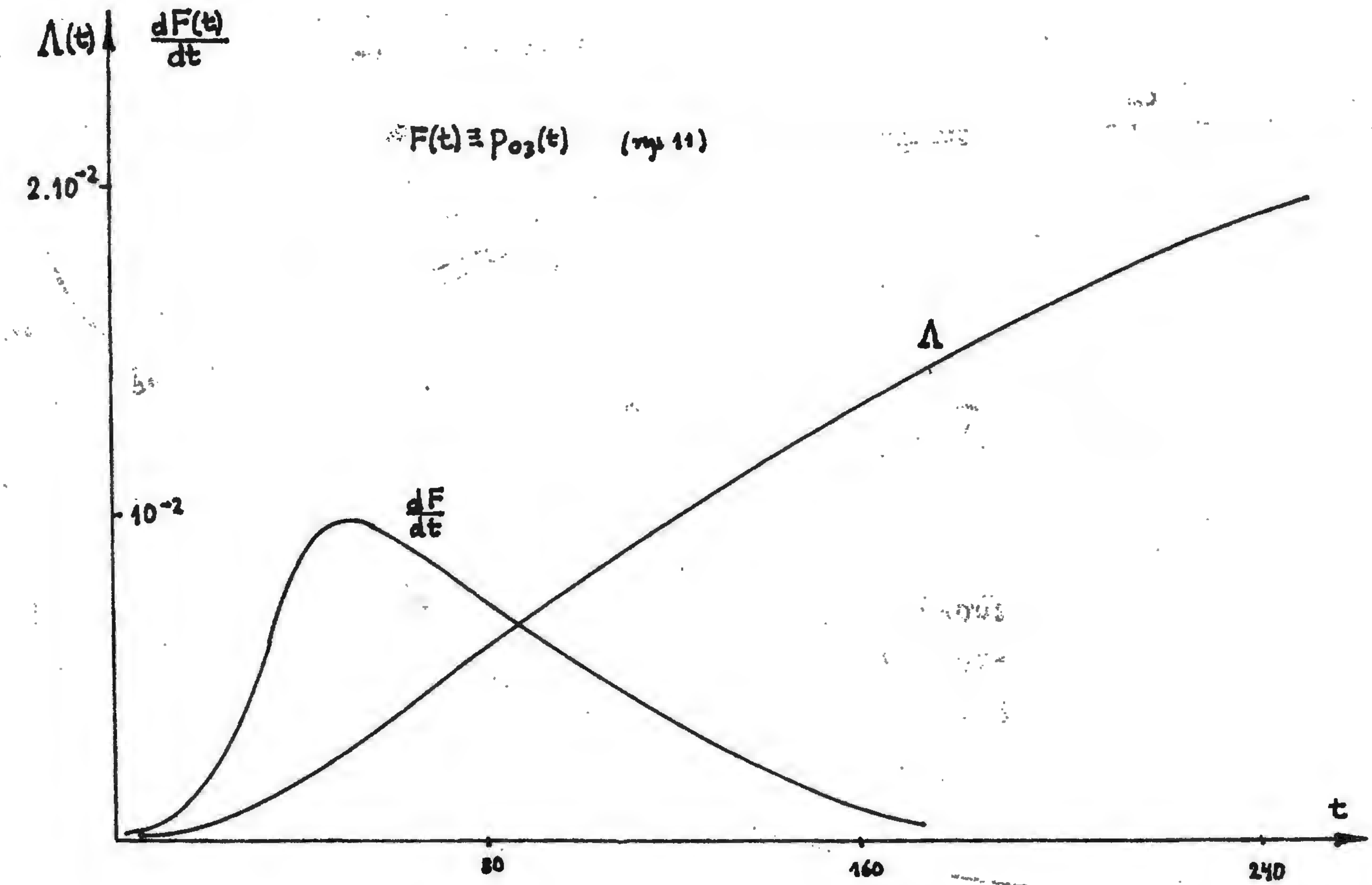
Rys.9 Struktura procesu zużycia (λ_{01}, λ_{12}, λ_{23}) oraz uszkodzeń (λ_{04}, $\lambda_{1,4}$, λ_{24}, λ_{34})



Rys.10 Przebieg narastania intensywności uszkodzań w miarę zużycia łożyska



Rys.11 Dyst[illegible] F(t) procesu łańcuchowego



Rys.12 Przebieg intensywności uszkodzeń procesu łańcuchowego z rys.11

Zauważmy następnie, że ponieważ każdemu stanowi przyporządkowaliśmy odpowiedni odcinek czasu pracy τ, to tym samym przyporządkowaliśmy w postaci funkcji schodkowej wartości λ każdemu zakresowi wartości τ (patrz rys. 10).

Jak nietrudno zauważyć, przebieg funkcji λ można uważać za aproksymację ciągłej funkcji $\lambda(\tau)$ zaznaczonej na rys. 10 linią kreskowaną. Powiększając liczbę stanów zdatności możemy dla dostatecznie dużych wartości S-1 dostatecznie dokładnie przybliżyć ciągłą funkcję $\lambda(\tau)$ - funkcją schodkową. Należy przy tym podkreślić, że dla elementów mechanicznych zwykle wartości $\lambda_{s,S}$ dla s małych są bliskie zera, natomiast istotna jest wartość $\Lambda_{S-1,S}$. W takim przypadku otrzymamy czystą strukturę łańcuchową procesu, w którym tylko ostatnia intensywność jest intensywnością uszkodzeń; wszystkie inne dotyczą tylko intensywności zużycia. Dobierając dostatecznie dużą wartość S-1 możemy uzyskać wystarczająco dokładne przybliżenie rozkładu normalnego czasu osiągnięcia stanu S-1, którego osiągnięcie zagraża uszkodzeniem obiektu. Wynika to z tego, że dla $\lambda_{s,s+1} = \lambda = \text{const}$ (dla s = 0,1,2,...,S-2) dystrybuanta czasu osiągnięcia stanu S-1 będzie miała postać rozkładu Erlanga, który ma tę własność, że dąży (ze wzrostem S) do rozkładu normalnego o wartości oczekiwanej $1/\lambda\cdot(S-1)$ i odchyleniu standardowym $1/\lambda\cdot\sqrt{(S-1)}$ (patrz rys. 7)

W ten sposób teoria niezawodności obiektów wielostanowych może być wykorzystana, w przypadku gdy stanu fizycznego obiektu nie można zidentyfikować. Zawsze jednak należy mieć na uwadze fakt, że teoria niezawodności obiektów wielostanoych ma zasadnicze zastosowanie w przypadku istnienia możliwości identyfikacji stanu fizycznego obiektu.

Na zakończenie, na rys 11 i 12 pokazano przebiegi dystrybuanty F(t) czasu pracy do uszkodzenia (stan S = 3) oraz $\Lambda(t)$ intensywności uszkodzeń, w funkcji czasu dla procesu łańcuchowego. Przebieg tej ostatniej funkcji $\Lambda(t)$ można porównać z przebiegiem funkcji $\lambda(t)$ z rysunku 1 dla normalnego rozkładu uciętego oraz z przebiegiem funkcji $\lambda(t)$ na rysunku 2 dla rozkładu Weibulla.

Nietrudno się domyśleć, że dla procesów o bardziej złożonej strukturze (nie łańcuchowej) można uzyskać różne przebiegi funkcji $\Lambda(t)$. Pozwala to domniemywać, że zmierzone eksperymentalnie przebiegi funkcji $\Lambda(t)$ nie koniecznie wynikają stąd, że występujące rozkłady nie są wykładnicze. Być może występują tylko rozkłady wykładnicze, lecz dotyczą one składowych podprocesów tworzących złożoną strukturę obserwowanego procesu wielostanowego.

