



**POLSKA AKADEMIA NAUK**  
**Instytut Badań Systemowych**

**TECHNOLOGIE INFORMATYCZNE  
W ZARZĄDZANIU  
SYSTEMY  
WSPOMAGANIA DECYZJI**

pod redakcją:  
**Jana Studzińskiego,**  
**Ludostawa Drelichowskiego,**  
**Olgierda Hryniewicza,**  
**Janusza Kacprzyka**



**TECHNOLOGIE INFORMATYCZNE W ZARZĄDZANIU  
SYSTEMY WSPOMAGANIA DECYZJI**

Polska Akademia Nauk • Instytut Badań Systemowych

**Seria: BADANIA SYSTEMOWE**  
**tom 26**

---

**Redaktor naukowy:**

**Prof. dr hab. Jakub Gutenbaum**

Warszawa 2000

**TECHNOLOGIE INFORMATYCZNE  
W ZARZĄDZANIU  
SYSTEMY WSPOMAGANIA DECYZJI**

pod redakcją

Jana Studzińskiego, Ludosława Drelichowskiego

Olgierda Hryniewicza i Janusza Kacprzyka

Książka zawiera wybór referatów przedstawionych na konferencji "Komputerowe systemy wielodostępne KSW'2000" w Ciechocinku w 2000 r. Konferencja pod patronatem Komitetu Badań Naukowych została zorganizowana przez Akademię Techniczno-Rolniczą w Bydgoszczy, Instytut Badań Systemowych PAN, Komisję Informatyki PAN - Oddział w Gdańsku oraz Bydgoskie Zakłady Elektromechaniczne "BELAM" S.A. w Bydgoszczy.

Komitet Naukowo-Programowy konferencji:

Witold Abramowicz, Ryszard Budziński, Ryszard Choraś, Ludosław Drelichowski (przewodniczący), Grzegorz Głownia, Adam Grzech, Jakub Gutenbaum, Olgierd Hryniewicz, Janusz Kacprzyk, Zbigniew Kierzkowski, Jerzy Kisielnicki, Adam Kopiński, Maciej Krawczak, Henryk Krawczyk, Bernard F. Kubiak, Roman Kulikowski, Marian Kuraś, Ludwik Maciejec, Marek Miłoś, Janusz Stokłosa, Jan Studziński, Zdzisław Szyjewski.

© Instytut Badań Systemowych PAN, Warszawa 2000

ISBN 83-85847-53-7  
ISSN 0208-8028

Rozdział 4

**Metody i algorytmy obliczeniowe  
w systemach komputerowych**

# SYMULACYJNE METODY ANALIZY KART KONTROLNYCH DLA POTRZEB SZKOLENIOWYCH

*Olgierd Hryniewicz, Jacek Nieckula*

*Instytut Badań Systemowych PAN*

*This article describes a way of teaching students how to analyze and apply Shewhart control charts with the help of the program nnspec2 developed in the Systems Research Institute. The program is able to simulate process data according to parameters input by a student, to draw control charts for such a process as well as to check whether the simulated process is under statistical control. So far, students learning Statistical Process Control (SPC) were supplied a set of data that represented certain process characteristic and they were supposed to plot control charts and to analyze them manually. The old method was time-consuming. It did not give the feeling of the "process control" either since the data were provided in the form of ready sets. In contrary, using "nnspec2" the student plays the role of process creator who can influence the process by changing its parameters. He/she can also switch to additional run rules to check whether the simulated characteristic is under statistical control*

