



**POLSKA AKADEMIA NAUK**

**Instytut Badań Systemowych**

# **WSPOMAGANIE DECYZJI INWESTYCYJNYCH**

**Roman Kulikowski,**

**Marek Libura,**

**Leon Słomiński**



**WSPOMAGANIE DECYZJI INWESTYCYJNYCH**

Polska Akademia Nauk • Instytut Badań Systemowych

**Seria: BADANIA SYSTEMOWE**  
**tom 21**

---

**Redaktor naukowy:**

**Prof. dr hab. Jakub Gutenbaum**

Warszawa 1998

Roman KULIKOWSKI

Marek LIBURA

Leon SŁOMIŃSKI

**WSPOMAGANIE DECYZJI  
INWESTYCYJNYCH**

Publikację opiniowali do druku:

Prof. dr hab. Maria Podgórska  
Doc. dr hab. Leszek S. Zaremba

Książka powstała w wyniku realizacji projektu badawczego  
finansowanego przez KOMITET BADAŃ NAUKOWYCH

Copyright © by Instytut Badań Systemowych PAN  
Warszawa 1998

ISBN 83-85847-09-X  
ISSN 0208-8029



Biblioteczna

Gench

44006

**Część I.**

**Podjęmowanie  
decyzji na podstawie  
modeli użyteczności**

efektywnego partnera do już istniejącego zbioru inwestorów nie mogą być niższe od przyrostu kosztów projektu.

## 8. Opcje

Opcje są kontraktami kupna lub sprzedaży konkretnego waloru o ustalonej cenie w określonym przyszłym terminie lub przed jego upływem. Dają one właścicielowi prawo (a nie obowiązek) sprzedaży lub kupna waloru.

Istnieją dwie podstawowe opcje: „call” i „put”.

- Call jest opcją kupna. Jej właściciel ma prawo kupić np. 100 określonych akcji za z góry określoną cenę kontraktową (*contract, exercise or striking price*) w danym (np. 3 miesięcznym) terminie.
- Put jest opcją sprzedaży. Jej właściciel ma prawo pozbyć się np. 100 określonych akcji za z góry określoną cenę kontraktową w danym terminie.

Nabywca opcji płaci sprzedawcy (który wystawia opcję) tzw. premię (*premium*) za nabycie praw opcyjnych.

Istnieją dwie kategorie opcji. Tak zwana opcja europejska winna być realizowana w terminie (dniu) wygaśnięcia tej opcji. Opcja amerykańska może być realizowana w dowolnym dniu aż do terminu wygaśnięcia opcji. Podobnie jak akcje opcje mogą być odsprzedawane na rynku wtórnym przed terminem wygaśnięcia. Opcje niezrealizowane w terminie wygaśnięcia tracą swoją ważność i stają się bezwartościowe.

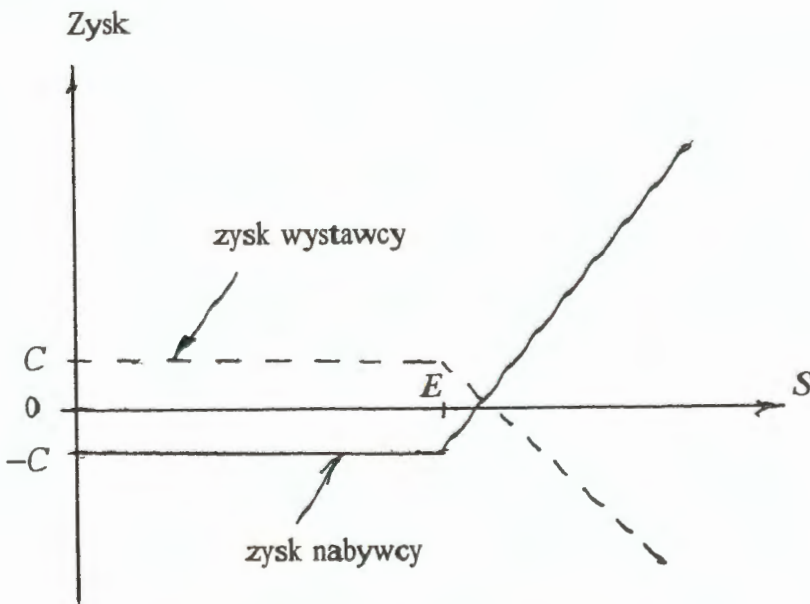
W krajach o zorganizowanym rynku opcji są one łatwo nabywalne i zbywalne, czyli posiadają dużą płynność. W krajach tych istnieją wyspecjalizowane giełdy, takie jak np. Chicago Board of Options Exchange (CBOE). Kursy opcji są systematycznie cytowane w prasie (np. w „Wall Street Journal”) natomiast transakcje kupna i