4. Procesy obsługi technicznej

4.1 Charakterystyki procesu obsługi

Ciągi chwil t_o^k oraz t^k dla $k = 0,1,2,\dots, K$ wyznaczają odpowiednio początki oraz końce odcinków czasu, w których dokonywane są kolejno obsługi techniczne urządzenia (patrz rys. 19). Przez obsługę nr $k = 0$ będziemy rozumieli czynności związane z wprowadzeniem nowego urządzenia do eksploatacji (na przykład, zainstalowaniem w hali produkcyjnej), a przez obsługę nr $k = K$ - czynności związane z likwidacją urządzenia (usunięciem z hali produkcyjnej, rozbiórkę na złom itp.).

Jeżeli nowa maszyna jest instalowana w miejsce zużytej (na przygotowane stanowisko), to można przyjąć - z dostateczną dokładnością - że chwile t_o^o i t^o są identyczne, a czas instalacji pomijalnie mały. Dla ułatwienia dalszych rozważań będziemy przyjmowali, że założenia te są spełnione i obsługa nr $k = 0$ jest obsługą *pustą* o czasie trwania równym zeru. Ogólnie, czas trwania poszczególnych obsług jest równy:

$$\vartheta = t^k - t_o^k$$

W efekcie, czas T eksploatacji urządzenia jest sumą czasów użytkowania θ^k oraz czasów obsługi

$$\vartheta^k : T = t^k - t_o^o = \sum_{k=0}^{K} (\theta^k + \vartheta^k)$$

uwzględniając, że $\vartheta^o = 0$, $\theta^K = 0$. Czas trwania k-tej obsługi zależy od zakresu prac, różnego dla różnych rodzajów obsługi ponumerowanych zmienną $p = 1,2,\dots P$.

Załóżmy, że porządek wykonywania różnych obsług jest określony funkcją:

$$p = p(k,s)$$

przyporządkowującą kolejnemu numerowi obsługi $k = 1,2,\dots,K$ odpowiedni rodzaj obsługi $p = 1,2,\dots, P$, w zależności od stanu urządzenia s w chwili rozpoczęcia obsługi t_o^k. Dla każdego rodzaju $p = 1,2,\dots. P$ obsługi technicznej określone są zbiory elementów.

N_p^{odn} - podlegających odnowie (wymianie)

N_p^{kons} - podlegających konserwacji

N_p^{kontr} - podlegających kontroli ich stanu

Jednakże zbiór czynności, które zostaną ostatecznie wykonane podczas p-tego rodzaju obsługi zależy od stanu $s_n = u_n$ tych elementów, które podlegają kontroli stanu. Mianowicie: w zależności od stwierdzonego (zakładamy, że bezbłędne) stanu tych elementów będą one zastąpione nowymi lub pozostawione zostaną do dalszej pracy.

W programie prac obsługi rodzaju p, musi więc być określony dla każdego $n \in N_p^{kontr}$ taki zbiór $\$_p^n$ stanów krytycznych, przy których element nr n jest wymieniany na nowy. Oczywiście

$$\$_p^n \subset \$_n$$

Czas θ_p obsługi p zależy od:

- czynności związanych z wymianą elementów należących do zbioru N_p^{odn} wykonywanych niezależnie od ich stanu
- zabiegów związanych z konserwacją elementów należących do zbioru N_p^{kons}
- pomiarów związanych z kontrolą stanu elementów należących do zbioru N_p^{kontr}
- czynności związanych z wymianą tych elementów nr n należących do zbioru N_p^{kontr}, których stan s_n należał do zbioru $\$_p^n$

Jeżeli wprowadzimy zmienną

$$v_p^n = \begin{cases} 1 \text{ jeżeli } s_n \in \$_p^n \\ 0 \text{ jeżeli } s_n \notin \$_p^n \end{cases}$$

oraz wektor (uporządkowany zbiór) V_p, którego składowymi są zmienne v_p^n o numerach $n \in N_p^{kontr}$, uporządkowane, na przykład, według rosnących wartości n, wtedy

$$\theta_p = \theta\left(N_p^{odn},\ N_p^{kons},\ N_p^{kontr},\ V_p\right)$$

Dalej będziemy zakładali, że funkcja ta jest znana dla każdej wartości wektora V_p (dla każdego rezultatu sprawdzeń). Dla uproszczenia, funkcję tę będziemy dalej zapisywali w postaci

$$\theta_p = \theta_p(V_p)$$

Jeżeli więc w chwili t_o^k skierowania urządzenia do obsługi nr k, urządzenie jest w stanie s, to zostanie wykonana obsługa rodzaju p = p(k,s). Jeżeli ponadto kontrola stanu urządzenia dała wynik V_p, to chwila t^k zakończenia obsługi nr k będzie równa

$$t^k = t_o^k + \theta_p(V_p) \ ,$$

przy czym

$$p = p(k,s)$$

W rezultacie, chwila zakończenia obsługi zależy od aktualnego stanu urządzenia s oraz od wyniku kontroli V_p (gdzie $p = p(k,s)$).

Jeżeli przyjmiemy, że znany jest rozkład stanów elementów urządzenia w chwili t_o^k

$$P^{k-1}(\hat{S},\ t_o^k)\ ,$$

to prawdopodobieństwo, że urządzenie będzie w stanie s jest równe

$$G_s^{k-1} = G^{k-1}(s,\ t_o^k) = \sum_{\hat{S}\in\Omega_s} P^{k-1}(\hat{S}, t_o^k)\ .$$

Rozkład prawdopodobieństwa stanów elementów urządzenia w chwili t_o^k (pod warunkiem, że urządzenie w całości jest w stanie s) określone jest wyrażeniem

$$P^{k-1}(\hat{S}, t_o^k \mid s) = \begin{cases} \dfrac{1}{G_s^{k-1}}\ P^{k-1}(\hat{S},\ t_o^k)\ \text{dla}\ \hat{S} \in \Omega_s \\ 0\ \ \text{dla}\ \ \hat{S} \notin \Omega_s \end{cases}$$

Zwróćmy uwagę na to, że zbiór elementów wymienionych na nowe, w czasie obsługi rodzaju $p = p(k,s)$ zawiera nie tylko elementy należące do zbioru N_p^{odn}, ale także te elementy $n \in N_p^{kontr}$, których stan s_n był sprawdzany i należał do zbioru $\$_p^n$. Zbiór elementów, które dodatkowo zostały wymienione w rezultacie stwierdzenia ich niezadawalającego stanu podczas kontroli będzie określony wyrażeniem

$$\Delta N_p^{odn} = \left\{ n \in N_p^{kontr}\ :\ s_n \in \$_n^p \right\}.$$

Ponieważ

$$v_p^n = 1,\ \text{jeżeli}\qquad s_n \in \$_n^p\ ,$$

to wyrażenie powyższe (definicję) można zapisać w innej, dogodniejszej postaci:

$$\Delta N_p^{odn}(V_p) = \left\{ n : v_p^n = 1 \right\}$$

W rezultacie, w czasie obsługi rodzaju p = p(k,s), gdy wynikiem kontroli był wektor V_p, zbiór elementów wymienionych na nowo jest określony wyrażeniem

$$N^p(V_p) = N_p^{odn} \cup \Delta N_p^{odn}(V_p) ,$$

przy tym oznaczmy

$$\bar{N}^p(V_p) = N \setminus N^p(V_p) .$$

Zauważmy, że jeżeli wiemy, iż rezultatem kontroli przewidzianej w p-tym rodzaju obsługi był wektor V_p, to możemy wyznaczyć:

- zbiór $N^p(V_p)$ elementów, które zostały wymienione;
- zbiór $\Omega^p V_p)$ stanów elementów urządzenia, dla których możliwy był wynik kontroli V_p

$$\Omega^p(V_p) = \left\{ \hat{S}: \left[\bigwedge_{n \in N^p(V_p)} s_n \in \$_n^p \right] \cap \left[\bigwedge_{n \notin N^p(V_p)} s_n \in \$_n^p \right] \right\}$$

