



**POLSKA AKADEMIA NAUK**  
**Instytut Badań Systemowych**

**TECHNOLOGIE INFORMATYCZNE  
W ZARZĄDZANIU  
SYSTEMY  
WSPOMAGANIA DECYZJI**

pod redakcją:  
**Jana Studzińskiego,**  
**Ludostawa Drelichowskiego,**  
**Olgierda Hryniewicza,**  
**Janusza Kacprzyka**



**TECHNOLOGIE INFORMATYCZNE W ZARZĄDZANIU  
SYSTEMY WSPOMAGANIA DECYZJI**

Polska Akademia Nauk • Instytut Badań Systemowych

**Seria: BADANIA SYSTEMOWE**  
**tom 26**

---

**Redaktor naukowy:**

**Prof. dr hab. Jakub Gutenbaum**

Warszawa 2000

**TECHNOLOGIE INFORMATYCZNE  
W ZARZĄDZANIU  
SYSTEMY WSPOMAGANIA DECYZJI**

pod redakcją

Jana Studzińskiego, Ludosława Drelichowskiego

Olgierda Hryniewicza i Janusza Kacprzyka

Książka zawiera wybór referatów przedstawionych na konferencji "Komputerowe systemy wielodostępne KSW'2000" w Ciechocinku w 2000 r. Konferencja pod patronatem Komitetu Badań Naukowych została zorganizowana przez Akademię Techniczno-Rolniczą w Bydgoszczy, Instytut Badań Systemowych PAN, Komisję Informatyki PAN - Oddział w Gdańsku oraz Bydgoskie Zakłady Elektromechaniczne "BELAM" S.A. w Bydgoszczy.

Komitet Naukowo-Programowy konferencji:

Witold Abramowicz, Ryszard Budziński, Ryszard Choraś, Ludosław Drelichowski (przewodniczący), Grzegorz Głownia, Adam Grzech, Jakub Gutenbaum, Olgierd Hryniewicz, Janusz Kacprzyk, Zbigniew Kierzkowski, Jerzy Kisielnicki, Adam Kopiński, Maciej Krawczak, Henryk Krawczyk, Bernard F. Kubiak, Roman Kulikowski, Marian Kuraś, Ludwik Maciejec, Marek Miłosz, Janusz Stokłosa, Jan Studziński, Zdzisław Szyjewski.

© Instytut Badań Systemowych PAN, Warszawa 2000

ISBN 83-85847-53-7  
ISSN 0208-8028

Rozdział 3

# **Modele matematyczne w systemach komputerowych**

# MATEMATYCZNY MODEL USTALANIA OPŁAT ZA WODEJ WODOCIĄGOWĄ

*Paweł Bartoszczuk*

*Instytut Badań Systemowych PAN, Warszawa*

## MATHEMATICAL MODEL OF SETTING OF WATER TARIFFS IN POLISH TOWNS

*The results of studies concerning cost of water treatment allow to formulate a hypothesis that saving of water by household consumers leads to higher costs of production and distribution of water and consequently, to higher tariffs on water. This leads again to a drop of water consumption, causing increase of average cost of water in the situation of not full use of the waterworks capacity. The method of model construction presented in the paper requires the relations applied to be the same over a long period. It was possible to receive data only from few years, which does not allow saying if model equations will be valid in the long period. We assume the stability of existing relations and the concurrent process of increase of water costs and tariffs. It means that the possibility of decrease of water use in households is limited. People will need some minimal quantity of water.*

**Key words:** *cost of water, water consumption, treatment, tariffs*

### 1. Wstęp

Przedmiotem artykułu jest analiza kosztów pozyskiwania wody wodociągowej przeznaczonej dla odbiorców w polskich miastach w latach dziewięćdziesiątych oraz analiza opłat pobieranych przez dostawców wody do mieszkań, a także wpływ tych opłat na wielkość zużycia wody przez odbiorców. Przez pozyskiwanie wody określa się ujmowanie i uzdatnianie wody, transport i dostarczanie jej odbiorcom. Do miejskich odbiorców wody należą korzystający z sieci wodociągowej mieszkańcy tych miast, przemysł oraz zakłady użyteczności publicznej.

Ważność podjętego tematu należy tłumaczyć tym, że koszty jednostkowe pozyskania wody stanowią podstawę do określania przez gminy (na

wniosek przedsiębiorstw pozyskujących wodę) opłat za wodę. Chociaż zużycie wody w latach 90-tych w miastach polskich ciągle maleje, indywidualni mieszkańcy płacą za nią coraz więcej (w cenach porównywalnych).

Problemami tymi zajmowali się dotychczas różni autorzy. Podstawową monografię na temat taryf opłat za wodę i odprowadzanie ścieków opublikował Z. Dziembowski w 1962 roku. Autor zawarł w niej ówczesne wyniki swoich badań oraz syntezę poprzednich prac innych autorów. Problematyka ta była rozwijana w jego dalszych publikacjach. Problemem zasad ustalania taryf opłat za wodę zajmował się M. Roman. Czynniki wpływające na wysokość kosztów pozyskania wody wodociągowej badał H. Bylka. Zużyciem wody zajmował się Z. Suligowski.

Istniejące opracowania zostały wykonane dawno i nie przystają do obecnych zmienionych warunków. Poza tym, ze względu na trudności w pozyskiwaniu aktualnych danych niektórzy autorzy opierali się na szacunkach. Nowsze wyniki, dotyczące kosztów pozyskania wody z lat 90-tych, odnoszą się do niewielkiego obszaru: co najwyżej kilku przedsiębiorstw w województwie.

Ponadto w poprzednich latach inne były uwarunkowania prawno - organizacyjne przedsiębiorstw wodociągowych. Przed 1990 r. nadzór nad gospodarczym wykorzystaniem i użytkowaniem zasobów wodnych sprawowały organy administracji rządowej. Zgodnie z ustawą z 1990 r. o samorządzie terytorialnym zadania związane z produkcją i dostawą wody zostały przekazane gminom. Decydenci podejmujący decyzje o podwyżkach opłat kierują się innymi przesłankami niż ekonomiczne czy też ekologiczne (ochrona zasobów wodnych). Radni nie dyskutują czy przedkładane w kalkulacji planowane koszty eksploatacji wodociągów są uzasadnione, ale czy proponowana podwyżka to istotne dodatkowe obciążenie gospodarstw domowych, zwłaszcza w relacji do innych uciążliwych podwyżek oraz realnych dochodów tych gospodarstw. Rady gminne nie wprowadzając podwyżek opłat, odkładają na przyszłość konieczne remonty i modernizacje, co skutkuje pogorszeniem się stanu eksploatowanego majątku trwałego.

