POLSKA AKADEMIA NAUK
Instytut Badań Systemowych

WSPOMAGANIE DECYZJI INWESTYCYJNYCH

Roman Kulikowski,
Marek Libura,
Leon Słomiński

WSPOMAGANIE DECYZJI INWESTYCYJNYCH

Polska Akademia Nauk • Instytut Badań Systemowych

Seria: BADANIA SYSTEMOWE
tom 21

Redaktor naukowy:

Prof. dr hab. Jakub Gutenbaum

Warszawa 1998

Roman KULIKOWSKI
Marek LIBURA
Leon SŁOMIŃSKI

WSPOMAGANIE DECYZJI INWESTYCYJNYCH

Publikację opiniowali do druku:

Prof. dr hab. Maria Podgórska
Doc. dr hab. Leszek S. Zaremba

Książka powstała w wyniku realizacji projektu badawczego finansowanego przez KOMITET BADAŃ NAUKOWYCH

ISBN 83-85847-09-X
ISSN 0208-8029

Część III.
Metody optymalizacyjne dla potrzeb wspomagania decyzji inwestycyjnych

przednich rozdziałach dotyczy tej właśnie sytuacji. Ponadto rozwiązanie problemów optymalizacji wielokryterialnej sprowadza się zazwyczaj do rozwiązania pewnej liczby problemów prostszych, objętych przypadkiem 1°.

2. Sformułowania i klasyfikacja zadań optymalizacyjnych

Podanie trzech elementów definiujących problem optymalizacyjny, tzn. zbioru $F \subseteq \mathscr{D}$, funkcji $c\colon \mathscr{D} \to \mathscr{C}$ oraz relacji $\succ$, jest pierwszym krokiem na drodze do jego rozwiązania. *Zadanie optymalizacyjne* jest formalnym zapisem problemu optymalizacyjnego. W przypadku, gdy przestrzenią ocen jest przestrzeń $\mathbb{R}$, a relacją porządku relacja $\geq$, wówczas zadanie optymalizacyjne, które odpowiada problemowi optymalizacyjnemu określonemu przez trójkę $(F, c, \geq)$ jest zapisywane w postaci

$$\max_{x \in F} c(x). \tag{1}$$

W dalszym ciągu będziemy również stosowali dla zadania (1) zapis $\max\{c(x)\colon x \in F\}$.

W przypadku, gdy relacją porządku jest $\leq$ (mniejszy lub równy), zadanie optymalizacyjne zapisujemy w postaci $\min\limits_{x \in F} c(x)$ lub $\min\{c(x)\colon x \in F\}$.

Jeśli zbiór rozwiązań dopuszczalnych F zadania (1) jest pusty, to przyjmuje się, że $\max\{c(x)\colon x \in F\} = -\infty$ i zadanie (1) nazywamy zadaniem *sprzecznym*. Jeśli $F \neq \varnothing$ i w zbiorze $c(F)$ istnieje element największy c^0, to wartość c^0 nazywamy *wartością optymalną* zadania (1) i wówczas $\max\{c(x)\colon x \in F\} = c^0$. Zbiór $\Omega \subseteq F$, taki że dla $y \in \Omega$, $c(y) = c^0$, nazywamy *zbiorem rozwiązań optymalnych* zadania

(1). Jeśli natomiast w $c(F)$ nie ma elementu największego i $F \neq \emptyset$, to mogą zajść dwa przypadki:

i. Zadanie (1) jest nieograniczone, to znaczy dla dowolnego $M \in \mathbb{R}$ istnieje $y \in F$, taki że $c(y) \geq M$. Piszemy wówczas, że $\max\{c(x): x \in F\} = +\infty$;

ii. Zadanie (1) nie jest nieograniczone. Mówimy wówczas, że zadanie nie osiąga rozwiązania na zbiorze F i przyjmujemy konwencję $\max\{c(x): x \in F\} = \sup_{x \in F} c(x)$.

Podobne konwencje przyjmowane są dla operatora min w taki sposób, by $\max\{c(x): x \in F\} = -\min\{-c(x): x \in F\}$ również dla zadań sprzecznych i nieograniczonych.

Najistotniejszą grupę zadań optymalizacyjnych występujących w Częściach I i II stanowią *zadania programowania matematycznego.* Tak nazywane są zadania optymalizacyjne, będące zapisem problemów optymalizacyjnych, dla których przestrzenią decyzji jest $\mathscr{D} = \mathbb{R}^n$, przestrzenią ocen jest $\mathscr{C} = \mathbb{R}^k$, a zbiór decyzji dopuszczalnych F jest zadawany przez tak zwany układ ograniczeń zadania. Jeśli $k = 1$, to mówimy o *jednokryteriowych* zadaniach programowania matematycznego; dla $k > 1$ mamy do czynienia z zadaniami *wielokryteriowymi.* W dalszym ciągu skoncentrujemy się na zadaniach jednokryteriowych.