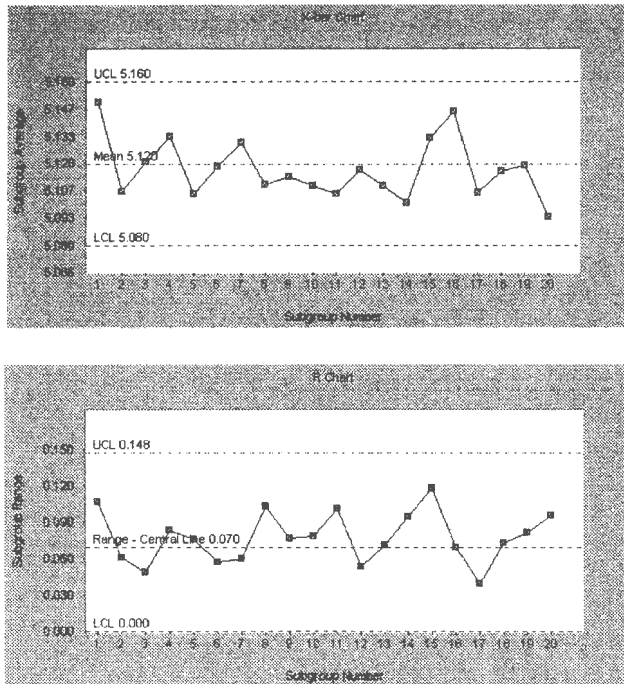
**Key words:** *statistical process control, Shewhart control charts*

## 1 Teoria kart kontrolnych Shewharta

Karta kontrolna Shewharta to graficzna metoda statystyczna, która pozwala na ciągłą kontrolę wybranej charakterystyki wyrobu w wyniku próbkowania procesu technologicznego w regularnych odstępach czasowych (np. co minutę) lub ilościowych (np. co trzecią partię).

Teoria Shewharta zakłada występowanie dwóch rodzajów zmienności wyrobu. Pierwsza z nich jest zmiennością przypadkową powstałą z „przyczyn losowych”, istniejących przez cały czas, jako pewien szum w procesie. Każda z przyczyn losowych tworzy bardzo mały składnik całej zmienności, który występując pojedynczo nie wpływa znacząco na proces. Zakłada się jednak, że choć nie można zidentyfikować poszczególnych przyczyn losowych ich suma udziałów jest mierzalna. Drugi rodzaj zmienności może być przypisany jakimś identyfikowalnym przyczynom, które

jesteśmy w stanie wyeliminować. Przyczyny te zwane są „wyznaczalnymi” lub „specjalnymi”. Ich przykładem będzie zużycie narzędzia, brak jednorodności w budowie materiału, czy zmęczenie operatora obrabiarki.



Rysunek 1 Karta wartości średniej i karta rozstępu

Przykładowe karty wartości średniej i rozstępu Shewharta przedstawia rys.1. Pokazują one wykres mierzonej charakterystyki w funkcji numeru próbki (subgroup number). Wykreślone wartości średnie otrzymuje się z próbek pobieranych w czasie procesu w regularnych odstępach. Karta rozstępu pokazuje wartość różnicy między największą i najmniejszą wartością w próbce.

Proces, którego zmienność wynika jedynie z przyczyn losowych nazywa się procesem statystycznie uregulowanym. Zakłada się, że zmienność mierzonych charakterystyk takiego procesu opisana jest rozkładem normalnym o wartości średniej  $\mu$  i odchyleniu standardowym  $\sigma$ . Oznacza to, że 99.97% mierzonych wartości powinno się znajdować w przedziale  $\mu \pm 3\sigma$ . Przedział ten zaznaczany jest na karcie średnich liniami tworzącymi górną granicę kontrolną UCL (Upper Control Limit) i dolną granicę kontrolną LCL (Lower Control Limit). Karta wartości średniej informuje, czy średnia procesu leży między UCL i LCL, co wskazuje na stabilność procesu. Zakłada się, że pojawienie się punktów powyżej UCL lub poniżej LCL jest wynikiem



działania przyczyny specjalnej. Proces uznaje się wówczas za statystycznie nieuregulowany.