Polska posiada jedno z najmniejszych zasobów wodnych w Europie. W latach osiemdziesiątych i na początku dziewięćdziesiątych panowały w Polsce susze, które uwidoczniły problemy związane z wodą. Dodatkowo powódź w 1997 roku zniszczyła wiele urządzeń wodociągowych. Większość zasobów wodnych w Polsce jest zanieczyszczona nieoczyszczonymi ściekami. Zasoby wód gruntowych coraz częściej ulegają zanieczyszczeniom. Polska wchodząc do Unii Europejskiej będzie musiała spełnić ostre kryteria jakości wody wodo-



ciągowej. W związku z tym konieczne będą działania polegające na poprawie funkcjonowania procesów pozyskiwania wody, co pociągnie za sobą wzrost kosztów. Według ocen Unii Europejskiej, aby możliwe było sprostanie wymogom unijnym polskie systemy wodociągowe będą wymagały inwestycji których przewidywany koszt wyniesie 18 mld euro, w tym 5 mld euro na system wodociągowe, 3,2 mld na systemy kanalizacyjne i 10,3 mld na oczyszczalnie ścieków. Dlatego też w wielu przedsiębiorstwach konieczne będą podwyżki opłat.

## **2. Cel pracy i metodyka**

Celem pracy jest przedstawienie ilościowych zależności między jednostkowym kosztem pozyskiwania wody a wielkością produkcji, sprzedaży wody oraz taryfami opłat za wodę wodociągową. Tak sformułowany cel pracy pozwala precyzyjnie określić istniejące ekonomiczne relacje wśród zmiennych stosowanych do opisu kosztowych aspektów gospodarki wodnej na terenie gmin miejskich.

Przeprowadzone badania opisane w niniejszej pracy pozwalają na sformułowanie hipotezy, która brzmi: “oszczędzanie wody wodociągowej prowadzi do ciągu następujących zdarzeń: wzrostu kosztów jednostkowych pozyskania wody wodociągowej, co skutkuje wzrostem opłat za wodę. To z kolei powoduje ponowne zmniejszenie zużycia wody przez konsumentów oraz implikuje spadek sprzedaży i produkcji wody prowadzący, w warunkach znacznie niewykorzystanej zdolności produkcyjnej zakładów wodociągowych, do ponownego wzrostu kosztów jednostkowych pozyskania wody wodociągowej”.

W celu przedyskutowania tej hipotezy zastosowano metodę badawczą, polegającą na modelowej analizie procesu tworzenia ciągu kolejnych wartości opłaty jednostkowej za wodę. Modelowa koncepcja kosztów i opłat jednostkowych za wodę wodociągową opiera się na wyróżnionych parametrach techniczno-ekonomicznych układu wodociągowego, takich jak: sprzedaż wody, produkcja wody, wartość majątku trwałego. W koncepcji tej użyto następujących narzędzi ilościowej analizy procesu kształtowania się jednostkowych kosztów pozyskania wody oraz opłat za wodę: kryteriów zbieżności ciągu kolejnych przybliżeń rozwiązań rekurencyjnych równań modelowych o zmiennych będących parametrami techniczno - ekonomicznymi układu wodociągowego oraz teorii ciągów rekurencyjnych (w szczególności analizy warunków zbieżności tych ciągów), a także elementów analizy matematycznej.

Skonstruowane równania modelowe opisują proces generowania wartości zmiennej “sprzedaż wody przez zakład wodociągowy” ( $y_t$ ) jako funkcji opłaty jednostkowej pobieranej za wodę wodociągową od odbiorców ( $x_t$ ), następnie zmiennej “produkcja wody” ( $p_t$ ) zależnej od sprzedaży wody, potem kosztu jednostkowego ( $k_t$ ) jako funkcji produkcji wody oraz opłaty jednostkowej w przyszłym okresie ( $x_{t+1}$ ) zależnej od kosztu jednostkowego pozyskania wody w bieżącym czasie ( $k_t$ ) (por. rys 1). Równania modelowe postulujemy w postaci:

$$y_t = d(x_t) \quad (1)$$

$$p_t = g(y_t) \quad (2)$$

$$k_t = h(p_t) \quad (3)$$

$$x_{t+1} = l(k_t) = l(h(p(g(d(x_t)))))) \quad (4)$$

Funkcje  $d$ ,  $l$ ,  $p$ ,  $z$  mają następujące własności:

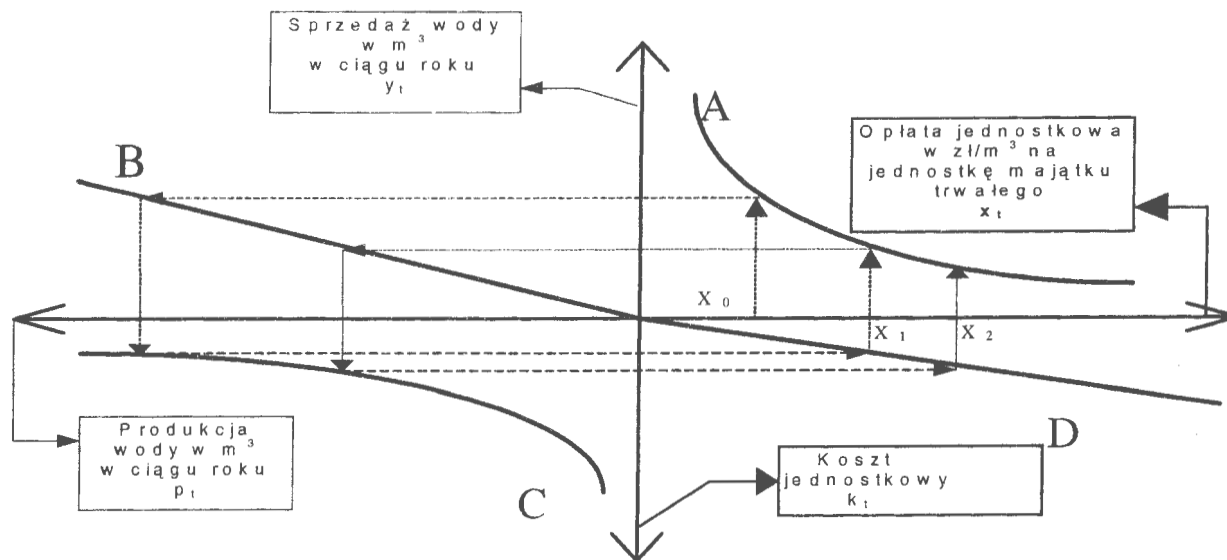
$d$ ,  $h$  ciągłe, ściśle wklęsłe, odwzorowują przedział

