POLSKA AKADEMIA NAUK
Instytut Badań Systemowych

WSPOMAGANIE DECYZJI INWESTYCYJNYCH

Roman Kulikowski,
Marek Libura,
Leon Słomiński

WSPOMAGANIE DECYZJI INWESTYCYJNYCH

Polska Akademia Nauk • Instytut Badań Systemowych

Seria: BADANIA SYSTEMOWE
tom 21

Redaktor naukowy:

Prof. dr hab. Jakub Gutenbaum

Warszawa 1998

Roman KULIKOWSKI
Marek LIBURA
Leon SŁOMIŃSKI

WSPOMAGANIE DECYZJI INWESTYCYJNYCH

Publikację opiniowali do druku:

Prof. dr hab. Maria Podgórska
Doc. dr hab. Leszek S. Zaremba

Książka powstała w wyniku realizacji projektu badawczego finansowanego przez KOMITET BADAŃ NAUKOWYCH

ISBN 83-85847-09-X
ISSN 0208-8029

Część I.

Podejmowanie decyzji na podstawie modeli użyteczności

$$A_a = 1-\kappa_a \frac{\sigma_a}{R_a}$$

dąży do jedności. Z Rys. 16 widać także iż wzrost p_1 powyżej wartości $p_1 = 1/2$ powoduje szybkie obniżanie się spodziewanej ceny ryzyka $\kappa_a(p_1)$. Oznacza to iż wzrost przekonania inwestora ($p_1 \to 1$), że zwrot na akcji ulegnie zwiększeniu powodując iż atrakcyjność tej akcji (wyrażona przez A_a) szybko wzrasta. Wzrasta również waga (udział) tej akcji w portfelu optymalizowanym. Jeśli współczynniki pewności (A_{ai}) poszczególnych akcji ulegają (wraz z prawdopodobieństwami p_{1i}) szybkim zmianom, to w kolejnych okresach planistycznych, dla uzyskania optymalnego udziału poszczególnych akcji w portfelu konieczne jest okresowe przestrajanie tego portfela, czyli tzw. aktywne zarządzanie portfelem.

6. Obligacje

6.1. Własności podstawowe obligacji

Obligacja jest papierem wartościowym, który upoważnia nabywcę do uzyskania w wyznaczonym terminie (okresie zapadalności) sumy pieniężnej (wartości nominalnej, „*the principal value*") oraz (ewentualnie) odsetek. Emitent obligacji jest więc dłużnikiem wszystkich nabywców tych obligacji. Inaczej mówiąc nabywcy obligacji kredytują potrzeby inwestycyjne emitenta. Może on zaciągać tą drogą pożyczkę jednocześnie u wielu wierzycieli, często na długi okres (np. 15 a nawet 30 lat), który przekracza zwykle okres kredytowania, jaki są skłonne udzielać banki inwestycyjne.

Emitentami obligacji mogą być: Skarb Państwa, oferując tzw. bony skarbowe, przedsiębiorstwa o charakterze publicznym, np. metro, kolej, telekomunikacja, pozostałe przedsiębiorstwa prywatne, organy samorządowe, komunalne, itp.

Z emitentem obligacji łączy się pojęcie ryzyka wypłaty wartości nominalnej i odsetek. Przyjmuje się przy tym iż obligacje rządowe posiadają najniższy poziom ryzyka o stopie zwrotu wolnej od ryzyka (*risk free*), którą oznaczamy R_F. Wszystkie inne obligacje, emitowane przez instytucje obarczone ryzykiem utraty płynności, a nawet bankructwa, muszą oferować nabywcom wyższą od R_F stopę zwrotu. W ustaleniu właściwej do poziomu ryzyka stopy zwrotu pomocne są tzw. rankingi (*ratings*), które prowadzone są przez wyspecjalizowane firmy maklerskie. Najbardziej znanymi firmami tego typu są „Standard and Poor's" oraz „Moody".

Warto zwrócić uwagę na podstawowe różnice pomiędzy papierami wartościowymi typu akcji oraz obligacji. Akcje dają nabywcy prawa we współwłasności majątku emitenta. Nabycie obligacji nie oznacza nabycia żadnych praw dotyczących współwłasności firmy. Nabywca obligacji staje się jednym z wierzycieli emitenta nie nabywając praw własnościowych w stosunku do tego emitenta (firmy). Z drugiej strony w przypadku utraty przez firmę płynności roszczenia właścicieli obligacji uwzględniane są przed roszczeniami właścicieli akcji (zwykłych).

Istnieje wiele powodów dla których emisja obligacji dla określonej instytucji może być bardziej korzystna niż emisja akcji. Ma to zwłaszcza miejsce gdy:

- instytucja (np. gmina lub związek komunalny) nie może ze względów statutowych emitować akcji,
- właściciele firmy nie chcą się dzielić prawami własnościowymi przez emisję akcji,
- emisja akcji jest bardziej kosztowna, w porównaniu z emisją obligacji, zaś obligacje są tańszą formą kredytowania niż pożyczki bankowe.

Rozwinięty rynek dłużnych papierów wartościowych, do których należą obligacje, umożliwia nabywanie obligacji w tzw. obiegu pierwotnym (u emitenta) oraz obiegu wtórnym, na giełdzie papierów wartościowych. W tym ostatnim przypadku właściciel obligacji może sprzedać swoje obligacje przed okresem zapadalności lub też nabyć inne obligacje po terminie emisji. W transakcjach tych cena obligacji kształtuje się zarówno pod wpływem okresu, który dzieli termin zapadalności od terminu transakcji jak i praw popytu i podaży na rynku kapitałowym, a zwłaszcza - oczekiwań inwestorów co do przyszłych wartości rynkowej stopy procentowej. Rynkowa stopa procentowa zależy z kolei od polityki banku centralnego, który ustala podstawowe stopy dla rozliczeń międzybankowych (tzw. stopę redyskontową, stopę refinansową i stopę lombardową) oczekiwań inflacyjnych itp. Warto zauważyć iż często nowe emisje obligacji sprzedawane są (pierwotnie) na przetargach organizowanych dla dużych inwestorów.

Pośród licznego zbioru obligacji o różnych cechach na specjalną uwagę zasługują obligacje o stałym oprocentowaniu. Są to papiery w których emitent jest zobligowany do regularnych płatności odsetek, obliczanych na bazie stałej stopy procentowej (kuponu) oraz spłacie wartości nominalnej w dniu wykupu.

Jednym z najważniejszych parametrów charakteryzujących obligacje jest wewnętrzna stopa zwrotu tzw. rentowność do dnia wykupu (*yield to maturity*), którą oznaczymy przez R. Jeżeli C będzie wysokością odsetek (w skali roku), zaś N - wartością nominalną, wypłaconą po T latach, to bieżąca wartość rynkowa P obligacji (o stałym oprocentowaniu) wyniesie

$$P = \sum_{t=1}^{T} \frac{C}{(1+R)^t} + \frac{N}{(1+R)^T} \qquad (1)$$

Znając ceną rynkową P obligacji oraz C, T i N inwestor może, rozwiązując równanie (1), wyznaczyć rentowność R. W tym celu może on wykorzystać wzór na sumę skończoną postępu geometrycznego i przedstawić (1) w postaci równoważnej

$$P = \frac{C}{R}\left[1 - (1+R)^{-T}\right] + N(1+R)^{-T} \tag{2}$$

Można zauważyć, że zdefiniowana w powyższy sposób rentowność R jest tzw. wewnętrzną stopą zwrotu z inwestycji P, która zapewni otrzymywanie kolejnych kuponów odsetkowych C, oraz w terminie T - wartość nominalną N. Otrzymywane odsetki C są tu reinwestowane ze stopą R.