Prawdopodobieństwo zdarzenia, że w chwili t_o^k rozpoczęcia obsługi nr k, wynikiem kontroli urządzenia o stanie użytkowym s będzie V_p (p=p(k,s)), jest równe

$$F^k(V_p) \mid s) = \sum_{\hat{S} \in \Omega^p(V_p)} p^{k-1}(\hat{S}, t_o^k \mid s)$$

W szczególności, jeżeli

$$\Omega_s^p(V_p) = \Omega^p(V_p) \cap \Omega_s$$

to wzór ten możemy zapisać w zmodyfikowanej postaci

$$F^k(V_p \mid s) = \frac{1}{G_s^{k-1}} \sum_{\hat{S}\in\Omega_s^p(V_p)} p^{k-1}(\hat{S}, t_o^k) = \frac{\sum_{\hat{S}\in\Omega_s^p(V_p)} p^{k-1}(\hat{S}, t_o^k)}{\sum_{\hat{S}\in\Omega_s} p^{k-1}(\hat{S}, t_o^k)}$$

Podobnie możemy wyznaczyć rozkład warunkowy $p^{k-1}(\hat{S}, t_o^k \mid s, V_p)$ prawdopodobieństwa stanów elementów obiektu, jeżeli był on w stanie s i kontrola dała wynik V_p. Mianowicie, prawdopodobieństwo zdarzenia, że obiekt w chwili skierowania do k-tej obsługi będzie w stanie s i podczas kontroli jego stanu otrzymamy wynik V_p, będzie równe

$$H^{k-1}(\hat{S}, V_p) = \sum_{\hat{S}\in\Omega_s^p(V_p)} p^{k-1}(\hat{S}, t_o^k)$$

Wykorzystując powyższą wielkość mamy

$$p^{k-1}(\hat{S}, t_o^k \mid s, V_p) = \begin{cases} \dfrac{p^{k-1}(\hat{S}, t_o^k)}{H^{k-1}(s, V_p)} & \text{dla } \hat{S} \in \Omega_s^p(V_p) \\ 0 \text{ dla } \hat{S} \notin \Omega_s^p(V_p) \end{cases}$$

Wyznaczymy następnie rozkład:

$$p^k(\hat{U}, t^k \mid s, V_p)$$

stanów elementów obiektu w chwili t^k, zakończenia obsługi i równocześnie rozpoczęcia następnego k-tego okresu użytkowania. Musimy wyróżnić trzy grupy elementów w obiekcie.

Do grupy pierwszej zaliczymy wszystkie te elementy, które w procesie obsługi zostały wymienione - numery tych elementów należą do zbioru $N^p(V_p)$.

Do grupy drugiej zaliczymy te elementy, których stan nie był sprawdzony i które nie były wymienione - numery tych elementów należą do zbioru

$$N \setminus N^p$$

gdzie

$$N^p = N_p^{kontr} \cup N_p^{odn}$$

Do grupy trzeciej zaliczymy te elementy, których stan został sprawdzony, lecz ich wymiana okazała się niepotrzebna - numery tych elementów należą do zbioru

$$N_p^{kontr} \setminus N_p^{odn}$$

Przypomnijmy następnie, że rozkład stanów elementów obiektu w chwili t^k, rozpoczęcia obsługi nr k ma postać (dla $\hat{S} \in \Omega_s^p(V_p)$)

$$p^{k-1}(\hat{S}, t_o^k \mid s, V_p) = \frac{p^{k-1}(\hat{S}, t_o^k)}{H^{k-1}(s, V_p)} = \frac{\prod_{n=1}^{N} p_n(s_n, t_o^k)}{H^{k-1}(s, V_p)}$$

gdzie

$$p_n(s_n, t_o^k) = \sum_{u_n} p_n(u_n, s_n, t_o^k - t^{k-1})\, p_n(u_n, t^{k-1}),$$

co wynika z przyjętej niezależności procesów zużycia każdego elementu obiektu.

Nietrudno zauważyć, że rozkład $p^k(\hat{S}, t^k \mid s, V_p)$ będzie też miał postać iloczynu rozkładów, ponieważ wymiany elementów są dokonywane niezależnie od stanu innych elementów (zbiory $\mathcal{S}_n^p$ nie zależą od stanu elementów o numerach $m \neq n$). Jeżeli symbolem

$$r_n = \begin{cases} 0 & \text{dla} \quad n \in N_I \\ 1 & \text{dla} \quad n \in N_{II} \\ S_n & \text{dla} \quad n \in N_{III} \end{cases}$$

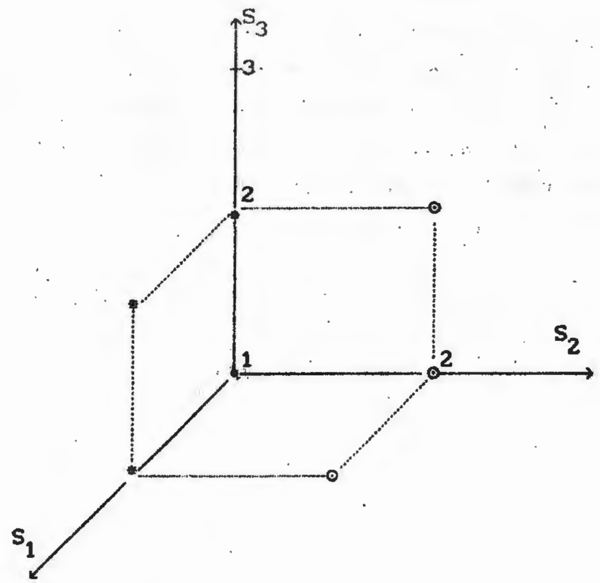
oznaczymy stan początkowy nowego elementu, na który wymieniliśmy element zużyty, to rozkłady w chwili t^k będą określone następująco:

$$p_n(u_n, t^k) = \delta_{u_n r_n}$$

gdzie

$$\delta_{ij} = \begin{cases} 1 & \text{dla} \quad i = j \\ 0 & \text{dla} \quad i \neq j \end{cases}$$

jest funkcją delta Kroneckera.



$$\Omega_2 = \{<2,1,1>,\ <1,2,1>,\ <1,1,2>,\ <2,2,1>,\ <2,1,2>,\ <1,2,2>\}$$

- zbiór "krzyżyków" *

$$V_p = <V_p^2> = \begin{cases} <1> & \text{jeżeli } s_2 \in S_2^p \\ <0> & \text{jeżeli } s_2 \notin S_2^p \end{cases}$$

$$\Omega_2^p(<1>) = \{<1,2,1>,\ <2,2,1>,\ <1,2,2>\}$$

- zbiór "kółek" ⊙

$$\Delta N^{odn}(<1>) = \{2\},\ N^p(<1>) = \{1,2\}$$

$$U_2^p(<1>) = \{<1,1,1>,\ <1,1,2>\}$$

- zbiór "kropek" •

Rys. 34 Zależności między zbiorami $\Omega_s^p(V_p)$ przestrzeni Ω dla: $N = 3$, $S_n = \{1,2,3\}$, $n = 1,2,3$, $N_p^{odn} = \{1\}$ $N_p^{kontr} = \{2\}$ $U_2^p = \{2,3\}$ $s_p = 2$ i $V = <1>$.

Jeżeli $\Omega_s^p(V_p)$ jest zbiorem możliwych stanów urządzenia po kontroli, która dała rezultat V_p, to symbolem $U_s^p(V_p)$ oznaczamy zbiór możliwych stanów urządzenia po wykonaniu obsługi. Przy tym każdy wektor $\hat{U} \in U_s^p(V_p)$ różni się tym od wektora $\hat{S} \in \Omega_s^p(V_p)$, że składowe wektora o numerach $n \in N^p(V_p)$ są równe r_n (zakładając, że wymieniamy elementy na nowe), a pozostałe składowe są równe odpowiednim składowym wektora $\hat{S}$ (patrz rys. 34).