$$R_+ \cup \{0\} \longrightarrow R_+ \cup \{0\}$$

$l$ ,  $p$  ciągłe, wypukłe, odwzorowują przedział  $R_+ \cup \{0\} \longrightarrow R_+ \cup \{0\}$

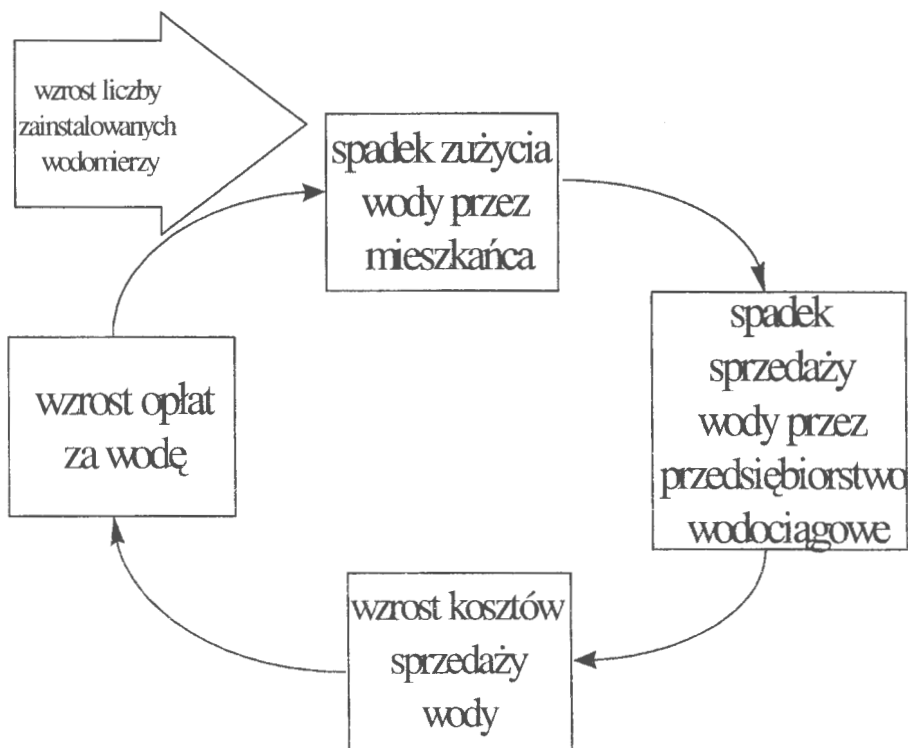
Niech opłata początkowa wynosi  $x_0$ . Przy opłacie tej (przeliczonej na jednostkę wartości majątku trwałego, sprzedaż będzie wynosiła  $y_0$ , co można odczytać z krzywej “A”. Postępując w podany sposób znajdujemy produkcję, koszt jednostkowy i opłatę w przyszłym okresie  $x_1$  (por. rys 1).

Otrzymana w ten sposób opłata jednostkowa może być mniejsza lub większa od początkowej opłaty jednostkowej (ewentualnie może być jej równa). Wielkość opłaty jednostkowej  $x_1$  w stosunku do opłaty  $x_0$  zależy od postaci krzywych A-D oraz położenia punktu  $x_0$ .



**Rysunek 1** Graficzne przedstawienie zależności modelowych (1)-(4) pomiędzy sprzedażą, produkcją, kosztem jednostkowym i opłatą jednostkową za wodę wodociągową (Źródło: Opracowanie własne)

Proces można kontynuować (por. rys 2). Dla  $t \geq 1$ , opłacie jednostkowej  $x_t$  będzie odpowiadała sprzedaż  $y_t$ , produkcja  $p_t$ , koszt jednostkowy  $k_t$  oraz opłata jednostkowa  $x_{t+1}$ . Tak więc opłacie jednostkowej  $x_t$  będzie odpowiadała opłata jednostkowa  $x_{t+1}$ .



(Źródło: Opracowanie własne)

**Rysunek 2**

**Ciąg zdarzeń wywołanych spadkiem zużycia wody wodociągowej i wzrostem opłat za wodę wodociągową (spowodowanych przez wzrost liczby wodomierzy)**

Przez eliminację zmiennych sprzedaż, produkcja, koszt jednostkowy ( $y_t$ ,  $p_t$ ,  $k_t$ ) z równań modelowych otrzymujemy związek rekurencyjny opłaty dla okresu  $t+1$  w funkcji opłaty w okresie  $t$ .

$$x_{t+1} = f(x_t), \quad (5)$$

gdzie  $t \in \{1, 2, 3, \dots\}$ .