Łatwo też zauważyć, że przy $P = N$ otrzymujemy

$$R = \frac{C}{N} = p,$$

gdzie $p =$ stopa oprocentowania odsetek obligacji.

Jeśli $P < N$ to $R > p$ oraz gdy $P > N$ to $R < p$, czyli rentowność jest niższa od oprocentowania odsetek. Rozpatrzmy jeszcze szczególny przypadek obligacji o kuponie zerowym, tj. $C = 0$. Cena rynkowa takiej obligacji

$$P = \frac{N}{(1+R)^T} \tag{3}$$

zaś rentowność

$$R = \sqrt[T]{\frac{N}{P}} - 1.$$

Warto zauważyć, że stosowane powyżej nominalne stopy procentowe R nie uwzględniają inflacji. W przypadku gdy inflacja nie może być pominięta (jak to ma miejsce w naszym kraju) uwzględnienie jej wpływu na rentowność staje się nieodzowne. Wprowadza się w tym celu pojęcie tzw. realnej stopy procentowej (R_r), która jest związana z inflacją (f) i stopą nominalną zależnością

$$R_r = \frac{1+R}{1+f} - 1 \tag{4}$$

Stopa inflacji f może być określona na podstawie wskaźnika wzrostu cen towarów i usług konsumpcyjnych, jakie publikuje okresowo Główny Urząd Statystyczny.

Dla przykładu obliczmy rentowność realną obligacji o $R = 20\%$ przy inflacji $f = 18\%$. Ze wzoru (4) mamy

$$R_r = \frac{1+0{,}2}{1+0{,}18} - 1 = 0{,}0169$$

Jak widać inflacja zmniejsza nominalną rentowność obligacji z $R = 20\%$ do $R_r = 1{,}69\%$. Zmniejszenie daje realny zwrot 1,69%, a nie - jak to się nieraz uważa - iż inflację należy odejmować od stopy nominalnej, co daje $R - f = 0{,}02$, czyli 2%.

6.2. Trwałość obligacji

Jedną z istotnych cech obligacji jest jej odporność lub podatność na zmiany stopy procentowej R. Jeśli, dla przykładu, rozważymy obligację o kuponie zerowym to z zależności (3) wynika iż cena P jest odwrotnie proporcjonalna do stopy procentowej R. Przy małej relatywnej zmianie stopy o $\frac{d(1+R)}{1+R} = \frac{dR}{1+R}$ następuje relatywna zmiana ceny

$$\frac{dP}{P} = -T\frac{dR}{1+R} \tag{5}$$

Wprowadzając oznaczenie

$$D = -\frac{dP}{P} : \frac{dR}{1+R}, \tag{6}$$

otrzymujemy, że dla obligacji zero-kuponowej $D = T$.

Przyjmując dla przykładu $T = 5$ lat, $R = 0{,}1$ widzimy, że przy obniżeniu się stopy R o 1%, tj. $\frac{dR}{1+R} = -\frac{0{,}01}{1{,}1} = -0{,}009$ następuje wzrost relatywnej ceny obligacji o

$$\frac{dP}{P} \approx 5 \cdot 0{,}009 = 0{,}045,$$

czyli o 4,5%.

Widać stąd, iż wyrażenie (5) jest wygodną miarą podatności ceny obligacji na obniżenie (lub wzrost) stopy procentowej R. Warto też zauważyć, że dla obligacji zerokuponowej podatność ta jest proporcjonalna do okresu zapadalności T (czasu życia obligacji). Z powyższego względu parametr D nazwany został trwałością (*duration*).

W przypadku obligacji o zmiennym oprocentowaniu, zależność ceny P od stopy R, w ogólnej postaci, można wyrazić jako

$$P = \sum_{t=1}^{T} C_t (1+R)^{-t} \tag{7}$$

gdzie C_t = strumień odsetek (oraz wartości nominalnej) w kolejnych latach $t = 1, \ldots, T$.

Stosując wzór (5) do wyrażenia (7) mamy

$$D = \sum_{t=1}^{T} t \left\{ \frac{C_t (1+R)^{-t}}{P} \right\} \tag{8}$$

Jeśli wprowadzimy pojęcie współczynników wagowych

$$W_t = C_t (1+R)^{-t} / P,$$

przy czym $\sum_{t=1}^{T} W_t = 1$, $0 \leq W_t \leq 1$, $\forall t$, trwałość (7) można wyrazić też jako „średnią ważoną” okresów czasów w jakich pojawiają się składowe strumienia odsetek, tj.

$$D = \sum_{t=1}^{T} t\, W_t \tag{9}$$

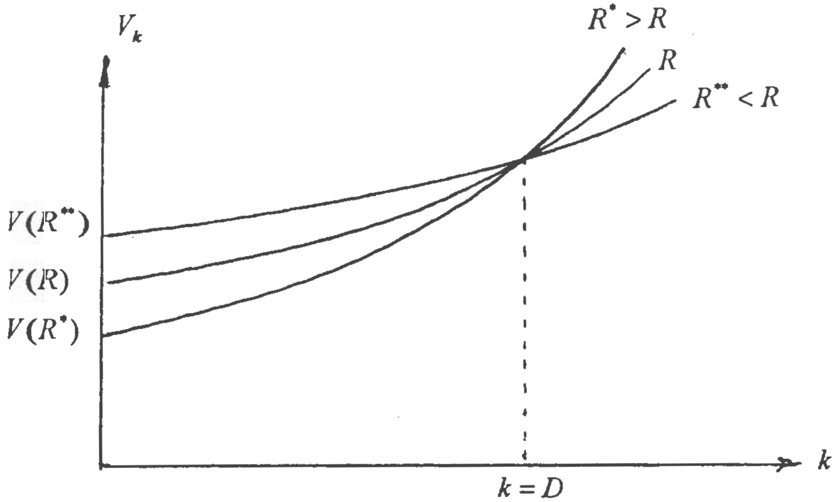
Łatwo zauważyć, że trwałość obligacji zerokuponowej o danym okresie zapadalności T jest niemniejsza niż trwałość obligacji, która wypłaca w międzyczasie (tj. w okresie T) odsetki C_t, $t = 1,\ldots,T-1$.

Posługując się wzorem (9) inwestor może dobrać obligacje znajdujące się na rynku w ten sposób, by trwałość portfela (D) przyjęła z góry upatrzoną wartość w stosunku do założonego okresu planistycznego (q). Przez okres planistyczny rozumiemy tu okres, w którym portfel jest aktywny. Konieczność operowania takim okresem wynika z faktu iż inwestycje w obligacje tworzy się w określonym celu. Dla instytucji finansowych okres ten narzucają terminy spłat zobowiązań, podatków, funduszy inwestycyjnych, dywidend, dóbr konsumpcyjnych itp. Warto zauważyć, że okres planistyczny nie zawsze pokrywa się z okresem zapadalności konkretnych obligacji. Dla uzyskania gotówki w planowanym terminie obligacje muszą być upłynniane (sprzedawane) przed okresem swojej zapadalności. Pojawia się tu jednak ryzyko uzyskania zwrotu z portfela mniejszego niż pierwotnie oczekiwano. Czynniki powyższe powodują iż problem zarządzania portfelem, złożonym z obligacji, w ten sposób by uzyskać maksymalny zwrot przy ograniczonym ryzyku oraz uzyskaniu gotówki w danym okresie planistycznym, nie jest prosty.