sprzedaży mogą być dokonywane przez Options Clearing Corporation (OCC). OCC jednocześnie gwarantuje iż opcje są realizowalne. Oznacza to, że nabywca opcji nie musi troszczyć się o to czy sprzedawca tych opcji jest wypłacalny. Ze względu na niską cenę (premię) oraz dużą płynność opcje stają się coraz bardziej popularnym papierem wartościowym.

Dla inwestorów, którzy rozważają celowość zakupu akcji do swych portfeli istotnym problemem jest wycena wartości opcji. Problem ten rozważymy w następnych punktach rozdziału.

### 8.1. Wycena wartości opcji

Rozważmy prosty model dwumianowy dla wyceny premii za nabycie opcji call.



Rys. 20a. Zysk nabywcy i wystawcy opcji call



Wartością wewnętrzną tej opcji (*intrinsic value*) jest

$$V^0 = \max(0, S - E),$$

gdzie  $S$  - cena akcji (na której opiera się opcja),

$E$  - cena kontraktowa, zwana też ceną wykonania.

Na Rys. 20a przedstawiono wykres zysków  $Z$  jakie opcja call zapewnia jej właścicielowi. Jak widać  $Z = V^0 - C$ , gdzie  $C$  jest premią (kosztem opcji). Jeśli cena akcji  $S$  przekroczy wartość  $E + C$  inwestor uzyskuje dodatni zysk, zaś w przypadku gdy  $S < E + C$  ponosi on stratę  $- C$ . Na Rys. 20a przedstawiono także (linią przerywaną) zysk wystawcy call. Suma tych zysków jest, rzecz jasna, równa zeru.

Jeśli cena akcji na początku rozpatrywanego okresu wynosi  $S_0$  to w jego końcu (zgodnie z modelem dwumianowym), wzrasta ona, z prawdopodobieństwem  $p$ , do wartości

$$S_u = S_0 u, \text{ gdzie } u = 1 + \sigma_h,$$

oraz z prawdopodobieństwem  $1 - p$ , do wartości

$$S_d = S_0 d, \text{ gdzie } d = 1 - \sigma_h,$$

zaś  $\sigma_h$  jest to dyspersja ceny akcji.

Zgodnie z metodologią zaproponowaną przez A. Stone'a w r. 1969, por. Elton i Gruber (1995) czy Hull (1993), a następnie stosowaną przez wielu autorów, dla wyceny opcji call utworzymy pomocniczy portfel kupując  $h$  akcji. Zakup ten finansujemy przez pożyczkę w wysokości  $B$  ze stopą bez ryzyka ( $R_F$ ). Wartość początkowa tego portfela

$$V^0 = S_0 h - B.$$

W końcu rozważanego okresu wartość portfela charakteryzują dwa równania

$$V_u^0 = uS_0h - (1 + R_F)B,$$

$$V_d^0 = dS_0h - (1 + R_F)B,$$

Możemy teraz dobrać wielkości  $h$  i  $B$  w ten sposób by wartości  $V_u^0, V_d^0$  były równe wartościom faktycznym opcji (w odpowiednich stanach "u" i "d") tj.

$$V_u^0 = \max(0, S_u - E) = uS_0h - (1 + R_F)B, \quad (1)$$

$$V_d^0 = \max(0, S_d - E) = dS_0h - (1 + R_F)B. \quad (2)$$

Rozwiązując powyższe równania, oraz oznaczając rozwiązanie przez  $h^*$  i  $B^*$ , mamy

$$h^* = \frac{V_u^0 - V_d^0}{(u - d)S_0}, \quad (3)$$

$$B^* = \frac{dV_u^0 - uV_d^0}{(u - d)(1 + R_F)}. \quad (4)$$

Wartość  $V^*$  portfela utworzonego z  $h^*$  akcji i sfinansowanego przez  $B^*$

$$V^* = S_0h^* - B^*$$

musi być, rzecz jasna, taka sama jak wartość opcji (gdyż oba te walory osiągają w rozważanych stanach te same wartości). Gdyby tak nie było, istniałyby warunki dla uprawiania arbitrażu, tj. osiągania łatwego zysku z zerowym ryzykiem.