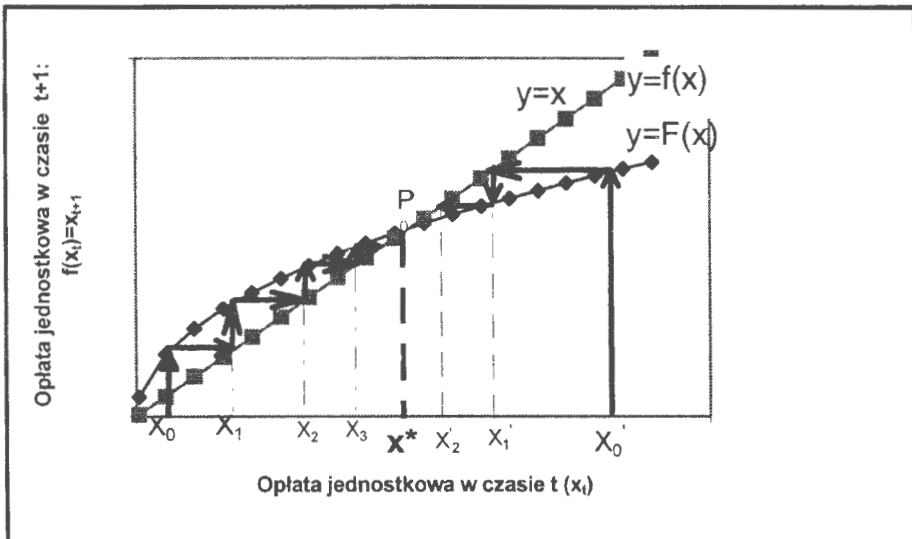
Bierzemy pod uwagę pewną liczbę  $x_0$  należącą do dziedziny funkcji  $f(x)$ , czyli opłatę jednostkową w danym roku (ustaloną w oparciu o koszt

jednostkowy pozyskania wody wodociągowej w roku poprzednim). Argumentom  $x_t$  odpowiadają wartości funkcji  $f(x_t)$ . Podstawiając  $t=1$  otrzymujemy  $f(x_1)=x_2$ , następnie podstawiając  $x_t=x_2$  otrzymujemy  $f(x_2)=x_3$ , i tak dalej.

Zakładamy, że funkcja  $f$  spełnia następujące warunki:

- I. funkcja  $f$  odwzorowuje przedział  $R_+ \cup \{0\} \longrightarrow R_+ \cup \{0\}$
- II.  $f$  - funkcja ciągła, różniczkowalna, ściśle wklęsła
- III.  $f(0)=0$
- IV.  $\lim_{x_t \rightarrow 0^+} f'(0) > 1, \lim_{x_t \rightarrow \infty} f'(x_t) = 0$

Ciąg  $x_{t+1}=f(x_t)$  jest zatem zbieżny i granicą ciągu  $x_t$  jest  $x^*$  (por. rys. 3).



(Źródło: Opracowanie własne)

**Rysunek 3**

**Proces tworzenia opłat jednostkowych; schemat ideowy z założonym konkretnym kształtem linii  $f(x)$**

Wyraz  $x_t$  ciągu (5) nazywamy  $t$ -tym przybliżeniem pierwiastka równania  $x=f(x)$ , zaś sam ciąg nazywamy ciągiem kolejnych przybliżeń. Jeżeli ciąg  $x_t$  jest zbieżny do pierwiastka równania  $x=f(x)$ , to przybliżenie jest dowolnie dokładne, dla odpowiednio wysokiej liczby przybliżeń  $t$ .

Zbieżność ciągu nie zależy od wyboru punktu startowego  $x_0$ . Podstawiając za  $x_0$  jakąkolwiek liczbę z przedziału  $(0,+\infty)$  otrzymamy inny ciąg przybliżeń, zawsze zbieżny do granicy  $x^*$ . Jeżeli  $x_0 < x^*$ , to ciąg kolejnych przybliżeń jest ciągiem rosnącym (jeżeli  $f(x)$  jest rosnąca), czyli wartości tego ciągu zwiększają się aż do wartości współrzędnych punktu  $P$ . W przeciwnym przypadku jest ciągiem malejącym i ograniczonym z dołu przez odcietą punktu  $P$ .

### 3. Przykład zastosowania modelu

Przedstawiona w pracy metoda konstruowania równań modelowych wymaga, aby zastosowane zależności ilościowe były stacjonarne. Dostępne dane dotyczyły jedynie kilku lat i nie pozwalają na stwierdzenie, czy tak jest w długim okresie. W celu zaprezentowania działania metody, możemy jednak założyć stacjonarność zależności ilościowych w czasie i zbadać, czy proces kształtowania kosztów pozyskania wody i opłat za wodę jest procesem zbieżnym. Przyjmujemy, że dane w cenach porównywalnych są takie same jak np. w 1994 roku. Obrazując dane liczbowe nie rozróżniamy miejscowości, z których te dane pochodzą. W zależności od parametrów krzywych doświadczalnych proces zbieżności ciągu opłat (a więc i kosztów) jest procesem zbieżnym lub rozbieżnym.

Zarówno koszty jednostkowe, jak i opłaty odnosimy do wartości majątku trwałego, eliminując w ten sposób różnice między warunkami lokalnymi pozyskiwania wody w danym mieście, jak również innymi czynnikami, wpływającymi na kapitałochłonność procesów pozyskiwania wody, jak np. różnice w stosowanych technologiach oczyszczania wody, czy w rodzaju pozyskiwanej wody. Do pozyskania wody, zależnie od rodzaju zasobów, konieczne są różne nakłady kapitałowe. Na pozyskanie wód powierzchniowych zwykle konieczne są większe nakłady, niż na pozyskanie wód podziemnych. Są one bardziej zanieczyszczone poprzez nieoczyszczone ścieki oraz zrzut wód kopalnianych na Śląsku.

Dla zaprezentowania metody zmian zbieżności wartości opłat i kosztu jednostkowego potrzebne są wzory funkcji, a w szczególności ewentualnej zbieżności procesu kształtowania się opłat i kosztów jednostkowych (6)-(9):

$$\text{sprzedaż wody:} \quad y=78,829*x^{-0,59} \quad (6)$$

$$\text{produkcja wody:} \quad p= 1,133*y + 1,884 \quad (7)$$

$$\text{koszt produkcji wody:} \quad k = 699,3*p^{-1,2412} \quad (8)$$

$$\text{opłata jednostkowa za wodę:} \quad x= 1,599*k^{0,70} \quad (9)$$

Wzory te uzyskano na podstawie zebranych danych z przedsiębiorstw wodociągowo-kanalizacyjnych w kraju. Zarówno koszty jednostkowe, jak i opłaty odnosimy do wartości majątku trwałego, eliminując w ten sposób różnice między warunkami lokalnymi pozyskiwania wody w danym mieście, jak również innymi czynnikami, wpływającymi na kapitałochłonność procesów pozyskiwania wody, jak np. różnice w stosowanych technologiach oczyszczania wody, czy w rodzaju pozyskiwanej wody. Z uzyskanych danych wynika, że im wyższa opłata jednostkowa przypadająca na jednostkę majątku trwałego, tym mniejsza sprzedaż wody przez wodociągi. Przy większej wartości opłaty za wodę mieszkańcy zużywają jej mniej. Zależność (6): sprzedaż - opłata jednostkowa (w przeliczeniu na majątek trwały) przybliżono równaniem linii potęgowej. Zależność produkcji od sprzedaży przybliżono równaniem liniowym. Sprzedaż wody i jej produkcja w większości miast w Polsce nie przekracza niż 30 milionów m<sup>3</sup> na rok. Zależności (8) i (9): przybliżono równaniem linii potęgowej.