Dla rozwiązania tego problemu należy przede wszystkim wyrazić w jawnej formie zależność pomiędzy stopą zwrotu, w okresie planistycznym, a trwałością i ryzykiem portfela. Zagadnienie to będzie treścią następnego podrozdziału.

6.3. Zwroty nadzwyczajne i ryzyko

Zauważmy, że stopa zwrotu obligacji R determinuje jej wartość $V(R)$, jeśli tylko strumień pieniężny jaki generuje obligacja jest reinwestowany z tą samą stopą. Jeśli więc zainwestowano V zł w obligacje o stopie procentowej R to po upływie k okresów (jeśli okres jest n-tą częścią roku zamiast R stosujemy stopę R/n) wartość inwestycji narasta do $V_k = (1+R)^k V$.



Rys. 17. Wpływ zmian stopy procentowej na wartość funduszu inwestycyjnego

Jeśli natychmiast po inwestycji początkowej $V(R)$ (przy stopie R) rynkowa stopa procentowa wzrosła do $R^* > R$, wartość obligacji obniża się do $V(R^*) < V(R)$. Jednocześnie wartość funduszu inwestycyjnego po upływie k okresów narasta ze stopą R^* do wartości $V_k^* = (1+R^*)^k V(R^*)$, tak jak to ilustruje Rys. 17. Widać tu, że krzywa V_k^* mimo początkowego obniżenia $(V(R^*) < V)$ narasta szybciej od krzywej V_k. Przy obniżeniu stopy procentowej $(R^{**} < R)$ wartość początkowa $V(R^{**}) > V$, tj. wzrasta powyżej V, lecz następnie narasta wolniej od V_k.

Można wykazać (por. Bierwag (1987)), że wszystkie krzywe V_k, konstruowane dla różnych wartości R^*, przecinają się w jednym punkcie, któremu odpowiada $k = D$, tj. trwałość obligacji.

Własność powyższa może być wykorzystana do obliczenia tzw. realizowanej stopy procentowej, oznaczanej przez $\overline{R}$. Jest ona zdefiniowana przez zależność:

$$(1+\overline{R})^q V(R) = (1+R^*)^q V(R^*), \tag{10}$$

gdzie q - okres planistyczny, ustalany przez inwestora, zgodnie z jego zobowiązaniami,

R - dana początkowa (przyrzeczona) wartość stopy procentowej,

R^* - wartość oczekiwana (*ex ante*) tej stopy.

Wartość realizowana $\overline{R}$ określa stopę, według której początkowa wartość inwestycji $V(R)$ musi wzrastać by w okresie planistycznym q zapewnić realizowaną wartość funduszu inwestycyjnego $(1+R^*)^q V(R^*)$.

Rozwiązując równanie (10) względem $\overline{R}$ otrzymujemy

$$\overline{R} = (1+R^*)\left[\frac{V(R^*)}{V(R)}\right]^{1/q} - 1 . \tag{11}$$

Zależność $\overline{R}(R^*, R)$ jest nieliniowa i niewygodna w rachunkach. Babcock i Langetieg (1978) podali jednak zlinearyzowaną formę tej zależności, która przy małych zmianach $R^* - R$ daje dostateczną dla praktyki dokładność obliczeniową. Zlinearyzowana zależność pozwala wyrazić $\overline{R}$ jako

$$\overline{R} = R + \left(1 - \frac{D}{q}\right)\left(R^* - R\right), \tag{12}$$

gdzie

$$D = -\frac{V'(R)}{V(R)}(1+R)^{-1} \text{ jest trwałością obligacji.}$$

Przechodząc na wartości oczekiwane można zapisać (12) w formie

$$E(\overline{R}) = R + \left(1 - \frac{D}{q}\right)\left[E(R^*) - R\right]. \tag{13}$$

Można też wyznaczyć wariancję

$$Var(\overline{R}) = \left(1 - \frac{D}{q}\right)^2 Var(R^*)$$

oraz odchylenie standardowe $\sigma(\overline{R})$, które oznaczymy przez σ,

$$\sigma = \left|1 - \frac{D}{q}\right| \sigma(R^*) . \tag{14}$$

Aby posługiwać się wzorami (13) (14) przy optymalizacji portfela, trzeba tu wyznaczyć $E(R^*)$ i σ. Ograniczymy się do tzw. aktywnych metod zarządzania portfelem, w których obligacje są nabywane (zbywane) przed okresem zapadalności, a więc kiedy występuje ryzyko zwrotu. Nagrodą za stosowanie strategii aktywnych jest dodatkowy zwrot, zwany zwrotem nadzwyczajnym (*excess return*), którego nie udaje się uzyskać przy stosowaniu strategii pasywnych. (W strategiach takich obligacje są zwykle trzymane aż do zapadalności i ryzyko uzyskania zwrotu poniżej przyrzeczonej wartości R jest równe zeru).

Zwrot nadzwyczajny R_e można zatem zdefiniować jako:

$$R_e = E(\overline{R}) - R = \begin{cases} \left(1-\dfrac{D}{q}\right)\left[E(R^*) - R\right] = \dfrac{E(R^*)-R}{\sigma(R^*)}\sigma, & D<q, \\ 0, & D=q, \\ -\dfrac{E(R^*)-R}{\sigma(R^*)}\cdot\sigma, & D>q. \end{cases} \quad (15)$$

Widać tu, że $R_e > 0$, gdy $sign(1-D/q) = sign[E(R^*)-R]$, więc przy oczekiwaniu spadku stopy ($E(R^*) < R$) dla uzyskania dodatniego R_e inwestor winien stosować „strategię długą" tj. operować portfelem o trwałości D większej od horyzontu planistycznego q.

Na odwrót, jeśli inwestor oczekuje iż stopa $E(R^*)$ wzrośnie ponad R to winien on stosować „strategię krótką", tj. trwałość jego portfela D winna być mniejsza od q.

Aby stosować te strategie w sposób efektywny należy wyznaczyć $E(R^*)$ i σ. Można tu zastosować na przykład jednookresowy dwumianowy model prognostyczny. Załóżmy, że oczekiwany zwrot R^* może osiągać dwa stany:

$$R_u = R + \overline{\sigma}, \quad \text{z prawdopodobieństwem} \quad p_1,$$

$$R_d = R - \overline{\sigma}, \quad \text{z prawdopodobieństwem} \quad p_2 = 1 - p_1.$$

gdzie $\overline{\sigma}$ jest daną liczbą dodatnią, określającą zmienność (*volatility*) wartości przyrzeczonej (na początku okresu planistycznego). Czym dłuższy jest okres q tym, generalnie biorąc, większą wartość $\overline{\sigma}$ należy przyjmować w powyższym modelu.