Może się jednak zdarzyć, że punkty wykreślonej charakterystyki znajdują się pomiędzy granicami kontrolnymi, ale nie są zgodne z rozkładem normalnym  $N(\mu, \sigma)$ , ponieważ tworzą konfiguracje (np. trend, stratyfikacja itp.). Także i w tym wypadku proces określa się jako statystycznie nieuregulowany i zakłada istnienie specjalnej przyczyny powodującej ten stan. Zgodnie z teorią Shewharta jej znalezienie i usunięcie powinno zapewnić ponowne statystyczne uregulowanie procesu.

Podczas stosowania karty kontrolnej mogą wystąpić dwa rodzaje błędów. Błąd pierwszego rodzaju pojawia się, kiedy rozpatrywany proces jest statystycznie uregulowany, a jakaś wartość sygnału z przyczyn losowych znajduje się poza granicami kontrolnymi. W rezultacie może być wyciągnięty nieprawidłowy wniosek, że proces nie jest statystycznie uregulowany, a to pociąga za sobą koszty działań zmierzających do znalezienia przyczyny nie istniejącego problemu. Błąd drugiego rodzaju pojawia się, kiedy rozpatrywany proces nie jest statystycznie uregulowany, a wygenerowany punkt z przyczyn losowych znajduje się między granicami kontrolnymi. W takiej sytuacji wnioskuje się nieprawidłowo, że proces jest statystycznie uregulowany. W efekcie zwiększają się koszty związane ze wzrostem liczby wyrobów produkowanych wadliwie. Z błędami drugiego rodzaju mamy do czynienia w przypadku konfiguracji sygnałów.

System kart kontrolnych Shewharta zapewnia niską wartość prawdopodobieństwa błędu pierwszego rodzaju, natomiast wielkość błędu drugiego rodzaju pozostaje poza kontrolą. W praktyce sterowania procesem do rozpoznawania statystycznego rozregulowania przebiegów leżących między LCL i UCL stosuje się testy dodatkowe, opisane np. w Western Electric Quality Control Handbook (1985). Określają one moment rozregulowania procesu na podstawie wzajemnego położeniu kolejnych punktów. Na przykład, o braku statystycznego uregulowania świadczy wystąpienie ośmiu punktów po kolei w pobliżu jednej z granic kontrolnych.

## 2 Model procesu

Generator danych z procesu został oparty na zmodyfikowanych równaniach użytych w pracy J. A. Swift (1987). Równanie ogólne generatora

$$y(t) = \mu + x(t) + d(t), \quad (1)$$

gdzie:

$y(t)$  - mierzona właściwość w chwili  $t$ , albo kolejny pomiar o numerze  $t$ ,

- $\mu$  - założona średnia procesu,
- $x(t)$  - zmienna losowa opisująca losowe zakłócenie w chwili  $t$ , mająca rozkład normalny  $N(0, \Gamma\sigma)$ ,
- $d(t)$  - zakłócenie wartości średniej w chwili  $t$ , będące wynikiem działania przyczyny specjalnej,
- $\sigma$  - odchylenie standardowe mierzonej właściwości,
- $\Gamma$  - współczynnik zmiany odchylenia standardowego w jednostkach  $\sigma$ ,  $0 < \Gamma \leq 1$ ,