Widać stąd, iż właściwą (równowagową) ceną (premią, którą dostaje emitent opcji call) jest

$$C = S_0 h^* - B^* . \quad (5)$$

Podstawiając do (5) wartości (3) (4) znajdujemy po przekształceniach

$$C = \frac{qV_h^0 + (1-q)V_d^0}{1 + R_F} \quad (6)$$

gdzie

$$q = \frac{1 + R_F - d}{u - d} .$$

### **Przykład**

Inwestor rozważa nabycie opcji call dla akcji, która charakteryzuje się parametrami;

$$S_0 = \$45,45, \quad u = 1,1, \quad d = 0,9,$$

zaś cena kontraktowa  $E = \$45$ , oraz  $R_F = 0,1$ .

Stosując wzory (1) ... (4) inwestor znajduje

$$V_u^0 = \max(0, 45,45 \cdot 1,1 - 45) = 4,995,$$

$$V_d^0 = \max(0, 45,45 \cdot 0,9 - 45) = 0,$$

oraz

$$h^* = \frac{4,995}{0,2 \cdot 45,45} = 0,55,$$

$$B^* = \frac{0,9 \cdot 4,995}{0,2 \cdot 1,1} = 54,54.$$

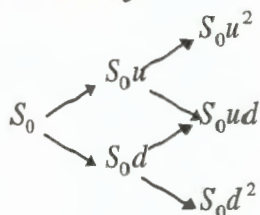
Z wzoru (6) znajdujemy

$$q = \frac{1,1 - 0,9}{0,2} = 1, \quad C = \frac{V_u^0}{1 + R_F} = \frac{4,995}{1,1} = 4,54.$$

Wynika stąd iż premia za rozważaną opcję winna nie przekraczać \$4,54.

Warto zauważyć, że przy wyprowadzaniu wzorów (3) ... (6) wykorzystano prosty model dwumianowy z jednym okresem i dwoma stanami ( $S_u, S_d$ ). Możliwe jest tu również zastosowanie modelu dwumianowego wieloetapowego. W modelu takim okres do zapadalności  $T$  dzielimy na  $n$  podokresów. W końcu każdego podokresu następuje przejście (z prawdopodobieństwami  $p$  i  $1-p$ ) do dwu następných stanów "u" i "d").

W przypadku  $n=2$  mamy



gdzie  $u = 1 + \sqrt{T/2}\sigma_h$ ,  $d = 1 - \sqrt{T/2}\sigma_h$ .

Proces wieloetapowy może być kontynuowany w sposób nieograniczony z wartościami

$$u = e^{\sigma_h \sqrt{T/n}} \approx 1 + \sqrt{T/n}\sigma_h. \quad (7)$$

$$d = e^{-\sigma_h \sqrt{T/n}} \approx 1 - \sqrt{T/n}\sigma_h. \quad (8)$$

gdzie  $n$  - liczba etapów.

Proces ten opisuje ruch cen akcji zgodnie z modelem „binomial random walk”. Można wykazać, że przy wzrastającej liczbie etapów (podokresów)  $n$  rozkład stanów, w jakich znajduje się cena akcji, zmierza do rozkładu normalnego.

Przyjmując, że mamy do czynienia z ciągłymi stopami zwrotu, o rozkładzie normalnym, F. Black i M. Scholes (1973) opracowali „ciągły” model wyceny europejskiej akcji call. Model ten, podobnie jak model (1) ... (6), oparty jest na koncepcji tworzenia portfela bez możliwości arbitrażu. Ograniczymy się tu do podania wzoru na cenę opcji call  $C$  wg modelu Blacka-Scholesa:

$$C = S_0 N(x) - E e^{-R_F t} N(y), \quad (9)$$

$$x = \frac{\ln(S_0 / E) + (R_F + 0.5 \sigma_h^2)t}{\sigma_h \sqrt{t}},$$

$$y = \frac{\ln(S_0 / E) + (R_F - 0.5 \sigma_h^2)t}{\sigma_h \sqrt{t}} = x - \sigma_h \sqrt{t},$$

gdzie:

- $R_F$  - stopa zwrotu bez ryzyka (naliczana w sposób ciągły, tj.  $R_{F\tau} = \ln S_\tau / S_{\tau-1}$ ,  $S_\tau$  - cena akcji w momencie  $\tau$ ),
- $\sigma_h$  - dyspersja zwrotu, obliczana dla całego roku,
- $t$  - czas pozostający do zapadalności opcji (wyrażony w części roku),
- $N(\cdot)$  - wartość dystrybuanty dla rozkładu normalnego (wartość tę można otrzymać z tablic rozkładu normalnego).