Wartość oczekiwana $E(R^*)$, obliczona na podstawie modelu dwumianowego, wyniesie

$$E(R^*) = p_1[R+\overline{\sigma}] + p_2[R-\overline{\sigma}] = R + (p_1 - p_2)\overline{\sigma}$$

Wariancję $[\sigma(R^*)]^2$ obliczamy z zależności

$$[\sigma(R^*)]^2 = p_1[R-R_u]^2 + p_2[R-R_d]^2 = 4\,p_1 p_2 \overline{\sigma}^2$$

Wzory (13) (14) można zatem wyrazić jako

$$E(\overline{R}) = R + \left(1 - \frac{D}{q}\right)(p_1 - p_2)\overline{\sigma}, \tag{16}$$

$$\sigma = 2\sqrt{p_1 p_2}\,\left|1 - D/q\right|\overline{\sigma}, \tag{17}$$

Zwrot nadzwyczajny, z kolei, można wyrazić w postaci

$$R_e = \begin{cases} (1 - D/q)(p_1 - p_2)\overline{\sigma} & \text{dla} \quad D < q,\ p_1 > p_2 \\ 0 & \text{dla} \quad D = q \\ (1 - D/q)(p_1 - p_2)\overline{\sigma} & \text{dla} \quad D > q,\ p_1 < p_2 \end{cases} \tag{18}$$

Zgodnie z ostatnią zależnością inwestor może liczyć na dodatni zwrot nadzwyczajny, gdy jest on przekonany, z dużą dozą prawdopodobieństwa $(p_1 > p_2)$, że stopa R^* w najbliższej przyszłości będzie rosła $(R^* > R)$, zaś trwałość jego portfela D jest mniejsza od okresu planistycznego q. W takiej sytuacji inwestor winien „skracać" swój portfel (przez sprzedaż obligacji o dużej trwałości oraz zakup obligacji o trwałości małej).

W przeciwnym przypadku, tj. gdy inwestor oczekuje na spadek stopy procentowej $(R^* < R)$ winien on „wydłużać" swój portfel, przez wymianę obligacji krótkoterminowych na długoterminowe.

Inaczej mówiąc, inwestor winien obserwować rynkowe stopy procentowe dla obligacji i zmieniać trwałość swego portfela, gdy stopa procentowa nie spełnia jego oczekiwań. Jeśli, dla przykładu, inwestor wierzy iż R^* wzrośnie (w stosunku do R) winien on skracać swój portfel. Po pewnym czasie zauważa on jednak, że wbrew oczekiwaniom, stopa R^* spada. Aby ustrzec się od narastających strat, inwestor musi odwrócić swoją strategię przez wydłużenie trwałości portfela. Inwestor może także wycofać się na grunt neutralny przez przyjęcie strategii $D = q$, tzn. dostosowanie trwałości portfela do okresu planistycznego. Taka strategia jest strategią pasywną, nie generuje ona zwrotów nadzwyczajnych, lecz jednocześnie nie stwarza ona ryzyka uzyskania ujemnych zwrotów nadzwyczajnych. Strategia taka nosi nazwę immunizacji portfela.

Znajdując się na pozycji immunizowanej inwestor może czekać do następnej okazji (na zmianę stopy procentowej) w której zastosuje on aktywną strategię w zakresie sterowania trwałością portfela.

Warto także zauważyć iż dla uzyskania dużych zwrotów nadzwyczajnych wartość czynnika $(1-D/q)$ przy $D>q$ i $p_1<p_2$ może być uczyniona dowolnie dużą. Pojawia się tu jednak duże ryzyko σ określone wzorem (17).

6.4. Optymalizacja portfela złożonego z obligacji

Jak wynika z analizy przeprowadzonej w § 6.3 przy trwałości pojedynczych obligacji lub portfela (D) równej okresowi planistycznemu (q) uzyskujemy immunizację tego portfela. Oznacza to, że przy małych zmianach stopy procentowej (ΔR) inwestor może liczyć na stały zwrot oczekiwany (R) z tego portfela z zerowym ryzykiem. Portfele immunizowane można konstruować (przez dobór udziałów poszczególnych obligacji, czyli współczynników wagowych W_t we wzorze (9)), generalnie biorąc, różnymi drogami. Jeśli okaże się, że w immunizowanym portfelu istnieją jeszcze niewykorzystane stopnie swobody, można pokusić się by udziały obligacji były dobrane w sposób optymalny. Poniżej rozpatrzymy dwa podstawowe modele dla przeprowadzenia takiej optymalizacji.

6.4.1. Model immunizacyjny oparty na rentowności

Załóżmy, iż w portfelu występuje n obligacji o danych stopach procentowych R_i, $i=1,\ldots,n$. Inwestor musi, w końcu okresu planistycznego q, uzyskać z portfela P_q zł. Jeśli obligacje generują strumienie pieniężne C_{it} to ich wartość obecna wynosi

$$P_i = \sum_t C_{it}(1+R_i)^{-t}, \qquad i=1,\ldots,n.$$

Podobnie wartość obecna zobowiązania (wymaganego przychodu) inwestora wynosi

$$P_L = \frac{P_q}{(1+R_0)^q}, \tag{19}$$

gdzie R_0 jest stopą procentową odpowiadającą obligacji zero-kuponowej z okresem zapadalności q.

Wprowadzając pojęcie trwałości pieniężnej (*dollar duration*)

$$k_i = -\frac{dP_i}{dR_i} = -\sum_t t\,C_{it}(1+R_i)^{-t-1} \tag{20}$$

oraz liczby (udziału) obligacji w portfelu x_i, $i=1,\ldots,n$, możemy wyrazić warunki immunizacji portfela

$$\sum_{i=1}^{n} P_i x_i = P_L, \tag{21}$$

$$\sum_{i=1}^{n} k_i x_i = k_L, \tag{22}$$

gdzie

$$k_L = -qP_q(1+R_0)^{-q-1}.$$

Problem optymalizacyjny dla powyższego portfela sprowadza się do znalezienia takich liczb $x_i = \hat{x}_i$, $i=1,\ldots,n$ by dany wskaźnik jakości portfela

$$F(x_1,\ldots,x_n)$$

osiągnął wartość maksymalną tj.

$$F(\hat{x}_1,\ldots,\hat{x}_n)=\max_{x_i} F(x_1,\ldots,x_n),$$

przy warunkach $x_i \geq 0$, $i=1,\ldots,n$, oraz (21) (22).

Jako wskaźnik jakości można przyjąć średni zwrot (Dahl, Meeraus, Zenios (1993)) z portfela

$$R_p = \sum_{i=1}^{n} k_i R_i x_i : \sum_{i=1}^{n} k_i x_i = \frac{1}{k_L}\sum_{i=1}^{n} k_i R_i x_i$$

Podobny wskaźnik otrzymujemy maksymalizując przyrost wartości portfela (ΔV), gdzie wartość $V=\sum_i P_i R_i x_i$, zaś $\Delta V = \sum_i k_i R_i x_i \Delta R_i$, oraz $\Delta R_i = 1$, $\forall i$.