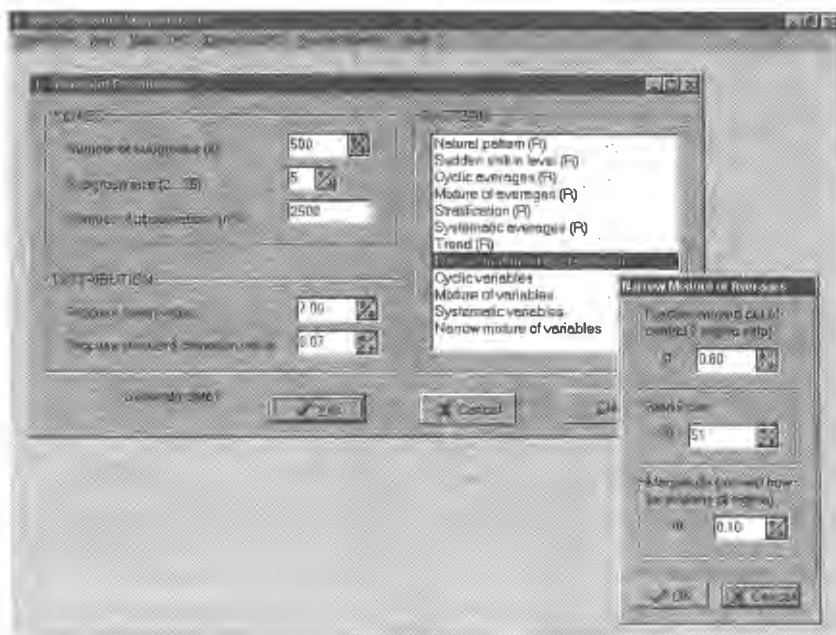
opisuje proces, w którym występują dwa rodzaje zmienności, tak jak zakłada teoria Shewharta. Moduł  $x(t)$  odzwierciedla zmienność przypadkową z przyczyn losowych mającą rozkład normalny, a moduł  $d(t)$  odpowiada za rzeczywistą zmianę w procesie spowodowaną przyczynami specjalnymi.

Jeśli proces jest statystycznie uregulowany, wyrażenie  $d(t)$  przyjmuje wartość zero. Wówczas mierzoną właściwość opisuje równanie

$$y(t) = \mu + x(t). \quad (2)$$

W programie *nnspec2*, za pomocą równania (1) zamodelowano takie konfiguracje, jak nagły przeskok, cykle, mieszanina, stratyfikacja, zmienne systematyczne, trend i wąska mieszanina. Dla poszczególnych konfiguracji postać składowej  $d(t)$  przyjęto zgodnie z pracą J. Nieckuły (1998).

### 3 Symulowanie charakterystyk



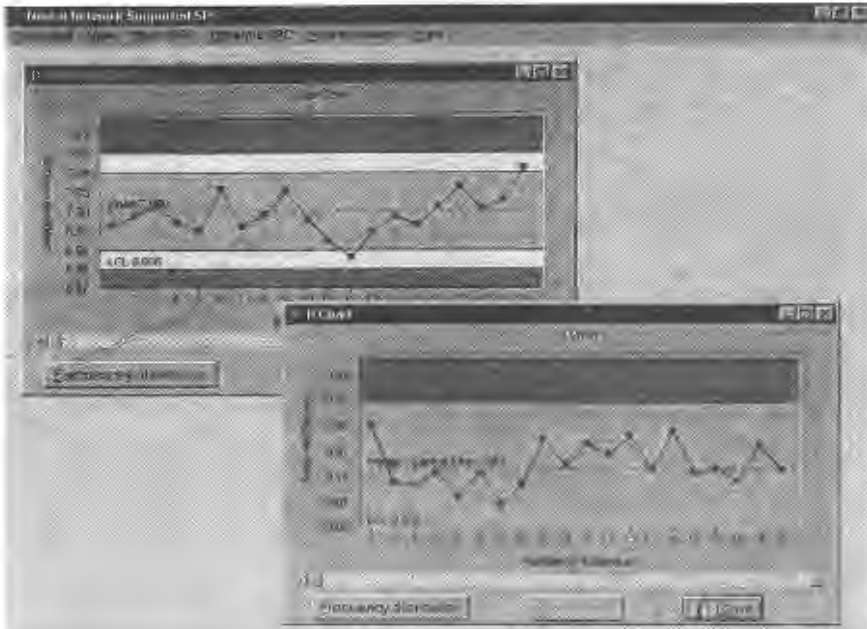
Rysunek 2 Dane wejściowe programu

Rys. 2 pokazuje okno służące do wprowadzania do programu parametrów symulowanej właściwości. Są nimi liczba próbek, liczebność próbki, wartość średnia właściwości i jej odchylenie standardowe. Ponadto można wprowadzić parametry konfiguracji tworzącej składową  $d(t)$  równania (1). Na rys. 2 pokazane jest okno służące do wprowadzania parametrów tzw. „wąskiej mieszniny”.