Jeżeli następnie oznaczymy

$$C^k = \sum_{\hat{U} \in U_s^p(V_p)} \prod_{n \in N^p(V_p)} \delta_{u_n r_n} \prod_{n \in N^p(V_p)} p_n(u_n, t_o^k) \, ,$$

to

$$p^k(\hat{U}, t^k \mid s, V_p) = \begin{cases} \dfrac{1}{C^k} \prod\limits_{n \in N^p(V_p)} \delta_{u_n r_n} \prod\limits_{n \in \overline{N}^p(V_p)} p_n(u_n, t_o^k) \\ 0 \text{ dla pozostałych } \hat{U} \end{cases}$$

W rezultacie, wykonanie obsługi powoduje zmianę rozkładu

$$p^{k-1}(\hat{S}, t_o^k \mid s, V_p)$$

na rozkład

$$p^k(\hat{U}, t^k \mid s, V_p)$$

Z każdą obsługą rodzaju $p = p(k,s)$, gdy wynikiem kontroli była wielkość V_p, związany jest koszt wymiany elementów o numerach należących do zbioru N^p V_p, koszt sprawdzeń elementów o numerach należących do zbioru N_p^{kontr} i koszt zabiegów konserwacyjnych elementów o numerach należących do zbioru N_p^{kons}.

Koszt ΔB^p wykonania takiej obsługi zależy od wymienionych wielkości, co zapiszemy symbolicznie w postaci:

$$\Delta B^p = \Delta B\,(N_p^{odn}, N_p^{kontr}, N_p^{kons}, V_p)$$

lub krócej

$$\Delta B^{p} = \Delta B^{p}(V_{p})$$

Dalej będziemy zakładali, że funkcja $\Delta B^{p}(V_{p})$ jest znana.

W rezultacie wykonania k-tej obsługi rodzaju $p = p(k,s)$ urządzenia

- będącego w chwili skierowania do obsługi w stanie użytkowym s oraz
- którego sprawdzenie stanu, dało wynik V_{p}

powiększa się akumulowany koszt napraw do chwili t_{o}^{k+1} o wartość $\Delta B_{s}^{k}(V_{p})$:

$$B_{s}^{k}(V_{p}) = B^{k-1} + \Delta B_{s}^{k}(V_{p})$$

gdzie

$$p = p(k,s)$$

Ponieważ prawdopodobieństwo zdarzenia, że urządzenie znajdzie się w chwili t_{o}^{k} w stanie użytkowym s i kontrola stanu da wynik V_{p} jest równe

$$H^{k-1}(s,V_{p}) = \sum_{\hat{S}\in\Omega_{s}^{p}(V_{p})} P^{k-1}(\hat{S},\ t_{o}^{k})$$

więc B^{k} bezwarunkowa wartość oczekiwania skumulowanych kosztów obsługi urządzenia do chwili t_{o}^{k+1} będzie równa:

$$B^{k} = B^{k-1} + \sum_{s}\sum_{V_{p}} \Delta B^{p}(V_{p})\ H^{k-1}(s,V_{p})$$

przy czym

$$p = p(k,s)$$

4.2 Przykład VI. Opis procesu obsługi

Zakładając, że w chwili t^{o} rozpoczęcia eksploatacji obiekt posiada rozkład prawdopodobieństwa

$$P(\hat{U},\ t^{o}) = \delta_{1,u_{1}}\ \delta_{1,u_{2}}$$

to zgodnie z wzorem w przykładzie II, po wykonaniu obliczeń otrzymamy:

$$p^o(\hat{S},t_o^1) = e^{-(\mu^1+\mu^2)\,\Delta t^1}\left[1-e^{-\mu^1\Delta t}\right]^{s_I-1}\left[1-e^{-\mu^2\Delta t^1}\right]^{s_2-1}$$

dla $1 < s_1,\ s_2 < 3$

$$p^o(\hat{S},t_o^1) = \left\{1-e^{-\mu^1\Delta t^1} - e^{-\mu^1\Delta t^1}\left[1-e^{-\mu^1\Delta t^1}\right]\right\} e^{-\mu^2\Delta t^1}\left[1-e^{-\mu^2\Delta t^1}\right]^{s_2-1}$$

dla $\hat{S} = \langle 3,s_2\rangle,\ s_2 < 3$

$$p^o(\hat{S},t_o^1) = e^{-\mu^1\Delta t^1}\left[1-e^{-\mu^1\Delta t^1}\right]^{s_1-1}\left\{1-e^{-\mu^2\Delta t^1} - e^{-\mu^2\Delta t^1}\left[1-e^{-\mu^2\Delta t^1}\right]\right\}$$

dla $\hat{S} = \langle s_1,3\rangle,\ s_1 < 3$

$$p^o(\hat{S},t_o^1) = \left\{1-e^{-\mu^1\Delta t^1} - e^{-\mu^1\Delta t^1}\left[1-e^{-\mu^1\Delta t^1}\right]\right\}\left\{1-e^{-\mu^2\Delta t^1}\left[1-e^{-\mu^2\Delta t^1}\right]\right\}$$