Jak widać, rozważany model prowadzi do zagadnienia programowania liniowego:

$$\max_{x_i} \sum_{i=1}^{n} k_i R_i x_i \tag{23}$$

przy warunkach

$$\sum_{i=1}^{n} P_i x_i = p_L, \tag{24}$$

$$\sum_{i=1}^{n} k_i x_i = k_L, \tag{25}$$

$$x_i \geq 0 \qquad \forall i. \tag{26}$$

Pewnym niedostatkiem rozważanego modelu jest fakt, iż immunizacja wyrażona przez pierwszą pochodną (występującą w trwałości) dotyczy małego otoczenia punktu $\{R_1, R_2, \ldots, R_n\}$. Jeśli wahania stóp procentowych (ΔR) są znaczne, dla określenia przyrostu wartości obligacji V należy uwzględniać wyższe pochodne $\left(\frac{d^k V}{dR^k}, k = 2,3,\ldots\right)$ a zwłaszcza pochodną drugą, czyli tzw. wypukłość obligacji (nazywaną też krzywizną)

$$Q = \sum_t t(t+1)C_{it}(1+R)^{-(t+2)}.$$

Konsekwentnie, warunki uboczne w zadaniu (23) ... (26) winny być uzupełnione przez warunek

$$\sum_{i=1}^{n} Q_i x_i \geq Q_L, \tag{27}$$

gdzie Q_L jest wypukłością zobowiązania

$$Q_L = q(q+1)P_q(1+R_0)^{-q-2}.$$

Warto zauważyć, iż zwiększenie liczby warunków ubocznych w zadaniu (23)...(26) powoduje, generalnie biorąc, obniżenie zwrotu z portfela. Wymaga też zwiększenia liczby obligacji n.

W najprostszym przypadku, gdy $n = 2$ mamy do czynienia tylko z dwiema obligacjami, których trwałości (okresy zapadalności) D_1, D_2 winny być tak dobrane by

$$D_1 < q < D_2,$$

czyli by tworzyły tzw. „portfel sztangowy" (*barbell portfolio*).

Można wykazać, por. Dahl, Meeraus, Zenios (1993), iż rozwiązanie problemu (23) ... (26) prowadzi również do strategii „sztangowych". Uzasadnia się to tym, że obligacje długie (w stosunku do q) są najbardziej skuteczne przy maksymalizacji $k_i R_i$, zaś obligacje krótkie są najbardziej skuteczne w redukcji trwałości portfela do wartości planowanej (op. cit.).

6.4.2. Struktura czasowa i immunizacyjny model czynnikowy

Dla wyceny obligacji stosowaliśmy do tej pory wewnętrzną stopę zwrotu R. Obligacje można jednak również wyceniać operując tzw. stopą natychmiastową lub punktową (*spot rate*). Stopę tę (R_{0t}) definiuje się jako rentowność obligacji zerokuponowej tj. takiej, która posiada tylko jedną wypłatę (C_t) w okresie t. Jej cena

$$P = C_t(1+R_{0t})^{-t}.$$

Dla obligacji zerokuponowej obie definicje (stopy wewnętrznej R oraz stopy punktowej R_{0t}) są sobie równoważne. W ogólnym przypadku mamy jednak

— dla stopy wewnętrznej

$$P = \sum_{t=1}^{T} C_t(1+R)^{-t}, \tag{28}$$

— dla stopy natychmiastowej

$$P = \sum_{t=1}^{T} C_t(1+R_{0t})^{-t}. \tag{29}$$

Stopę natychmiastową można nazwać też stopą zwrotu strumienia gotówki (*cash-flow yield*). Widać tu także, że dla konkretnej obligacji stopa R jest uwikłaną funkcją strumienia C_t, natomiast liczby R_{0t} nie są związane z konkretną obligacją, lecz z równowagą kapitałową obligacji zerokuponowych o różnych okresach zapadalności. Struktura czasowa R_{0t}, dla $t = 1,2,\ldots,T$, stanowi niezwykle cenną informację, pozwalającą na lepsze zrozumienie funkcjonowania rynku kapitałowego, a zwłaszcza - jak rynek wycenia korzyści z wydłużeniem (lub skróceniem) okresu zapadalności. Informacje te są przydatne z kolei przy emisji nowych obligacji, a także - przy analizie obligacji źle wycenionych (zarówno przez nabywcę jak i emitenta obligacji).

Dla wyznaczenia wartości numerycznych dla R_{0t}, $t = 1,2,\dots,T$, mogą być stosowane metody regresji liniowej. W tym celu oznaczamy $[1+R_{0t}]^{-t}$ przez d_t i wyrażamy ceny rynkowe konkretnych obligacji (P_i), zgodnie z (7); wzorem

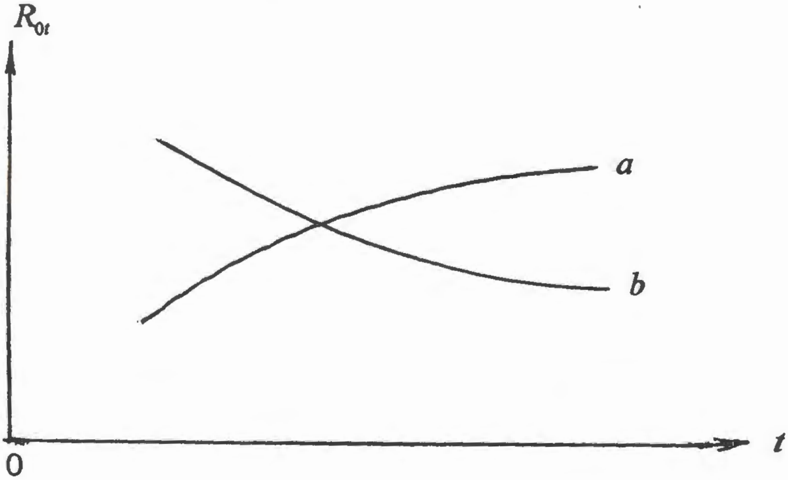
$$P_i = \sum_{t=1}^{T} c_i(t) d_t + e_i, \quad \forall i,$$

gdzie $c_i(t)$ są to odsetki wpłacane w roku t przez emitenta i-tej obligacji zaś e_i - błąd przypadkowy. W wyniku zastosowania regresji liniowej uzyskujemy oceny d_t^* nieznanych liczb d_t oraz odpowiednie wartości stóp punktowych:

$$R_{0t} = \frac{1}{\sqrt[t]{d_t^*}} - 1, \quad t = 1,2,\dots,T. \tag{30}$$

Jeśli na bazie danych wartości R_{0t} zostanie sporządzony wykres $R_{0t}(t)$ to otrzymamy krzywą zwaną „strukturą czasową” (*term structure*).

Struktury czasowe są określane dla różnych rynków kapitałowych i różnych okresów roku kalendarzowego. Nie zachowują one stabilnej formy przez dłuższy okres czasu. Typowe formy tych struktur ilustruje Rys. 18. W przypadku krzywej typu a wartości stóp R_{0t} jakich oczekują inwestorzy wzrastają wraz ze wzrostem czasu do zapadalności. W przypadku b na odwrót – inwestorzy oczekują iż stopy R_{0t} będą malały dla obligacji o dłuższych terminach zapadalności. Przypadek ostatni może być np. uzasadniony oczekiwaniami na spadek stopy inflacji w najbliższych latach.



Rys. 18. Typowe struktury czasowe

Warto zauważyć, iż oczekiwania dotyczące zachowania się struktury czasowej charakteryzują większość inwestorów działających na rynku obligacji. Każdy z indywidualnych inwestorów może, rzecz jasna, posiadać swoje własne oczekiwania dotyczące stóp procentowych. W takiej sytuacji decyzje dotyczące zakupu konkretnych obligacji przez tego inwestora, będą się różniły od decyzji typowych dla rynku. Decyzje te mogą być źródłem znacznych dochodów jeśli oczekiwania inwestora potwierdzą się w praktyce.