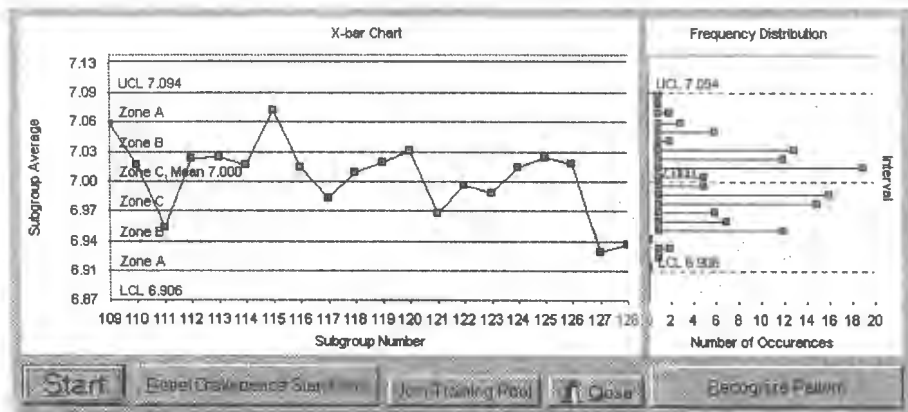
Wygenerowaną charakterystykę można przedstawić na statycznych kartach wartości średniej i rozstępu, rys. 3. Wykres przedstawia wówczas wszystkie punkty zasymulowanej charakterystyki. Można go przewijać myszą używając suwaka z boku okna.

Inną możliwością oferowaną przez program *nnspec2* jest dynamiczna wizualizacja kolejnych punktów charakterystyki. Po wygenerowaniu nowej wartości podzbioru jest ona od razu pokazywana na kartach wartości średniej i rozstępu. Równocześnie aktualizowany jest rozkład częstości. Celem tego podejścia jest przybliżenie sytuacji osoby nadzorującej proces, która widzi jedynie dane historyczne oraz pomiar bieżący i na tej podstawie musi podejmować decyzje. Rysunki 4 i 5 pokazują karty wartości średniej wraz z

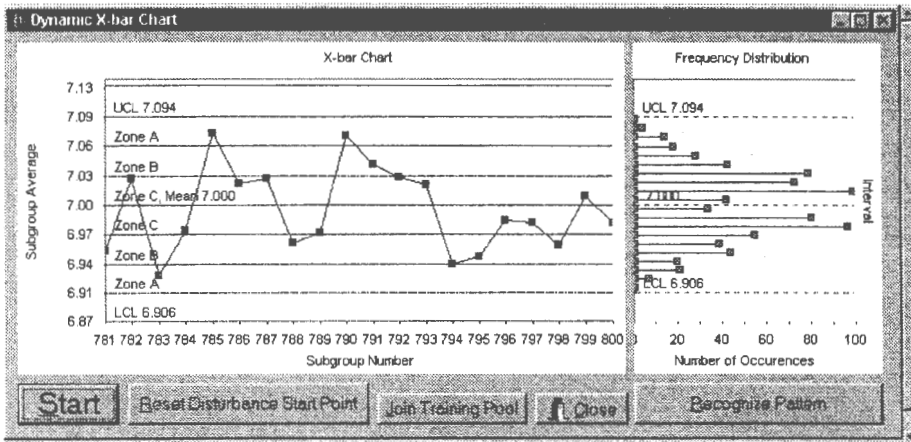
rozkładami częstości dla początkowej i końcowej fazy zakłócenia zwanego „wąską mieszaniną”. Sama karta wartości średniej nie daje podstaw do podejrzeń, że proces jest statystycznie nieuregulowany. Odejście od rozkładu normalnego pokazuje dopiero wykres rozkładu częstości.



