



**POLSKA AKADEMIA NAUK**

**Instytut Badań Systemowych**

---

**BADANIA SYSTEMOWE**

**Inżynieria Środowiska**

**BEZPIECZEŃSTWO SYSTEMÓW  
ZBIOROWEGO ZAOPATRZENIA  
W WODĘ**

**Janusz Rak**

**Barbara Tchórzewska-Cieślak**

**Jan Studziński**

**Warszawa 2013**



**POLSKA AKADEMIA NAUK  
INSTYTUT BADAŃ SYSTEMOWYCH**

**Seria: BADANIA SYSTEMOWE**

**Tom 72**

---

---

**Redaktor naukowy:  
Prof. dr hab. inż. Jakub Gutenbaum**

**Warszawa 2013**

Rada redakcyjna serii: **BADANIA SYSTEMOWE**  
**Inżynieria Środowiska**

Prof. Olgierd Hryniewicz - przewodniczący

Prof. Jakub Gutenbaum – redaktor naczelny

Prof. Janusz Kacprzyk

Prof. Tadeusz Kaczorek

Prof. Roman Kulikowski

Prof. Marek Libura

Prof. Krzysztof Malinowski

Prof. Zbigniew Nahorski

Prof. Marek Niezgódka

Prof. Roman Słowiński

Prof. Jan Studziński

Prof. Stanisław Walukiewicz

Prof. Andrzej Weryński
------------------------

Prof. Antoni Żochowski



**POLSKA AKADEMIA NAUK  
INSTYTUT BADAŃ SYSTEMOWYCH**

---

---

**Janusz Rak**

**Barbara Tchórzewska-Cieślak**

**Jan Studziński**

**BEZPIECZEŃSTWO SYSTEMÓW  
ZBIOROWEGO ZAOPATRZENIA  
W WODĘ**

**Warszawa 2013**

Copyright © by Instytut Badań Systemowych PAN  
Warszawa 2013

### **Autorzy:**

**Prof. dr hab. inż. Janusz R. Rak**

Politechnika Rzeszowska  
rakjan@prz.edu.pl

**Dr hab. inż. Barbara Tchórzewska-Cieślak**

Politechnika Rzeszowska  
cbarbara@prz.edu.pl

**Dr hab. inż. Jan Studziński**

IBS PAN Warszawa  
studzins@ibspan.waw.pl

### **Recenzenci:**

**Prof. dr hab. inż. Janusz Łomotowski**

Uniwersytet Przyrodniczy we Wrocławiu

**Dr hab. inż. Izabela Zimoch**

Politechnika Śląska w Gliwicach

**Skład:** Aneta M. Pielak

### **Wydawca:**

Instytut Badań Systemowych  
Polska Akademia Nauk  
Newelska 6, 01-447 Warszawa  
www.ibspan.waw.pl

*Publikacja wydana ze środków projektów rozwojowych  
Narodowego Centrum Badań i Rozwoju  
nr NR 14-0006-10/2010 oraz NR 14-0011-10/2010*

**ISSN 0208-8029**

**ISBN 83-894-7549-9**

## 11. Błędy I i II rodzaju przy testowaniu hipotez statystycznych związanych z zaopatrzeniem w wodę

### 11.1. Tło historyczne hipotez statystycznych

Pojęcie hipotezy pojawiło się w XVII wieku i początkowo stosowane było w astrologii i fizyce. Przytoczyć tu można najbardziej znaczące prace: W. L. Leibniza z 1671 roku: „Nowe hipotezy fizyczne”, oraz I. Newtona z 1675 roku: „Hipotezy o świetle” (Rak, 2009a).