Przez eliminację zmiennych sprzedaż, produkcja, koszt jednostkowy ( $y_t$ ,  $p_t$ ,  $k_t$ ) z równań modelowych (6) - (9) otrzymujemy związek rekurencyjny:

$$x_{t+1}=3,1808*x_t^{0,4806}, \quad (10)$$

gdzie  $x_{t+1}$  oznacza opłatę dla okresu  $t+1$  w funkcji opłaty w okresie  $t$ .

Podstawiając za opłatę jednostkową taką opłatę jaka obowiązywała w przeciętnym mieście wojewódzkim - na przykład w Lublinie - opłata jednostkowa, w przeliczeniu na wartość majątku trwałego wynosiła w 1994 roku 4,867 zł/m<sup>3</sup> obliczamy opłatę w następnym okresie. Jednocześnie w oparciu o znane postacie równań (6) - (9) obliczamy kolejno sprzedaż wody, jej produkcję, koszt jednostkowy wyrażony w jednostkach majątku trwałego. Z przeprowadzonych obliczeń wynika, że w kolejnych okresach rosną opłaty jednostkowe, a koszt jednostkowy jest wyższy od opłaty jednostkowej (opłata jednostkowa jest ustalana na poziomie niższym od kosztu jed-

nostkowego). Większe opłaty prowadzą do spadku sprzedaży wody w wodociągach, co powoduje wzrost jednostkowego kosztu pozyskania wody.

Tabela 1  
Wartości opłaty jednostkowej w kolejnych latach - przykład dla Lublina przy opłacie mniejszej od opłaty granicznej

| T  | opłata za wodę<br>x | sprzedaż wody<br>$y=78,829*x^{0,59}$ | produkcja mln m <sup>3</sup><br>$p=1,133*y+1,884$ | koszt jednostkowy<br>$k=699,3*p^{-1,2412}$ | opłata jednostkowa<br>$x_{t+1}=1,599*k^{0,70}$ |
|----|---------------------|--------------------------------------|---|--|--|
| 1  | 4,867               | 30,989                               | 36,994  | 7,912                                      | 6,802  |
| 2  | 6,802               | 25,434                               | 30,701  | 9,973                                      | 7,999  |
| 3  | 7,999               | 23,116                               | 28,074  | 11,144                                     | 8,645  |
| 4  | 8,645               | 22,080                               | 26,900  | 11,750                                     | 8,972  |
| 5  | 8,972               | 21,602                               | 26,359  | 12,051                                     | 9,132  |
| 6  | 9,132               | 21,377                               | 26,105  | 12,196                                     | 9,209  |
| 7  | 9,209               | 21,272                               | 25,985  | 12,266                                     | 9,246  |
| 8  | 9,246               | 21,222                               | 25,928  | 12,300                                     | 9,263  |
| 9  | 9,263               | 21,198                               | 25,901  | 12,316                                     | 9,272  |
| 10 | 9,272               | 21,186                               | 25,888  | 12,323                                     | 9,276  |
| 11 | 9,276               | 21,181                               | 25,882  | 12,327                                     | 9,278  |
| 12 | 9,278               | 21,179                               | 25,879  | 12,328                                     | 9,279  |
| 13 | 9,279               | 21,177                               | 25,878  | 12,329                                     | 9,279  |
| 14 | 9,279               | 21,177                               | 25,877  | 12,330                                     | 9,279  |
| 15 | 9,279               | 21,176                               | 25,877  | 12,330                                     | 9,279  |
| 16 | 9,279               | 21,176                               | 25,877  | 12,330                                     | 9,279  |
| 17 | 9,279               | 21,176                               | 25,877  | 12,330                                     | 9,279  |
| 18 | 9,279               | 21,176                               | 25,877  | 12,330                                     | 9,279  |
| 19 | 9,279               | 21,176                               | 25,877  | 12,330                                     | 9,279  |
| 20 | 9,279               | 21,176                               | 25,877  | 12,330                                     | 9,279  |

Proces rekurencyjny (10) z warunkiem początkowym  $x_1=x_0$  na mocy warunków (I) - (IV) jest zbieżny do opłaty  $x^*=9,279$  zł/m<sup>3</sup>, będącej odciętą punktu, w którym prosta  $y=x$  przecina krzywą o równaniu  $y=3,1808x^{0,4806}$ . Liczba  $x^*$  jest granicą ciągu (10). Opłacie tej odpowiada sprzedaż wody równa 21,2 mln m<sup>3</sup> w ciągu roku, a więc identyczna jak w dwóch miastach zamieszkałych przez ponad 100 tysięcy mieszkańców - w Gorzowie lub Kaliszu. Z obliczeń wynika, że wzrost opłaty o 50% powoduje spadek sprzedaży wody o 30% (porównaj tabela 1).

Gospodarstwa domowe pod wpływem znacznej podwyżki opłat, spowodowanej wzrostem kosztu jednostkowego pozyskania wody wodociągo-



wej początkowo zmniejszają zużycie wody. Wzrost kosztów jednostkowych następuje wraz ze zmniejszeniem się wykorzystania zdolności produkcyjnej przedsiębiorstw dostarczających wodę. Następnie spadek zużycia jest mniej gwałtowny, aż w końcu ulega zahamowaniu. Powoduje to powstrzymanie wzrostu kosztów jednostkowych pozyskania wody, a więc zahamowanie wzrostu opłat za wodę. Część wody, pobierana przez mieszkańców, jest niezbędna do życia i mieszkańcy nie mogą z niej zrezygnować. Potwierdza to przewidziane na podstawie równań empirycznych ustabilizowanie się zużycia wody.