dla $\hat{S} = \langle 3,3\rangle$

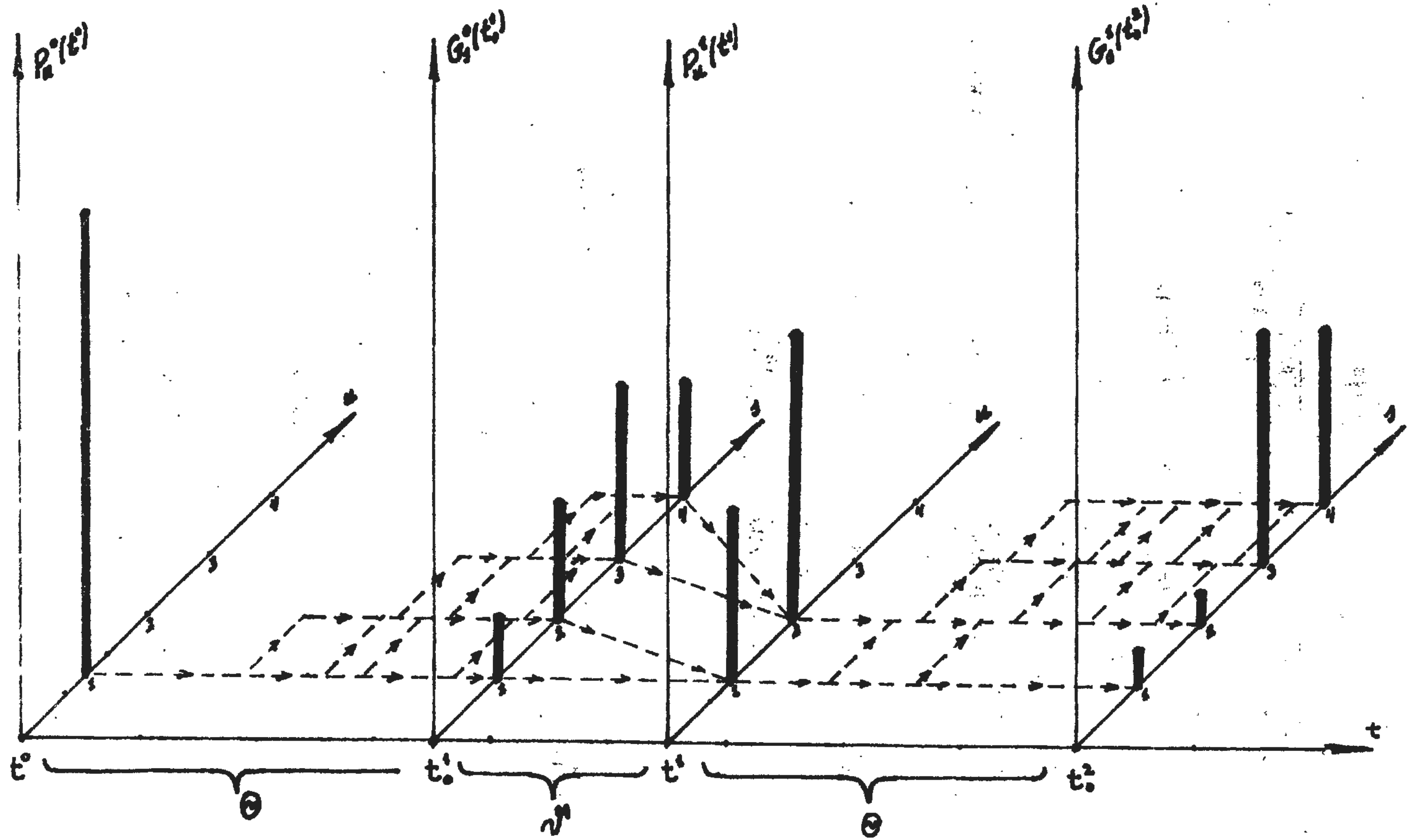
gdzie $\quad \Delta t^1 = t_o^1 - t^o$

Prawdopodobieństwo, że obiekt skierowany do obsługi będzie w stanie użytkowym s jest równe

$$G_1^o = e^{-(\mu^1+\mu^2)\,\Delta t^1}$$

$$G_2^o = e^{-(\mu^1+\mu^2)\,\Delta t^1}\left\{1-e^{-\mu^1\Delta t^1} + \left[1-e^{-\mu^1\Delta t^1}\right]\left[1-e^{-\mu^1\Delta t^1}\right] + 1-e^{-\mu^2\Delta t^1}\right\}$$

$$G_3^o = 1 - G_1^o - G_2^o$$



Rys.35 Mechanizm powstawania kolejnych rozkładów $P_u^k(t^k)$ oraz $G_s^k(t_0^{k+1})$ w okresie eksploatacji obiektu

Rozkład warunkowy $p^{o}(\hat{S},\ t_{o}^{1}\ |\ s)$ dla $s = 2$ będzie miał w tym przykładzie postać:

$$p^{o}(\hat{S}, t_{o}^{1}\ |\ 2) = \frac{\left[1-e^{-\mu^{1}\Delta t^{1}}\right]^{s_{1}-1}\left[1-e^{-\mu^{2}\Delta t^{1}}\right]^{s_{2}-1}}{1-e^{-\mu^{1}\Delta t^{1}} + \left[1-e^{-\mu^{1}\Delta t^{1}}\right]\left[1-e^{-\mu^{2}\Delta t^{1}}\right] + 1-e^{-\mu^{2}\Delta t^{1}}}$$

dla $\hat{S} = \langle 1,2\rangle,\ \langle 2,2\rangle,\ \langle 2,1\rangle$

$p^{o}(\hat{S}, t_{o}^{1}\ |\ 2) = 0$ dla pozostałych $\hat{S}$.

Załóżmy, że przyjęta funkcja $p(k,s)$ dla $k = 1$ oraz $s = 2$ przyjmuje wartość $p = 1$, przy czym niech dla obsługi rodzaju $p = 1$ będzie

$$N_{1}^{odn} = \left\{ 1 \right\} \qquad N_{1}^{kontr} = \left\{ 2 \right\} \qquad N_{1}^{kons} = \emptyset$$

Wtedy wektor V_1 będzie posiadał tylko jedną składową v_1^2

$$V_1 = \langle v_2^1 \rangle$$

Załóżmy następnie, że sprawdzony element $n = 2$ wymieniamy na nowy wtedy, kiedy jego stan należy do zbioru

$$\mathbf{S}_1^2 = \left\{ 2,3 \right\}$$

Stąd

$$\Delta N_{1}^{odn}(V_1) = \begin{cases} \{2\} & \text{jeżeli } V_1 = \langle 1\rangle \\ \emptyset & \text{jeżeli } V_1 = \langle 0\rangle \end{cases}$$

oraz

$$N^{1}(V_p) = \begin{cases} \{1,2\} & \text{jeżeli } V_1 = \langle 1\rangle \\ \{1\} & \text{jeżeli } V_1 = \langle 0\rangle \end{cases}$$

Podobnie otrzymamy:

$$\Omega^1(V_1) = \{<1,2>,\ <2,2>,\ <3,2>,\ <1,3>,\ <2,3>,\ <3,3>\} \quad \text{dla } V_1 = <1>$$

$$\Omega^1(V_1) = \{<1,1>,\ <2,1>,\ <3,1>\} \quad \text{dla } V_1\ <0>$$

Ale ponieważ

$$\Omega_2 = \{<1,2>,\ <2,2>\}$$

więc

$$\Omega_2^1(V_1) = \{<1,2>,\ <2,2>\} \quad \text{dla } V_1 = <1>$$

$$\Omega_2^1(V_1) = \{<2,1>\} \quad \text{dla } V_1 = <0>$$

Prawdopodobieństwo zdarzenia, że urządzenie skierowane do pierwszej obsługi będzie w stanie $s = 2$ i wynikiem kontroli będzie V_1 jest więc równe

$$H^o(2,V_1) = e^{-(\mu^1+\mu^2)\ \Delta t^1}\left[1-e^{-\mu^2\Delta t^1}\right]\left[1 + 1-e^{-\mu^1\Delta t^1}\right]$$

dla $V_1 = <1>$

$$H^o(2,V_1) = e^{-(\mu^1+\mu^2)\ \Delta t^1}\left[1-e^{-\mu^1\Delta t^1}\right]$$

dla $V_1 = <0>$

Prawdopodobieństwo zdarzenia, że wynikiem kontroli będzie V_1, jeżeli urządzenie skierowane do obsługi jest w stanie użytkowym $s = 2$, jest zgodnie z wyprowadzonymi wzorami, równe:

$$F^o(V_1 \mid 2) = \frac{\left[1-e^{-\mu^2\Delta t^1}\right]\left[1 + 1-e^{-\mu^1\Delta t}\right]}{1-e^{-\mu^1\Delta t^1} + \left[1-e^{-\mu^1\Delta t^1}\right]\left[1-e^{-\mu^2\Delta t^1}\right] + 1-e^{-\mu^2\Delta t^1}}$$

dla $V_1 = <1>$

$$F^{o}(V_1 \mid 2) = \frac{1-e^{-\mu^1 \Delta t^1}}{1-e^{-\mu^1\Delta t^1} + \left[1-e^{-\mu^1\Delta t^1}\right]\left[1-e^{-\mu^2\Delta t^1}\right] + 1-e^{-\mu^2\Delta t^1}}$$

dla $V_1 = \langle 0\rangle$

Prawdopodobieństwo zdarzenia, że stan urządzenia będzie równy $\hat{S}=\langle s_1, s_2\rangle$, jeżeli było ono w chwili skierowania do obsługi w stanie użytkowym s = 2 oraz rezultatem sprawdzenia był wektor V_1, jest w tym przypadku określone wzorem:

$$p^{o}(\hat{S}, t_o^1 \mid 2, V_1) = \frac{e^{-(\mu^1+\mu^2)\Delta t^1}\left[1-e^{-\mu^1\Delta t^1}\right]^{s_1-1}\left[1-e^{-\mu^2\Delta t^1}\right]^{s_2-2}}{e^{(-\mu^1+\mu^2\Delta t^1)}\left[1-e^{-\mu^2\Delta t^1}\right]\left[1 + 1-e^{-\mu^2\Delta t^1}\right]}$$

dla $\hat{S} = \langle 1,2\rangle, \langle 2,2\rangle$ oraz $V_1 = \langle 1\rangle$

$p^{o}(\hat{S}, t_o^1 \mid 2, V_1) = 1$ dla $\hat{S} = \langle 2,1\rangle$ oraz $V_1 = \langle 0\rangle$