Uważa się, że pierwszą pracą dotyczącą weryfikacji hipotezy w oparciu o analizę statystyczną jest opracowanie z 1710 roku J. Arbuthnota, opublikowane w Royal Society. Dotyczyło ono analizy liczby urodzeń płci żeńskiej i męskiej w Londynie na przestrzeni 86 lat (1625-1710) i zawierało wniosek, że częstość urodzin chłopców jest statystycznie istotnie nie większa, niż częstość urodzin dziewczynek, pomimo że w poszczególnych latach urodziło się więcej chłopców. Sceptycznie do tej analizy odniósł się N. Bernoulli. Badania w zakresie testowania hipotez statystycznych prowadził P. S. Laplace. W roku 1796 przedstawił on fizyczno-matematyczne uzasadnienie tzw. hipotezy mgławicowej. Dotyczyła ona genezy powstania układu słonecznego. Hipoteza polegała na stwierdzeniu, że planety powstały w wyniku odrywania się od wirującego Słońca gazowej materii, która z czasem przekształcała się w kuliste ciała niebieskie, a ich trajektorie nie przebiegają losowo. W XIX wieku uczeni stawiając i weryfikując hipotezy opierali się na subiektywnej interpretacji prawdopodobieństwa i intuicji. Dopiero na początku XX wieku J. Sława-Neyman (matematyk polskiego pochodzenia) i E. Pearson opracowali aksjomatyczne podstawy teorii testowania hipotez statystycznych (Rak, 2009a; Yamijala, 2009). W latach 1928-1933 wspólnie przedstawili w swoich pracach nowy pogląd na temat procesów testowania hipotez, samych testów statystycznych i poziomów istotności. Jako pierwsi do procesu testowania hipotez wprowadzili pojęcie hipotezy alternatywnej. J. Sława-Neyman podczas studiów w Charkowie poznał osiągnięcia rosyjskiej szkoły matematycznej A. Kołmogorowa w zakresie częstościowej interpretacji prawdopodobieństwa, co wykorzystał w opracowaniach z E. Pearsonem na temat teorii testowania hipotez statystycznych. Pod koniec pierwszej połowy XX wieku, oprócz matematyków, wkład w rozwój metod testowania hipotez mieli fizycy, chemicy i biologowie. Spektakularnym przykładem w tym zakresie były prace wydawane pod pseudonimem „Stu-

dent”, których autorem był pracownik browaru Guinness, z wykształcenia chemik W. Gosset (do dzisiaj funkcjonuje test t-Studenta). Lata zafascynowania możliwościami statystyki w badaniach naukowych minęły w drugiej połowie XX wieku, a obecnie stanowią standardowe postępowanie w interpretacji wyników uzyskiwanych z monitoringu szeroko pojętej gospodarki wodnej (Rak, 2009a).

## 11.2. Istota testowania hipotez statystycznych

W testowaniu hipotez statystycznych formułuje się zawsze dwa warianty:

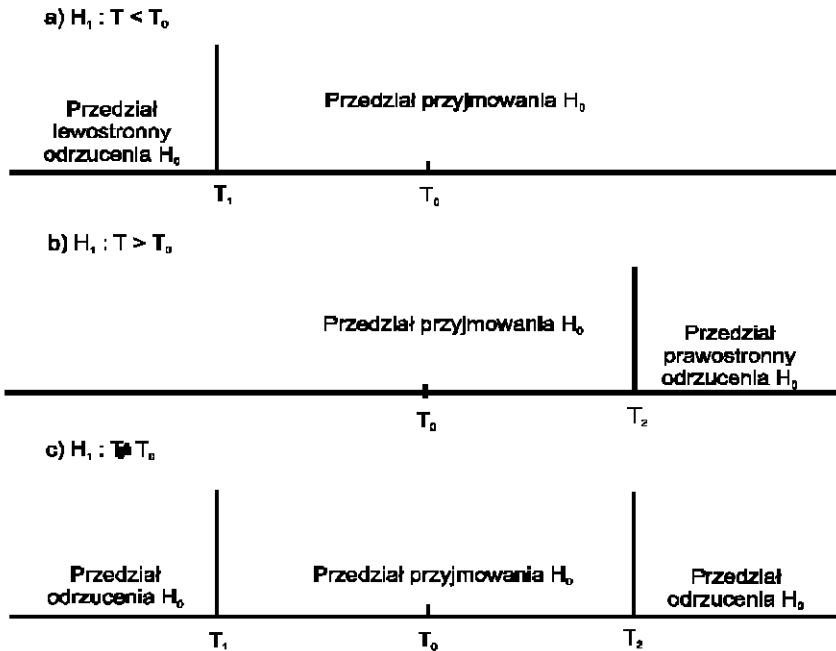
- hipotezę zerową  $H_{i0}$ , która zakłada równość testowanego parametru rozkładu z daną wartością liczbową,
- hipotezę alternatywną  $H_{i1}$ , w postaci lewostronnej, prawostronnej lub obustronnej.