Można zauważyć pokrewieństwo wzorów (5) i (9). I tak wartości akcji  $S_0 h^*$ , dla modelu dwumianowego, odpowiada  $S_0 N(x)$  w modelu ciągłym, zaś pożyczka  $B$  w (5) odpowiada  $E e^{-R_F t} N(y)$  we wzorze (9).

Można zauważyć, że oczekiwana wartość zwrotu dla akcji, nie wchodzi w sposób jawny do wzoru (9) wyceniającego wartość

(premię) dla opcji. Wpływ pozostałych zmiennych można wyrazić symbolicznie w formie funkcji  $f$  :

$$C = f[S_0 \uparrow, E \downarrow, \sigma_h \uparrow, t \uparrow, R_F \uparrow], \quad (10)$$

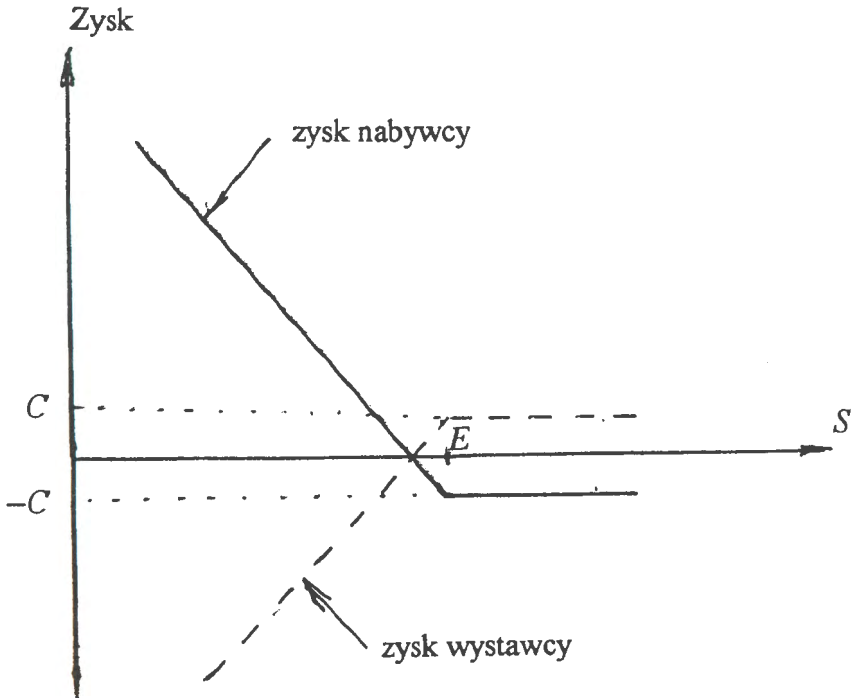
gdzie " $\uparrow$ " oznacza wzrost  $C$  wraz ze wzrostem odpowiadającej zmiennej, zaś " $\downarrow$ " oznacza wzrost  $C$  przy spadku tej zmiennej. Widać tu, że duża wartość  $\sigma_h$  dla akcji jest zjawiskiem korzystnym dla inwestora i z tego względu opcja oparta na tej akcji posiada wyższą wartość.

Warto też zauważyć, że  $N(x)$  we wzorze (9), oraz  $h^*$  w (5), można traktować jako stosunek przyrostów wartości opcji do przyrostu ceny akcji, tj.  $dC/dS_0$ . Stosunek ten zwany jest czynnikiem  $\Delta$  (lub *hedge ratio*). Inwestorzy interpretują ten czynnik jako ułamkowy ekwiwalent liczby akcji dla rozpatrywanej liczby opcji. Dla małych zmian cen zmiana wartości akcji jest kompensowana odwrotnie skierowaną zmianą wartości opcji. Jeśli, dla przykładu, w portfelu znajdują się opcje call dla 100 akcji firmy ABC, zaś  $N(x)$  dla tej firmy jest 0,51, to 51 akcji ABC winno być sprzedane (krótko) aby zapewnić pełne odgrodzenie się od ryzyka (*perfect hedge*) związanego ze zmianą cen akcji.

Ciekawym sposobem odgrodzenia się od ryzyka, lub tzw. ubezpieczenia portfela przed spadkiem zwrotów, jest tworzenie sztucznych opcji (tzw. „*homemade or artificial options*”). Sposób ten pozwala utworzyć portfel, który zachowuje się podobnie jak portfel z opcją chociaż faktycznie opcja w nim nie występuje. Konstrukcję sztucznego put ilustruje Tabela 6.