Tabela 2

Kolejne wartości opłaty jednostkowej w kolejnych latach - przy opłacie większej od opłaty granicznej

| T  | opłata jednostkowa za wodę $x(t)$ | sprzedaż wody $y=78,829*x^{0,59}$ | produkcja mln $m^3$ $p=1,133*y+1,884$ | koszt jednostkowy $k=699,3*p^{1,2412}$ | opłata jednostkowa $x_{t+1}=1,599*k^{0,70}$ |
|----|-----------------------------------|-----------------------------------|---------------------------------------|--|---|
| 1  | 30,000                            | 10,597                            | 13,890                                | 26,689                                 | 15,932                                      |
| 2  | 15,932                            | 15,394                            | 19,325                                | 17,715                                 | 11,959                                      |
| 3  | 11,959                            | 18,233                            | 22,542                                | 14,633                                 | 10,461                                      |
| 4  | 10,461                            | 19,730                            | 24,238                                | 13,373                                 | 9,822                                       |
| 5  | 9,822                             | 20,478                            | 25,086                                | 12,814                                 | 9,533                                       |
| 6  | 9,533                             | 20,842                            | 25,498                                | 12,558                                 | 9,399                                       |
| 7  | 9,399                             | 21,017                            | 25,696                                | 12,438                                 | 9,336                                       |
| 8  | 9,336                             | 21,100                            | 25,791                                | 12,381                                 | 9,306                                       |
| 9  | 9,306                             | 21,140                            | 25,836                                | 12,354                                 | 9,292                                       |
| 10 | 9,292                             | 21,159                            | 25,857                                | 12,342                                 | 9,286                                       |
| 11 | 9,286                             | 21,168                            | 25,867                                | 12,335                                 | 9,282                                       |
| 12 | 9,282                             | 21,172                            | 25,872                                | 12,333                                 | 9,281                                       |
| 13 | 9,281                             | 21,174                            | 25,875                                | 12,331                                 | 9,280                                       |
| 14 | 9,280                             | 21,175                            | 25,876                                | 12,331                                 | 9,280                                       |
| 15 | 9,280                             | 21,176                            | 25,876                                | 12,330                                 | 9,280                                       |
| 16 | 9,280                             | 21,176                            | 25,876                                | 12,330                                 | 9,280                                       |
| 17 | 9,280                             | 21,176                            | 25,877                                | 12,330                                 | 9,279                                       |
| 18 | 9,279                             | 21,176                            | 25,877                                | 12,330                                 | 9,279                                       |
| 19 | 9,279                             | 21,176                            | 25,877                                | 12,330                                 | 9,279                                       |
| 20 | 9,279                             | 21,176                            | 25,877                                | 12,330                                 | 9,279                                       |

Gdy opłata początkowa jest wyższa od opłaty granicznej 9,279 zł/m<sup>3</sup>, to ciąg opłat jest ciągiem malejącym i ograniczonym z dołu przez punkt 0

współrzędnej  $9,279 \text{ zł/m}^3$ . Jest to możliwe wskutek wzrostu sprzedaży wody. Zwiększenie zasięgu obsługi odbiorców wody (poprzez rozbudowę sieci wodociągowej) będzie sprzyjać stopniowemu zwiększaniu się ilości zużywanej wody, a w konsekwencji wzrostu sprzedaży wody. Wzrost sprzedaży wody powoduje obniżenie kosztu jednostkowego pozyskania wody. Prowadzi to do możliwości obniżenia opłat za wodę wodociągową (porównaj tabela 2).

Przedstawiona metoda badania zbieżności opłat jednostkowych wymaga jednak, aby zastosowane zależności ilościowe między zmiennymi - kosztem, sprzedażą, produkcją i opłatami jednostkowymi cechowały się stacjonarnością w długim okresie. Na razie nie wiadomo, czy tak jest, gdyż dostępne dane dotyczyły zaledwie kilku lat z lat dziewięćdziesiątych. Możemy (dla zaprezentowania działania metody) założyć, że tak jest i przy tym założeniu stwierdzić, że proces wzajemnego dostosowania kosztów jednostkowych, a w konsekwencji opłat za wodę do sprzedaży wody jest procesem zbieżnym. Punkt zbieżności zależy od wzajemnych relacji pomiędzy opłatą jednostkową w przyszłym okresie a kosztem jednostkowym w okresie bieżącym.

Jeżeli opłata za wodę w przyszłym okresie byłaby ustalona na poziomie o wiele wyższym niż w okresie poprzednim, to ciąg kolejnych przybliżeń opłat jednostkowych byłby zbieżny do wyższej opłat granicznej. Oznacza to, że ustalenie opłaty jednostkowej na poziomie wyższym od kosztów jednostkowych doprowadzi do większego spadku zużycia wody, niż przy opłatach równych lub mniejszych od kosztu jednostkowego pozyskania wody.

Założono, że równanie (4) będzie miało następującą postać:

$$x = 3 * k^{0.70} \quad (10)$$

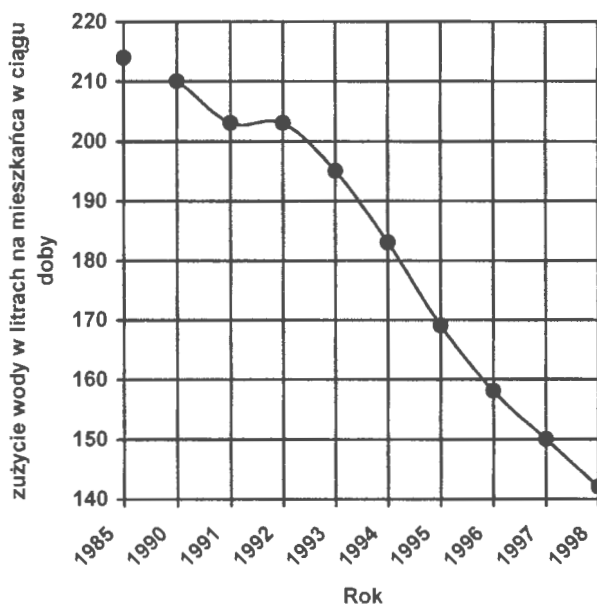
Gdy opłata początkowa wynosi  $4,867 \text{ zł/m}^3$ , to ciąg opłat jest ciągiem malejącym i ograniczonym z dołu przez punkt o współrzędnej  $29,8 \text{ zł/m}^3$ . Dla takiej opłaty sprzedaż wynosi 10,6 milionów  $\text{m}^3$  wody i jest niższa od opłaty początkowej ponad trzykrotnie (por. tabela 3).