$p^{o}(\hat{S}, t_o^1 \mid 2, V_1) = 0$ dla pozostałych wartości $\hat{S}$

Jeżeli urządzenie skierowane do pierwszej obsługi było w stanie użytkowym s=2 oraz jeżeli rezultatem kontroli było $V_1 = \langle 1\rangle$, to wymienione zostały dwa elementy

$$N^1(\langle 1\rangle) = \{1,2\}$$

W drugim przypadku, gdy rezultatem kontroli było $V_1 = \langle 0\rangle$, to wymieniony został jeden element

$$N^1(\langle 0\rangle) = \{1\}$$

a element numer n = 2 został sprawdzony, przy czym stwierdzono, że jest on w stanie $s_2 = 1$

W pierwszym przypadku rozkład stanów urządzenia w chwili ukończenia obsługi będzie miał postać:

$$p^1(U, t^1 \mid 2, 1) = \delta_{u_1,1}\, \delta_{u_2,1}$$

przy czym

$$U_2^1\left(\langle 1\rangle\right) = \left\{\langle 1,1\rangle\right\}$$

W drugim przypadku mamy dla elementu nr n = 1

$$p_1(u_1, t^1) = \delta_{u_1,1}$$

oraz

$$U_2^1\left(\langle 0\rangle\right) = \left\{\langle 1,1\rangle\right\}$$

Ale

$$p_2(u_2 t_o^1) = \binom{u_1-1}{u_2-1} e^{-u^2(t_o^1-t^o)} \left[1-e^{-\mu^2(t_o^1-t^o)}\right]^{u_2-1}$$

dla $1 \le u_2 < 3$

$$p_2(u_2 t_o^1) = 1-e^{-\mu^2(t_o^1-t^o)} \left[1 + 1-e^{-\mu^2(t_o^1-t^o)}\right]$$

dla $u_2 = 3$

Stąd

$$C^1 = p_2(1, t_o^1) = e^{-\mu^2(t_o^1-t^o)}$$

oraz

$$p^1(\hat{U}, t^1 \mid 2, \langle 0\rangle) = \frac{p_2(u_2, t_o^1)}{e^{-\mu^2(t_o-t^o)}} \qquad \text{dla } \hat{U} = \langle 1,1\rangle$$

$$p^1(\hat{U}, t^1 \mid 2, \langle 0\rangle) = 0 \qquad \text{dla pozostałych } \hat{U}$$

Ale ponieważ

$$\frac{p_2(1,t_o^1)}{e^{-\mu^2(t_1^1-t^o)}} = 1$$

więc powyższy rozkład możemy zapisać w prostszej formie:

$$p^1(\hat{U},t^1 \mid 2,\langle 0\rangle) = \delta_{u_1,1}\, \delta_{u_2,1}$$

Wynika stąd, że w tym przypadku, w szczególności mamy:

$$p^1(\hat{U},t^1|2,\langle 0\rangle) = p^1(\hat{U},t^1|2,\langle 1\rangle) = \delta_{u_1,1}\, \delta_{u_2,1}$$

Zauważmy, że gdybyśmy dla obsługi p = 1 przyjęli $N_1^{odn} = \emptyset$ (a nie jak to przyjęliśmy $N_1^{odn} = 1$), wtedy powyższe postępowanie przyniosłoby następujące wyniki:

$$U_2^1(\langle 0\rangle) = \left\{\langle 1,1\rangle,\langle 2,1\rangle\right\}$$

$$C^1 = p_1(1,t_o^1) + p_1(2,t_o^1) = e^{-\mu^1(t_o^1-t)} \left[1 + 1-e^{-\mu^1(t_o^1-t^o)}\right]$$

ponieważ

$$p_1(u_1,t_o^1) = \begin{pmatrix} u_1-1 \\ u_1-1 \end{pmatrix} e^{-\mu^1(t_o^1-t^o)} \left[1-e^{-\mu^2(t_o^1-t^o)}\right]^{u_1-1}$$

dla $1 \leq u_1$, 3

$$p_1(u_1,t_o^1) = 1-e^{-\mu^1(t_o^1\ t^o)} \left[1 + 1-e^{-\mu^1(t_o^1-t^o)}\right]$$

dla $u_1 < 3$

stąd

$$p^1(\hat{U},t^1|2,\langle 0\rangle) = \frac{\left[1-e^{-\mu^1(t_o^1-t^o)}\right]^{u_1-1}}{1+1-e^{-\mu_1(t_o^1-t^o)}}$$

dla $\hat{U} = \langle 1,1\rangle,\ \langle 2,1\rangle$

$$p^1(\hat{U}, t^1 | 2, <0>) = 0 \qquad \text{dla pozostałych wartości } \hat{U}$$

Rozkład prawdopodobieństwa stanów obiektu dla $t > t^1$ pod warunkiem, że do pierwzej obsługi był skierowany w stanie użytkowym $s = 2$, a wynikiem kontroli była wielkość >0>, będzie określony dla tego przypadku wyrażeniem:

$$p^1(\hat{S}, t \mid 2, <0>) = p^1(<1,1>, \hat{S};\ t^1, t) + p^1(<2,1>, t^1 | 2, <0>)\ P(<2,1>,\ \hat{S}, t^1, t) =$$

$$= p^1(<1,1>, t^1 | 2, <0>)\ P(<1,1>, \hat{s}; t^1) + p^1(<2,1>, t^1 | 2,0)\ P(<2,1>, \hat{s}; t^1, t)$$

Podobnie, rozkład bezwarunkowy stanów obiektu skierowanego do obsługi nr $k = 2$ byłby równy:

$$p^1(\hat{S},\ t_o^2) = \sum_s \sum_{V_p} p^1(\hat{S}, t_o^2 \mid s, V_p)\ H^o(s, V_p)$$

Wróćmy do przykładu, w którym $N_1^{odn} = 1$. Zauważmy, że w szczególności prawdopodobieństwo wymiany elementu nr $n = 2$ przy wykonywaniu obsług rodzaju $p = 1$ urządzeń będących w stanie użytkowym $s = 2$, będzie równe prawdopodobieństwu, że wynikiem kontroli będzie $V_1 = <1>$

$$F^o(<1> \mid 2) = \frac{\left[1-e^{-\mu^2 \Delta t^1}\right]\left[1 + 1-e^{-\mu^1 \Delta t^1}\right]}{1-e^{-\mu^1 \Delta t} + \left[1-e^{-\mu^1 \Delta t^1}\right]\left[1-e^{-\mu^2 \Delta t^1} + 1-e^{-\mu^2 \Delta t^1}\right]}$$

Znajomość tej wielkości pozwala wyznaczyć oczekiwaną liczbę wymienianych elementów nr $n = 2$, przy pierwszych obsługach urządzeń znajdujących się w chwili skierowania do obsługi w stanie użytkowym $s = 2$. W rezultacie, znajomość tej wielkości pozwala przewidzieć przyszłe zapotrzebowanie na części zapasowe niezbędne do wykonania obsług.

Koniec przykładu.

4.3 Przykład VII. Opis złożonego procesu obsługi

Niech eksploatowany obiekt składa się z dwóch zespołów (elementów) decydują o niezawodności całego obiektu. Każdy z nich może znajdowa jednym z trzech stanów. Jeżeli którykolwiek z elementów (zespołów) się w stanie $s_n = 3$ (uszkodzenia), wtedy całe urządzenie ulega awarii.

Ze stanem obiektu $s = 3$ (awarią) związany jest więc następując elementów

$$\Omega_3 = \left\{<1,3>, <2,1>, <3,3>, <3,2>, <3,1>\right\}$$

Normalnie obiekt po upływie określonych odcinków czasu pracy w chwilach t_k ($k = 1,2,\ldots$) kierowany jest do remontu planowo-zapobiegawczego. Niekiedy jednak zdarza się, że ulega on awarii wcześniej. Wtedy jest on naprawiany przez pogotowie techniczne. W tym przykładzie przeanalizujemy proces naprawy awaryjnej.