Tabela 6. Konstrukcja sztucznej opcji „put”

Operacja		Wartość waloru w momencie zapadalności	
		Gdy $S = 40$	Gdy $S = 50$
1	Zakup put	5,00	0,00
2	Krótką sprzedaż 0,5 akcji	-20,00	-25,00
3	Zakup Obligacji Państwowych	25,00	25,00
4	Suma 2+3	5,00	0,00



Rys. 20b. Zysk nabywcy i wystawcy opcji put

Jak wynika z Rys. 20b nabywca put uzyskuje dodatni zysk gdy  $S < E - C$  oraz ujemny gdy  $S > E - C$ .

W wierszu 1 tablicy pokazano wykaz wypłat dla put o cenie  $C = 5$  jeśli  $S = 40$  lub  $S = 50$ , zaś cena kontraktowa  $E = 45$ . Wiersze 2 i 3 pokazują operacje krótkiej sprzedaży akcji i zakupu Obligacji Państwowych (bez ryzyka), które jak widać w wierszu 4, posiadają tę samą strukturę co struktura opcji put. Jeśli put nie jest osiągalny (na przykład na rynku krajowym), to inwestor może uzyskać ten sam efekt przez krótką sprzedaż akcji i nabycie Obligacji Państwowych.

## 8.2. Model indywidualnej wyceny opcji

W § 8.1 opisano modele wyceny opcji oparte na konstrukcji portfela uniemożliwiającego uprawianie arbitrażu. Uzyskaną w ten sposób cenę (premię) opcji inwestor może traktować jako cenę teoretyczną lub - jako punkt odniesienia przy analizie cen rynkowych różnych opcji cytowanych w informacjach giełdowych. Jeśli np. cena rynkowa opcji call jest niższa od wyceny teoretycznej, inwestor może liczyć na przyszły wzrost ceny i możliwość uzyskania dużego zwrotu jeśli bezzwłocznie zakupi tę opcję.

Należy sobie jednak zdawać sprawę z tego iż każdy inwestor może posiadać własne oczekiwania co do wzrostu cen akcji i opartych na nich cenach opcji. Dla przykładu, inwestor A może na podstawie posiadanych informacji być przekonany, iż w najbliższej przyszłości cena jednej akcji pójdzie w górę, zaś innej - spadnie. W konsekwencji inwestor A wyżej wyceni akcje pierwszą niż drugą (nawet wtedy gdy ich ceny teoretyczne będą identyczne). Jeśli oczekiwania tego inwestora się spełnią, może on liczyć na większy zwrot (przez zakup opcji pierwszej i sprzedaż drugiej) niż pozostali inwestorzy, którzy w porę nie przewidzieli i nie wykorzystali korzyści z ruchu cen.

Widać stąd iż oprócz modeli wyceny teoretycznej potrzebne są inwestorom również modele wyceny indywidualnej. Modele takie, jak



było to już demonstrowane, mogą być skonstruowane przy pomocy zasady akceptacji oraz alokacji. W odniesieniu do nabywcy opcji call zasada akceptacji wymaga obliczenia wartości oczekiwanej ( $R$ ) oraz dyspersji ( $\sigma$ ) tej opcji.

Dla powyższego celu wykorzystamy wartości

$$V_u^0 = \max(0, S_u - E), \quad S_u = S_0(1 + \sigma_h),$$

$$V_d^0 = \max(0, S_d - E), \quad S_d = S_0(1 - \sigma_h),$$

jakie opcja osiąga w modelu dwumianowym (z prawdopodobieństwami  $p$  oraz  $1-p$ , odpowiednio).

Wartość oczekiwana opcji

$$R = pR_u + (1-p)R_d = p(R_u - R_d) + R_d, \quad (11)$$

gdzie

$$R_u = \frac{V_u^0 - C}{C}, \quad R_d = \frac{V_d^0 - C}{C}, \quad R_u - R_d = \frac{V_u^0 - V_d^0}{C},$$

zaś  $C$  jest daną (teoretyczną ceną tej opcji).