Jeżeli hipoteza zerowa została sformułowana w postaci:

$$H_{i0} : T = T_0 \tag{11.1}$$

to hipoteza alternatywna może wystąpić w trzech odmianach pokazanych na rys. 11.1.

Postępowanie, w wyniku którego decyduje się, czy na podstawie danych zostanie odrzucona weryfikowana hipoteza zerowa  $H_{i0}$ , czy też nie ma podstaw do jej odrzucenia, nazywamy testem statystycznym. Przy testowaniu mogą występować błędy pierwszego i drugiego rodzaju. Błąd pierwszego rodzaju polega na odrzuceniu hipotezy  $H_{i0}$ , gdy jest ona prawdziwa. Błąd drugiego rodzaju polega na przyjęciu hipotezy  $H_{i0}$ , gdy jest ona fałszywa (Rak, 2009a).



Rys. 11.1. Istota hipotez alternatywnych  $H_{10}$  względem hipotezy zerowej  $H_{00}$ :  $T = T_0$ : a) hipoteza (test) lewostronna, b) hipoteza (test) prawostronna, c) hipoteza (test) obustronna

Tabela 11.1. Istota procedur testowania statystycznego.

Sytuacja \ Decyzja	$H_0$ jest prawdziwa	$H_0$ jest fałszywa
Odrzucić $H_0$	błąd pierwszego rodzaju – prawdopodobieństwo $\alpha$	decyzja prawidłowa – prawdopodobieństwo $1 - \beta$
Przyjąć $H_0$	decyzja prawidłowa – prawdopodobieństwo $1 - \alpha$	błąd drugiego rodzaju – prawdopodobieństwo $\beta$

Należy dążyć do minimalizowania błędów pierwszego rodzaju ( $\alpha$ ) i drugiego rodzaju ( $\beta$ ), przy czym:

$$\alpha = P \{ \text{odrzuć hipotezę, gdy jest ona prawdziwa} \},$$

$$\beta = P \{ \text{przyjąć hipotezę, gdy jest ona fałszywa} \}.$$



W tabeli 11.1 przedstawiono istotę procedur testowania statystycznego (Rak, 2009a).

Moc testu statystycznego  $\Pi$  należy identyfikować z prawdopodobieństwem odrzucenia hipotezy  $H_0$ , gdy prawdziwa jest hipoteza alternatywna  $H_1$ , co odpowiada zapisowi:

$$\Pi = P(\text{odrzuć } H_0, \text{ gdy prawdziwa jest } H_1) = 1 - \beta,$$

co jest tożsame z:

$$\Pi = P(\text{przyjąć } H_1, \text{ gdy prawdziwa jest } H_1).$$

W niektórych badaniach kontrolnych uwzględnia się oba rodzaje błędów statystycznych. W testach istotności poprzestaje się na uwzględnieniu błędu pierwszego rodzaju. W praktyce poziom istotności  $\alpha$  przyjmuje się dostatecznie mały – rzędu  $\alpha = 0,05 - 0,1$ , unikając w ten sposób zbyt częstego odrzucania hipotezy prawdziwej. Im wyższy jest poziom istotności, na którym hipoteza się sprawdza, tym bardziej należy mniemać, że jest ona słuszna. W związku z tym stosuje się następującą zasadę postępowania:

- jeżeli hipoteza nie sprawdza się na poziomie istotności  $\alpha = 0,05$ , to należy ją odrzucić,
- jeżeli hipoteza sprawdza się na poziomie istotności  $\alpha = 0,1$ , to należy ją przyjąć,
- jeżeli hipoteza sprawdza się na poziomie istotności  $\alpha = 0,05$ , natomiast nie sprawdza się na poziomie istotności  $\alpha = 0,1$ , to wnioskowanie o jej słuszności jest dyskusyjne (Rak, 2009a).