Tabela 3

Kolejne wartości opłaty jednostkowej w kolejnych latach - przy opłacie jednostkowej większej od kosztu jednostkowego w okresie poprzednim

| T  | opłata jed-<br>nostkowa<br>za wodę<br>$x(t)$ | sprzedaż<br>wody<br>$y=78,829*x^{0,59}$ | produkcja<br>mln $m^3$<br>$p= 1,133*y + 1,884$ | koszt jed-<br>nostkowy<br>$k =699,3*p^{1,2412}$ | opłata jed-<br>nostkowa<br>$x_{t+1}= =3*k^{0,70}$ |
|----|--|---|--|---|---|
| 1  | 4,867  | 30,989                                  | 36,994   | 7,912   | 12,762  |
| 2  | 12,762                                       | 17,546                                  | 21,764   | 15,285  | 20,235  |
| 3  | 20,235                                       | 13,369                                  | 17,031   | 20,723  | 25,041  |
| 4  | 25,041                                       | 11,789                                  | 15,241   | 23,785  | 27,576  |
| 5  | 27,576                                       | 11,137                                  | 14,502   | 25,298  | 28,793  |
| 6  | 28,793                                       | 10,857                                  | 14,185   | 26,002  | 29,352  |
| 7  | 29,352                                       | 10,735                                  | 14,046   | 26,322  | 29,603  |
| 8  | 29,603                                       | 10,681                                  | 13,985   | 26,464  | 29,716  |
| 9  | 29,716                                       | 10,657                                  | 13,958   | 26,528  | 29,766  |
| 10 | 29,766                                       | 10,646                                  | 13,946   | 26,556  | 29,788  |
| 11 | 29,788                                       | 10,642                                  | 13,941   | 26,569  | 29,798  |
| 12 | 29,798                                       | 10,639                                  | 13,938   | 26,574  | 29,802  |
| 13 | 29,802                                       | 10,639                                  | 13,937   | 26,577  | 29,804  |
| 14 | 29,804                                       | 10,638                                  | 13,937   | 26,578  | 29,805  |
| 15 | 29,805                                       | 10,638                                  | 13,937   | 26,578  | 29,805  |
| 16 | 29,805                                       | 10,638                                  | 13,937   | 26,579  | 29,805  |
| 17 | 29,805                                       | 10,638                                  | 13,937   | 26,579  | 29,805  |
| 18 | 29,805                                       | 10,638                                  | 13,937   | 26,579  | 29,805  |
| 19 | 29,805                                       | 10,638                                  | 13,937   | 26,579  | 29,805  |
| 20 | 29,805                                       | 10,638                                  | 13,937   | 26,579  | 29,805  |

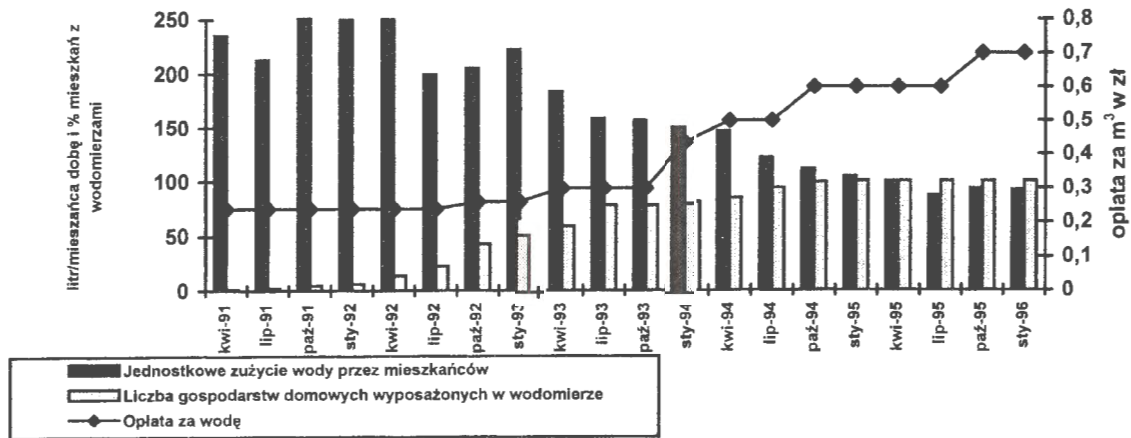
Im niższa opłata początkowa w przeliczeniu na majątek trwały, tym większy będzie wzrost opłat wywołany gwałtowniejszym spadkiem sprzedaży wody, co wynika z równań modelowych. Mieszkańcy tych miast będą musieli ponosić wyższe opłaty. Zmiany średniego zużycia wody w Polsce w przeliczeniu na mieszkańca zostały przedstawione na wykresie (por. rys. 4).



(Źródło: Opracowanie własne na podstawie [11,12])

**Rysunek 4**  
**Zużycie wody w Polsce w gospodarstwach domowych**  
**wyposażonych w wodociąg**

Z wymienionych tutaj przyczyn, spadek sprzedaży wody wcale nie jest tak korzystny dla mieszkańców, jak zapewniają niektóre gremia. Poglądy takie głoszą niektóre biura i firmy, które żyją ze sposobów oszczędzania wody oraz firmy produkujące lub instalujące wodomierze. Spadek zużycia wody prowadzi co prawda, do spadku jednostkowych kosztów zmiennych, ale równocześnie przyczynia się do wzrostu jednostkowych kosztów stałych. Zmniejszenie zużycia wody o 30%, przy sięgających 90% kosztach stałych prowadzić może jedynie do 3% zmniejszenia kosztów. Odbiorcy wody powinni być świadomi, że oszczędności ilościowe zużycia wody będą prowadzić do wyższych kosztów jednostkowych, a w konsekwencji wyższych opłat za wodę, jak pokazują badania przeprowadzone w jednej ze spółdzielni mieszkaniowych w Gorzowie (por. rys.5).