Wariancja  $\sigma^2$  wyniesie

$$\begin{aligned} \sigma^2 &= p[R - R_u]^2 + (1-p)[R - R_d]^2 = \\ &= p[(p-1)R_u + (1-p)R_d]^2 + (1-p)[pR_u - pR_d]^2 = \\ &= [p(1-p)^2 + p^2(1-p)](R_u - R_d)^2 = p(1-p)(R_u - R_d)^2. \end{aligned}$$

Zgodnie z zasadą akceptacji opcja winna być akceptowana gdy  $R \geq R_F + \kappa\sigma$  (gdzie  $R_F$  = zwrot bez ryzyka,  $\kappa$  = indywidualna cena ryzyka) tj. gdy:

$$\frac{p}{C}(V_u^0 - V_d^0) \geq R_F - R_d + \frac{\kappa}{C}\sqrt{p(1-p)}(V_u^0 - V_d^0),$$

lub

$$V_u^0 - V_d^0 \geq C \frac{R_F - R_d}{p - \kappa \sqrt{p(1-p)}}. \quad (12)$$

Jeśli  $\sigma_h$  jest dostatecznie duże to  $V_u^0 = S_u - E = S_0(1 + \sigma_h) - E > 0$  zaś  $V_d^0 = 0$  oraz  $R_d = -1$ , czyli gdy opcja przynosi zysk, to warunek (12) można wyrazić w postaci  $\sigma_h \geq \bar{\sigma}_h$ , gdzie

$$\bar{\sigma}_h = \frac{C}{S_0} \frac{1 + R_F}{p - \kappa \sqrt{p(p-1)}} + \frac{E}{S_0} - 1. \quad (13)$$

Wartość zwrotu ( $R$ ) oraz  $\sigma$  w omawianym przypadku wyniesie

$$R = p \frac{V_u^0}{C} - 1 = p \frac{S_0}{C} \left( 1 + \sigma_h - \frac{E}{S_0} \right) - 1. \quad (14)$$

$$\sigma = \sqrt{p(1-p)} \frac{S_0}{C} \left( 1 + \sigma_h - \frac{E}{S_0} \right). \quad (15)$$

### Przykład

Inwestor rozważa zakup opcji call o następujących parametrach:  $S_0 = \$60$ ,  $E = \$50$ ,  $t = 0,333$ ,  $\sigma_h = 0,379$  oraz  $R_F = 0,07$ . Inwestor jest przekonany, że cena akcji pójdzie w górę z prawdopodobieństwem  $p = 0,7$ , zaś jego indywidualna wycena kosztów ryzyka ( $\kappa$ ) wynosi 0,6.

Przed wszystkim należy obliczyć teoretyczną cenę opcji. Możemy tu zastosować wzór Black-Scholes'a (9):

$$C = 60 N(x) - 50 \cdot e^{-0,333 \cdot 0,07} N(y),$$

$$x = \frac{\ln(60/50) + [0,07 + 0,5 \cdot 0,379^2] \cdot 0,333}{0,379 \cdot \sqrt{0,333}} = 1,046,$$

$$y = 1,046 - 0,379 \cdot \sqrt{0,333} = 0,827.$$

Ponieważ  $N(1,046) = 0,853$ ,  $N(0,827) = 0,796$ , otrzymujemy

$$C = 60 \cdot 0,853 - 50 \cdot 0,977 \cdot 0,796 = 12,29.$$

Stosując wzory (13) ... (15) inwestor znajduje

$$R = 0,7 \cdot \frac{60}{12,29} \left( 1 + 0,377 - \frac{50}{60} \right) - 1 = 0,865,$$

$$\sigma = \sqrt{0,21} \frac{60}{12,29} \left( 1,379 - \frac{50}{60} \right) = 1,22,$$

$$\bar{\sigma}_h = \frac{12,29}{60} \cdot \frac{1,07}{0,7 - 0,6\sqrt{0,21}} + \frac{50}{60} - 1 = 0,35.$$

Ponieważ  $\sigma_h > \bar{\sigma}_h$ , zakup opcji jest akceptowalny.

Warto zauważyć, że gdy przekonanie inwestora o wzroście ceny akcji maleje ( $p \rightarrow 0,5$ ), mianownik w (13), tj.  $p - \kappa \sqrt{p(1-p)}$ , również maleje, zaś  $\bar{\sigma}_h$  wzrasta. Jednocześnie zwrot na zainwestowanym kapitale w opcję ( $R$ ) maleje. Gdy

$$p < \frac{C}{S_0 \left( 1 + \sigma_h - \frac{E}{C} \right)}$$

to zwrot  $R$  staje się ujemny.