### 11.3. Niepewność źródłem błędów I i II rodzaju

Uznanie, że kontrolowanie ryzyka jest wiedzą, którą można stosować w praktyce inżynierskiej, wynika z faktu braku absolutnej pewności w bardzo wielu aspektach funkcjonowania techniki. Większość informacji o stanach natury i stanach eksploatacyjnych obiektów obarczona jest niekompletnością, a nawet nieadekwatnością. Taka sytuacja odnosi się w szczególności do stanów ekstremalnych. Już Sokrates stwierdził, że „prawdopodobieństwo prawdy prawdą jeszcze nie jest” (Rak, 2009a).

W warunkach niepewności często nie wybiera się pomiędzy odrzuceniem a przyjęciem hipotezy, tylko pomiędzy jej odrzuceniem lub nieodrżuceniem. Przyjęcie dowolnej hipotezy uwarunkowane jest jej zweryfikowaniem w taki sposób, aby alternatywa pomiędzy odrzuceniem lub nieodrżuceniem było uzasadniona. Tego rodzaju postępowanie obowiązuje w sądowym systemie prawnym. Oskarżony nie musi dowodzić swojej niewinności. To sąd musi udowodnić winę. Stawia się hipotezę, że oskarżony jest winny, a zadaniem prokuratora jest udowodnienie przed sądem o nieodrżuceniu tej hipotezy. Z kolei zadaniem obrony oskarżonego jest przekonanie sądu o odrzuceniu hipotezy postawionej przez prokuratora. Wynikiem takiego postępowania jest werdykt sądu „winny” lub „niewinny”.

Tego rodzaju weryfikacja hipotezy niejednokrotnie towarzyszy operatorom systemów technicznych i polega na określeniu, jak znaczny musi być stopień niepewności uzasadniającej jej odrzucenie. W wypadku zdarzeń inicjujących stan awaryjny operator musi podjąć decyzję w oparciu o akceptowalny poziom niepewności. W praktyce eksploatacyjnej systemów technicznych dysponuje się jedynie informacjami związanymi z badaniami częściowymi w postaci populacji próbnej. Taka sytuacja jest w wypadku badań wpływu jakości wody na zdrowie ludzi. Badania polegają na porównaniu wyników w grupie osób spożywających wodę z danego źródła i w grupie osób nieobjętych wpływem zakładanego niekorzystnego czynnika. Stosunek pozytywnych wyników uzyskanych w grupie badanej do pozytywnych wyników z grupy kontrolnej stanowi tzw. statystykę testową. Zazwyczaj statystycy zdrowia przyjmują, że wynik jest ostatecznie istotny, jeżeli prawdopodobieństwo, że jest on przypadkowy, wynosi mniej niż 5%.

Ekstrapolacja wyników z przeszłości to najbardziej znana metoda przewidywania przyszłości, np. z rodzaju chmur można zwiastować stan pogody z kilkunastogodzinnym wyprzedzeniem. Niemniej jednak należy pamiętać, że schemat podejmowania decyzji często obarczony jest wynikiem eksperymentu Jakuba Bernoulliego – możemy wyciągnąć z urny dowolną kulę, ale nie jesteśmy w stanie określić jej koloru (Rak, 2009a).

Na zakończenie tych rozważań należy stwierdzić, że podjęcie decyzji, to dopiero początek, przede wszystkim ważne są konsekwencje z nim związane. Jakiegokolwiek by one nie były, to istnieje przyszłość, która z czasem staje się przeszłością, i to powinno napawać optymizmem w obliczu wszechobecnej niepewności (Rak, 2009a).

## 11.4. Przykłady interpretacji błędów I i II rodzaju

Ryzyko czysto losowe nie daje szansy uzyskania przewagi konkurencyjnej poprzez jego rozpoznanie. Ryzyko poznawalne daje taką szansę. Istnieje możliwość popełnienia w tym zakresie błędu I i II rodzaju. Błąd określenia charakteru ryzyka I rodzaju polega na odrzuceniu hipotezy o poznawalności ryzyka, mimo że w rzeczywistości ma ono charakter poznawalny. Błąd określenia charakteru ryzyka II rodzaju polega na przyjęciu hipotezy o losowości ryzyka, mimo, że w rzeczywistości jest ona fałszywa (ryzyko jest poznawalne) (Rak, 2009a). Skutki przyjęcia fałszywej hipotezy o losowości ryzyka (błąd II rodzaju) powodują, że nie prowadzi się analiz jego rozpoznania i w ten sposób traci szanse uzyskania przewagi nad konkurencją (Rak, 2009a).