Ogólna postać zapisu jednokryteriowego zadania programowania matematycznego jest następująca:

$$\begin{gathered} \max \text{ (albo min) } \; c(x) \\ g_j(x) \sim b_j, \quad j = 1, \ldots, m \\ x \in X, \end{gathered} \tag{2}$$

gdzie $c: R^n \to R$; $g_j: R^n \to R$, $b_j \in R$, $j = 1, \ldots, m$, $X \subseteq R^n$, a $\sim$ oznacza jeden z trzech symboli: $\leq, =, \geq$.

Funkcje c, g_j, $j=1,...,m$, są tu dowolnymi funkcjami rzeczywistymi, natomiast zbiór X ma zwykle bardzo prostą strukturę. Wektor $x \in \mathbb{R}^n$ nazywany jest *wektorem zmiennych* zadania, a warunki $g_j(x) \sim b_j$, $j=1,...,m$, noszą nazwę *ograniczeń zadania.* W zależności od postaci funkcji c, g_j, $j=1,...,m$, oraz zbioru X wyróżnia się różne klasy zadań programowania matematycznego. Wymienimy jedynie najważniejsze z nich z punktu widzenia problemów opisywanych w Częściach I i II. Niewątpliwie szczególną rolę odgrywają tu *zadania programowania liniowego* (ciągłego), dla których funkcje c, g_j, $j=1,...,m$, są funkcjami liniowymi, a zbiór X jest całą przestrzenią $\mathbb{R}^n$. Bardzo ważną klasę zadań, wykorzystywaną intensywnie w Części II, stanowią *zadania programowania liniowego mieszanego.* Różnią się one od zadań programowania liniowego ciągłego tym, że na niektóre elementy wektora zmiennych zadania mogą być nałożone warunki całkowitoliczbowości, to znaczy $X=\{y \in \mathbb{R}^n: y_i \in \mathbb{Z}$ dla $i \in I \subseteq \{1,...,n\}\}$. Jeśli $I=\{1,...,n\}$, czyli wszystkie elementy wektora rozwiązań muszą być całkowitoliczbowe, to wówczas mamy do czynienia z *zadaniami programowania liniowego całkowitoliczbowego.* Wyróżnioną klasę zadań programowania liniowego mieszanego stanowią zadania, w których zmienne całkowitoliczbowe mogą przyjmować tylko wartości 0 albo 1. Mamy wówczas $X = \{y \in \mathbb{R}^n: y_i \in \{0,1\}, i \in I \subseteq \{1,...,n\}\}$. Zadania te nazywane są *zadaniami programowania liniowego mieszanego ze zmiennymi binarnymi.* Jest to bardzo ważna klasa zadań optymalizacyjnych i w następnych punktach poświęcimy im szczególnie dużo uwagi. Zadania te pojawiają się wtedy, gdy chcemy na przykład uwzględnić różnorodne warunki logiczne występujące w sformułowaniu problemu optymalizacyjnego. Jeśli dodatkowo $I=\{1,...,n\}$, to wówczas mówimy o *zadaniach programowania liniowego binarnego.*

Wymienione dotąd klasy zadań zdecydowanie dominują w zagadnieniach podejmowania decyzji opisywanych w poprzednich Częściach. Dodatkowo ich znaczenie polega na tym, że istnieją stosunkowo efektywne narzędzia pozwalające na ich rozwiązywanie. Jeden z takich pakietów obliczeniowych jest omówiony w punkcie 4.2.2.

Istnieją jednak sytuacje, w których przyjęcie liniowej funkcji celu c i liniowych funkcji g_j, $j=1,...,m$, definiujących ograniczenia stanowi zbyt duże uproszczenie przy zapisie problemu optymalizacyjnego w postaci zadania optymalizacji. Biorąc nieliniowe funkcje c, g_j, $j=1,...,m$, oraz omawiane wyżej postacie zbioru X, otrzymujemy odpowiednio, zadanie programowania nieliniowego ciągłego, mieszanego, całkowitoliczbowego, binarnego mieszanego i binarnego. Zadania te są zwykle znacznie trudniejsze niż poprzednie i mniejsze są możliwości znalezienia efektywnych narzędzi do ich rozwiązania. Niektóre z nich dają się jednak przekształcić do równoważnej postaci liniowej. Przykłady takich przekształceń są omawiane w dalszej części tego rozdziału.