Rysunek 3 Statyczne karty wartości średniej i rozstępu



Rysunek 4 Wąska mieszanina – pierwsza faza



Rysunek 5 Wąska mieszanina – druga faza

#### 4 Analiza przebiegów na karcie Shewharta

Kartę wartości średniej można uzupełnić dodatkowymi testami pomagającymi znaleźć punkt, w którym dane z procesu przestają być zgodne z rozkładem normalnym, a proces zaczyna być statystycznie nieuregulowany. Reguły te mogą być szczególnie przydatne do wykrywania rozregulowania zanim pojawi się punkt poza granicami kontrolnymi.

Zgodnie z notacją, którą zastosowali C. W. Champ i W. H. Woodall (1987), reguła opisana przez  $T(k, m, a, b)$  oznacza, że  $k$  z ostatnich  $m$  standaryzowanych średnich z podzbiorów należy do przedziału  $(a, b)$ .

Zdefiniujmy reguły dodatkowe:

- $R(k, m)$  oznacza, że  $k$  z  $m$  kolejnych punktów rośnie lub maleje,
- $S(k, m)$  oznacza, że  $k$  z  $m$  kolejnych punktów jest na przemian większych lub mniejszych od siebie,
- $U(k, m, a, b)$  oznacza, że  $k$  z  $m$  kolejnych punktów nie znajdują się w przedziale  $(a, b)$ .

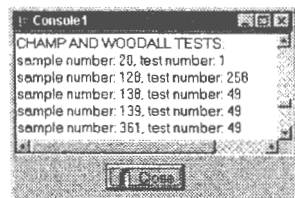
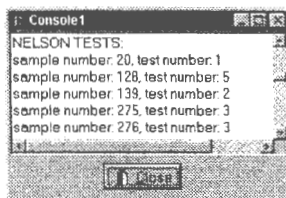
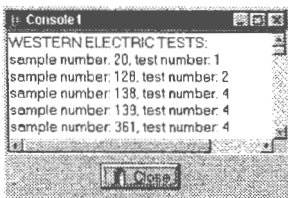
Za pomocą zbioru reguł  $\{C_1, \dots, C_{17}\}$  można następująco uporządkować reguły użyte w Western Electric Quality Control Handbook (1985), pracach L. S. Nelsona (1984) oraz C. W. Champa i W. H. Woodalla (1987):

- $C_1 = \{T(1,1,-\infty,-3), T(1,1,3, \infty)\},$   
 $C_2 = \{T(2,3,-3,-2), T(2,3,2,3)\},$   
 $C_3 = \{T(4,5,-3,-1), T(4,5,1,3)\},$   
 $C_4 = \{T(8,8,-3,0), T(8,8,0,3)\},$   
 $C_5 = \{T(2,2,-3,-2), T(2,2,2,3)\},$   
 $C_6 = \{T(5,5,-3,-1), T(5,5,1,3)\},$   
 $C_7 = \{T(1,1,-\infty,-3.09), T(1,1,3.09, \infty)\},$   
 $C_8 = \{T(2,3,-3.09,-1.96), T(2,3,1.96,3.09)\},$   
 $C_9 = \{T(8,8,-3.09,0), T(8,8,0,3.09)\},$   
 $C_{10} = \{T(2,3,-\infty,-2), T(2,3,2, \infty)\},$   
 $C_{11} = \{T(4,5,-\infty,-1), T(4,5,1, \infty)\},$   
 $C_{12} = \{T(8,8,-\infty,0), T(8,8,0, \infty)\},$   
 $C_{13} = \{T(9,9,-1,0), T(9,9,0,1)\},$   
 $C_{14} = \{R(6,6)\},$   
 $C_{15} = \{S(14,14)\},$   
 $C_{16} = \{T(15,15,-1,1)\},$   
 $C_{17} = \{U(8,8,-1,1)\}.$

Tabela 1 pokazuje, które reguły  $C_n$  zastosowano w wyżej wspomnianych pracach, jako testy do wykrywania rozregulowania, gdy przebieg wykreślonej właściwości znajduje się pomiędzy liniami UCL i LCL.