Możemy obecnie przystąpić do opisu modelu optymalizacji portfela obligacji, który opiera się na strukturze czasowej.

Cenę każdej obligacji w portfelu (P_i) można wyrazić jako

$$P_i = \sum_{t=1}^{T} C_{it}(1+R_{0t})^{-t}, \tag{31}$$

gdzie C_{it} = strumień wypłat odsetek i-tej obligacji.

Mamy także

$$dP_i = -\sum_{t=1}^{T} C_{it} t (1 + R_{0t})^{-t-1} dR_{0t} . \qquad (32)$$

W przypadku, gdy krzywa struktury czasowej jest płaska, tj. $R_{0t} = R$, $\forall t$; $dR_{0t} = dR$ wyrażenie $\frac{dP_i}{dR}$ jest równoważne trwałości pieniężnej (k_i) określonej w § 6.4.1. Zwykle struktura czasowa nie jest płaska, lecz ulega przesunięciu w czasie, wywołane daną liczbą niezależnych (m) czynników F_j, $j = 1,\ldots,m$, takich jak: dochód narodowy, inflacja, itp. (lub też - danymi funkcjami czasu, jak np. człony wielomianu t^k, $k = 0,1,2,\ldots$).

W liniowym modelu czynnikowym zakłada się, Dahl, Meeraus, Zenios (1993), że

$$dR_{0t} = \sum_{j=1}^{J} a_{jt} dF_j ,$$

czyli, że jednostkowa zmiana czynnika j-tego powoduje zmianę o wartość a_{jt} struktury czasowej.

Możemy zatem napisać

$$f_{ij} \stackrel{\Delta}{=} \frac{\partial P_i}{\partial F_j} = -\sum_{t=1}^{T} t a_{jt} C_{it} (1 + R_{0t})^{-t-1} ,$$

gdzie f_{ij} jest zwane „obciążeniem j-tego czynnika" (*factor loading*).

Immunizacja portfela dotyczy zmian wszystkich J czynników. Zatem warunek immunizacji można zapisać

$$\sum_{i=1}^{n} f_{ij} x_i = f_{Lj}, \quad \forall j , \ (C_t)$$

gdzie x_i - liczba obligacji, f_{Lj} - obciążenie j-tego czynnika względem zobowiązania L-tego.

Podobnie jak to ma miejsce w przypadku modelu (23) ... (26), w którym występują rentowności R_i, $i = 1,\dots,n$; optymalizacja opierająca się na modelu czynnikowym sprowadza się do

$$\max_{x_i} \sum_{i=1}^{n} k_i R_i x_i \tag{33}$$

przy warunkach

$$\sum_{i=1}^{n} P_i x_i = P_L, \tag{34}$$

$$\sum_{i=1}^{n} f_{ij} x_i = f_{Lj}, \quad \forall j \tag{35}$$

$$x_i \geq 0, \quad i = 1,\dots,n. \tag{36}$$

Jest to również zagadnienie programowania liniowego.

Warto zauważyć, że podstawowa trudność przy operowaniu modelem czynnikowym to problem właściwego wyboru liczby i rodzaju czynników.

Trudność tę ułatwia przezwyciężyć tzw. analiza czynnikowa (*factor analysis*). Zastosowaniu analizy czynnikowej do analizy struktury czasowej stóp procentowych oraz inflacji w Polsce poświęcona jest specjalna publikacja, Kulikowski, Bury, Jakubowski (1995).

6.4.3. Model uwzględniający ryzyko

W modelach rozpatrywanych w § 6.4.1, 6.4.2 ryzyko portfela w jawnej formie nie występuje. Spełnienie warunków immunizacyjnych (25) (27) oraz (34) (35) powoduje bowiem, że wahania stóp procentowych poszczególnych obligacji znoszą się wzajemnie. Wahania stóp procentowych są jednak tylko jednym (chociaż bardzo istotnym) źródłem ryzyka. Innym, istotnym źródłem ryzyka jest niewywiązanie się z płatności przez emitenta obligacji (tzw. *default risk*). Dotyczy to zwłaszcza obligacji, które są emitowane przez firmy i korporacje.

Istnieją też służby inwestycyjne i biura maklerskie, które specjalizują się w wycenie ryzyka związanego z niewypłacalnością emitentów. Podają one stopień ryzyka poszczególnych obligacji, zgodnie z hierarchiczną klasyfikacją. Na przykład, według klasyfikacji Mody's najwyżej cenione winny być obligacje, którym przypisano symbol *Aaa*, następnie *Aa*, *A*, *Baa*, *Ba*, *B*, *Caa*, *Ca* i na końcu *C*, które należą do tzw. kategorii „śmieciowej" (*junk bonds*) gdyż posiadają bardzo duże ryzyko niewypłacalności.

Oprócz ryzyka niewypłacalności inwestor, nabywając obligacje o trwałości różnej od okresu planistycznego, musi się też liczyć z ryzykiem niekorzystnej zmiany stopy procentowej.

W takich sytuacjach właściciel portfela zawierającego obligacje znajduje się w sytuacji podobnej do właściciela akcji. Winien on wybierać pomiędzy możliwością uzyskania większego zwrotu, lecz obarczonego dużym ryzykiem, a możliwością uzyskania mniejszego zwrotu, lecz za to - obarczonego małym ryzykiem.

Rozważając przydatność określonej obligacji dla swego portfela inwestor może posługiwać się pojęciem współczynnika pewności, który był początkowo (w § 4.2.2) wprowadzony pod kątem widzenia portfela zawierającego akcje. Współczynnik ten, dla i-tej obligacji

$$A_i = 1 - \kappa \frac{\sigma_i(\overline{R}_i)}{E(\overline{R}_i)}, \tag{37}$$

gdzie

κ - jest „kosztem" jednostki ponoszonego ryzyka (wyrażonego przez σ_i),

$\overline{R}_i$ - zwrot realizowanego nakładu inwestycyjnego (na zakup obligacji).

Jeśli mamy do czynienia z Obligacjami Skarbu Państwa, które są trzymane do zapadalności, $A_i = 1$. W przypadku obligacji, dla których pojawia się ryzyko niewypłacalności, a także - w przypadku, gdy okres planistyczny inwestora (q) nie jest równy trwałości (D_i) to $\sigma_i > 0$ i konsekwentnie współczynnik A_i jest mniejszy od jedności.

Dla wyceny σ_i i R_i i-tej obligacji w tym ostatnim przypadku można posłużyć się modelem dwumianowym [z § 6.3 oraz wzorami (16) (17)], które określają realizowane zwroty

$$E(\overline{R}_i) = R_i + \left(1 - \frac{D_i}{q}\right)(p_1 - p_2)\overline{\sigma}_i, \tag{38}$$

oraz odchylenia standardowe obligacji

$$\sigma_i(\overline{R}_i) = 2\sqrt{p_1 p_2}\,|1 - D_i / q|\,\overline{\sigma}_i. \tag{39}$$

We wzorach (38) (39) $\overline{\sigma}_i$ określa oczekiwaną (*ex ante*) zmienność (*volatility*) rynkowych stóp procentowych $\overline{R}_i$. Stopy te można np. estymować obserwując (*ex post*) zachowania się cen rynkowych obligacji o trwałości D_i.