Odchylenie standardowe ( $\sigma$ ), przy spadającym przekonaniu inwestora (co do wzrostu ceny akcji) wzrasta i dla  $p = 1/2$  osiąga wartość maksymalną:

$$\sigma_m = \frac{S_0}{2C} \left( 1 + \sigma_h - \frac{E}{S_0} \right).$$

Można zauważyć iż na akcjach inwestor uzyskuje, generalnie biorąc, niższe zwroty niż na opcjach. Jednocześnie wartość  $\sigma$  dla opcji jest wyższa od  $\sigma_h$  dla akcji.

Wypada również zauważyć iż po obliczeniu wartości  $R$  i  $\sigma$  inwestor może wyznaczyć współczynnik pewności dla opcji

$$A = 1 - \kappa \frac{\sigma}{R}.$$

W rozważanym przykładzie wynosi on

$$A = 1 - 0,6 \frac{1,22}{0,865} = 0,154.$$

Znajomość współczynników pewności pozwala również na utworzenie portfela zawierającego zarówno opcje jak i inne walory w optymalnych proporcjach. Do powyższego celu można wykorzystać omawianą już zasadę alokacji. Przy stosowaniu zasady akceptacji i alokacji, które wymagają określenia wartości opcji ( $C$ ), inwestor może posługiwać się zarówno cenami teoretycznymi, obliczanymi przy pomocy modelu dwumianowego lub modelu Blacka-Scholesa, jak i cenami rynkowymi opcji.

W charakterze przykładu rozważymy typową 3-miesięczną opcję firmy Apple (wg Wall Street Journal, 3 sierpnia 1992):  $S_0 = 47$ ,  $E = 45$ ,  $C = 4,25$ . Przyjmijmy też  $R_F = 0,07$ ,  $\sigma_h = 0,20$ ,  $p = 0,7$  oraz  $\kappa = 0,65$ . Ze wzoru (13) otrzymujemy

$$\bar{\sigma}_h = \frac{4,25}{47} \frac{1,07}{0,7 - 0,65\sqrt{0,21}} + \frac{45}{47} - 1 = 0,198.$$

Ponieważ  $\sigma_h > \bar{\sigma}_h$ , opcja winna być akceptowana.

W ostatnim przypadku można wykorzystać także model Blacka-Scholesa do wyceny  $\sigma_h$ . Cenę  $C$ , występującą we wzorze (9), traktujemy tu jako daną i równą cenie rynkowej opcji. Następnie znajdu-

jemy, z zależności (10),  $\sigma_h$  jako odwrotną funkcję  $\varphi$  od  $C$  i pozostałych parametrów:

$$\sigma_h = \varphi(S_0, E, C, t, R_F)$$

Wartość  $\sigma_h$  obliczoną z powyższej zależności można traktować jako oczekiwania rynku odnośnie ryzyka zwrotu z rozważanej akcji. Ponieważ dla konkretnej akcji może istnieć wiele opcji call z różnymi parametrami  $E$ ,  $C$  i  $t$ , które dają różne estymacje  $\sigma_{hj}$ ,  $j = 1, \dots, N$ , dla  $\sigma_h$ , w niektórych publikacjach, np. Levy i Sarnat (1994) proponuje się przyjęcie wartości średniej:

$$\frac{1}{N} \sum_{j=1}^N \sigma_{hj},$$

lub średniej ważonej z  $\sigma_{hj}$ , jako estymatora  $\sigma_h$ .

## Wykaz cytowanej literatury

1. Allais, M. (1953) Le comportement de l'homme rationnel devant le risque: Critique des postulats et axiomes de l'école américaine. *Econometrica*, 21, 503-46.
2. Atkinson, J.W. (1964) *An introduction to motivation*. Princeton, N.J. Van Nostrand.
3. Atkinson, J.W., Litwin G.H. (1960) Achievement motive and test anxiety conceived as motive to approach success and motive to avoid failure. *Journal of Abnormal and Social Psychology*, 60, 52-63.
4. Babcock G.C., Langetieg T.C. (1978) *Application of Duration in the Selection of Bonds*. Working Paper, University of Southern California, L.A.
5. Bień K. (1996) *Papiery wartościowe*. DIFIN, Warszawa.
6. Bierwag G.O. (1987) *Duration Analysis, Managing Interest Rate Risk*. Ballinger Publ. Co. Cambridge, Mass.
7. Black F., Scholes M. (1973) The Pricing of Options and Corporate Liabilities. *Journal of Political Economy*, May/June.
8. Coombs, C.H., Pruitt D.G. (1960) Components of risk in decision making: probability and variance preferences. *Journal of Experimental Psychology*, 60, 265-77.
9. Edwards W. (1953) Probability preferences in gambling. *American Journal of Psychology*, 66, 349-64.