(Źródło: Opracowanie własne na podstawie [1])

**Rysunek 5** Zmiany opłat za wodę na tle akcji opomiarowania mieszkań a spadek zużycia wody przez mieszkańców

Należy dodać, że są kraje, w których zużycie wody jest wyższe niż w Polsce. Spośród krajów Europy Zachodniej największe zużycie występuje w Austrii i we Włoszech, gdzie przekracza wartość 200 litrów na mieszkańca na dobę. W Japonii i Kanadzie jest ono wyższe i przekracza 250 l/md, a w USA przyjmuje wartości większe od 350 l/md. W krajach Europy Zachodniej wzrasta udział gospodarstw domowych w strukturze zużycia wody. O ile w Holandii zużycie wody na mieszkańca w 1979 roku wynosiło 103 litry na mieszkańca na dobę to w 1992 roku przekroczyło 130 l/md.

#### **4. Wnioski**

Z przeprowadzonych w pracy obliczeń wynika, że na wzrost lub spadek kosztu jednostkowego pozyskania wody wodociągowej wpływa wielkość sprzedaży wody. Sprzedaż ta zależy od tego, jak duże będzie zużycie wody przez pojedynczych konsumentów. Wzrost wysokości opłat skutkuje niższą sprzedażą wody. Zmiany gospodarcze po 1989 roku spowodowały upadek wielu przedsiębiorstw lub ograniczenie produkcji, a w konsekwencji zmniejszenie zużycia wody. Zużycie wody na potrzeby komunalne w przeliczeniu na jednego mieszkańca systematycznie spada, a woda dla celów bytowych jest postrzegana jako towar. Widoczne są efekty wzrostu opłat za wodę i opomiarowania mieszkań, zachęcające do racjonalizacji zużycia wody. W przyszłości należy się spodziewać wzrostu poborów wody przez przemysł. Na wzrost poboru wody może też mieć wpływ ewentualna intensyfikacja rolnictwa. Obniżenie kosztów, czy też sprzedaż wody odbiorcom o wysokiej elastyczności popytu po niższej cenie doprowadzić może również do zwiększenia się sprzedaży, a w konsekwencji obniżenia się kosztów jednostkowych produkcji wody i opłat. Taka możliwość wynika bezpośrednio z wykonanych obliczeń. Prawdopodobnie spadkowy trend zużycia wody zakończył się na przełomie 94 i 95 roku.

Istnienie granicznej wartości opłaty, przy której sprzedaż wody przestaje się zmniejszać świadczy o tym, że możliwości zmniejszenia zużycia wody wyczerpały się. Mieszkańcy potrzebują pewnej ilości wody, z której nie mogą zrezygnować, pomimo wysokiej opłaty pobieranej od nich przez przedsiębiorstwo wodociągowe.

Zmniejszenie zużycia wody powoduje też zmniejszenie ilości odprowadzanych ścieków, a więc zmianę ich właściwości. W skrajnym przypadku stwarza to konieczność przebudowy oczyszczalni ścieków, a to z kolei prowadzi do dodatkowych kosztów i wzrostu opłat za odprowadzanie ścieków. Jeżeli zaś nie stać nas będzie na zmianę technologii oczyszczania ścieków, możemy doprowadzić do zanieczyszczenia środowiska niedostatecznie oczyszczonymi ściekami. Tak więc dochodzimy do paradoksu - ekologiczne

działania polegające na oszczędzaniu wody mogą prowadzić do pogorszenia stanu środowiska naturalnego.

### **Literatura:**

- Bagieński J., Stodulski J., (1996) *Wpływ instalacji wodomierzy mieszkaniowych na zużycie wody w budynkach*. Zaopatrzenie Miast i Wsi w wodę Materiały konferencyjne. tom III, Poznań.
- Bylka H, (1998) Artykuł wstępny. Przegląd komunalny, 5.
- Bylka H. (1994) Przyczyny wzrostu oraz możliwości zmniejszenia kosztów dostawy wody i odprowadzenia ścieków. Zaopatrzenie w wodę miast i wsi, materiały konferencyjne, Poznań.
- Bylka H. (1998) Kształtowanie opłat za wodę i ścieki. Możliwości i ograniczenia. Przegląd Komunalny, 3.
- Dziembowski Z. (1962) Problem wyboru systemu taryfowego i metody określania poziomu opłat za wodę i odprowadzanie ścieków. Zeszyty Naukowe Instytut Gospodarki Komunalnej, 3.
- Dziembowski Z. (1983) *Ekonomika przedsiębiorstwa komunalnego*. Państwowe Wydawnictwa Ekonomiczne, Warszawa.
- Krauser. W., (1992), Handbook for financial projections and analysis for corporation utilities in water supply, World Bank, Asia Water Supply and Sanitation Sector, maszynopis.
- Moll H.G., (1995) Wassersparen um jeden Preis? Nein Danke!. Neu DELIWA - Zeitschrift, 8
- Poss C., Hacker G., (1991) Maximale tages- und Studienabgabe an Versorgungsgebiete in der Trinkwasserversorgung der Bundesrepublik Deutschland, GWF Wasser/Abwasser, 11.
- Roman M. (1995) Taryfy opłat za wodę i odprowadzanie ścieków. Opłaty za wodę i ścieki w gminie-polityka taryfowa, materiały konferencyjne.
- Rocznik statystyczny* (1999), GUS.
- Stan i wykorzystanie zasobów wód powierzchniowych Polski*, (1996), Instytut Meteorologii i Gospodarki Wodnej, Warszawa.
- Suligowski Z. (1997), Oszczędzanie wody, Gaz woda i technika sanitarna; 1.
- Szelągowski Z. (1985), *Ekonomika Gospodarki Wodnej*, Państwowe Wydawnictwa Ekonomiczne, Warszawa .

**ISSN 0208-8029**  
**ISBN 83-85847-53-7**

---

**W celu uzyskania bliższych informacji i zakupu dodatkowych egzemplarzy  
prosimy o kontakt z Instytutem Badań Systemowych PAN  
ul. Newelska 6, 01-447 Warszawa  
tel. 837-35-78 w. 241 e-mail: [bibliote@ibspan.waw.pl](mailto:bibliote@ibspan.waw.pl)**