W praktyce eksploatacyjnej SZW dokonuje się diagnostyki obiektów naprawialnych, w wyniku której mogą one być uznane jako zdatne lub niezdatne. Możliwe jest popełnienie:

- błędu I rodzaju - obiekt zakwalifikowany jest jako niezdatny, a w rzeczywistości znajduje się w stanie zdatności,
- błędu II rodzaju - obiekt zakwalifikowany jest jako zdatny, a w rzeczywistości znajduje się w stanie niezdatności.

Popełnienie błędu I rodzaju skutkuje ewentualnymi nieuzasadnionymi przestojami. Popełnienie błędu II rodzaju może być przyczyną sytuacji awaryjnej. W sytuacjach ekstremalnych operator SZZW musi podejmować strategiczne decyzje w obliczu zagrożenia bezpieczeństwa, przy czym:

- Błąd operatora I rodzaju, to zdarzenie polegające na tym, że operator wykonał działanie, którego nie powinien wykonać.
- Błąd operatora II rodzaju, to zdarzenie polegające na tym, że operator nie wykonał działania, które powinien wykonać.
- Błąd I rodzaju powoduje wykonanie dodatkowych zbędnych prac związanych z przywróceniem zdatności, co często pociąga za sobą wstrzymanie produkcji (dostawy) wody.
- Błąd II rodzaju stwarza realne zagrożenie bezpieczeństwa konsumentów wody, z możliwością zaistnienia zdarzenia awaryjnego (katastroficznego) (Rak, 2009a).

Kontrola jakości wody wodociągowej prowadzi do podejmowania decyzji, co do jej przydatności do spożycia przez ludzi, przy czym:

- Błąd oceny I rodzaju polega na dyskwalifikacji jakości wody spełniającej wymagania normatywne i odnosi się do ryzyka producenta.
- Błąd oceny II rodzaju polega na akceptacji jakości wody niespełniającej wymagań normatywnych i odnosi się do ryzyka odbiorcy.

Konsekwencje błędu oceny jakości wody II rodzaju są zdecydowanie bardziej dotkliwe, szczególnie w odniesieniu do zdrowia konsumentów (skażona woda pojawia się w podsystemie dystrybucji wody) (Rak, 2009a).

Pierwotnym i podstawowym podmiotem, którego dotyczy pojęcie bezpieczeństwa wodnego, jest odbiorca, a wtórnym podmiotem – dostawca, producent wody. W tym względzie można rozpatrywać ryzyko odbiorcy i producenta. Wiele unormowań definiuje ryzyko producenta lub konsumenta poprzez błąd systematyczny – poprawność analizy fizykochemicznej, lub poprzez błąd przypadkowy – precyzję analizy fizyko-chemicznej (Rak, 2009a).

Praca strategicznych urzędów często monitorowana jest przez sygnalizację alarmową, przy czym:

- Błąd I rodzaju polega na braku sygnału alarmowego w sytuacji, kiedy taki sygnał powinien się pojawić i poinformować o zdarzeniu awaryjnym.
- Błąd II rodzaju polega na pojawieniu się fałszywego sygnału alarmowego w sytuacji, kiedy nie ma do tego podstaw.



IBS PAN *Serw*

47323

Bibl. podręczna

ISSN 0208-8029  
ISBN 83-894-7549-9

---

**INSTYTUT BADAŃ SYSTEMOWYCH  
POLSKIEJ AKADEMII NAUK**

tel.: (+48) 22 3810246 / 22 3810277 / 22 3810241 / 22 3810273

e-mail: [biblioteka@ibspan.waw.pl](mailto:biblioteka@ibspan.waw.pl)