Wyróżnioną klasę zadań programowania nieliniowego ciągłego stanowią zadania programowania wypukłego, dla których funkcja c jest wklęsła, zbiór X jest wypukły i funkcje g_j, $j=1,...,m$, są wypukłe. Szczególną rolę odgrywają też zadania, w których ograniczenia są liniowe, a tylko funkcja celu jest nieliniowa. W tej postaci formułowane są często zadania z maksymalizacją funkcji użyteczności (patrz Część I).

Sformułowanie problemu optymalizacyjnego w postaci zadania optymalizacji stanowi pierwszy krok do jego rozwiązywania. Następne dwa kroki, to dobór metody rozwiązania zadania optymalizacji oraz analiza otrzymanego rozwiązania. W przypadku zadań, o których będzie mowa w dalszym ciągu, to znaczy w przypadku zadań programowania liniowego ciągłego i mieszanego, dobór metody ogranicza się w znacznym stopniu do wyboru odpowiedniego, zwykle komercyjnego, pakietu obliczeniowego. Ingerencja użytkownika w działanie takiego pakietu, polegająca na przykład na na doborze parametrów użytych w nim algorytmów, jest potrzebna jedynie w przypadku zadań szczególnie trudnych. W przypadku zadań programowania liniowego ciągłego pakiet taki dostarcza również mechanizmów umożliwiających zrealizowanie ostatniej fazy rozwiązywania problemu, to znaczy fazy analizy rozwiązania, polegającej na zbadaniu wpływu zaburzeń danych zadania na otrzymane rozwiązania (patrz np. Nemhauser i in. (1989)). W przypadku zadań ze zmiennymi dyskretnymi możliwości takiej analizy są nadal ograniczone (patrz Libura (1993)).

Wymienione fazy rozwiązywania problemu optymalizacyjnego są ze sobą ściśle powiązane i często proces rozwiązywnia problemu nie przebiega sekwencyjnie przez wymienione fazy, ale wymaga wielokrotnych nawrotów. Na przykład niemożliwość doboru efektywnej metody rozwiązania zadania może powodować potrzebę jego przeformułowania. Podobnie, wynik analizy otrzymanych rozwiązań może prowadzić do konieczności weryfikacji samego sformułowania problemu optymalizacyjnego.

3. Zadania programowania liniowego ciągłego

Zadania programowania liniowego ciągłego są obecnie najczęściej używaną klasą zadań optymalizacyjnych w praktycznych zastosowaniach dotyczących wspomagania decyzji na rynku finansowym (patrz np. Konno, Yamazaki (1991), Speranza (1993, 1994), Zenios (1993)). Wynika to zarówno z łatwości modelowania jak i dostępności dobrych komercyjnych pakietów, pozwalających na rozwiązywanie takich zadań dla wielu tysięcy zmiennych i ograniczeń.

W Części II omówione są liczne klasy problemów, prowadzące w naturalny sposób do zadań programowania liniowego ciągłego. Ze względu na bardzo bogatą literaturę dotyczącą modelowania w postaci zadań progamowania liniowego ciągłego oraz fakt, że omówienie narzędzi do rozwiązywania tych zadań zostanie dokonane przy okazji

Wspomaganie decyzji inwestycyjn

Roman Kulikowski,
Marek Libura,
Leon Słomiński

W książce omawiane są zagadnienia z obszaru analizy finansowej i teorii portfela inwestycyjnego z wykorzystaniem komputerowej metodologii wspomagającej podejmowanie decyzji.

Książka może być przedmiotem zainteresowania zarówno decydentów, podejmujących decyzje finansowe, jak i inwestorów giełdowych i doradców finansowych oraz studentów i doktorantów.

Monografia pozwoli głębiej i pełniej zrozumieć złożoną problematykę finansów i inwestycji, z uwzględnieniem różnych form ryzyka i podejmować w działalności praktycznej decyzje optymalne.

Rozważane są zasady konstruowania modeli matematycznych opisujących rynki kapitałowe – kształtowanie się cen oraz oczekiwanych zwrotów nakładów inwestycyjnych – jak również modeli działalności inwestora w postaci tzw. funkcji użyteczności.

ISBN 83-85847-09-X

W celu uzyskania bliższych informacji i zakupu dodatkowych egzemplarzy prosimy o kontakt z Instytutem Badań Systemowych PAN
ul. Newelska 6, 01-447 Warszawa
tel. 37-35-78 w. 241 e-mail: kotuszew@ibspan.waw.pl