Początkowo wyznaczymy rozkład warunkowy prawdopodobieństwa stanów obiektu, z jakim styka się brygada pogotowia technicznego. Oznaczymy symbolem τ czas jaki obiekt pracował od ostatniego remontu planowego do chwili awarii. Załóżmy, przy tym, że po remoncie planowym elementy są zawsze w stanie $U = <1,1>$. Zgodnie z wyprowadzonymi wzorami w punkcie 4 mamy:

$$P(\hat{S},\tau \mid s=3) = \begin{cases} \dfrac{1}{G_3(\tau)} P(\hat{S},\tau) & \text{dla } \hat{S} \in \Omega_3 \\ 0 & \text{dla pozostałych wartości } \hat{S} \end{cases}$$

Ale ponieważ (porównaj wzory w przykładzie IV):

$$G_3(\tau) = 1-G_1(\tau) - G_2(\tau) = 1-e^{-(\mu^1+\mu^2)\tau} - e^{-(\mu^1+\mu^2)\tau}\left\{1-e^{-\mu^1\tau} + \left[1-e^{-\mu^1\tau}\right] \times \right.$$

$$\left. \times \left[1-e^{-\mu^2\tau}\right] + 1-e^{-\mu^2\tau}\right\}$$

więc zgodnie ze wzorem na wartość $P(\hat{S},\tau)$ w przykładzie II otrzymamy (dla $\hat{U} = <1,1>$, $\tau = t-t^o$):

$$P(\hat{S},\tau|3) = \frac{e^{-\mu^2\tau}\left[1-e^{-\mu^2\tau}\right]^{s_2-1}\left\{1-e^{-\mu^1\tau} - e^{-\mu^1\tau}\left[1-e^{-\mu^1\tau}\right]\right\}}{1-e^{-(\mu^1+\mu^2)\tau} - e^{-(\mu^1+\mu^2)\tau}\left\{1-e^{-\mu^1\tau} + \left[1-e^{-\mu^2\tau}\right]\left[1-e^{-\mu^2\tau}\right]+1-e^{-\mu^2\tau}\right\}}$$

dla $\hat{S} = <3,s_2>$ i $s_2 < 3$

$$P(\hat{S},\tau|3) = \frac{e^{-\mu^1\tau}\left[1-e^{-\mu^1\tau}\right]^{s_1-1}\left\{1-e^{-\mu^2\tau} - e^{-\mu^2\tau}\left[1-e^{-\mu^1\tau}\right]\right\}}{1-e^{-(\mu^1+\mu^2)\tau} - e^{-(\mu^1+\mu^2)\tau}\left\{1-e^{-\mu^1\tau}+\left[1-e^{-\mu^1\tau}\right]\left[1-e^{-\mu^2\tau}\right]+1-e^{-\mu^2\tau}\right\}}$$

dla $\hat{S} = \langle s_1, 3\rangle$ i $s_1 < 3$

$$P(\hat{S},\tau|3) = \frac{\left\{1-e^{-\mu^1\tau} - e^{-\mu^1\tau}\left[1-e^{-\mu^1\tau}\right]\right\}\left\{1-e^{-\mu^2\tau} - e^{-\mu^2\tau}\left[1-e^{-\mu^2\tau}\right]\right\}}{1-e^{-(\mu^1+\mu^2)\tau} - e^{-(\mu^1+\mu^2)\tau}\left\{1-e^{-\mu^1\tau} + \left[1-e^{-\mu^2\tau}\right]\left[1-e^{-\mu^2\tau}\right]+1-e^{-\mu_\tau}\right\}}$$

dla $\hat{S} = \langle 3,3\rangle$

$P(\hat{S},\tau|3) = 0$ dla pozostałych $\hat{S}$

Załóżmy, że w przypadku awarii zawsze wymieniamy pierwszy element, niezależnie od tego, czy to on był przyczyną awarii. Natomiast drugi element (znacznie droższy) wymieniamy tylko wtedy, kiedy to on był przyczyną awarii. W rezultacie mamy więc:

$$N^{odn} = \left\{ 1 \right\} \qquad N^{kont} = \left\{ 2 \right\} \qquad N^{kons} = \emptyset$$

przy tym zbiór stanów krytycznych $\mathcal{S}^n$ elementu $n = 2$ ma postać:

$$\mathcal{S}^2 = \left\{ 3 \right\}$$

Zmienna v^n odzwierciedlająca wynik kontroli drugiego elementu będzie określona następująco:

$$v^2 = \begin{cases} 1 & \text{jeżeli } s_2 \in \mathcal{S}^2 \\ 0 & \text{w przeciwnym przypadku} \end{cases}$$

Natomiast zbiory stanów elementów obiektu $\Omega(V)$ dla wartości zmiennej $V = \langle v^2\rangle$, będą:

$$\Omega_3(V) = \begin{cases} \{\langle 1,3\rangle, \langle 2,3\rangle, \langle 3,3\rangle\} & \text{dla } V = \langle 1\rangle \\ \{\langle 3,1\rangle, \langle 3,2\rangle\} & \text{dla } V = \langle 0\rangle \end{cases}$$

a zbiór elementów alternatywnie wymienianych (w zależności od wyników kontroli) jest równy:

$$\Delta N^{odn}(V) = \begin{cases} \{2\} & \text{jeżeli } V = \langle 1\rangle \\ \emptyset & \text{jeżeli } V = \langle 0\rangle \end{cases}$$

Ostatecznie więc zbiór odnawianych elementów będzie równy:

$$N(V) = N^{odn}(V) \cup \Delta N^{ddn}(V) = \begin{cases} \{1,2\} & \text{jeżeli } V = \langle 1\rangle \\ \{1\} & \text{jeżeli } V = \langle 0\rangle \end{cases}$$

Prawdopodobieństwo zdarzenia, że obiekt ulegnie awarii i wynikiem kontroli stanu obiektu będzie V, jest równe:

$$H(s=3,V) = e^{-\mu^1\tau}\left[1-e^{-\mu^1\tau}\right]\left\{1-e^{-\mu^2\tau} - e^{-\mu^2\tau}\left[1-e^{-\mu^2\tau}\right]\right\} +$$

$$+ \left\{1-e^{-\mu^1\tau} - e^{-\mu^1\tau}\left[1-e^{-\mu^1\tau}\right]\right\}\left\{1-e^{-\mu^2\tau}\left[1-e^{-\mu^2\tau}\right]\right\}$$

dla V = <1>

$$H(s=3,V) = e^{-\mu^2\tau}\left[2-e^{-\mu^2\tau}\right]\left\{1-e^{-\mu^1\tau} - e^{-\mu^1\tau}\left[1-e^{-\mu^1\tau}\right]\right\}$$

dla V = <0>

Natomiast prawdopodobieństwo zdarzenia, że wynikiem kontroli będzie V jeżeli obiekt uległ awarii będzie równe wyrażeniu:

$$F(V,s=3) = \frac{e^{-\mu^1\tau}\left[1-e^{-\mu^1\tau}\right]\left\{1-e^{-\mu^2\tau}-e^{-\mu^2\tau}\left[1-e^{-\mu^2\tau}\right]\right\}+\left\{1-e^{-\mu^1\tau}-e^{-\mu^1\tau}\left[1-e^{-\mu^1\tau}\right]\right\}}{1-e^{-(\mu^1+\mu^2)\tau}-e^{-(\mu^1+\mu^2)\tau}\left\{e^{-\mu^1\tau}+\left[1-e^{-\mu^2\tau}\right]+1-e^{-\mu^2\tau}\right\}} \times$$