	Numer testu								
	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Western Electric	C1	C10	C11	C12					
Nelson	C1	C13	C14	C15	C10	C11	C16	C17	
Champ i Woodall	C1	C2	C3	C4	C5	C6	C7	C8	C9

Tabela 1 Testy dodatkowe



Rysunek 6 Analiza przebiegów na karcie wartości średniej z użyciem reguł dodatkowych

Program *nnspec2* posiada możliwość zastosowania testów z tabeli 1 do wygenerowanej charakterystyki. Na przykład rysunek 6 pokazuje analizę przebiegu na karcie wartości średniej z rys.4. Karta przedstawia charaktery-

stykę procesu statystycznie rozregulowanego konfiguracją „wąska mieszanka”. Dla podzbioru numer 128 program wskazuje zadziałanie testu nr 2 Western Electric, testu nr 5 Nelsona i testów nr 2,5,8 Champa i Woodalla. Wykrywa więc rozregulowanie, gdy wykreślana charakterystyka znajduje się między granicami kontrolnymi UCL i LCL.

## 5 Podsumowanie

Program *nnspec2* jest pożytecznym narzędziem edukacyjnym wspomagającym nauczanie zastosowania kart kontrolnych Shewharta do statystycznego sterowania procesem. Pozwala na generowanie charakterystyk procesów statystycznie uregulowanych oraz procesów zakłóconych konfiguracjami oraz daje możliwość analizy zasymlowanych przebiegów.

Pokazuje, jak można przy tym zmniejszyć prawdopodobieństwo popełnienia błędu II-go rodzaju przez obserwację rozkładu częstości i zastosowanie testów dodatkowych. Student może wygenerować charakterystykę zakłóconą konfiguracją i obserwować kartę kontrolną starając się rozpoznać rozregulowanie na kartach statycznych. Prawdopodobnie nie wykryje wówczas konfiguracji pokazanych na rys. 3, czyli popełni błąd II-go rodzaju. Wykryje rozregulowanie, jeśli użyje kart dynamicznych z rozkładami częstości i uruchomi testy dodatkowe.

Program posiada ponadto elastyczny interfejs wejścia-wyjścia. Zasymlowane charakterystyki mogą być zapisywane na dysku w postaci zbiorów tekstowych i ponownie wprowadzane do programu *nnspec2*. Można je także przetwarzać programami zewnętrznymi takimi jak np. znane pakiety statystyczne (Statistica, SPSS itp.).

## Bibliografia

- Western Electric Company, *Statistical Quality Control Handbook*. AT&T Technologies, Indianapolis, Indiana 46219, 1985.
- Nelson L.S. *The Shewhart Control Chart – Test for Special Causes*. Journal of Quality Technology, 16(3):237-239, 1984.
- Champ C.W. i Woodall W.H. *Exact Results for Shewhart Control Charts with Supplementary Runs Rules*. Technometrics, 29(4):393-399, 1987.
- Swift J.A. *Development of a Knowledge Based Expert System for Control Chart Pattern Recognition and Analysis*. Rozprawa doktorska, Oklahoma State University, Stillwater, Oklahoma. 1987.
- Nieckuła J. *Proceedings of the 6th International Workshop Decreasing Probability of the Type-II Error of Shewhart Mean and Range Charts on Intelligent Statistical Quality Control*, 188-94. Julius Maximilians Universitaet, Wuerzburg, Niemcy. 1998.

**ISSN 0208-8029**  
**ISBN 83-85847-53-7**

---

**W celu uzyskania bliższych informacji i zakupu dodatkowych egzemplarzy  
prosimy o kontakt z Instytutem Badań Systemowych PAN  
ul. Newelska 6, 01-447 Warszawa  
tel. 837-35-78 w. 241 e-mail: [bibliote@ibspan.waw.pl](mailto:bibliote@ibspan.waw.pl)**