Zwroty R_i, występujące we wzorze (38), są to przyrzeczone zwroty, używane do dyskontowania przyszłych strumieni (kuponów) z początkowych inwestycji $V(R_i)$ (przez okres planistyczny q).

Jeśli mamy do czynienia z obligacjami wysokiej jakości, tak że można pominąć ryzyko niewypłacalności, otrzymujemy

$$\sigma_i(\overline{R}_i) / E(\overline{R}_i) = \frac{2\sqrt{p_1 p_2}\,|1 - D_i / q|}{R_i / \overline{\sigma}_i + (p_1 - p_2)(1 - D_i / q)}, \quad \forall i,$$

Możemy więc także obliczyć współczynniki pewności poszczególnych obligacji

$$A_i = 1 - \kappa \frac{\sigma_i(\overline{R}_i)}{E(\overline{R}_i)}, \quad \forall i, \tag{40}$$

Podobnie jak w § 5.3 (wzór (13) (14)) zasadę akceptacji dla obligacji można wyrazić przez wartości historyczne $(R_i, \overline{\sigma}_i)$

$$R_i \geq R_F + \kappa_a(p_1)\overline{\sigma}_i, \tag{41}$$

gdzie

$$\kappa_a(p_1) = 2|1 - D_i / q|\sqrt{p_1(1-p_1)}\kappa - (1 - D_i / q)(2p_1 - 1).$$

Można zauważyć, że dla $D_i / q = 1$, obligacja jest immunizowana, przy czym $\kappa_a(p_1) = 0$, dla każdej wartości p_1.

Stosując regułę alokacji do portfela z obligacjami scharakteryzowanymi przez dane współczynniki pewności A_i możemy wyznaczyć optymalne udziały tych obligacji w portfelu. Zasada alokacji może być także zastosowana do portfela, w którym oprócz obligacji występują również akcje.

Przykład

Aktywnie nastawiony inwestor, posiadający kapitał X rozważa jednoroczną inwestycję w portfel złożony z trzech kategorii papierów wartościowych:

a) Jednoroczne, pozbawione ryzyka Obligacje Skarbu Państwa o cenie P_F, które dają zwrot $R_F = 10\%$.

b) Zdywersyfikowany (w celu pozbycia się ryzyka niesystematycznego) portfel akcji z $R_h = 25\%$, $\sigma_h = 31\%$ i cenie $P_S = 0{,}25\, P_F$. Inwestor oczekuje iż nastąpi wzrost zwrotów z portfela z prawd. $p_1 = 0{,}6$ $(p_2 = 0{,}4)$.

c) Obligacje dwuletnie $(D/q = 2)$ scharakteryzowane przez $R_b = 17\%$, $\overline{\sigma}_b = 5\%$. Inwestor oczekuje spadku stóp procentowych i przyjmuje $p_1 = 0{,}25$, $p_2 = 0{,}75$. Cena obligacji wynosi $P_b = 1{,}4\, P_F$.

Rozważając przydatność tych papierów dla swego portfela inwestor stosuje regułę akceptacji z ceną ryzyka $\kappa = 0{,}5$. W przypadku akcji reguła ta sprowadza się do warunku

$$R_h \geq R_F + \kappa\sigma_h,$$

gdzie (por. (14) z § 5.3)

$$\kappa_a = 2\sqrt{p_1(1-p_1)}\kappa - 2p_1 + 1 = 2\sqrt{0{,}6\cdot 0{,}4}\cdot 0{,}5 - 2\cdot 0{,}6 + 1 = 0{,}29$$

Ponieważ $R_h = 0{,}25$ jest większe od $R_F + \kappa\sigma_h = 0{,}1 + 0{,}29\cdot 0{,}31 = 0{,}19$ akcje zostają zaakceptowane.

W przypadku obligacji dwuletnich warunek akceptacji wyraża się wzorem (41):

$$R_b \geq R_F + \kappa_a\sigma_b,$$

gdzie

$$\kappa_a = 2\left|1 - D/q\right|\sqrt{p_1(1-p_1)}\kappa - (1 - D/q)(2p_1 - 1) =$$
$$= 2\sqrt{0{,}25\cdot 0{,}75}\cdot 0{,}5 + (2\cdot 0{,}25 - 1) = -0{,}067.$$

Ponieważ $R_b = 0{,}17$ jest większe od

$$R_F + \kappa_a\overline{\sigma}_b = 0{,}1 - 0{,}067\cdot 0{,}05 = 0{,}097$$

obligacje zostają również zaakceptowane.

Dla wyznaczenia udziałów poszczególnych walorów w portfelu możemy zastosować regułę alokacji. Wymaga ona obliczenia współczynników pewności.

Dla obligacji Skarbu Państwa mamy $A_F = 1$.

Dla akcji współczynnik pewności wyniesie

$$A_S = 1 - \kappa\frac{\sigma_a}{R_a} = 1 - 2\kappa\frac{\sqrt{p_1(1-p_1)}}{R_h/\sigma_h + 2p_1 - 1} = 0{,}513$$

zaś dla obligacji dwuletnich

$$A_b = 1 - \kappa \frac{2\left|1 - D/q\right|\sqrt{p_1 p_2}}{R_b / \overline{\sigma}_b + (p_1 - p_2)(1 - D/q)} = 1 - \frac{\sqrt{0{,}25 \cdot 0{,}75}}{17/5 + 0{,}5} = 0{,}889$$

Korzystając z reguły alokacji (wzór (7) z § 4.2.2.) możemy teraz określić optymalne udziały poszczególnych walorów w portfelu:

a. udział Obligacji Skarbu Państwa

$$P_F \hat{x}_F / X = \frac{A_F P_F}{P}, \quad P = A_F P_F + A_S P_S + A_b P_b$$

Ponieważ $A_F = 1$

$$P_F \hat{x}_F / X = \frac{1}{1 + A_S P_S / P_F + A_b P_b / P_F} = \frac{1}{1 + 0{,}372 \cdot 0{,}25 + 0{,}889 \cdot 1{,}4} = 0{,}428$$

b. udział akcji

$$P_S \hat{x}_S / X = \frac{A_S P_S}{P} = \frac{A_S}{P_F / P_S + A_S + A_b P_b / P_S} = 0{,}04 .$$

c. udział obligacji dwuletnich

$$P_b \hat{x}_b / X = \frac{A_b P_b}{P} = \frac{A_b}{P_F / P_b + A_S P_S / P_b + A_b} = 0{,}533 .$$

Optymalny portfel winien zatem zawierać 42,8% Obligacji Skarbu Państwa; 4% akcji, oraz - 53,3% obligacji dwuletnich.

6.4.4. Aktywne zarządzanie portfelem

Jak widać z rozpatrywanego w § 6.4.3 przykładu, reguły akceptacji i alokacji pozwalają na stosunkowo łatwe ustalanie udziałów poszczególnych walorów, czyli - zarządzanie portfelem zawierającym zarówno akcje, jak i obligacje. Wycenę poszczególnych walorów dokonuje się tu w oparciu o jednolitą metodykę opartą na koncepcji współczynników pewności.