10. Elton E.J. and M.J. Gruber (1995) *Modern Portfolio Theory and Investment Analysis*. 5th ed. John Wiley & Sons, Inc., New York.
11. Ho T.S.Y. (1990) *Strategic Fixed-Income Investment*. Dow Jones-Irwon, Homewood, Illinois.
12. Hull J.C. (1993) *Options, Futures and other Derivative Securities*. 2-nd ed. Prentice Hall, New Jersey.
13. Kulikowski R. (1993) Decision Support Systems in Allocation of Capital and Labour Resources. In: *Systems Analysis and Decision Support in Economics and Technology*, Proc. of Symposium, Eds. R. Kulikowski, K. Szkatuła, J. Kacprzyk, Omnitech Press. Warszawa.
14. Kulikowski R. (1994) A Theory of Motivation and Satisfaction with Application to Decision Support. *Annals of Operation Research*, 15, 265-281.
15. Kulikowski R. (1998a) Portfolio Optimization - Two Factors - Utility Approach. *Control and Cybernetics*, No. 3.
16. Kulikowski R. (1998b) Portfolio Optimization - Two Rules Approach. *Control and Cybernetics*, No. 3.
17. Kulikowski R. (1995) Wspomaganie decyzji dotyczących inwestycji w papiery wartościowe. W: *Wspomaganie decyzji, systemy eksperckie*. Red. R. Kulikowski, L. Bogdan, IBS PAN, Warszawa.
18. Kulikowski R., Bury H., Jakubowski A. (1995) *Analiza czynnikowa struktury czasowej stóp procentowych oraz inflacji w Polsce*. Working Paper IBS PAN, Warszawa.
19. Levy H., Sarnat M. (1994) *Capital Investment & Financial Decisions*. 5-th ed., Prentice Hall, New York.
20. Markowitz H.M. (1987) *Mean-Variance Analysis in Portfolio Choice and Capital Markets*, Oxford, Blackwell.
21. Marschal J.F. and K.R. Kapner (1990) *Understanding Swaps*. Cincinnati, Ohio, South-Western.
22. Nash J.F. (1950) The bargaining problem. *Econometrica*, 18, 155-62.
23. Von Neumann J., Morgenstern O. (1953) *Theory of Games and Economic Behaviour*. Princeton, N.J. Princeton University Press.
24. Roll R. (1977) A Critique of the Asset Pricing Theory's Tests. *Journal of Financial Economics*, March.
25. Ross S.A. (1976) The Arbitrage Theory of Capital Asset Pricing. *Journal of Economic Theory*, 39, Dec.
26. Roy A.D. (1952) Safety-First and the Holding of Assets. *Econometrica*, July.
27. Savage L.J. (1954) *The Foundation of Statistics*. New York, Wiley.
28. Dahl H., Meeraus A., Zenios S.A. (1993) Some Financial Optimization Models: I Risk management. In: *Financial Optimization*. Ed. by S.A. Zenios, Cambridge University Press.

IBS *Seria*

## Wspomaganie decyzji inwestycyjnej

Roman Kulikowski,  
Marek Libura,  
Leon Słomiński

44006

W książce omawiane są zagadnienia z obszaru analizy finansowej i teorii portfela inwestycyjnego z wykorzystaniem komputerowej metodologii wspomagającej podejmowanie decyzji.

Książka może być przedmiotem zainteresowania zarówno decydentów, podejmujących decyzje finansowe, jak i inwestorów giełdowych i doradców finansowych oraz studentów i doktorantów.

Monografia pozwoli głębiej i pełniej zrozumieć złożoną problematykę finansów i inwestycji, z uwzględnieniem różnych form ryzyka i podejmować w działalności praktycznej decyzje optymalne.

Rozważane są zasady konstruowania modeli matematycznych opisujących rynki kapitałowe – kształtowanie się cen oraz oczekiwanych zwrotów nakładów inwestycyjnych – jak również modeli działalności inwestora w postaci tzw. funkcji użyteczności.

**ISBN 83-85847-09-X**

---

W celu uzyskania bliższych informacji i zakupu dodatkowych egzemplarzy prosimy o kontakt z Instytutem Badań Systemowych PAN  
ul. Newelska 6, 01-447 Warszawa  
tel. 37-35-78 w. 241 e-mail: [kotuszew@ibspan.waw.pl](mailto:kotuszew@ibspan.waw.pl)