$$\times \left\{1-e^{-\mu^2\tau}\left[1e^{-\mu^2\tau}\right]\right\}$$

dla V = <1>

$$F(V,s=3) = \frac{e^{-\mu^2\tau}\left[2-e^{-\mu^2\tau}\right]\left\{1-e^{-\mu^1\tau}-e^{-\mu^1\tau}\left[1-e^{-\mu^1\tau}\right]\right\}}{1-e^{-(\mu^1+\mu^2)\tau}-e^{-(\mu^1+\mu^2)\tau}\left\{1-e^{-\mu^1\tau}+\left[1-e^{-\mu^1\tau}\right]\left[1-e^{-\mu^2\tau}\right]+1-e^{-\mu^2\tau}\right\}}$$

dla V = <0>

UWAGI KOŃCOWE

Jak Czytelnik zauważył, ogólny model procesu eksploatacji zbliżony do rzeczywistego jest bardzo złożony. Przy aktualnym stanie rozwoju metod optymalizacji rzadko mogą być wykorzystane do rozwiązywania problemów optymalizacji i konstrukcji obiektów technicznych. W tej sytuacji pozostaje możliwość wykorzystania opisanych modeli do symulacji eksploatacji przy danych parametrach charakteryzujących zarówno konstrukcje, jak strategie obsług obiektu technicznego.

W tym sensie możliwe jest doskonalenie konstrukcji maszyn i urządzeń przy pomocy komputera symulującego oczekiwany przebieg procesu eksploatacji. Ze względu na to, że symulacja może odtwarzać oczekiwany przebieg całego procesu *życia* obiektu, to proces doskonalenia maszyny lub urządzenia może dotyczyć zarówno

- struktury konstrukcji, charakterystyk zużycia i niezawodności elementów z uwzględnieniem ich kosztów wytwarzania

jak i

- strategii obsługi, odstępów międzyobsługowych, rodzajów obsług, zakresów kontrolnych sprawdzeń i wymian z uwzględnieniem wszelkich konsekwencji związanych z kosztami,

W niektórych szczególnych przypadkach istnieje możliwość wykorzystania metod optymalizacji. Dotyczy to w szczególności tych obiektów, dla których wyznaczane są chwile obsług po wykonaniu określonej pracy lub po upływie określonego czasu niezależnie od ich stanu, a prawdopodobieństwo ich nagłego uszkodzenia jest pomijalnie małe.

Innym szczególnym przypadkiem jest sytuacja, w której obserwowalny stan obiektu jako całości jednoznacznie określa stan jego elementów. Wtedy istnieje możliwość przerywania procesu użytkowania obiektu - gdy osiągnie on określony stan - celem skierowania do odpowiedniej obsługi.

Niestety, wymienione wyżej przypadki nie są zbyt często spotykane w praktyce. Pierwszy dotyczy obiektów, od których wymagana jest wysoka niezawodność, a ich złożoność uniemożliwia łatwą ocenę stanu elementów składowych po efektach pracy. Drugi dotyczy bądź obiektów bardzo prostych (umożliwiających łatwą identyfikację stanu elementów po efektach ich pracy), bądź wyposażonych w systemy ciągłej, automatycznej diagnostyki elementów składowych.

Najprostszym przypadkiem jest sytuacja gdy obiekt podlega tylko jednemu rodzajowi obsługi - pełnej odnowie, a jednocześnie wyróżnia się tylko dwa możliwe stany obiektu (zdatny lub uszkodzony). Wtedy opis procesu eksploatacji sprowadza się do znanego procesu odnowy.

L I T E R A T U R A

1. R. Barlow, R. Proschan - Statistical Theory of Reliability and Life Testing, Holt, Rinekat and Winston: N.York 1975.

2. R. Barlow, F. Proschan - Mathematical theory of reliability, N.York J. Wiley 1965.

3. Beichelt F. Franken P. - Zuverlassigkeit Instandhaltung VEB Verlag Technik Berlin 1983.

4. Waprosy matematiczeskoj teorii nadeżnosti - E.J.Barziłowicz, I.K.Beljew, B.A.Kasztanow i dr.; Pod red. B.W.Gnedenko - M, Radio i Swjaz 1983-376 c.

5. Elements of Theory of Markow Processes and Thier Applications - A.T.Bhorucha - Reid Mc Grow - Hill Book comp. INC N.York, Toronto, Londyn 1960.

6. R.R. Borkow, F. Proschan - Mathematical Theory of Relibility - John Wiley - New. York 1965.

7. Markowskije procesy E.B. Dynkin Fizmattiz 1963.

8. An intoduction to probability theory and its applications W. Feller N. York J. Willey 1968 I 1971 II.

9. Gadasin B.A. Uszakow I.A. (1975): Nadeżnost słożnych informacionno - uprawljaszczych. Moskwa: Sow. Radio.

10. Gadasin B.A. Uszakow I.A. Nadeżnost słożnych informacjonno - uprawlajaszczych sistem - M. Sow. Radio, 1975 - 191 c.

11. Gercbach J.B.Korbonskij C.H.B. Modeli otkazow - M. Sow. Radio, 1966-166 c.

12. K. Grzesiak - Niezawodność urządzeń elektronicznych - WNT, Warszawa 1983.

13. Gnedenko B.W. Beljajew, J.K. Solowjew, A.D. Matematiczeskije metody w teorii nadeżnosti - M. Nauka, 1965 - 524 c.

14. J. Kałuski - Niezawodność metrologiczna przyrządów pomiarowych - Skrypt nr 1143 - Politechnika Śląska 1983.

15. Kanarczuk W.E. Osnowy nadeżnosti maszyn - Kijew: Nauk. dumka 1982 - 246 c.

16. A First course in Stochastic Processes S. Karlin Academic Press N.York, London 1968.

17. Finite Markov Chains J.G.Kemeny J.L Snell Dartmonth College 1959.

18. Kremer G. Libemmer M. Stacjonarnyje słuczjnyje procesy M. Mir 1969-398 c.

19. B. Kopyciński - Zarys teorii odnowy i niezawodności - WNT, Warszawa 1973.

20. Perewerzew E.S. Słuczanyje procesy w parametriczeskich modelach nadeżnosti. Naukowa dumka Kijew 1987.

21. S. Piasecki - Elementy teorii niezawodności i ekspoloatacji urządzeń, Skrypt serii "Teoria badań operacyjnych, WAT, Warszawa 1974.

22. Polowko A.M. Osnowy teorii nadeżnosti - M. Nauka 1964 - 446 c.

23. Poradnik niezawodności - Podstawy matematyczne - Wyd. Przem. Masz. WEMA, Warszawa, 1982.

24. M. Prażewski, E. Korczak, M. Zaremba - Niezawodność urządzeń elektronicznych - WKiŁ 1987.

25. Rajkin A.L. Elementy teorii nadeżnosti techniczeskich system. Pod red. I.A. Uszkowa - M. sow. Radio 1978 - 280 c.

26. Sołowjew A.D. (1978): Rescet i ocenka chakteristik nadeżnosti Moskwa: Izd. Znanie.

27. Tichonow B.J. Mirnow M.A. Markowskije procesy - M. sow. Radio, 1977-488 c.

28. R. Tomaszek, D. Janicki - Modele niezawodnościowe urządzeń. Materiały "Szkoły Zimowej 74" Problemy i Modele Eksploatacji Maszyn - Ośrodek Postępu technicznego - Katowice 1974.

29. Wencel A.D. Kurs teorii słuczajnych procesow - M. Nauka, 1975 - 318 c.

30. W. Zamojski - Teoria i technika niezawodności - Skrypt Politechnika Wrocławska 1976.

ISBN 83-85847-01-4

W celu uzyskania bliższych informacji i zakupu dodatkowych egzemplarzy
prosimy o konntakt z Instytutem Badań Systemowych PAN,
ul. Newelska 6, 01-447 Warszawa
tel. 37-68-22 e-mail: kotuszew@ibspan.waw.pl