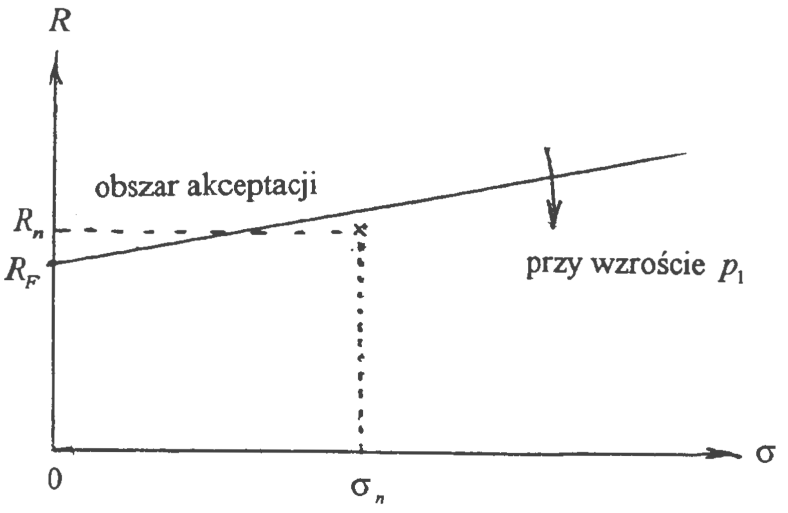
W odróżnieniu od zarządzania pasywnego, gdzie inwestorzy nie mają jednoznacznie określonych okresów planistycznych, a obligacje są często trzymane do okresów zapadalności, zarządzanie aktywne charakteryzuje się sprecyzowanymi, zwykle krótkimi okresami planistycznymi w końcu których inwestorzy chcą zrealizować maksymalne zwroty na akcjach oraz maksymalne nadzwyczajne zwroty stopy procentowej obligacji.

Wśród wielu inwestorów panuje przekonanie iż zarządzanie aktywne oparte na odpowiedniej metodologii winno przynieść (statystycznie biorąc) większe zwroty na zainwestowanym kapitale niż zarządzanie pasywne przy tym samym ryzyku działalności. Wyłania się tu, rzecz jasna, problem przyjęcia lub adaptacji odpowiedniej lub właściwej metodologii. Zgodnie z podstawową koncepcją niniejszej pracy uważamy, iż zarządzanie aktywne posiada charakter wybitnie subiektywny, w którym przejawiają się zarówno motywacje jak i intuicja inwestora. Model, czy też skomputeryzowany system wspomagający decyzje tego inwestora, musi więc uwzględniać zarówno informacje zewnętrzne (rynkowe) jak i motywacje, a zwłaszcza - postawę inwestora wobec ryzyka. Postawę tą opisuje szczególnie indywidualna cena ryzyka (κ), jaka figuruje w modelu i regule akceptacji. Sam model akceptacji (por. § 2.5), wymaga by zwrot R nie był mniejszy niż suma zwrotu bez ryzyka R_F i kosztu ryzyka (najgorszego przypadku) $\kappa\sigma$, tj.

$$R \geq R_F + \kappa\sigma \tag{42}$$

Model ten, ze względu na rolę parametru κ, został nazwany IAPM (*individual asset pricing model*) jako przeciwstawienie modelu CAPM (*capital asset pricing model*), który ma charakter zbiorowy, reprezentujący wszystkich inwestorów działających na rynku kapitałowym.

Jak widzieliśmy, na przykładach różnych aplikacji modelu (42), cena ryzyka zależy od różnych czynników. Jeśli wycena waloru jest dokonywana w oparciu o prosty dwumianowy model prognostyczny, to cena ryzyka $\kappa_a(p_1)$ zależy od prawdopodobieństwa wzrostu cen akcji (p_1). Jeśli inwestor oczekuje wzrostu p_1 (ponad neutralny poziom $p_1 = 1/2$), to zgodnie z Rys. 16, $\kappa_a(p_1)$ będzie malało.



Rys. 19. Akceptacja akcji przy wzroście prawdopodobieństwa p_1

Jednocześnie na wykresie funkcji $R(\sigma)$:

$$R = R_F + \kappa_a(p_1)\sigma,$$

nachylenie prostej będzie również malało, jak to ilustruje Rys. 19. Jeśli istnieje jakaś akcja (oznaczona gwiazdką na Rys. 19) o parametrach (σ_h, R_h), która przy $p_1 = 1/2$ nie znajduje się w obszarze akceptacji, może ona być zaakceptowana przy odpowiednim wzroście p_1, tj. wzroście oczekiwań inwestora na zwiększenie zwrotu z tej akcji. Łatwo zauważyć, że wykres podobny do $R(\sigma)$ z Rys. 19 można także skonstruować w przypadku obligacji. Ważną rolę gra tu jednak stosunek trwałości D do okresu planistycznego q. Jeśli $D > q$ $(D < q)$ to przy wzroście p_1, tj. prawdopodobieństwa, że stopa procentowa obligacji wzrośnie, następuje wzrost (spadek) nachylenia prostej $R(p_1)$. W rezultacie obligacje, które były już w portfelu mogą stać się zbędnymi, czyli podlegać sprzedaży.

Reasumując można powiedzieć, iż aktywnie nastawiony inwestor winien w sposób ciągły analizować zarówno walory, które już znajdują się w jego portfelu, jak i te które są potencjalnymi kandydatami do portfela. Wszystkie walory istniejące w portfelu winny znajdować się w obszarach akceptacji.

O efektywności zarządzania takim portfelem będzie rzecz jasna decydowała informacja zewnętrzna która pozwoli inwestorowi sprecyzować prawdopodobieństwo p_1.

7. Modele inwestycji wspólnych

7.1. Warunki optymalności Pareto-Nasha

Modele podziału zasobów w przypadku wspólnych przedsięwzięć inwestycyjnych (tzw. joint venture) wymagają, ogólnie biorąc, dokonania wstępnych ustaleń (drogą negocjacji) określających zarówno podział nakładów inwestycyjnych, jak i przyszłych zwrotów (zysków) pomiędzy poszczególnymi partnerami.

Wspomaganie decyzji inwestycyjn

Roman Kulikowski,
Marek Libura,
Leon Słomiński

W książce omawiane są zagadnienia z obszaru analizy finansowej i teorii portfela inwestycyjnego z wykorzystaniem komputerowej metodologii wspomagającej podejmowanie decyzji.
Książka może być przedmiotem zainteresowania zarówno decydentów, podejmujących decyzje finansowe, jak i inwestorów giełdowych i doradców finansowych oraz studentów i doktorantów.
Monografia pozwoli głębiej i pełniej zrozumieć złożoną problematykę finansów i inwestycji, z uwzględnieniem różnych form ryzyka i podejmować w działalności praktycznej decyzje optymalne.
Rozważane są zasady konstruowania modeli matematycznych opisujących rynki kapitałowe – kształtowanie się cen oraz oczekiwanych zwrotów nakładów inwestycyjnych – jak również modeli działalności inwestora w postaci tzw. funkcji użyteczności.

ISBN 83-85847-09-X

W celu uzyskania bliższych informacji i zakupu dodatkowych egzemplarzy prosimy o kontakt z Instytutem Badań Systemowych PAN
ul. Newelska 6, 01-447 Warszawa
tel. 37-35-78 w. 241 e-mail: kotuszew@ibspan.waw.pl